

APUNTES DE CLASE

Héctor David Curiel Sánchez

Ing. Mecatrónica. 8°B T/M.

Materia: Cinemática de Robots.
Morán Garabito UPZMG

Maestro: Carlos Enrique

¿Que es un Robot?

• Máquina automática programable capaz de realizar determinadas operaciones de manera autónoma y sustituir a los seres humanos en algunas tareas, en especial las pesadas, repetitivas o peligrosas; puede estar dotado de sensores que le permitan adaptarse a nuevas situaciones.



Robot de brazo articulado



Robot cilíndrico

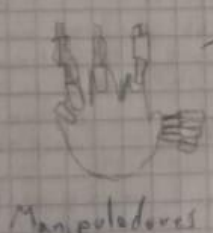
Opera movimiento entre 2 a 7 control por Pc

Robot de Reacción
Tipo de robots



Robot esférico Polar

capacidad de desplazar el brazo en una zona esférica



Manipuladores



Robot inteligente



Micro-Robots

¿Cuáles son las diferencias entre un robot industrial y una máquina-herramienta CNC?

Máquina

- Esta hecha para hacer una tarea específica, con movimientos precisos
- Funciona en elementos y principios físicos básicos como motores, cables, cables, ECU, así como con electrónica básica
- Es controlada por su funcionamiento. Requiere de intervención humana
- No responde a estímulos del entorno ni actúa autónomamente
- Esta hecha para reemplazar actividades físicas y operativas que complementan el trabajo humano
- Es un producto terminado. Si se necesita que haga una tarea diferente, hay que ajustarla y modificarla caso a caso a su diseño original
- Requiere un componente físico

Robot

- Es una máquina inteligente que puede ser programada para hacer muchas y diferentes tareas
- Tienen elementos computacionales y tecnología más avanzada como sensores, IoT, etc. para tener inteligencia artificial
- Puede ser autónomo, tele-operado o las dos
- Es sensible a su entorno y puede aprender de estos, tomar decisiones con base a las situaciones, tomar decisiones
- Puede encargarse de actividades más complejas que la humana
- Si la tarea que le fue asignada al robot cambia, No hay que cambiar al robot, Solo reprogramarlo
- Puede ser virtual

Hector David Curiel Sanchez

¿Cómo debe decidirse el tipo de robot para un determinado trabajo?

Para poder escoger el robot adecuado se debe tener en consideración la tarea a realizar como el peso a cargar o los grados de libertad necesarios para esa actividad. También tiene que ver con el software que maneja cómo también los certificados de control.

¿Qué es R.U.R.?

Robots Universales de Rossum. Es una obra de teatro escrita por el checo Karel Capek.

Cuáles son los problemas de seguridad en el uso de Robots?

- Los robots industriales son extraordinariamente potentes, especialmente aquellos que tienen gran capacidad y alcance, pueden ser peligrosos.
- La seguridad es de suma importancia, tanto en la instalación durante la producción.
- La seguridad se refiere principalmente a mantener al personal fuera del alcance de trabajo del robot, sirve para asegurar que los movimientos se detengan en caso de una emergencia.
- Los robots tienen cadenas de seguridad dual o cadenas de marcha integradas, estas son dos circuitos paralelos que detendrán el movimiento del robot cuando sean interrumpidos.
- Se prevén conexiones externas, incluidos los pines de emergencia.

¿Cómo se especifica un robot industrial?

Un robot industrial genera una serie de movimientos, que como tales se especifican y se los diseñan para una función capacitada o conocida.

¿Cuál es la población de robots en el mundo?

La población de robots en el mundo es de 2.6 millones.

¿Qué industria es considerada el usuario más grande de robots industriales de tipo general?

La industria automotriz.

Ante las diferencias entre robots seriales y paralelos,

los robots para ellos tienen una configuración paralela, en constante estructura de tipo serial de un robot industrial.

¿Cuáles son las áreas nuevas de aplicación de soldadura?

- Manipulación en fundición
- II en Moldeo de plásticos
- II en tratamientos térmicos
- II en la forja y estampación
- Soldadura
- Aplicación de materiales
- Mecanización
- Aplicación de sellantes y adhesivos
- Alimentación de máquinas
- Proceso
- Corte
- Montaje
- Paletización
- Medicina
- Control de calidad
- Manipulación en salas blancas
- II de materiales
- Agricultura y silvicultura
- Azuda o disco partidos
- Construcción
- Demografía
- Enlaces poligráficos
- Espaciales
- Medicina y salud
- Minería
- Enlaces submarinos
- Vigilancia y seguridad
- Telepresencia
- Industria nuclear

[Handwritten signature]

Nombre: Daniel Cervel Sanchez

Fecha: ?

