

Tutorat logique : TD2  
Université François Rabelais  
Département informatique de Blois

*Logique pour l'informatique*

\*  
\* \*

### Problème 1

Mettre la proposition logique :  $(\neg a \vee b) \wedge c \Leftrightarrow a \oplus c$  sous forme normale disjonctive puis sous forme normale conjonctive. À l'aide des tableaux de Karnaugh, simplifier ensuite les expressions obtenues.

### Problème 2

Soient  $a, b, c$  et  $d$  quatre variables booléennes. On considère les formules logiques  $\Phi$  et  $\Psi$  définies telles que :

- $\Phi = 1$  si et seulement si  $a + b \leq c + d$ . Avec “+” représentant l'addition usuelle
- $\Psi = 1$  si et seulement si l'entier dont l'écriture en base 2 de  $abcd$  est strictement inférieur à 10.

À l'aide des tableaux de Karnaugh, donner l'expression la plus simple de  $\Phi$  et  $\Psi$ .

### Problème 3

L'opérateur *Nand* noté  $\uparrow$ , également appelé Barre de Sheffer par les philosophes (noté  $|$ ) est un opérateur très utilisé en électronique et dans la réalisation des microprocesseurs car il forme un système complet de connecteurs à lui seul.

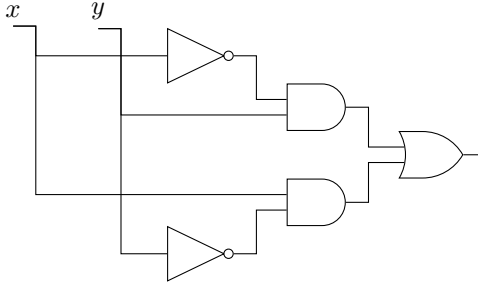
On rappelle que sa table de vérité est telle que :

$x$	$y$	$x \uparrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Son symbole associé en électronique est :



1. Exprimer l'opérateur “ou exclusif” noté  $\oplus$  à l'aide des opérateurs classiques puis uniquement en utilisant Nand.
2. On modélise électroniquement  $\oplus$  avec les opérateurs classiques tel que :



Expliquer pourquoi cette solution n'est pas satisfaisante et proposer un schéma électronique à l'aide de *Nand* et expliquer pourquoi cette solution est meilleure.

#### Problème 4

On travaille avec un langage de programmation qui ne dispose que d'une unique instruction :

$$a \leftarrow b \oplus c$$

où  $a, b, c$  sont des variables pouvant contenir des entiers codés sur  $n$  bits.

L'exécution de cette instruction se déroule ainsi :

Soit  $b_{n-1} \dots b_1 b_0$  la représentation binaire de l'entier contenu dans la variable  $b$  et  $c_{n-1} \dots c_1 c_0$  celle de l'entier contenu dans la variable  $c$ ; alors l'instruction range dans la variable  $a$  l'entier dont la représentation binaire  $a_{n-1} \dots a_1 a_0$  est définie telle que :

$$\forall k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket, a_k = b_k \oplus c_k$$

Soient  $u$  et  $v$  deux variables. Donner une suite d'instructions à exécuter pour échanger les valeurs contenues dans les variables  $u$  et  $v$  sans utiliser d'autre variable.

#### Problème 5

Simplifier algébriquement les expressions suivantes :

1.  $(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge C) \vee (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B \wedge C)$
2.  $(A \wedge B \neg C \wedge D) \vee (A \wedge B \wedge D) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \vee (\neg A \wedge C)$
3.  $A \vee (\neg B \wedge C) \vee (A \wedge D \neg E) \vee (A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (B \wedge \neg C \wedge D \neg E) \vee (\neg A \wedge C \wedge D)$

#### Problème 6

Soit un chiffre  $x \in \llbracket 0, 9 \rrbracket$ .

1. Donner la représentation binaire de  $x$ .
2. On considère un vecteur booléen  $(A, B, C, D)$  permettant de représenter  $x$  en binaire. On souhaite réaliser un affichage de calculatrice telle que :

$$(A, B, C, D) \longrightarrow \Phi \longrightarrow \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Donner la fonction booléenne associée à chaque segment de l'affichage puis l'écriture de la fonction  $\Phi$ .