

# FISICA II

## Electromagnetismo

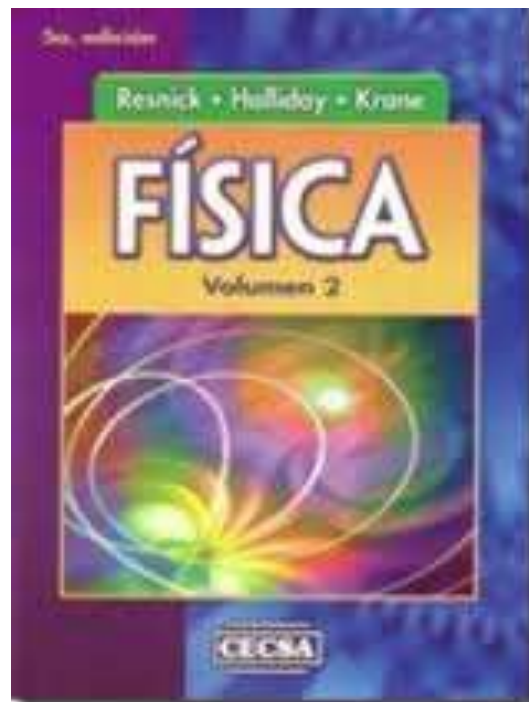
Héctor Miguel

Palomares Maldonado

# Solución a problemas Seleccionados

Resnick - Hollyday - Kraane

Volumen 2 quinta edición



Héctor Palomares

1.- En el golpe de vuelta de un rayo típico una corriente de  $25 \times 10^4 \text{ C} / \text{s}$  fluye durante  $20 \mu\text{s}$  ¿Cuánta carga se transfiere en este fenómeno?

$$(25 \times 10^4 \text{ C} / \text{s})(20 \times 10^{-6} \text{ s}) = 5 \text{ C}$$

2.- ¿Cuál debe ser la distancia entre una carga puntual  $q_1 = 26.3 \mu\text{C}$  y la otra  $q_2 = 47.1 \mu\text{C}$  para que la fuerza eléctrica atractiva entre ellas que tenga una magnitud  $5.66 \text{ N}$ ?

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad r = \sqrt{\frac{(8.99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2})(26.3 \times 10^{-6} \text{ C})(47.1 \times 10^{-7} \text{ C})}{5.66 \text{ N}}} \quad r = \sqrt{\frac{11.1361 \text{ Nm}^2}{5.66 \text{ N}}} \quad r = 1.4 \text{ m}$$

3.- Una carga puntual de  $+3.12 \times 10^{-6} \text{ C}$  se halla a  $12.3 \text{ cm}$  de una segunda carga puntual de  $1.48 \times 10^{-6} \text{ C}$  calcule la agnitud de la fuerza entre ambas

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad F = 8.99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{4.6176 \times 10^{-12} \text{ C}^2}{0.015129 \text{ m}^2} \quad F = 2.74 \text{ N}$$

$$F = 8.99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(3.12 \times 10^{-6} \text{ C})(1.48 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.123 \text{ m})^2}$$

4.- Se libera del reposo dos partículas de la misma carga sostenidas a  $3.20 \text{ mm}$  de distancia entre sí. La aceleración de la primera partícula es  $7.22 \text{ m/s}^2$  y la segunda es de  $9.16 \text{ m/s}^2$  la masa de la primera es de  $6.31 \times 10^{-7} \text{ kg}$  calcule

a) la masa de la segunda partícula

b) la magnitud de la carga común

$$|F_1| = |F_2| \quad F = ma$$

$$m_2 a_2 = m_1 a_1 \quad F = (6.31 \times 10^{-7} \text{ kg})(7.22 \text{ m/s}^2)$$

$$m_2 = \frac{(6.31 \times 10^{-7} \text{ kg})(7.22 \text{ m/s}^2)}{9.16 \text{ m/s}^2} \quad F = 4.55582 \times 10^{-6}$$

$$m_2 = 4.97360262 \times 10^{-7} \text{ kg} \quad F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\frac{Fr^2}{k} = q^2$$

$$q = \sqrt{\frac{(6.31 \times 10^{-7} \text{ kg})(7.22 \text{ m/s}^2)(3.2 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2}}$$

$$7.20 \times 10^{-11} \text{ C}$$

5.- En la figura muestra dos cargas  $q_1$  y  $q_2$  mantenidas fijas y separadas por una distancia  $d$

A) Determine la intensidad de la fuerza eléctrica que actúa sobre  $q_1$ . Suponga que  $q_1 = q_2 = 21.3 \mu\text{C}$  y  $d = 1.52 \text{ m}$

B) se introduce una tercera carga  $q_3 = 21.3 \mu\text{C}$  Y se coloca como se indica en la figura encuentre la intensidad de la fuerza eléctrica que ahora opera en  $q_1$

A)

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = \left( 8.99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right) \left( \frac{(21.3 \times 10^{-6} \text{C})^2}{1.52 \text{m}} \right)$$

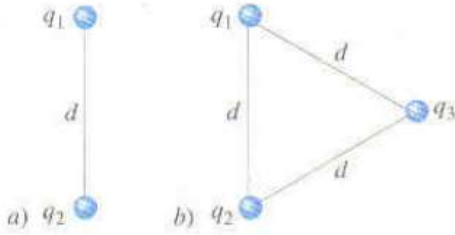
$$F = 1.765353662 \text{N}$$

$$F_{\text{net}}^2 = F_{12}^2 + F_{13}^2 - 2F_{12}F_{13} \cos \theta$$

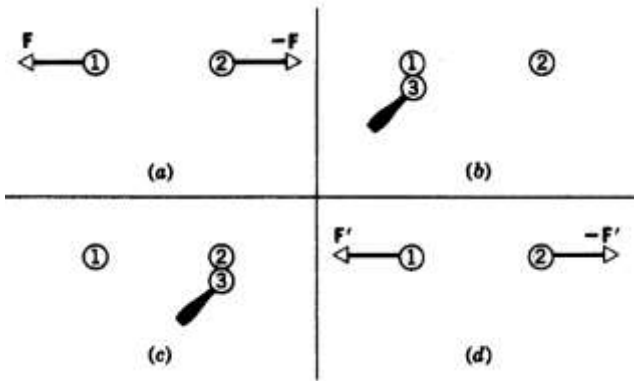
$$F_{\text{net}}^2 = (1.77 \text{N})^2 + (1.77 \text{N})^2 - 2(1.77 \text{N})(1.77 \text{N})(\cos 120)$$

$$F_{\text{net}}^2 = 9.40 \text{N}^2$$

$$F_{\text{net}} = 3.07 \text{N}$$



6.- Dos esferas conductoras idénticas 1 y 2 portan igual cantidad de carga y están fijas y separadas a una distancia grande en comparación con su diámetro. se repelen una a otra con una fuerza eléctrica de 88mN. Suponga ahora que una tercera esfera idéntica 3, que tiene un mango aislante e inicialmente sin carga, es puesta en contacto con la esfera 1, luego con la esfera 2 y que finalmente se separan. Calcule la fuerza entre las esferas 1 y 2



$$q_1 = \frac{q}{2} \quad q_2 = \frac{3q}{4}$$

$$q_1 q_2 = Q$$

$$\left( \frac{q}{2} \right) \left( \frac{3q}{4} \right) = \frac{3q^2}{8}$$

$$F_f = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \rightarrow F = k \frac{3q^2}{8r^2}$$

$$F = k \frac{Q^2}{r^2}$$

$$Q^2 = \frac{Fr^2}{k}$$

$$F_f = \frac{3Fr^2}{8r^2}$$

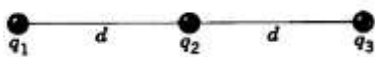
$$F_f = \frac{3(88 \times 10^{-3} \text{N})}{8}$$

$$F_f = k \frac{8k}{r^2}$$

$$F_f = \frac{3F}{8}$$

$$F_f = 0.033 \text{N}$$

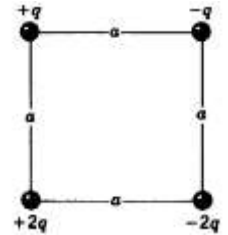
7.- Tres partículas cargadas se encuentran en una línea recta por una distancia d como se ve en la figura se mantienen fijas carga q1 y q2. La carga q3 que puede moverse libremente esta en equilibrio bajo la acción de las fuerzas eléctricas obtenga q1 en función de q2



$$F_{31} = k \frac{q_3 q_1}{(2d)^2} \quad F_{31} = -F_{23} \quad \frac{q_1}{4} = -q_2$$

$$F_{32} = k \frac{q_3 q_2}{d^2} \quad k \frac{q_3 q_1}{2d^2} = -k \frac{q_3 q_2}{d^2} \quad q_1 = -4q_2$$