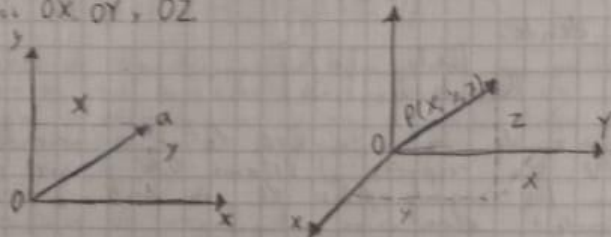
Representación de la posición

La localización de un cuerpo rígido en el espacio precisa de especificar tanto su posición como su orientación.

En un plano bidimensional, la posición de un cuerpo rígido precisa de dos grados de libertad, y por tanto, la posición del cuerpo quedará definida por dos componentes independientes.

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con su origen definido. Estos se denominan sistemas cartesianos, y en el caso de trabajar en el plano (2 dimensiones), el sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre sí con un punto de intersección común O .

Si se trabaja en el espacio (tres dimensiones), el sistema cartesiano $OXYZ$ estará compuesto por una terna de ejes normal de vectores unitarios OX , OY y OZ .



Representación de la orientación

Una orientación en el espacio tridimensional viene definida por tres grados de libertad o tres componentes linealmente independientes. Esta relación vendrá dada por la posición y orientación del sistema asociado al objeto respecto al de referencia.

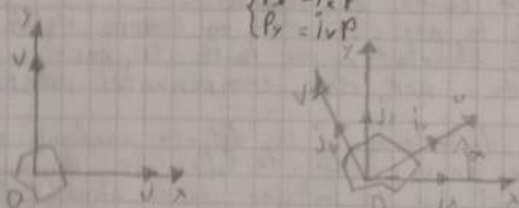
Las matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la similitud que se tiene en el plano de los sistemas de referencia OXY y $O'UV$ con un mismo origen O , siendo el sistema OXY el de referencia fijo, y el sistema $O'UV$ el móvil, solidario al objeto. Los vectores unitarios de los ejes coordenados del sistema OXY son i_x , los mientras que los del sistema $O'UV$ son i_u , i_v .
Un vector p del plano se puede representar como

$$P = P_u i_u + P_v i_v$$

Hector David Cuvial Sanchez

Ademas se verifican las igualdades siguientes

$$\begin{cases} P_x = i_x P \\ P_y = i_y P \end{cases}$$



Sustituyendo la Expresión:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \end{bmatrix}$$

donde:

$$R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x i_v \\ i_y i_u & i_y i_v \end{bmatrix}$$

Se le llama matriz de rotación, que define la orientación del sistema OUV con respecto al sistema OXY, y que sirve para transformar las coordenadas de un vector en un sistema a las del otro.

Angulos de Euler

Para la representación de orientación en un espacio tridimensional mediante una matriz de rotación es necesario definir nueve elementos:

Toda sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientación se requiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante tres angulos ϕ, θ, ψ , denominados angulos de Euler que representan los valores de los giros a realizar sobre tres ejes ortogonales entre si de modo que girando sucesivamente el sistema OXYZ sobre estos ejes obtenemos los valores de ϕ, θ, ψ se obtendrá el sistema OUVW.

Por de rotación la representación de la orientación de un sistema OUVW con respecto al sistema de referencia OXYZ también puede realizarse mediante la definición de un vector $K(k_x, k_y, k_z)$ y un angulo de giro θ tal que el sistema OUVW

Hector David Cuicel Sanchez

Corresponde al sistema $OXYZ$ girarlo un ángulo θ sobre el eje

La traslación y la rotación son transformaciones que se realizan en relación a un sistema de referencia. Por tanto, si se quiere expresar la posición y orientación de un sistema $O'UVW$ originalmente coincidente con el de referencia y que ha sido rotado y trasladado según éste, habrá que tener en cuenta si primero se ha realizado la rotación y después la traslación o viceversa.

Se parte de un sistema $O'UVW$ coincidente con $OXYZ$ al que se va a aplicar una traslación según un vector $P_{x,y,z}$ y una rotación de 180° alrededor del eje OZ .

