

Tutorat logique : TD2
Université François Rabelais
Département informatique de Blois

Logique pour l'informatique

*
* *

Problème 1

L'opérateur *Nand* noté \uparrow est un opérateur très utilisé en électronique et dans la réalisation des micro-processeurs car il forme un système complet de connecteurs à lui seul.

On rappelle que sa table de vérité est telle que :

x	y	$x \uparrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Son symbole associé en électronique est :

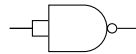


FIGURE 1 : Porte logique NAND

1. Exprimer l'opérateur "ou exclusif" noté \oplus à l'aide des opérateurs classiques puis uniquement en utilisant Nand.
2. On considère la modélisation de l'opérateur \oplus suivante :

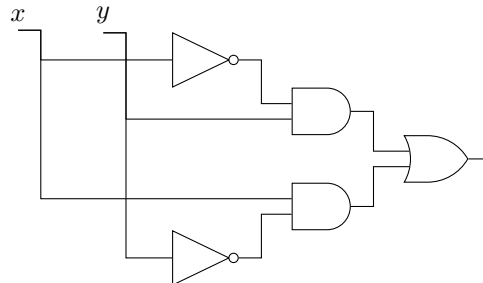


FIGURE 2 : Circuit logique de l'opérateur \oplus OU EXCLUSIF

Expliquer pourquoi cette solution n'est pas satisfaisante. Proposer un circuit logique à l'aide de Nand. Pourquoi cette modélisation est meilleure ?

Problème 2

Soit un chiffre $x \in \llbracket 0, 9 \rrbracket$.

1. Donner la représentation binaire de x .
2. On considère un vecteur booléen (A, B, C, D) permettant de représenter x en binaire. On souhaite réaliser un affichage de calculatrice telle que :

$$(A, B, C, D) \longrightarrow \Phi \longrightarrow \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Donner la fonction associée à chaque segment de l'affichage puis l'écriture de la fonction Φ .

Problème 3

Simplifier algébriquement les expressions suivantes :

1. $(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge C) \vee (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B \wedge C)$
2. $(A \wedge B \neg C \wedge D) \vee (A \wedge B \wedge D) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \vee (\neg A \wedge C)$
3. $A \vee (\neg B \wedge C) \vee (A \wedge D \neg E) \vee (A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (B \wedge \neg C \wedge D \neg E) \vee (\neg A \wedge C \wedge D)$

Problème 4

Soient a, b, c et d quatre variables booléennes. On considère les formules logiques Φ et Ψ définies telles que :

- $\Phi = 1$ si et seulement si $a + b \leq c + d$. Avec “+” représentant l'addition usuelle
- $\Psi = 1$ si et seulement si l'entier dont l'écriture en base 2 de $abcd$ est strictement inférieur à 10.

À l'aide des tableaux de Karnaugh, donner l'expression la plus simple de Φ et Ψ .

Problème 5

On considère la formule logique suivante :

$$\varphi = [(\neg a \vee b) \wedge c] \Leftrightarrow [a \oplus c]$$

1. Exprimer φ sous forme normale disjonctive puis sous forme normale conjonctive.
2. À l'aide des tableaux de Karnaugh, simplifier les expressions obtenues.

Problème 6

On travaille avec un langage de programmation qui ne dispose que d'une unique instruction :

$$a \leftarrow b \oplus c$$

où a, b, c sont des variables pouvant contenir des entiers codés sur n bits.

L'instruction range dans la variable a l'entier dont la représentation binaire $a_{n-1} \dots a_1 a_0$ est définie telle que :

$$\forall k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket, a_k = b_k \oplus c_k$$

Soient u et v deux variables. Donner une suite d'instructions à exécuter pour échanger les valeurs contenues dans les variables u et v sans utiliser d'autre variable.