8.- a) Encuentre los componentes horizontales b) Los componentes verticales de la fuerza eléctrica resultante que operan sobre la carga en el Angulo suponga que  $q = 1.13 \mu C$  y  $a = 15.2$  cm. Las cargas se hallan en reposo



$$F_x = k \frac{(q)(2q)}{(\sqrt{2}a)^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} \right)$$

$$F_x = k \frac{q\sqrt{2}}{2a^2} i$$

$$F_y = k \frac{(q)(2q)}{(\sqrt{2}a)^2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \right)$$

$$F_y = k \frac{q\sqrt{2}}{2a^2} j$$

$$F_x = -k \frac{(q)(2q)}{a^2} j + k \frac{q^2 \sqrt{2}}{2a^2} j$$

$$F_x = -\frac{k4q^2 + kq^2 \sqrt{2}}{2a^2} = \frac{kq^2 \left( -2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}{a^2} j$$

$$F_x = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)(1.13 \times 10^{-6}) \left( -2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}{(0.152 \text{ m})^2} i$$

$$F_x = -0.6 \text{ N} j$$

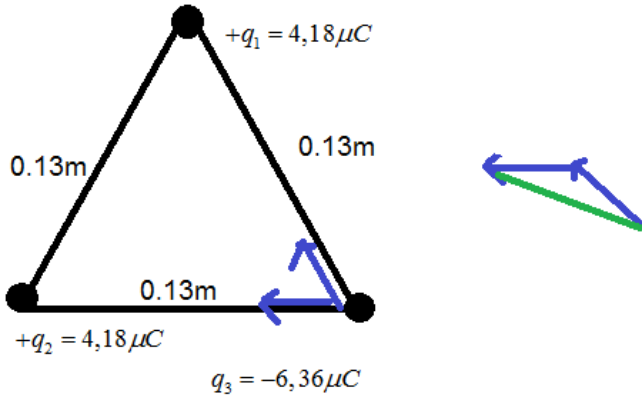
$$F_x = k \frac{(2q)(2q)}{a^2} i + k \frac{q^2 \sqrt{2}}{2a^2} i$$

$$F_x = \frac{k6q^2 + kq^2 \sqrt{2}}{2a^2} = \frac{kq^2 \left( 4 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}{a^2} i$$

$$F_x = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)(1.13 \times 10^{-6}) \left( 4 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}{(0.152 \text{ m})^2} i$$

$$F_x = 2.3 \text{ N} i$$

9.- Dos cargas positivas de  $4.18 \mu C$  cada una y una carga negativa  $-6.36 \mu C$  están fijas en los vértices de un triángulo equilátero cuyos lados miden 13.0cm calcule la fuerza eléctrica que opera sobre la carga negativa



$$F_{32} = k \frac{q_2 q_1}{r^2} \hat{r}$$

$$F_{32} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(4.18 \times 10^{-6} C)(6.36 \times 10^{-6} C)}{(0.13m)^2} (-1, 0)$$

$$F_{32} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{2.65848 \times 10^{-11} C^2}{0.0163m^2} (-1, 0)$$

$$F_{32} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (1.630969325 \times 10^{-10} \frac{C^2}{m^2}) (-1, 0)$$

$$F_{32} = -1.466241423N$$

$$F_{31} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(4.18 \times 10^{-6} C)(6.36 \times 10^{-6} C)}{(0.13m)^2} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$F_{31} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{2.65848 \times 10^{-11} C^2}{0.0163m^2} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$F_{31} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (1.630969325 \times 10^{-10} \frac{C^2}{m^2}) \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$F_{31} = (-1.26980232i, 0.733107115j)N$$

$$F = -2,736043743i + 0.733107115j$$

10.- Dos esferas pequeñas presentan carga positiva siendo de  $56.2\mu C$  la carga total y se repelen entre si con una fuerza  $1.19N$  Cuando se hallan a  $1.94m$  de distancia de una a la otra calcule la carga de ambas

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$q_1 q_2 = \frac{F r^2}{k}$$

$$q_1 q_2 = \frac{(1.19N)(1.94m)^2}{8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}$$

$$q_1 q_2 = \frac{(1.19N)(3.7636m^2)}{8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}$$

$$q_1 q_2 = \frac{4.478684Nm^2}{8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}$$

$$q_1 q_2 = 4.981850945 \times 10^{-10} C^2$$

$$q_1 q_2 = 4.98 \times 10^{-10} C^2$$

$$q_1 = \frac{4.98 \times 10^{-10} C^2}{q_2}$$

$$q_1 + q_2 = Q$$

$$\left( \frac{4.98 \times 10^{-10} C^2}{q_2} \right) + q_2 = 56.2 \times 10^{-6}$$

$$4.98 \times 10^{-10} C^2 + (q_2)^2 = 56.2 \times 10^{-6} q_2$$

$$q_2^2 - 56.2 \times 10^{-6} q_2 + 4.98 \times 10^{-10} C$$

$$q_2^2 - 56.2 \times 10^{-6} + 4.98 \times 10^{-10}$$

$$q_2 = \frac{56.2 \times 10^{-6} \pm \sqrt{(-56.2 \times 10^{-6})^2 - 4(4.98 \times 10^{-10})}}{2}$$

$$q_2 = \frac{56.2 \times 10^{-6} \pm \sqrt{(3.15844 \times 10^{-9}) - (1.992 \times 10^{-9})}}{2}$$

$$q_2 = \frac{56.2 \times 10^{-6} \pm \sqrt{1.16644 \times 10^{-9}}}{2}$$

$$q_2 = \frac{56.2 \times 10^{-6} \pm 3.415318433 \times 10^{-5}}{2}$$

$$q_2 = 9.035318433 \times 10^{-5}$$

$$q_2 = 2.2046811567 \times 10^{-5}$$

11.- Dos cargas fijas  $1.07\mu C$  y  $-3.28\mu C$  se hallan a una distancia de  $61.8m$ . ¿Dónde puede encontrarse una tercera carga de modo que la fuerza neta no opere sobre ella?

si  $r_{31} = \pm r_{32} \Leftrightarrow q_3$  debe ser

colineal con  $Q_1$  y  $Q_2$

$$F_{31} = k \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2}$$

$$F_{32} = k \frac{q_2 q_3}{r_{32}^2}$$

$$F_{31} = -F_{32}$$

$$k \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} = -k \frac{q_2 q_3}{r_{32}^2}$$

$$\frac{q_1}{r_{31}^2} = \frac{q_2}{r_{32}^2}$$

$$\frac{1.07 \times 10^{-6}}{r_{31}^2} = -\frac{-3.28 \times 10^{-6}}{r_{32}^2}$$

dividimos  $1.07 \times 10^{-6}$

$$r_{32}^2 = (3.07) r_{31}^2$$

y de manera que  $q_3$  este mas cerca de  $q_1$

de lo que esta  $q_2$

$$r_{32} = r_{31} + r_{12}$$

$$r_{31} + 0.618$$

$$r_{31} + 0.618m = \sqrt{3.07} r_{31}$$

$$0.618m = \sqrt{3.07} r_{31} - r_{31}$$

$$0.618m = 0.752 r_{31}$$

$$\frac{0.618m}{0.752} = r_{31}$$

$$0.822 = r_{31}$$

12.- Tres bolas pequeñas con un masa de 13.3g cada una estan colgadas en un punto en comun de hilos de seda que mide 1.17 m de largo tienen la misma carga y cuelgan en las esquinas de un triangulo equilatero de 15.3 cm determine la carga de cada una

sólo el componente a lo largo de la bisectriz es de interés. Esto significa que

por este termino

$$2 \cos(30) = 1.73$$

la fuerza neta sobre

cualquier carga es

$$F = 1.73k \frac{q^2}{a^2}$$

longitud de un bisectriz del angulo

$$d = a \cos 30$$

$$x, x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (d-x)^2$$

$$x = \frac{a^2}{8d} + \frac{d}{2}$$

$$x = 0.644a$$

$$\sin \theta = \frac{x}{1.17} = \frac{(0.644)(0.153m)}{1.17m} = 0.0842$$

$$\tan \theta = \frac{F_e}{F_G}$$

$$F_e = F_G \tan \theta$$

$$1.73K \frac{q^2}{r^2} = mg \tan \theta$$

$$q^2 = \frac{mg \tan \theta r^2}{1.73k}$$

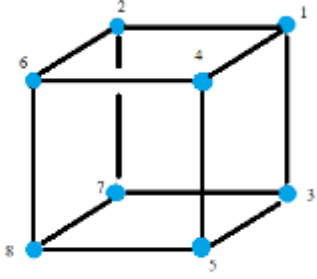
$$q = \sqrt{\frac{(0.0133kg)(9.8m/s^2)[\tan(4.83)](0.153m^2)}{1.73(8.99 \times 10^9 Nm^2/C^2)}}$$

$$q = 1.29 \times 10^{-7}$$

13.- Un cubo de borde  $a$  lleva una carga puntual  $q$  en cada esquina. Demuestre que la fuerza eléctrica resultante en cualquiera de las cargas está dada por:



$$F = \frac{0.262q^2}{\epsilon_0 a^2}$$



$$\vec{F}_{12} = k \frac{q^2}{a^2} \vec{i} \quad \vec{F}_{15} = k \frac{q^2}{2a^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k} \right)$$

$$\vec{F}_{13} = k \frac{q^2}{a^2} \vec{j} \quad \vec{F}_{16} = k \frac{q^2}{2a^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k} \right)$$

$$\vec{F}_{14} = k \frac{q^2}{a^2} \vec{k} \quad \vec{F}_{17} = k \frac{q^2}{2a^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} \right)$$

$$\vec{F}_{18} = k \frac{q^2}{3a^2} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{k} \right)$$

Suma de componentes

Componentes en i

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{16} + \vec{F}_{17} + \vec{F}_{18} = k \frac{q^2}{a^2} \left( 1 + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} \right)$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{16} + \vec{F}_{17} + \vec{F}_{18} = k \frac{q^2}{a^2} (1.90)$$

Componentes en j

$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{15} + \vec{F}_{17} + \vec{F}_{18} = k \frac{q^2}{a^2} \left( 1 + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} \right)$$

$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{15} + \vec{F}_{17} + \vec{F}_{18} = k \frac{q^2}{a^2} (1.90)$$

Componentes en K

$$\vec{F}_{14} + \vec{F}_{15} + \vec{F}_{16} + \vec{F}_{18} = k \frac{q^2}{a^2} \left( 1 + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} \right)$$

$$\vec{F}_{14} + \vec{F}_{15} + \vec{F}_{16} + \vec{F}_{18} = k \frac{q^2}{a^2} (1.90)$$

$$|F| = \frac{q^2}{\epsilon_0 a^2} \sqrt{\left( \frac{1.90}{4\pi} \right)^2 + \left( \frac{1.90}{4\pi} \right)^2 + \left( \frac{1.90}{4\pi} \right)^2}$$

$$F = \frac{0.262q^2}{\epsilon_0 a^2}$$

14.- La ecuación 25-15 se obtuvo suponiendo que la carga  $q_0$  se encuentra en el eje positivo  $y$

a) ¿conserva su validez está en el eje negativo  $y$ ? explique su respuesta

b) escriba una ecuación similar a la 25-15, si la carga puntual  $q_0$  se halla ahora en el eje positivo o negativo de las  $x$

c) escriba una ecuación en forma de componentes vectoriales de la fuerza, cuando  $q_0$  está a una distancia de la varilla en la línea de  $45^\circ$  que bisecta en los ejes “ $x$  y” positivos

d) Escriba una ecuación en forma de componentes vectoriales que indique la fuerza cuando  $q_0$  se encuentra en un punto arbitrario “ $x, y$ ” en algún lugar del plano  $xy$  compruebe que los componentes tienen los signos correctos cuando el punto  $x, y$  están en cada uno de los cuatro cuadrantes.