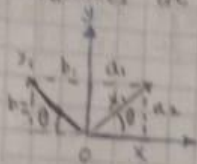
Un cuaternión está formado por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternión en una base $\{e_0, e_1, e_2, e_3\}$.

$$Q = q_0 e_0 + q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3 = (S, V)$$

Matrices de transformación homogénea sus principales ventajas residen en su capacidad de representación conjunta de posición y orientación y en la comodidad con la que se puede realizar la composición de transformaciones.

Los ángulos de Euler, en cualquiera de sus modalidades, sólo son capaces de representar orientación, y aunque permiten una notación compacta (sólo tres números reales), no permiten la composición de rotaciones ni la aplicación sobre un vector de la rotación que definen.

Matrices de rotación



x_1 con relación a x : $a_1 = |x_1| \cos \theta \rightarrow (x_1, x)$
 x_1 con relación a y : $a_2 = |x_1| \sin \theta \rightarrow (x_1, y)$

y_1 con relación a x : $-b_1 = |y_1| \cos(\theta + 90) = -|y_1| \sin \theta \rightarrow (y_1, x)$
 y_1 con relación a y : $b_2 = |y_1| \sin(\theta + 90) = |y_1| \cos \theta \rightarrow (y_1, y)$

$$x_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad y_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta + 90) \\ \sin(\theta + 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R^\theta \begin{bmatrix} x_1^\circ & y_1^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1, x_0) & (y_1, x_0) \\ (x_1, y_0) & (y_1, y_0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (x_1, x_0) & (y_1, x_0) & (z_1, x_0) \\ (x_1, y_0) & (y_1, y_0) & (z_1, y_0) \\ (x_1, z_0) & (y_1, z_0) & (z_1, z_0) \end{bmatrix} \quad \text{en } x \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{en } y \quad \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \text{en } z \quad \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrices Homogeneas

$$F = \begin{bmatrix} R_{11} & p_{1,1} \\ 1 & w_{1,1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [Rot_{x,1}] & [Trans_{x,1}] \\ [Rot_{y,1}] & [Trans_{y,1}] \\ [Rot_{z,1}] & [Trans_{z,1}] \end{bmatrix}$$

Rotar

$$x \rightarrow 60^\circ \quad y \rightarrow 70^\circ \quad z \rightarrow 10^\circ$$

$$x \rightarrow 40 \quad y \rightarrow 10 \quad x \rightarrow 50$$

$$x \rightarrow 20 \quad z \rightarrow 18 \quad x \rightarrow 30$$

$$x \rightarrow 30^\circ \quad z \rightarrow 10^\circ \quad y \rightarrow 30^\circ$$

$$y \rightarrow 30^\circ \quad z \rightarrow 10^\circ \quad x \rightarrow 30^\circ$$

- Leer D-H & explicación Cuaderno

Diseño

Cuniel Sanchez Hector David

Fecha??
22/01/2019

$$x = 60^\circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & -0.866 \\ 0 & 0.866 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$y = 30^\circ \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.866 \end{bmatrix}$$

$$x(y) = \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.296 \\ 0.47 & 0.866 & 0.17 \end{bmatrix}$$

$$z = 10^\circ \begin{bmatrix} 0.985 & -0.174 & 0 \\ 0.174 & 0.985 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z(x) = \begin{bmatrix} 0.337 & -0.060 & 0.94 \\ 0.688 & 0.350 & -0.296 \\ 0.312 & 0.935 & 0.171 \end{bmatrix}$$

$$x = 40^\circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.766 & -0.643 \\ 0 & 0.643 & 0.766 \end{bmatrix}$$

$$y = 10^\circ \begin{bmatrix} 0.985 & 0 & 0.174 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.174 & 0 & 0.985 \end{bmatrix}$$

$$x(y) = \begin{bmatrix} 0.985 & 0 & 0.174 \\ 0.112 & 0.766 & -0.633 \\ 0.133 & 0.643 & 0.754 \end{bmatrix}$$

$$x = 50^\circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.643 & 0.766 \\ 0 & 0.766 & 0.643 \end{bmatrix}$$

$$X(x) = \begin{bmatrix} 0.985 & 0 & 0.124 \\ 0.112 & 0.766 & 0.635 \\ 0.133 & 0.643 & 0.754 \end{bmatrix}$$

