

7 Tipos de juego en mercados financieros.

Formulación matemática de interacciones estratégicas en sistemas de trading basada en Teoría de Juegos.

◆ 1. Juegos Cooperativos vs. No Cooperativos

- **Cooperativos:** Los traders pueden formar coaliciones para maximizar beneficios conjuntos.
- **No cooperativos:** Cada trader actúa de forma individual optimizando su estrategia.

✓ Modelización matemática:

Un **juego cooperativo** se representa con una función característica:

$$v : 2^N \rightarrow \mathbb{R}$$

Donde $v(S)$ es el beneficio total de la coalición $S \subseteq N$.

Ejemplo en trading cooperativo con N traders:

$$v(S) = \sum_{i \in S} \pi_i + \alpha |S|$$

(donde π_i es la ganancia de cada trader y α es un beneficio extra por colaboración).

Un **juego no cooperativo** se representa con estrategias s_i y funciones de pago $u_i(s)$:

$$u_i(s_1, s_2, \dots, s_N) = f(s_i, s_{-i})$$

Cada trader busca maximizar su utilidad individual sin formar coaliciones.

◆ 2. Juegos de Suma Cero vs. No Suma Cero

- **Suma Cero:** Lo que un trader gana, otro lo pierde.
- **No Suma Cero:** Todos pueden ganar o perder juntos.

✓ Modelización matemática:

En un juego de suma cero para N traders:

$$\sum_{i=1}^N u_i(s) = 0$$

Ejemplo en trading: Si un trader compra y otro vende, la ganancia de uno es la pérdida del otro:

$$u_1(s) + u_2(s) + \dots + u_N(s) = 0$$

Para juegos no suma cero:

$$\sum_{i=1}^N u_i(s) \neq 0$$

Ejemplo: Un grupo de traders colabora para encontrar arbitrajes y todos se benefician.

◆ 3. Juegos Estáticos vs. Dinámicos

- **Estáticos:** Todos los traders toman decisiones simultáneamente.
- **Dinámicos:** Las decisiones se toman en secuencia.

✓ Modelización matemática:

En un juego **estático de Nash** para N traders:

$$s_i^* = \arg \max_{s_i} u_i(s_i, s_{-i})$$

En un juego **dinámico**, se usa un proceso de Bellman para modelar decisiones secuenciales:

$$V(s_t) = \max_{a_t} \left(R(s_t, a_t) + \gamma \sum_{s_{t+1}} P(s_{t+1}|s_t, a_t) V(s_{t+1}) \right)$$

Ejemplo en trading:

- **Estático:** Todos los traders colocan órdenes al mismo tiempo sin saber qué hará el otro.
- **Dinámico:** Un trader espera a ver cómo se mueven los precios antes de operar.

◆ 4. Juegos de Información Perfecta vs. Imperfecta

- **Perfecta:** Todos los traders ven la misma información.
- **Imperfecta:** Algunos traders tienen información privada.

✓ Modelización matemática:

Un juego de información **perfecta** se modela con funciones de utilidad directas:

$$u_i(s) = f(s_i, s_{-i})$$

Un juego de información **imperfecta** usa expectativas sobre la información oculta:

$$E[u_i] = \sum_{s \in S} P(s) u_i(s)$$

Ejemplo en trading:

- **Perfecta:** Un mercado descentralizado donde todos ven el order book.
- **Imperfecta:** Un trader tiene información privilegiada sobre órdenes de alto volumen.

◆ 5. Juegos Simétricos vs. Asimétricos

- **Simétricos:** Todos los traders tienen las mismas estrategias disponibles.
- **Asimétricos:** Algunos traders tienen ventajas estructurales.

✓ **Modelización matemática:**

Un juego **simétrico** satisface:

$$u_i(s_i, s_{-i}) = u_j(s_j, s_{-j}) \quad \forall i, j \in N$$

Ejemplo: Dos traders con el mismo acceso al mercado y herramientas de trading.

Un juego **asimétrico** tiene:

$$u_i(s_i, s_{-i}) \neq u_j(s_j, s_{-j})$$

Ejemplo: Un market maker vs. traders minoristas con menos acceso a datos.

◆ 6. Juegos Bayesianos (Información Incompleta)

Cada trader tiene incertidumbre sobre las estrategias de los otros.

✓ **Modelización matemática:**

Se usa la utilidad esperada condicionada a la información disponible:

$$E[u_i|\theta_i] = \sum_{\theta_{-i}} P(\theta_{-i}|\theta_i) u_i(s_i, s_{-i}, \theta_i, \theta_{-i})$$

Ejemplo en trading:

Un trader ve un cambio en el volumen de órdenes y estima si es una oportunidad o una trampa en función de la liquidez.

◆ 7. Juegos Evolutivos

Los traders adaptan sus estrategias con el tiempo.

✓ **Modelización matemática:**

Se usa la ecuación replicadora para modelar la evolución de estrategias:

$$\dot{x}_i = x_i (f_i(x) - \bar{f}(x))$$

Ejemplo en trading:

Un trader ajusta su algoritmo basado en el rendimiento pasado y las estrategias exitosas de otros.