Respuestas:

a) si conserva su validez, es la misma fuerza pero de sentido contrario porque las magnitudes de las cargas y las distancias no cambian

$$b) F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{x \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{4}}}$$

$$c) \vec{F}_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{d \sqrt{d^2 + \frac{L^2}{4}}}$$

$$\vec{F}_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x q_0 q}{\left(x^2 + y^2 + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}}$$

$$d) \vec{F}_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{y q_0 q}{\left(x^2 + y^2 + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}}$$

15.- comenzando con la ecuación 25 – 16, escriba una ecuación en forma vectorial que indique la fuerza cuando  $q_0$  se halla en el eje positivo o negativo  $z$  del anillo de la carga  
haga lo mismo con el disco de carga, empleando la ecuación 25 -17.

$$a) \vec{F}_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{z^2 + R^2} \left( \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$$

16.- obtenga la fuerza que actúa sobre una carga puntual positiva  $q$  situada a una distancia  $x$  del extremo de una varilla de longitud  $L$  con una carga positiva  $Q$  distribuida uniformemente



$$F_y = \int dF_y \quad F_y = \int_x^{x+L} k \frac{q_0 Q}{r^2 L} dr$$

$$F_y = \int_x^{x+L} k \frac{q_0 dq}{r^2} dr \quad F_y = k \frac{q_0 Q}{L} \int_x^{x+L} \frac{dr}{r^2} \quad F_y = k \frac{q_0 Q}{L} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+L} \right)$$

$$\text{pero: } dq = \frac{Q}{L} \quad F_y = k \frac{q_0 Q}{L} \int_x^{x+L} r^{-2}$$

17.- Considere una varilla y una carga  $q_0$  como en el problema anterior donde colocaría usted la segunda carga puntual  $q$  (igual al de la varilla) para que  $q_0$  este en equilibrio (no tenga en cuenta la gravedad Resuelve el problema  
a) que  $q$  sea positiva  
b) que sea negativa

si  $q = Q$  sera a la derecha  $k \frac{q_0 Q}{L} \left( \frac{L}{x(x+L)} \right) = k \frac{q_0 Q}{r^2}$   
 si  $q = -Q$  sera a la izquierda

$$k \frac{q_0 Q}{L} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+L} \right) = k \frac{q_0 Q}{r^2} \quad k \frac{q_0 Q}{x(x+L)} = k \frac{q_0 Q}{r^2} \quad r = \sqrt{x(x+L)}$$

$$k \frac{q_0 Q}{L} \left( \frac{x+L-x}{x(x+L)} \right) = k \frac{q_0 Q}{r^2} \quad \frac{1}{x(x+L)} = \frac{1}{r^2}$$

18.- demuestre que el equilibrio de  $q_0$  en el ejercicio 17 es inestable (sugerencia en este problema puede resolverse con argumentos de simetría y en realidad requiere de pocas operaciones matemáticas) Si las cargas son positivas luego de pasar  $q_0$  eje dará como resultado una fuerza neta hacia fuera del eje.

y causa que sea inestable. Si  $q = -Q$  entonces ambos  $q$  y  $Q$  están en el mismo lado de  $q_0$ . Acercándose a  $q$  dará lugar a la Fuerza de atracción crece más rápidamente que la fuerza de repulsión, por lo  $q_0$  se alejará de equilibrio Suponga que la varilla de la figura 25 – 11 tiene una densidad uniforme de carga positiva  $\lambda$  en su mitad superior y una densidad de carga uniforme  $-\lambda$  en su mitad inferior. Calcule la fuerza neta que opera sobre la carga puntual  $q_0$

$$dF_x = k \frac{q_0 dq}{r^2} \sin \theta \quad F_x = \frac{q_0 \lambda}{2\pi \epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dz}{(y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$dF_x = k \frac{q_0 dq}{z^2 + y^2} \frac{y}{\sqrt{z^2 + y^2}} \quad F_x = \frac{q_0 \lambda}{2\pi \epsilon_0} \int_0^{L/2} (y^2 + z^2)^{-3/2}$$

$$dF_x = k \frac{y q_0 dq}{(z^2 + y^2)^{3/2}} \quad F_x = \frac{q_0 \lambda}{2\pi \epsilon_0} \int_0^{L/2} (y^2 + z^2)^{-1/2}$$

$$F_x = \frac{q_0 \lambda}{4\pi \epsilon_0} \left[ \int_{-L/2}^0 \frac{-z dz}{(z^2 + y^2)^{3/2}} + \int_0^{L/2} \frac{z dz}{(z^2 + y^2)^{3/2}} \right] \quad F_x = \frac{q_0 \lambda}{2\pi \epsilon_0} \frac{-1}{\sqrt{y^2 + z^2}} \Big|_0^{L/2}$$

$$F_x = \frac{q_0 \lambda}{2\pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{y^2 + (L/2)^2} \right)$$

19.- Cuatro varillas cargadas forman los lados de un cuadrado en el plano horizontal (xy). Tienen una longitud de 25.0cm y transportan una carga positiva  $Q$  distribuida uniformemente. Una esfera pequeña que puede considerarse una carga puntual de masa  $3.46 \times 10^{-4}$  y otra  $q = 2.45 \times 10^{-12}$

se hallan en equilibrio y a una distancia  $z = 21.4 \text{ cm}$  por encima del centro del cuadrado. Determine el valor de  $Q$

$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r\sqrt{r^2 + L/4}}$$

$$F_x = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{qQz}{r^2\sqrt{r^2 + L/4}}$$

$$\text{sabiendo que } r^2 = z^2 + \frac{L^2}{4}$$

$$\text{en el eje } z: F_z = \frac{F_z}{r}$$

$$F_x = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{qQz}{r^2\sqrt{r^2 + L/4}}$$

$$F_x = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{qQz}{\left(z^2 + \frac{L^2}{4}\right)\sqrt{z^2 + \frac{L^2}{2}}}$$

$$Q = \frac{\pi\epsilon_0 \left(Z^2 + \frac{L^2}{4}\right) \left(\sqrt{z^2 + \frac{L^2}{2}}\right) mg}{qz}$$

$$Q = \frac{\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2) \left((0.214\text{m})^2 + \frac{(0.25\text{m})^2}{4}\right) \left(\sqrt{(0.214\text{m})^2 + \frac{(0.25\text{m})^2}{2}}\right) (3.46 \times 10^{-7} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(2.45 \times 10^{-12} \text{ C})(0.214\text{m})}$$

$$Q = 3.07 \times 10^{-6} \text{ C}$$

### PROBLEMAS

1.- Dos esferas conductoras idénticas, con carga de signo opuesto, se atraen entre si con una fuerza de 0.108 N cuando las separa una distancia de 50.0cm. de repente las conecta un alambre conductor delgado, que después se quita; después de eso las esferas se repelen con una fuerza de 0.036 N ¿Cuál era su carga inicial?

$$q_1 - q_2 = 2Q$$

$$q_1 - q_2 = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$q_1 q_2 = \frac{F r^2}{K}$$

$$q_1 q_2 = \frac{(0.108 \text{ N})(0.5\text{m})^2}{8.99 \times 10^9}$$

$$q_1 q_2 = 3 \times 10^{-12}$$

suponemos

$$|q_1| > |q_2|$$

la carga se conserva

$$Q_i = Q_f$$

$$q_1 - q_2 = 2Q$$

$$F_f = k \frac{Q^2}{r^2}$$

$$Q^2 = \frac{F_f r^2}{k}$$

$$Q = \sqrt{\frac{(0.5\text{m})^2 (0.036 \text{ N})}{8.99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}}$$

$$Q \approx 1 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_2 = \frac{3 \times 10^{-12} \text{ C}}{q_1}$$

$$q_1 - \frac{3 \times 10^{-12} \text{ C}}{q_1} = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_1^2 - 3 \times 10^{-12} \text{ C} = 2 \times 10^{-6} \text{ C} q_1$$

$$q_1^2 - 3 \times 10^{-12} \text{ C} - 2 \times 10^{-6} \text{ C} q_1 = 0$$

$$q_1 = -1 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_1 = 3 \times 10^{-6}$$

$$q_2 = \frac{3 \times 10^{-12} \text{ C}}{q_1}$$

$$q_2 = \frac{3 \times 10^{-12} \text{ C}}{3 \times 10^{-6} \text{ C}}$$

$$q_2 = -1 \times 10^{-6} \text{ C}$$

2.- Una carga Q esta fija en dos ángulos opuestos de un cuadrado se pone una carga q en los ángulos restantes. A) Si la fuerza eléctrica resultante que opera sobre Q es cero que relación se da entre Q y q

B) ¿podría elegirse q para hacer la fuerza eléctrica resultante en todas las cargas fuera cero? Explique su respuesta