$$x = 20^\circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.940 & -0.343 \\ 0 & 0.343 & 0.940 \end{bmatrix}$$

$$Z = 18^\circ \begin{bmatrix} 0.951 & -0.309 & 0 \\ 0.309 & 0.951 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X(Z) = \begin{bmatrix} 0.951 & -0.309 & 0 \\ 0.290 & 0.844 & -0.343 \\ 0.105 & 0.326 & 0.940 \end{bmatrix}$$

$$x = 30^\circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.866 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.866 \end{bmatrix}$$

$$X(x) = \begin{bmatrix} 0.951 & -0.267 & 0.54 \\ 0.290 & 0.602 & -0.744 \\ 0.105 & 0.252 & 0.651 \end{bmatrix}$$

$$X=30^\circ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.866 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.866 \end{bmatrix} \quad Z=10^\circ = \begin{bmatrix} 0.985 & -0.174 & 0 \\ 0.174 & 0.985 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X(Z) = \begin{bmatrix} 0.985 & -0.174 & 0 \\ 0.150 & 0.853 & -0.5 \\ 0.087 & 0.492 & 0.866 \end{bmatrix} \quad Y=30^\circ = \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.866 \end{bmatrix}$$

$$Y(XZ) = \begin{bmatrix} 0.853 & -0.174 & 0.492 \\ 0.379 & 0.853 & 0.350 \\ 0.356 & 0.492 & 0.793 \end{bmatrix}$$

$$Y=30^\circ = \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.866 \end{bmatrix} \quad Z=10^\circ = \begin{bmatrix} 0.985 & -0.174 & 0 \\ 0.174 & 0.985 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y(Z) = \begin{bmatrix} 0.853 & -0.150 & 0.5 \\ 0.174 & 0.853 & 0 \\ 0.492 & 0.087 & 0.866 \end{bmatrix} \quad X=30^\circ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.866 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.866 \end{bmatrix}$$

$$X(YZ) = \begin{bmatrix} 0.853 & 0.120 & 0.508 \\ 0.174 & 0.853 & -0.162 \\ 0.492 & 0.508 & 0.706 \end{bmatrix}$$



$a_{i-1} \rightarrow$ distancia de Z_{i-1} a $Z_i \rightarrow$ la largo del eje x_{i-1}

$\alpha_{i-1} \rightarrow$ ángulo entre Z_{i-1} y $Z_i \rightarrow$ con respecto al eje x_{i-1}

$d_i \rightarrow$ distancia de x_{i-1} a $x_i \rightarrow$ la largo del eje Z_i

$\theta_i \rightarrow$ ángulo entre x_{i-1} y $x_i \rightarrow$ con respecto al Z_i

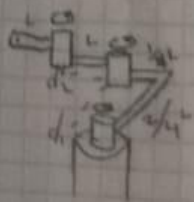
| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|-----|-----------|----------------|-------|------------|
| 1 | 0 | -90 | 0 | θ_1 |
| 2 | L_1 | 0 | 0 | θ_2 |
| 3 | L_2 | 0 | 0 | θ_3 |



| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|-----|-----------|----------------|-------|------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | θ_1 |
| 2 | L_1 | -90 | 0 | θ_2 |
| 3 | L_2 | 0 | 0 | θ_3 |



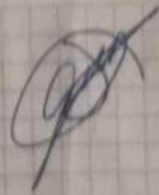
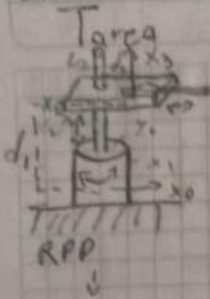
| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|-----|-----------|----------------|-------|------------|
| 1 | 0 | -90 | 0 | θ_1 |
| 2 | L_1 | 90 | d_1 | θ_2 |
| 3 | L_2 | -90 | 0 | θ_3 |



| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|-----|----------------|----------------|----------------|------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | θ_1 |
| 2 | $\frac{2}{4}L$ | 90 | $\frac{1}{4}L$ | θ_2 |
| 3 | L | 0 | d_2 | θ_3 |

Cuic Sanchez Hector David

12/02/2019



| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i | i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|-----|-----------|----------------|-------|------------|-----|-----------|----------------|-------|------------|
| 1 | 0 | 0 | d_1 | θ_1 | 1 | 0 | 0 | d_1 | θ_1 |
| 2 | 0 | 90° | d_2 | θ_2 | 2 | 0 | 90° | d_2 | θ_2 |
| 3 | L_1 | 0 | 0 | θ_3 | 3 | L_1 | -90° | 0 | θ_3 |

Cuvel Sanchez Hector David

13/02/2019

Calculo de matrices Homogeneas

$$T_{i-1}^i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & a_i & d_i \\ s\theta_i c\alpha_i & c\theta_i c\alpha_i & -s\alpha_i & d_i s\alpha_i \\ s\theta_i s\alpha_i & c\theta_i s\alpha_i & c\alpha_i & d_i c\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2$$

| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|---|-----------|----------------|-------|------------|
| 1 | 0 | -90° | 0 | θ_1 |
| 2 | L_1 | 0 | 0 | θ_2 |
| 3 | L_2 | 0 | 0 | θ_3 |

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & L_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & c(\theta_1) + c(\theta_1) * c(\theta_2) - s(\theta_1) * s(\theta_2) - 2c(\theta_1) * s(\theta_2) * s(\theta_3) * s(\theta_3) * c(\theta_3) \\ & + c(\theta_1) - s(\theta_1) * s(\theta_2) + s(\theta_1) - 2c(\theta_1) * c(\theta_2) * s(\theta_3) * s(\theta_3) * c(\theta_3) \\ & - s(\theta_1) * s(\theta_2) * s(\theta_3) + 1 + c(\theta_1) \end{aligned}$$

$$c(\theta_2) * s(\theta_3), c(\theta_3) + c(\theta_2) * c(\theta_3), 1, 0$$

$$\begin{aligned} & -s(\theta_1) + c(\theta_1)^2 - s(\theta_1)^2 - c(\theta_2) * c(\theta_2) * s(\theta_3) + c(\theta_1) * s(\theta_2) \\ & s(\theta_2) * c(\theta_2) * s(\theta_3) + c(\theta_1) * s(\theta_2) - 12 * c(\theta_2) * s(\theta_3) + \\ & c(\theta_1) * s(\theta_2) - 11 * s(\theta_3) \end{aligned}$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1$$

Amid Sanchez Heron David

12/07/2020

$$T_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & c(\theta_1) * c(\theta_2) + c(\theta) - (c(\theta) + s(\theta) * s(\theta_2) * c(\theta_2) + s(\theta) * \\ & - c(\theta) * c(\theta) + s(\theta_2) - c(\theta_2) * c(\theta) * s(\theta_2) - s(\theta) * \\ & c(\theta) + l_2 * c(\theta) * c(\theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s(\theta_1) * s(\theta_2) * s(\theta) - (s(\theta) + c(\theta) * s(\theta) * c(\theta_2) + s(\theta) * s(\theta_2) * \\ & s(\theta) - c(\theta_2) * c(\theta) + (c(\theta) * s(\theta_2) * s(\theta) + s(\theta) * s(\theta_2) - c(\theta) * \\ & - 1 * s(\theta) - l_2 * c(\theta) * s(\theta) \end{aligned}$$

Cristel Sanchez Hector David

13/07/2020

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & L_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & L_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_3 & -\cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) + (\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \sin(\theta_3)) \\ & \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \sin(\theta_3) \end{aligned}$$

$$- (\cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \cos(\theta_3) + \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) * \sin(\theta_3))$$

$$\begin{aligned} & \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) \\ & \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) \end{aligned}$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1$$

Guil Sanchez Hector David

13/02/2019

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 3/2 L \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

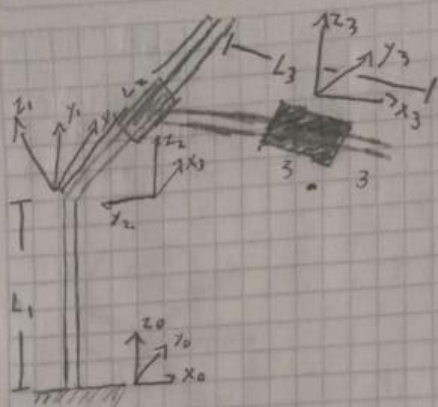
$$T_3^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & L_2 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$((\theta_1) * (\theta_2)) * (\theta) = ((\theta_1) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2), \cos(\theta_1) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) - (\theta_1) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) - (\theta_1) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2), 0, 1 * \sin(\theta_1))$$

$$\sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta) = ((\theta_1) * (\theta_2) * \sin(\theta), \cos(\theta_1) * ((\theta_2) * \sin(\theta)) - \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta) + \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta), 0, 1 * \sin(\theta))$$

$$((\theta_1) * \sin(\theta_1) + (\theta_2) * \sin(\theta_1), \cos(\theta_1) * ((\theta_2) * \sin(\theta_1) - (\theta_2) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2)), 0, 1 * \sin(\theta_1))$$