La fuerza entre Q y q está dada por:

$$F_{Qq} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2}$$

la fuerza eléctrica entre Q y Q está dada por

$$F_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}Q^2}{4r^2}$$

$$F_{qQ} = F_Q$$

$$q = \frac{\sqrt{2}Q^2 4\pi\epsilon_0 r^2}{16\pi\epsilon_0 r^2 Q}$$

relacion de q y Q

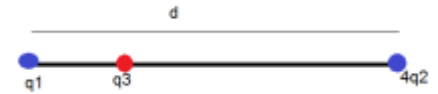
$$\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\sqrt{2}Q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$q = \frac{\sqrt{2}Q}{4}$$

3.- Dos cargas puntuales libres q y 4q están separadas por una distancia L una tercera carga se coloca de modo que el sistema en su totalidad se encuentre en equilibrio.

a) encuentre el signo, la magnitud y la ubicación de la carga.

b) demuestre que el equilibrio es inestable



$$F_{31} = F_{32}$$

$$k \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} = k \frac{4q_2 q_3}{r_{32}^2}$$

$$\frac{q_1}{r_{31}^2} = \frac{4q_2}{r_{32}^2}$$

$$\sqrt{\frac{q_1}{r_{31}^2}} = \sqrt{\frac{4q_2}{r_{32}^2}}$$

$$\frac{q_1}{r_{31}} = \frac{2q_2}{r_{32}}$$

$$r_{31} + r_{32} = L$$

$$r_{31} = \frac{L}{3}$$

$$r_{32} = \frac{2L}{3}$$

$$F_{13} = F_{12}$$

$$k \frac{q_1 q_3}{\left(\frac{L}{3}\right)^2} = k \frac{4q_2 q_1}{L^2}$$

$$\frac{q_3}{\frac{L^2}{9}} = \frac{4q_2}{L^2}$$

$$q_3 = \frac{4q_2}{9} \frac{L^2}{L^2}$$

$$q_3 = \frac{4}{9} q_2$$

$$F_{13} - F_{12} = 0$$

$$k \frac{q_1 \frac{4}{9} q_2}{\left(\frac{L}{3}\right)^2} - k \frac{4q_2 q_1}{L^2} = 0$$

$$\frac{4}{9} \frac{q_2}{\frac{L^2}{9}} - \frac{4q_2}{L^2} = 0$$

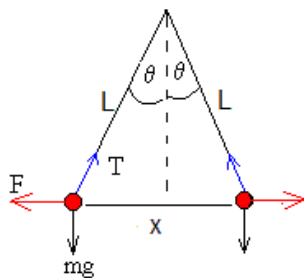
$$\frac{(9)4q_2}{9L^2} - \frac{4q_2}{L^2} = 0$$

$$\frac{4q_2}{L^2} - \frac{4q_2}{L^2} = 0$$

$$0 = 0$$

4.- Dos bolas pequeñas y similares de masa m se cuelgan de hilos de seda de longitud L y portan la misma carga q como se muestra en la figura. Suponga que  $\theta$  es tan pequeña que  $\tan \theta$  puede ser remplazada por su igual aproximado  $\sin \theta$

a) con esta aproximación pruebe que, en el estado de equilibrio



$$\sum F_x = 0$$

$$F_x = F_{12} - T \sin \theta \rightarrow (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_y = T \cos \theta - mg \rightarrow (2)$$

$$T = \frac{mg}{\cos \theta}$$

$$\text{dato: } \sin \frac{x}{2L}$$

sustituimos la ecuacion

(3) en (1)

$$F_x = \frac{kq^2}{x^2} + \frac{mg}{\cos \theta} \sin \theta$$

$$F_x = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2} + \tan \theta mg$$

$$F_x = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \left( \frac{x}{2L} \right) mg$$

$$F_x = 0$$

$$x = \frac{2Lq^2}{4\pi\epsilon_0 mgx^2}$$

$$x^3 = \frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

$$x = \left( \frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

b)

si  $L=122\text{cm}$ ,  $m=11.2\text{g}$  y  $x=4.70$

¿Cuál es el valor de  $q$ ?

$$x = \left( \frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

$$x^3 = \frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

$$\frac{x^3}{q^2} = \frac{L}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

$$\frac{1}{q^2} = \frac{L}{2\pi\epsilon_0 mgx^3}$$

$$q^2 = \frac{2\pi\epsilon_0 mgx^3}{L}$$

$$q^2 = \frac{2\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2})(0.109 \text{N})(0.047 \text{m})}{1.22 \text{m}}$$

$$q^2 = 2.335 \times 10^{-13}$$

$$q = 4.832183 \times 10^{-7}$$

Si las bolas de la figura 25 – 22 son conductoras

a) ¿qué les sucede después que descargamos una? Explique su contestación Primero Se mueven juntas pero cuando se tocan la bola que queda cargada le pasa la mitad de su carga a la que se descargó. Y de nuevo se vuelven a repelar

b) encuentre la distancia del nuevo equilibrio

$$x' = \left( \frac{\left( \frac{q}{2} \right)^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

$$x' = 2.95 \text{cm}$$

## CAMPO ELECTRICO

1.- un campo eléctrico acelera un electrón hacia el este a  $1.84 \times 10^9 \text{ m/s}^2$  determine la magnitud y la dirección del campo

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q} & \vec{E} &= \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.84 \times 10^9 \text{ m/s}^2)}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} & E &= 1.05 \times 10^{-2} \text{ N/C} \\ \vec{E} &= \frac{m\vec{a}}{q} & \vec{E} &= 1.05 \times 10^{-2} \text{ N/C}\end{aligned}$$

2.- El aire húmedo se divide (sus moléculas se ionizan) en un campo eléctrico  $3 \times 10^6 \text{ N/C}$  ¿Qué magnitud tiene la fuerza eléctrica en

A) un electrón

B) un ion (con un solo electrón faltante) en este campo?

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{E}q & \vec{F} &= 4.8 \times 10^{-13} \text{ N} \\ \vec{F} &= (3 \times 10^6 \text{ N/C})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) & |F| &= 4.8 \times 10^{-13} \text{ N}\end{aligned}$$

3.- una partícula alfa, en el núcleo de un átomo de helio, tiene una masa de  $6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$  y una carga de  $+2e$  ¿Qué magnitud y dirección del campo eléctrico balancearan su peso?

$$\begin{aligned}\vec{F} &= w \\ \vec{F} &= \vec{E}q & \vec{E} &= \frac{(6.64 \times 10^{-27} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{2(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})} & |E| &= 2.03 \times 10^{-7} \text{ N/C} \\ mg &= \vec{E}q \\ \vec{E} &= \frac{mg}{q} & \vec{E} &= 2.03 \times 10^{-7} \text{ N/C}\end{aligned}$$

La partícula alfa tiene una carga positiva, por lo tanto una fuerza eléctrica está en la misma dirección que el campo eléctrico. Ya que la fuerza gravitacional es hacia abajo, la fuerza eléctrica y el campo eléctrico, debe dirigirse hacia arriba.

4.- En un campo eléctrico uniforme cerca de la superficie terrestre, una fuerza eléctrica de  $3 \times 10^{-6} \text{ N}$  hacia abajo actúa sobre una superficie con carga de  $-2 \times 10^{-9} \text{ C}$

a) determine el campo eléctrico

b) ¿Qué magnitud y dirección tiene la fuerza eléctrica ejercida sobre un protón puesto en este campo?

c) ¿Cuál es la fuerza gravitacional ejercida sobre un protón?

d) ¿Cuál es la razón de la fuerza eléctrica a la gravitacional en este caso?

<p>a)</p> $\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q} \\ \vec{E} &= (3 \times 10^{-6} \text{ N})(2 \times 10^{-9} \text{ C}) \\ \vec{E} &= 1.15 \times 10^3 \text{ N/C}\end{aligned}$	<p>b)</p> $\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{E}q \\ \vec{F} &= (1.15 \times 10^3 \text{ N/C})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \\ \vec{F} &= 2.4 \times 10^{-16} \text{ N}\end{aligned}$	<p>c)</p> $\begin{aligned}\vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{F} &= (1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \\ \vec{F} &= 1.6 \times 10^{-26} \text{ N}\end{aligned}$
--	---	--

d)

$$\frac{\vec{F}_e}{\vec{F}_g} = \frac{2.4 \times 10^{-16} N}{1.6 \times 10^{-26} N} = 1.5 \times 10^{10}$$

5.- ¿Qué magnitud tiene una carga puntual elegida de modo que el campo eléctrico a 75 cm de distancia posea la magnitud 2.30N/C?