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 1$$



| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|-----|-----------|----------------|-------|------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | θ_1 |
| 2 | L_1 | -90 | 0 | θ_2 |
| 3 | L_2 | -90 | 0 | 0 |
| 4 | L_3 | 0 | 0 | 0 |

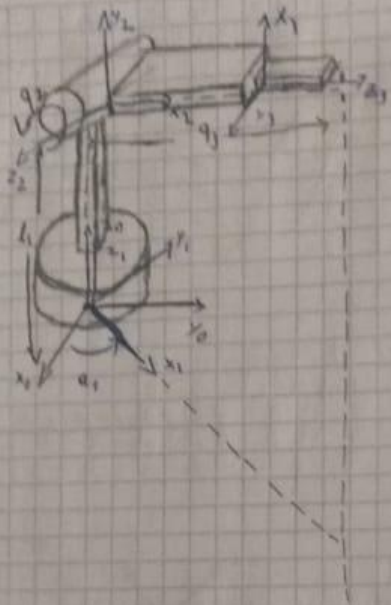
$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^0 = \begin{bmatrix} (\cos(\theta_1))(\cos(\theta_2)) & -(\cos(\theta_1))(\sin(\theta_2)) & 0 & L_1 + L_2 + L_3 \\ -(\sin(\theta_1))(\cos(\theta_2)) & -(\sin(\theta_1))(\sin(\theta_2)) & 0 & 0 \\ (\sin(\theta_1))(\cos(\theta_2)) & (\sin(\theta_1))(\sin(\theta_2)) & -1 & 0 \\ -(\cos(\theta_2)) & (\sin(\theta_2)) & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



| i | a_{i-1} | α_{i-1} | d_i | θ_i |
|---|-----------|----------------|-------|------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | q_1 |
| 2 | 0 | -90 | l_1 | q_2 |
| 3 | 0 | 90 | q_3 | 90 |

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin q_2 & -\cos q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

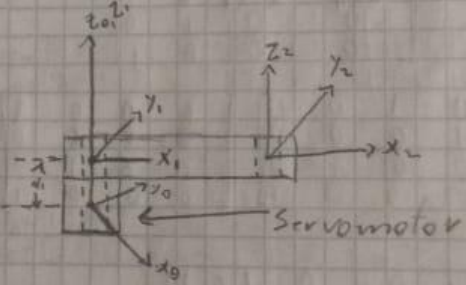
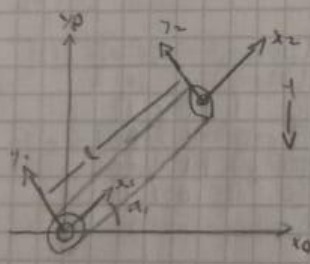
$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^0$$

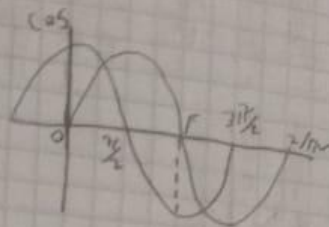
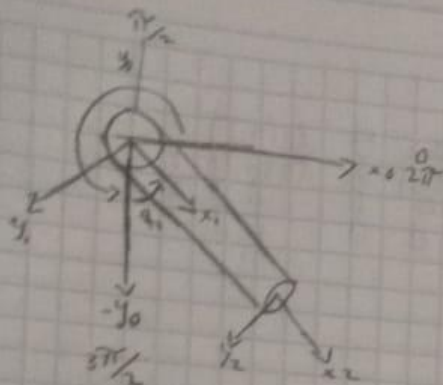
$$T_0^1 = \begin{bmatrix} c(q_1) & s(q_1) & 0 & 0 \\ s(q_1) & c(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^2 = \begin{bmatrix} c(q_1) & -s(q_1) & \theta & l_1 c(q_1) \\ s(q_1) & c(q_1) & 0 & l_1 s(q_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

| | a_i | α_i | d_i | θ_i |
|---|-------|------------|-------|------------|
| 1 | 0 | 0 | d_1 | q_1 |
| 2 | l_1 | 0 | 0 | 0 |