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad q = \frac{(2.30 N / C)(0.750 m)}{8.99 \times 10^9}$$

$$q = \frac{Er^2}{k} \quad q = 1.44 \times 10^{-10}$$

6.- Calcule el momento dipolar de un electrón y de un protón separado por una distancia de 4.30nm

$$p = qd$$

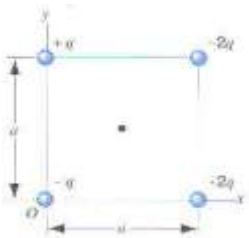
$$P = (1.6 \times 10^{-19} C)(4.30 \times 10^{-9} m)$$

$$P = 6.88 \times 10^{-10} C$$

el momento dipolar de un electrón y de un protón es el mismo, porque tienen la misma carga

7.- calcule la magnitud del campo eléctrico generado de un dipolo eléctrico, cuyo momento dipolar es  $3.56 \times 10^{-29} Cm$  en un punto situado a 25.4nm a lo largo de bisectorial.

$$E = k \frac{p}{r^3} \quad E = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{3.56 \times 10^{-29} Cm}{(25.4 \times 10^{-9} m)^3} \quad E = 1.95 \times 10^4 N$$



8.- Determine el campo eléctrico en el centro del cuadrado de la figura 26 – 26. Suponga que  $q = 11.8nC$  y que  $a = 5.20cm$

Debido a la fórmula 26 – 11 nos da la magnitud del campo eléctrico debido a un dipolo

$$E = k \frac{p}{\left[ x^2 + \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Podemos sustituir para obtener el resultado del problema

$$E = k \frac{qa}{\left[ \left( \frac{a}{2} \right)^2 + \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad E = k \frac{qa}{\left[ \frac{a^2 + a^2}{2^2} \right]^{\frac{3}{2}}} \quad E = k \frac{qa}{\left[ \frac{2a^2}{2^2} \right]^{\frac{3}{2}}} \quad E = k \frac{qa}{\left[ \frac{a^2}{2} \right]^{\frac{3}{2}}} \quad E = (8.99 \times 10^9) \frac{(1.18 \times 10^{-8})(0.052)}{\left[ \frac{0.052^2}{2} \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = 1.11 \times 10^5 N / C$$



9.- La caratula de un reloj tiene las cargas puntuales negativas  $-q, -2q, -3q, \dots, -12q$  fijadas en las posiciones de los numerales correspondientes. Las manecillas no perturban el campo. ¿A qué hora el horario apuntará en la misma dirección que el campo eléctrico en el centro de la caratula (sugerencia: suponga cargas diametralmente opuestas)

Si suponemos que la carga 7 es opuesta a la 1  
 la carga 2 opuesta a la carga 8  
 la carga 3 opuesta a la carga 9  
 la carga 4 opuesta a la carga 10  
 la carga 5 opuesta a la carga 11  
 y la carga 6 opuesta a la carga 12

Por simetría 3 cargas deben pasar por encima y tres por debajo a lo que llegamos es que, a las 9:30 apuntará a la dirección del campo

10.- en la figura 26-5 suponga que ambas cargas son positivas. Demuestre que, suponiendo  $x \gg d$  la magnitud de  $E$  en el punto P está dada por:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{x^2}$$

$$E = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}$$

si  $x \gg d$  entonces:

$$E = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2} \frac{x}{\sqrt{x^2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{x^2}$$

## LEY DE GAUSS

1.- La superficie cuadrada de la figura 27 – 3 mide 3.2mm por lado. Esta inmersa en un campo eléctrico uniforme con  $E = 1800 \text{ N/C}$  Las líneas de campo forman un ángulo de  $65^\circ$  con la normal “que apunta hacia afuera” calcule el flujo que atraviesa la superficie

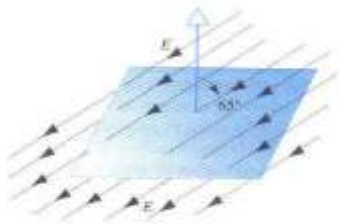


FIGURA 27-23. Ejercicio 1.

$$\begin{aligned}\phi_E &= \vec{E} \cdot \vec{A} \\ \phi_E &= EA \cos \theta \\ \phi_E &= (1800 \text{ N/C})(1.02 \times 10^{-5} \text{ m}^2)(\cos 115^\circ) \\ \phi_E &= -7.8 \times 10^{-5} \text{ Nm}^2 / \text{C}\end{aligned}$$

2.- Un cubo con bordes de 1.4 m se presenta la orientación que se indica en la figura dentro de una región de un campo eléctrico uniforme. Calcule el flujo eléctrico que pasa por la cara derecha si el campo eléctrico está dado por:

a)  $(6 \text{ N/C})i$

$(2 \text{ N/C})j$

$(-3 \text{ N/C})i + (4 \text{ N/C})k$

calcule el flujo total a través del cubo para esos campos

a)  $\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = (1.4)^2 j \cdot (6 \text{ N/C})i = 0$

b)  $\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = (1.4)^2 j \cdot (-2 \text{ N/C})j = 3.9 \text{ Nm}^2 / \text{C}$

c)  $\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = (1.4)^2 j \cdot (-3 \text{ N/C})i + (4 \text{ N/C})k = 0$

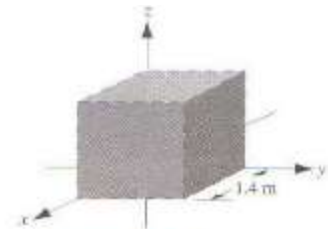


FIGURA 27-24. Ejercicio 2.

b)

c)

d)

D) el flujo total es cero cubo porque 3 de las caras tienen el mismo flujo que las otras 3 caras pero de signo contrario

$$\phi_{E1i} = \vec{E} \cdot \vec{A} = (1.4)^2 i \cdot (3 \text{ N/C})i = 5.88 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{E2i} = \vec{E} \cdot \vec{A} = -(1.4)^2 i \cdot (3 \text{ N/C})i = -5.88 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{E1j} = \vec{E} \cdot \vec{A} = (1.4)^2 j \cdot (-2 \text{ N/C})j = 3.9 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{E2j} = \vec{E} \cdot \vec{A} = -(1.4)^2 j \cdot (-2 \text{ N/C})j = -3.9 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{E1k} = \vec{E} \cdot \vec{A} = (1.4)^2 k \cdot (4 \text{ N/C})k = 7.8 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{E2k} = \vec{E} \cdot \vec{A} = -(1.4)^2 k \cdot (4 \text{ N/C})k = -7.8 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_T = \phi_{E1i} + \phi_{E2i} + \phi_{E1j} + \phi_{E2j} + \phi_{E1k} + \phi_{E2k} = 0$$

campo en  $+i$

$$(6 \text{ N/C})i + (-3 \text{ N/C})i = (3 \text{ N/C})i$$

campo en  $j$

$$(2 \text{ N/C})j$$

campo en  $-k$

$$(4 \text{ N/C})k$$

3.- calcule  $\phi_E$  en a) la base plana y b) en la superficie de la curva de un hemisferio de radio  $R$  el campo  $\vec{E}$  es uniforme y paralelo al eje del hemisferio: Las líneas de campo  $\vec{E}$  entran por la base plana. (utilice la normal que apunta hacia afuera)

$$\phi_E = \int \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$-EdA + \phi = 0$$

$$\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} \cos \theta$$

$$-E(\pi r^2) + \phi = 0$$

$$\phi_E = E(\pi r^2)(\cos 180^\circ)$$

$$\phi = E\pi r^2$$

4.- supongamos que la carga de un conductor aislado originalmente sin carga sostenido muy cerca de una varilla de carga positiva como se indica en la figura 27 – 25. Calcule el flujo que pasa por las 5 superficies gaussianas mostradas suponga que la carga negativa inducida en el conductor es igual a la carga positiva  $q$  de la varilla

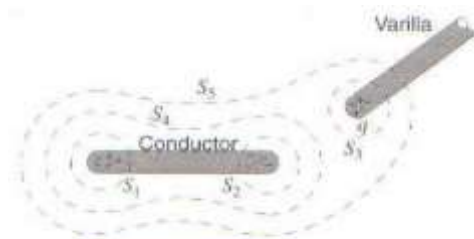


FIGURA 27-25. Ejercicio 4.

$$s_1 \rightarrow \phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$s_2 \rightarrow \phi_E = \frac{-q}{\epsilon_0}$$

$$s_3 \rightarrow \phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$s_4 \rightarrow \phi_E = 0$$

$$s_5 \rightarrow \phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

5.- Una carga puntual de  $1.84 \mu C$  esta en el centro de una superficie cubica gaussiana a 55cm de un lado. Calcule  $\phi_E$  a través de la superficie.

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\phi_E = \frac{1.84 \times 10^{-6} C}{8.85 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2}$$

$$\phi_E = 2.07 \times 10^5 Nm^2 / C$$

6.- El flujo eléctrico neto que atraviesa las caras de un dado (un mi embro de par de dados) tiene una magnitud en unidades de  $10^3 Nm^2 / C$  igual número N de puntos de la cara (1 a 6). El flujo se realiza hacia adentro con número N impares y hacia afuera con los números N pares ¿Cuál es la carga neta dentro del dado?

$$6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1 = 3$$

$$\phi_E = 3(10^{-3} Nm^2 / C)$$

$$\phi_E = 3 \times 10^{-3} Nm^2 / C$$

$$\epsilon_0 \phi_E = q$$

$$(8.85 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2)(3 \times 10^{-3} Nm^2 / C) = 2.66 \times 10^{-8} C$$

7.- Una carga puntual  $+q$  se halla a una distancia  $d/2$  de la superficie cuadrada de lado  $d$  y está arriba del centro del cuadrado como se indica en la figura 27 – 26. Determine el flujo eléctrico que atraviesa el cuadrado (sugerencia: imagine el cuadrado como la cara de un cubo con lado  $d$ )

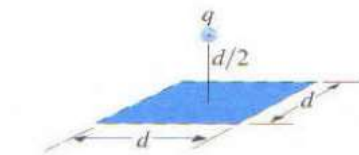


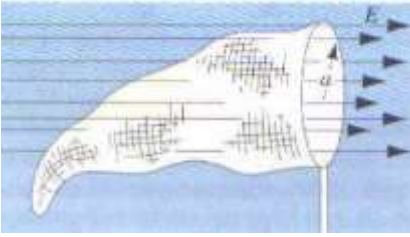
FIGURA 27-26. Ejercicio 7.

Si tenemos un cubo el flujo eléctrico estaría dado por  $\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$

. Como la carga está en el centro del cubo

Esperamos que el flujo a través de cualquier lado sería el mismo, así que sería sexto del flujo total  $\phi_E = \frac{q}{6\epsilon_0}$

8.- una red para cazar mariposas se encuentran en un campo eléctrico uniforme como se muestra en la figura 27 – 27. El borde, de un círculo de radio  $a$ . está inclinado de manera perpendicular al campo determine el campo eléctrico que cruza la red en relación con la normal hacia afuera.