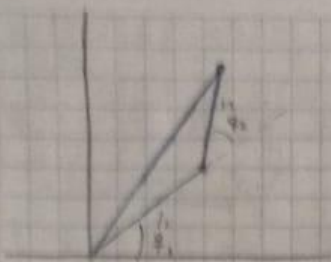




$$T_0'(3\pi/2) = \begin{bmatrix} \cos(3\pi/2) & -\sin(3\pi/2) & 0 & 0 \\ \sin(3\pi/2) & \cos(3\pi/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & l_1 \cos(q_1) \\ -\cos(q_1) & \sin(q_1) & 0 & l_1 \sin(q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{r}(q) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

equation diferencial

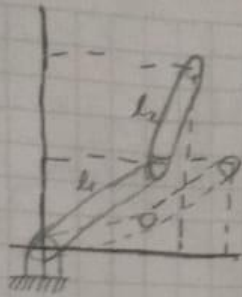
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{\partial \mathbf{r}(q)}{\partial (q)} \dot{q} \quad \text{ou}$$

$$\mathbf{J}(q) \frac{\partial \mathbf{r}(q)}{\partial (q)} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

e la determinante es $\det[\mathbf{J}(q)] = l_1 l_2 \sin(q_2)$ donde $\det[\mathbf{J}(q)] = 0$ para $q_2 = 0, \pm n\pi$

Uriel Sanchez Hector David



encontrar los angulos de posicion en posicion original
 $(4,6)$ $l_1=30$
 (x,y) $l_2=20$

| | | | |
|-----------|----------|-----------|-----------|
| $(3,8)$ | $(4,-1)$ | $(-5,3)$ | $(-8,-8)$ |
| $(-5,-2)$ | $(-2,1)$ | $(7,3)$ | |
| $(1,-3)$ | $(5,2)$ | $(-4,-3)$ | |
| $(-7,7)$ | $(2,-9)$ | $(-8,-3)$ | |
| $(8,3)$ | $(1,-5)$ | $(-1,1)$ | |
| $(1,-7)$ | $(-6,3)$ | $(-2,-8)$ | |
| $(-2,8)$ | $(7,-4)$ | $(-1,-9)$ | |
| $(3,-9)$ | $(-8,5)$ | $(-4,-1)$ | |
| $(-4,1)$ | $(9,-6)$ | $(-5,-2)$ | |
| $(5,-2)$ | $(-1,7)$ | $(-6,-3)$ | |

Practica #3

- Como programar y diseñar su robot con Ros
- Cinematica inversa y directa en Ros

Alester David Corriel Sanchez

25/03/20

Practice 2

$$5: (8, 5) (1, -5) (-1, 1)$$

$$q_2 = \frac{(1)^2 + (5)^2 - (30)^2 - (20)^2}{2(1)(30)(20)} = -1.02$$

$$\alpha_{\tan} = -45.63^\circ$$

$$q_1 = \alpha_{\tan} \left(\frac{1}{3} \right) - \alpha_{\tan} \left[\frac{(30) \sin(-45.63)}{(20) + (30) \cos(-45.63)} \right] = 97.06$$

$$(1, -5)$$

$$q_2 = \frac{(1)^2 + (-5)^2 - (30)^2 - (20)^2}{2(1)(30)(20)} = -1.06$$

$$\alpha_{\tan} = -46.66^\circ$$

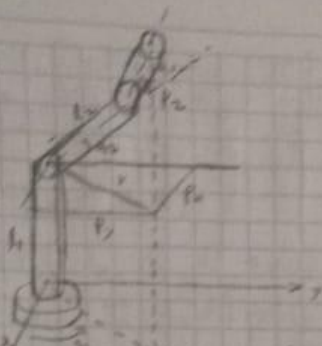
$$q_1 = \alpha_{\tan} \left(\frac{1}{3} \right) - \alpha_{\tan} \left[\frac{(30) \sin(-46.66)}{(20) + (30) \cos(-46.66)} \right] = 16.75^\circ$$

$$(-1, 1)$$

$$q_2 = \frac{(-1)^2 + (1)^2 - (30)^2 - (20)^2}{2(1)(30)(20)} = -1.08$$

$$\alpha_{\tan} = -47.20^\circ$$

$$q_1 = \alpha_{\tan} \left(\frac{-1}{1} \right) - \alpha_{\tan} \left[\frac{(30) \sin(-47.20)}{(20) + (30) \cos(-47.20)} \right] = 16.39^\circ$$



Datos: P_x, P_y, P_z donde se quiere obtener el extremo del brazo
Método geométrico.