Si el campo eléctrico es uniforme entonces no hay cargas libres cerca o dentro de la red. El flujo a través de la malla debe ser igual, pero de signo opuesto, entonces: el flujo es  $\phi_E = E\pi a^2$ , por lo que el flujo a través de la malla es  $\phi_E = -E\pi a^2$

9.- Con experimentos se descubre que el campo eléctrico en cierta región de la atmosfera terrestre se dirige verticalmente hacia abajo en una altitud de 300 m en campo es de 58 N/C y una altitud de 200 m es de 110 N/C. Calcule la magnitud neta de la carga contenida en un cubo de 100 m de lado que se encuentra a una altitud entre 200 m y 300 m. No tenga en cuenta la curvatura de la Tierra.

$$\phi_{E1} = (58 \text{ N/C})(100\text{m})^2$$

$$\phi_{E1} = 5.8 \times 10^5 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{E2} = (110 \text{ N/C})(100\text{m})^2$$

$$\phi_{E2} = 1.1 \times 10^6 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{ET} = \phi_{E1} + \phi_{E2}$$

$$\phi_{ET} = 1.1 \times 10^6 \text{ Nm}^2 / \text{C} - 5.8 \times 10^5 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$\phi_{ET} = 5.2 \times 10^5 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

$$q = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2)(5.2 \times 10^5 \text{ Nm}^2 / \text{C})$$

$$q = 4.6 \times 10^{-6} \text{ C}$$

10.- Determine el flujo neto que atraviesa el cubo del ejercicio 2 y la figura 27 – 14 si el campo eléctrico está dado por:

a)  $E = (3 \text{ N/Cm}) y \hat{j}$

b)  $(-4 \text{ N/C}) \hat{i} + [6 \text{ N/C} + (3 \text{ N/C} \cdot \text{m}) y] \hat{j}$

c) en cada caso ¿Cuánta carga contiene el cubo?

a)  $\Phi = (2 \text{ m}^2) \hat{j} \cdot ((3 \text{ N/C})(1.4 \text{ m})) \hat{j} = 8.4 \text{ m}^2 / \text{C}$

b) = 0

11.- Una carga puntual  $q$  se coloca en un ángulo de un cubo de lado  $a$  ¿Cuál es el flujo que pasa por las caras del cubo? (sugerencia: aplique la ley de gauss y los argumentos de simetría)

vector normal  $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$

$r_1 = -r_4$   $\Phi_E = \vec{E} \cdot (a_1 - a_4 + a_2 - a_5 + a_3 - a_6)$

$r_2 = -r_5$   $\Phi_E = \vec{E} \cdot 0$

$r_6 = -r_3$   $\Phi_E = 0$

## APLICACIONES DE LA LEY DE GAUSS

12.- Una línea recta infinita de carga produce un campo de  $4.52 \times 10^4 \text{ N/C}$  a una distancia de 1.96 m. Calcule de densidad de carga lineal

$$\epsilon_0 \int E dA = q$$

$$\epsilon_0 E 2r\pi = \lambda$$

$$\epsilon_0 E \int dA = q$$

$$\lambda = \left( 8.85 \times 10^{12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \right) (4.52 \times 10^4 \text{ N/C}) [2\pi (1.96)]$$

$$\epsilon_0 E 2\pi r h = \lambda h$$

$$\lambda = 4.93 \times 10^{-6} \text{ C/m}$$

13.- El tambor de una fotocopidora en el problema resuelto 27 – 4 tiene una longitud de 42 cm y un diámetro de 12 cm. ¿Cuál es su carga total? B) El fabricante desea producir una versión de escritorio de la máquina. Para ello hay que reducir el tamaño del tambor a una longitud de 28 cm y un diámetro de 8.0 cm. El campo eléctrico del tambor debe permanecer inalterado. ¿Qué carga debe contener el nuevo tambor?

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

a)

$$q = \sigma A$$

b)

$$q = \sigma A$$

$$\sigma = E \epsilon_0$$

$$q = (2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2) (0.42 \text{ m}) (0.12 \text{ m}) \pi$$

$$q = (2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2) (0.28 \text{ m}) (0.08 \text{ m}) \pi$$

$$\sigma = 2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

$$q = 3.17 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$q = 1.41 \times 10^{-7} \text{ C}$$

14.- Dos hojas no conductoras grandes y delgadas de carga positiva están una de frente a la otra como se aprecia en la figura 27 – 28 ¿Qué magnitud tiene  $\vec{E}$  en los puntos. A) a la izquierda de las hojas B) entre ellas y C) a la derecha de las hojas. Suponga que la misma carga superficial  $\sigma$  en las hojas. Considere solo los puntos no cercanos a los bordes cuya distancia de ellas es pequeña comparada con las dimensiones de las hojas

(a) A la izquierda de las hojas de los dos campos se suman porque apuntan en la misma dirección.  $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i}$

(b) Entre las hojas de los dos campos eléctricos se anulan, por lo que.  $\vec{E} = 0$

(c) A la derecha de las hojas de los dos campos se suman ya que apuntan en la misma dirección. Esto significa que el campo eléctrico es  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i}$

15.- Dos grandes placas se encuentran una frente a otra como en la figura 27 – 29 y transportan en su superficie interna cargas con una densidad de carga superficial  $+\sigma$  y  $-\sigma$  respectivamente. Calcule E en los puntos. A) a la izquierda de las placas, b) entre ellas y c) a la derecha de ellas. Considere solo los puntos no cercanos a los bordes cuya distancia de las placas es tan pequeña comparada con las dimensiones de ellas.

a) A la izquierda de las placas de los dos campos se anulan ya que apuntan en direcciones opuestas  $\vec{E} = 0$

b) el campo eléctrico apunta a la misma dirección  $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i}$

c) A la derecha de las placas de los dos campos se anulan ya que apuntan en direcciones opuestas  $\vec{E} = 0$

16.- Un electrón cargado permanece estacionario en un campo eléctrico dirigido hacia abajo en el campo gravitacional de la tierra. Si el campo se debe a la carga en dos grandes placas conductoras paralelas, con carga opuesta y separadas por una distancia de 2.3 cm, ¿Cuál es la densidad de carga superficial, supuestamente uniforme en las placas?

$$\vec{F} = \vec{E}q$$

$$\vec{E} = \frac{m\vec{g}}{q}$$

$$\vec{E} = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{1.602 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$\vec{E} = 5.57 \times 10^{-11} \text{ N/C}$$

$$E = \frac{\sigma}{q}$$

$$\sigma = Eq$$

$$\sigma = (5.57 \times 10^{-11} \text{ N/C})(1.602 \times 10^{-19})$$

$$\sigma = 4.93 \times 10^{-22}$$

17.- Un alambre recto, delgado y muy largo transporta  $-3.6 \text{ nC/m}$  de carga negativa fija debe quedar rodeado por un cilindro uniforme de carga positiva, de radio 1.50 cm y un coaxial con el alambre. La densidad de carga volumétrica  $\rho$  del cilindro debe escogerse de modo que el campo eléctrico neto fuera de sea cero. Calcule la densidad de carga positiva que se requiere  $\rho$

$$\rho = \frac{q}{A} \quad \rho = \frac{3.60 \text{ nC/m}}{\pi (0.0150 \text{ m})^2} \quad \rho = 5.09 \mu\text{C/m}^3$$

18.- En la figura 27 – 20 se muestra una carga puntual  $q = 126 \text{ nC}$  en el centro de una cavidad esférica de radio 3.66 cm en un trozo de metal. Con la ley de Gauss determine el campo eléctrico

a) en el punto  $P_1$  a la mitad de la distancia del centro de la superficie

b) en el punto  $P_2$



FIGURA 27-30. Ejercicio 18.

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \int dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

a)

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{1.26 \times 10^{-7} \text{ C}}{4\pi (8.85 \times 10^{-12}) (1.83 \times 10^{-2} \text{ m}^2)}$$

$$E = 3.38 \text{ N/C}$$

b)

$$E = 0$$

19.- Un protón gira con una velocidad  $v = 294 \text{ km/s}$  fuera de una esfera cargada de radio  $r = 1.13 \text{ cm}$  Determine la carga de la esfera.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \quad \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2}$$

$$F = Eq \quad F = q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q} \quad \frac{mv^2}{r} = q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2}$$

$$q_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 mv^2 r}{q}$$

$$q_0 = \frac{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2)(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(294 \times 10^3 \text{ m/s})^2 (0.0113 \text{ m})}{1.60 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$q_0 = -1.13 \times 10^9 \text{ C}$$

20.- Dos cascarones esféricos y concéntricos con carga eléctrica tienen un radio de 10 cm y de 15 cm. La carga en el cascaron interno es de  $40.6 \text{ nC}$  y la del cascaron extremo es de  $19.3 \text{ nC}$  calcule el campo eléctrico a) en  $r = 12 \text{ cm}$  b)  $r = 22 \text{ cm}$  y c)  $r = 8.18 \text{ cm}$  del centro de los cascaron

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad a) \quad E = \frac{4.06 \times 10^{-8} \text{ C}}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C} / \text{Nm}^2)(1.20 \times 10^{-1} \text{ m})^2}$$

$$E \int dA = \frac{q}{\epsilon_0} \quad E = 2.54 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0} \quad b) \quad E = \frac{5.99 \times 10^{-8} \text{ C}}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C} / \text{Nm}^2)(2.20 \times 10^{-1} \text{ m})^2}$$

$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad E = 1.11 \times 10^4 \text{ N/C}$$

c)

$$q = 0 \therefore E = 0$$

21.- dos grandes cilindros esféricos concéntricos cargados tienen un radio de 3.22cm y de 6.18cm. La densidad de carga superficial en el cilindro interno es de  $24.1\mu C / m^2$  y la del cilindro externo es de  $-18\mu C / m^2$  Determine el campo eléctrico en a)  $r = 4.10cm$  y b)  $r = 8.20cm$

$$\begin{aligned} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{q}{\epsilon_0} & E &= \frac{q}{\epsilon_0 A} & E &= \frac{(24.1 \times 10^{-6} C / m^2)(3.22 \times 10^{-4} m)}{(8.85 \times 10^{-12} C / Nm^2)(0.0410 m)} \\ E \int dA &= \frac{q}{\epsilon_0} & E &= \frac{q}{A \epsilon_0} & E &= 2.14 \times 10^6 N / C \\ EA &= \frac{q}{\epsilon_0} & E &= \frac{\sigma r}{\epsilon_0} & E &= \frac{(24.1 \times 10^{-6} C / m^2)(3.22 \times 10^{-4} m) + (18 \times 10^{-6} C / m^2)(6.18 \times 10^{-4} m)}{(8.85 \times 10^{-12} C / Nm^2)(8.20 \times 10^{-4} m)} \\ 2\pi r h E &= \frac{q}{\epsilon_0} & & & E &= -4.64 \times 10^{-5} N / C \end{aligned}$$

22.- una carga se distribuye uniformemente a través de un cascaron cilíndrico largo no conductor de radio interno R y de radio externo 2R ¿A qué profundidad radial debajo de la superficie externa de la distribución de carga será la fuerza del campo eléctrico la mitad del valor superficial?

$$\begin{aligned} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{q}{\epsilon_0} & q &= \rho V & \int E dA &= \frac{q}{\epsilon_0} & E &= \frac{q}{\epsilon_0 A} \\ E \int dA &= \frac{q}{\epsilon_0} & q &= \int \rho dV & E &= \frac{q}{\epsilon_0 A} & E &= \frac{\rho \pi L (r^2 - R^2)}{2\pi \epsilon_0 r L} & E &= \frac{\rho ((2R)^2 - R^2)}{4\epsilon_0 R} \\ EA &= \frac{q}{\epsilon_0} & q &= \rho \int dv & E \cdot A &= \frac{q}{\epsilon_0} & E &= \frac{\rho (r^2 - R^2)}{2\epsilon_0 r} & E &= \frac{3\rho R}{4\epsilon_0} \\ 2\pi r L E &= \frac{q}{\epsilon_0} & q &= \rho \pi r^2 L & E &= \frac{q}{\epsilon_0 A} & E &= \frac{\rho (2R^2 - R^2)}{4\epsilon_0 R} \\ & & q &= \rho \pi L (r^2 - R^2) & & & & \end{aligned}$$

23.- un electrón de 115 keV se dispara hacia una gran hoja plana de plástico cuya densidad de carga superficial es de  $-2.08\mu C / m^2$  ¿De que distancia debemos dispararlo, para que no golpee la hoja? (prescinda de los efectos relativistas)

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} & d &= \frac{W}{\vec{E}q} & d &= \frac{2(8.85 \times 10^{-12} C / Nm^2)(1.15 \times 10^5)}{(-2.08 \times 10^{-6} C / m^2)(1.602 \times 10^{-19})} \\ \vec{W} &= \vec{F} \cdot d & d &= \frac{W}{\frac{\sigma}{2\epsilon_0} q} & d &= 0.977 m \\ \vec{W} &= \vec{E} \cdot q \cdot d & d &= \frac{2\epsilon_0 W}{\sigma q} & & \end{aligned}$$



25.- una carga se distribuye uniformemente a través de un cilindro infinitamente largo de radio R. a) Demuestre que E a una distancia r del eje del cilindro ( $r < R$ ) esta dado por:  $E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$  Donde  $\rho$  es la densidad de carga volumétrica b) ¿Qué resultados obtiene usted con  $r > R$

densidad volumetrica

$$\int E ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \int ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot s = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi rh) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\rho_0 = \frac{q}{v}$$

$$q = \rho_0 \pi r^2 h$$

$$\vec{E}(2\pi rh) = \frac{\rho_0 \pi r^2 h}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 \pi r^2 h}{\epsilon_0 2\pi rh}$$

$$E = \frac{\rho_0 r}{2\epsilon_0}$$

$$\int E ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \int ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot s = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi rh) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

densidad volumetrica

$$\rho_0 = \frac{q}{v}$$

$$q = \rho_0 \pi R^2 h$$

$$E(2\pi rh) = \frac{\rho_0 \pi R^2 h}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 \pi R^2 h}{\epsilon_0 2\pi rh}$$

$$E = \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0 r}$$

## PROBLEMAS

1.- La ley de Gauus para la gravitación es

$$\frac{1}{4\pi G} \Phi_R = \frac{1}{4\pi G} \int \vec{g} \cdot d\vec{A} = -m$$

Donde m es la masa encerrada y G es la constante de gravitación universal. Obtenga de la ecuación anterior la ley de gravitación de Newton ¿Qué importancia tiene el signo negativo?

$$\Phi = \vec{g} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi = \int \vec{g} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi = g \int dA$$

$$\Phi = g 4\pi r^2$$

$$4\pi r^2 g = -m$$

$$\frac{\Phi}{4\pi G}$$

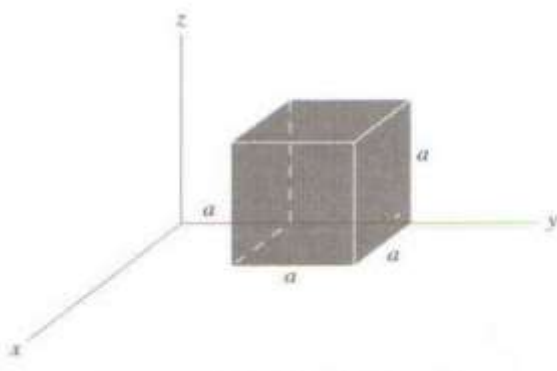
$$\frac{4\pi r^2 g}{4\pi G}$$

$$\frac{4\pi r^2 g}{4\pi G} = -m$$

$$\frac{r^2 g}{G} = -m$$

$$g = -\frac{Gm}{r^2}$$

2.- Los componentes del campo eléctrico, en la figura 27 – 31, son  $E_y = by^{1/2}$ ,  $E_x = E_z = 0$ , donde  $b = 8830 \text{ N} / \text{Cm}^2$  calcule a) el flujo eléctrico a través del cubo y b) la carga dentro de él. Suponga que  $a = 23.0 \text{ cm}$



$$\Phi_{izq} = -E_y A$$

$$\Phi_{izq} = -bya^2$$

$$\Phi_{izq} = -b\sqrt{a}a^2$$

$$\Phi_{der} = E_y A$$

$$\Phi_{der} = bya^2$$

$$\Phi_{der} = b\sqrt{2}aa^2$$

$$\Phi_{total} = \Phi_{der} + \Phi_{izq}$$

$$\Phi_{total} = b\sqrt{2}aa^2 - b\sqrt{a}a^2$$

$$\Phi_{total} = ba^{5/2}(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Phi_{total} = \left(8830 \frac{\text{N}}{\text{Cm}^{1/2}}\right)(0.130\text{m})^{5/2}(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Phi_{total} = 22.3 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

3.- Una esfera pequeña, cuya masa  $m$  es de  $1.12\text{mg}$ . Tiene una carga  $q = 19.7\text{nC}$  En el campo gravitacional de la tierra depende de un hilo de seda que forma un ángulo  $\theta = 27.4^\circ$  con una gran hoja no conductora uniformemente cargada en la figura 27 – 32 Calcule la densidad uniforme de carga  $\sigma$

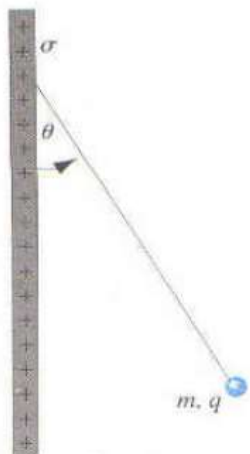


FIGURA 27-32. Problema 3.

$$F_e = Eq$$

$$F_g = mg \tan \theta$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$F_e - F_g = 0$$

$$F_e = F_g$$

$$Eq = mg \tan \theta$$

$$E = \frac{mg \tan \theta}{q}$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{mg \tan \theta}{q}$$

$$\sigma = \frac{2\epsilon_0 mg \tan \theta}{g}$$

$$\sigma = \frac{2 \left( 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \right) (1.12 \times 10^{-6} \text{ kg}) (9.8 \text{ m/s}^2) \tan(27.4^\circ)}{19.7 \times 10^{-9} \text{ C}}$$

$$\sigma = 5.11 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

## ENERGIA ELECTRICA Y POTENCIAL ELECTRICO

1.- En el modelo de quark de las partículas elementales, un protón se compone de tres quarks dos quarks “arriba”, cada uno con cada una carga  $+\frac{2}{3}e$  y un quark “abajo” con una carga de  $-\frac{1}{3}e$  suponga que los tres quark equidistan entre si.