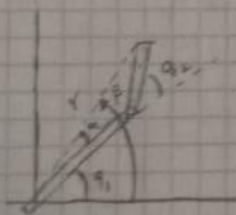
$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_1^2 - l_2^2}{2 l_1 l_2}$$

$$\sin \theta_2 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}$$

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}}{\cos \theta_2}\right)$$

Para θ_2



$$\theta_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$= \frac{P_y}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_2 \sin \theta_1}{l_2 + l_1 \cos \theta_1}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{P_z}{\pm \sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{l_2 \sin \theta_1}{l_2 + l_1 \cos \theta_1}\right)$$

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^1 = \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & -S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2$$

$(A_1^0)^{-1} T_3^0 A_2^1 A_3^2 \rightarrow$ despejamos q_1

$$(A_1^0)^{-1} T_3^0 A_2^1 A_3^2 \rightarrow \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_2 & q_2 & a_2 & p_2 \\ m_2 & q_2 & a_2 & p_2 \\ h_2 & q_2 & a_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{q_1} & S_{q_1} & 0 & 0 \\ -S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_2 & q_2 & a_2 & p_2 \\ m_2 & q_2 & a_2 & p_2 \\ h_2 & q_2 & a_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & S_{q_2} & S_{q_2} q_3 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & C_{q_2} q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-p_x S_{q_1} + p_y C_{q_1} = 0 \Rightarrow \frac{S_{q_1}}{C_{q_1}} = \frac{p_y}{p_x} \Rightarrow q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

$$A_2^T (A_1^T)^{-1} T_m^0 = A_2^T \rightarrow \text{despejamos } q_2 \text{ y } q_3$$

$$A_2^T (A_1^T)^{-1} T_m^0 = A_2^T A_3^T \rightarrow \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_1 \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} n_x & a_x & a_z & p_x \\ n_y & 0 & a_y & p_y \\ n_z & 0 & 0 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{q_2} & S_{q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_{q_2} & C_{q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{q_1} & S_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 \\ -S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & a_x & a_z & p_x \\ n_y & 0 & a_y & p_y \\ n_z & 0 & 0 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A_2^T)^{-1} (A_1^T)^{-1} T_m^0 = \begin{bmatrix} C_{q_2} C_{q_1} & C_{q_2} S_{q_1} & S_{q_2} & -L_1 S_{q_2} \\ -S_{q_2} C_{q_1} & -S_{q_2} S_{q_1} & C_{q_2} & -L_1 C_{q_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & a_x & a_z & p_x \\ n_y & 0 & a_y & p_y \\ n_z & 0 & 0 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p_x C_{q_2} C_{q_1} + p_y S_{q_2} C_{q_2} + p_z S_{q_2} - L_1 S_{q_2} = 0 \Rightarrow \frac{S_{q_2}}{C_{q_2}} = \frac{p_x C_{q_1} + p_y S_{q_1}}{p_z - L_1}$$

$$\Rightarrow q_2 = \arctan \left(- \frac{p_x C_{q_1} + p_y S_{q_1}}{p_z - L_1} \right)$$

$$-S_{q_2} C_{q_1} p_z - S_{q_2} S_{q_1} p_y + p_z C_{q_2} - L_1 C_{q_2} = q_3 \Rightarrow q_3$$

$$= (q_2 (p_z - L_1) - S_{q_2} (C_{q_1} p_z + S_{q_1} p_y))$$

Hector David Curiel Sanchez

08/09/2019

Practica 3: Paquete de ROS

Controladores de posición

ALL-Index

Cartesian-imag

Controlador de posición: Controlador de manera simultanea los grados de movimientos de la pieza

Acc-Index: Es para la configuración de las herramientas pequeñas del cartesiano se utiliza en la navegación y manipulación de estas.

Cartesian-imag: Contiene las coordenadas (X, Y, Z) , este nos sirve para el robot cartesiano. Es cambiar variables para controlar los movimientos.