Suponga que la distancia es  $1.32 \times 10^{-15} m$  Calcule a) la energía potencial de la interacción entre los dos quarks “arriba” y b) La energía eléctrica potencial total del sistema

$$U = k \frac{q}{r}$$

$$U = k \frac{q}{r}$$

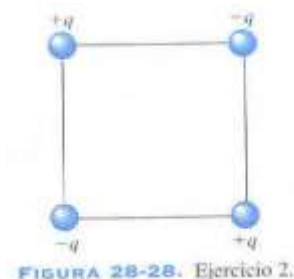
$$U = 8.85 \times 10^{-12} C / Nm^2 \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 e (1.602 \times 10^{-19} C)}{1.32 \times 10^{-15} m}$$

$$U = 8.85 \times 10^{-12} C / Nm^2 \frac{\left(\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)e (1.602 \times 10^{-19} C)}{1.32 \times 10^{-15} m}$$

$$U = 4.84 \times 10^5 eV$$

$$U = -2.43 \times 10^5 eV$$

2.- Obtenga una expresión del trabajo requerido por un agente externo para colocar juntas las cuatro cargas como se indica en la figura 28 – 28 Los lados del cuadrado tienen una longitud a



$$W = \Delta U$$

$$U_{14} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$U_{12} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$U_{32} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$U_{34} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$U_{14} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-q)^2}{\sqrt{2}a}$$

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\sqrt{2}a}$$

$$U = \left( \frac{2}{\sqrt{2}} - 4 \right) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$U = 0.206 \frac{q^2}{\pi\epsilon_0}$$

$$w = 0.206 \frac{q^2}{\pi\epsilon_0}$$

. Una década antes de que Einstein publicara su teoría de la relatividad J.J Thomson propuso que el electrón podría estar construido por pequeñas partes y que su masa provenía de la interacción eléctrica entre ellas. Más aun, sostuvo que la energía es  $E = mc^2$  Haga una estimación aproximada de la mas de los electrones en la siguiente forma: suponga que el electrón se compone de tres partes idénticas reunidas del infinito y colocadas en los vértices de un triángulo equilátero cuyos lados son iguales al radio clásico del electrón  $2.82 \times 10^{-15} m$  a) Determine la carga eléctrica potencial de este arreglo b) divida entre  $c^2$  y compare su resultado con la masa aceptada del electrón ( $9.11 \times 10^{-31}$ ) El resultado mejora si se supone más partes (problema 2) Hoy se piensa que el electrón es una partícula simple e indivisible

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$U = 3 \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\left( \frac{1.602 \times 10^{-19} C}{3} \right)^2}{2.82 \times 10^{-15} m} \right) \right]$$

$$U = 2.72 \times 10^{-14} J$$

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2}$$

$$m = \frac{2.72 \times 10^{-14} J}{3 \times 10^8 m / s}$$

$$m = 3.02 \times 10^{-31} kg \rightarrow 1 parte$$

$$m = 3(3.02 \times 10^{-31} kg)$$

$$m = 9.06 \times 10^{-31} kg$$

4.- Las cargas mostradas en la figura 28 – 29 están fijas en el espacio. Calcule el valor de la distancia  $x$  de modo que la energía potencial del sistema sea cero  $x$



FIGURA 28-29. Ejercicio 4.

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(25.5 \times 10^{-9} C)(17.2 \times 10^{-9} C)}{a}$$

$$U_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(25.5 \times 10^{-9} C)(-19.2 \times 10^{-9} C)}{a + x}$$

$$U_{32} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(17.2 \times 10^{-9} C)(-19.2 \times 10^{-9} C)}{x}$$

$$\frac{(25.5 \times 10^{-9} C)(17.2 \times 10^{-9} C)}{a} = \frac{(25.5 \times 10^{-9} C)(-19.2 \times 10^{-9} C)}{a + x} + \frac{(17.2 \times 10^{-9} C)(-19.2 \times 10^{-9} C)}{x}$$

$$\frac{4.386 \times 10^{-16}}{a} = \frac{-4.896 \times 10^{-16}}{a + x} + \frac{-3.3024 \times 10^{-16}}{x}$$

$$\frac{4.386 \times 10^{-16}}{a} = \frac{-4.896 \times 10^{-16}}{a + x} + \frac{-3.3024 \times 10^{-16}}{x}$$

$$3 \times 10^{-15} = \frac{-4.896 \times 10^{-16}}{a + x} - \frac{3.3024 \times 10^{-16}}{x}$$

$$\frac{3 \times 10^{-15}}{ax + x^2} = \frac{-4.896 \times 10^{-16}}{x(a + x)} - \frac{3.3024 \times 10^{-16}}{x(a + x)}$$

$$3 \times 10^{-15} ax + 3 \times 10^{-15} x^2 = -4.896 \times 10^{-16} x - (3.3024 \times 10^{-16} a + 3.3024 \times 10^{-16} x)$$

$$3 \times 10^{-15} x^2 + 3 \times 10^{-15} ax + 4.896 \times 10^{-16} x + 3.3024 \times 10^{-16} x + 3.3024 \times 10^{-16} a = 0$$

$$3 \times 10^{-15} x^2 + 3 \times 10^{-15} (0.146) x + 4.896 \times 10^{-16} x + 3.3024 \times 10^{-16} x + 3.3024 \times 10^{-16} (0.146) = 0$$

$$3 \times 10^{-15} x^2 + 4.38 \times 10^{-16} x + 4.896 \times 10^{-16} x + 3.3024 \times 10^{-16} x + 5.4159 \times 10^{-17} = 0$$

$$3 \times 10^{-15} x^2 + 1.12578 \times 10^{-15} x + 5.4159 \times 10^{-17} = 0$$

5.- En la figura 28 – 30 contiene una representación de un núcleo de  $^{238}\text{U}$  ( $Z = 92$ ) a punto de experimentar una fisión. Calcule a) La fuerza de repulsión que opera en cada fragmento b) la energía potencial eléctrica mutua de los dos fragmentos. Suponga que tienen el mismo tamaño y carga, que son esféricos y que apenas si se tocan. El radio del núcleo inicialmente esférico  $^{238}\text{U}$  es  $8.0\text{ fm}$  Suponga que el material que sale de los dos núcleos presenta una densidad constante



FIGURA 28-30. Ejercicio 5.

Carga de las dos partículas  $z = 92$  por lo tanto es  $46e^-$

$$L = 8\text{ fm} = 8 \times 10^{-15}\text{ m}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}\pi r^3 &= \frac{4}{3}\pi L^3 & r &= \left(\frac{L^3}{2}\right)^{1/3} & a) \\ F &= k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ r^3 &= \frac{4}{6} \div \frac{4}{3} L^3 & r &= \frac{L}{\sqrt[3]{2}} \\ r^3 &= \frac{1}{2} L^3 & r &= \frac{8 \times 10^{-15}\text{ m}}{\sqrt[3]{2}} & F &= 8.89 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(46)^2 (1.602 \times 10^{-19}\text{ C})}{[2(6.35 \times 10^{-15}\text{ m})]^2} \\ r &= 6.35 \times 10^{-15}\text{ m} & F &= 3000\text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad U &= k \frac{q}{r} \\ F &= 8.89 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(46)^2 (1.602 \times 10^{-19}\text{ C})}{2(6.35 \times 10^{-15}\text{ m})} \end{aligned}$$

$$F = 2.4 \times 10^8\text{ eV}$$

6.- Dos superficies conductoras paralelas y planas de espaciado  $d = 1.0\text{ cm}$  tiene una diferencia de potencial  $\Delta V = 10.3\text{ kV}$  se proyecta un electrón de una placa hacia la segunda. ¿Cuál es la velocidad inicial del electrón si se detiene exactamente en la superficie de esta última? No tenga en cuenta los efectos relativistas

$$\begin{aligned} K &= q\Delta V \\ \frac{1}{2}mv^2 &= q\Delta V \\ v &= \sqrt{\frac{2(1.602 \times 10^{-19}\text{ C})(10.3 \times 10^3 \frac{\text{kgm}^2}{\text{Cs}^2})}{(9.11 \times 10^{-31}\text{ kg})}} \\ v &= 6 \times 10^7\text{ m/s} \end{aligned}$$

7.- En un relámpago típico la diferencia de potencial entre los puntos de descarga es de unos  $1 \times 10^9 V$  y la carga transferida es de 30 C aproximadamente a) ¿Cuánta energía se libera? B) si toda la que se libera pudiera usarse para acelerar un automóvil de 1200 kg a partir del reposo, ¿Cuál sería su velocidad final? C) si se pudiera usarse para derretir hielo, ¿Cuánto derretiría a  $0^\circ C$ ?

a)	b)	b)
$\Delta u = q\Delta V$	la energía solo va a estar centrada	calor de fusión
$u = (30C)\left(1 \times 10^9 \frac{Kgm^2}{Cs^2}\right)$	en la energía cinética	$Q = mL$
$u = 3 \times 10^{10} J$	$v = \sqrt{\frac{2k}{m}}$	$m = \frac{Q}{L}$
	$v = \sqrt{\frac{2(3 \times 10^{10} J)}{1200kg}}$	$m = \frac{3 \times 10^{10} J}{3.33 \times 10^5 J/kg}$
	$v = 7100 m/s$	$m = 90,100 kg$

8.- La diferencia de potencial entre cargas puntuales durante una tormenta es  $1.23 \times 10^9 V$  ¿De qué magnitud es el cambio de la energía potencial eléctrica de un electrón que se desplaza entre ellos? Expresa su respuesta en a) joules y b) volts

a)	b)
$\Delta U = (1.6 \times 10^{-19} C)(1.23 \times 10^9 V)$	$\Delta U = e(1.23 \times 10^9 V)$
$\Delta U = 1.97 \times 10^{-10} J$	$\Delta U = 1.23 \times 10^9 eV$

9.- Mantenemos una partícula de carga  $q$  en posición fija en el punto  $p$  y una segunda de masa  $m$ , que tiene la misma carga, la mantenemos en reposo a una distancia  $r_1$  de  $p$  esta última se libera entonces se repele de la primera.

Determine su velocidad en el instante en que se halla a una distancia  $r_2$  de  $p$  suponga que

$$q = 3.1 \mu C, \quad m = 18 mg, \quad r_1 = 0.90 mm \quad y \quad r_2 = 2.55$$

$k = q\Delta V$	$v = \sqrt{\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$
$\Delta V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$	$v = \sqrt{\frac{(3.1 \times 10^{-6} C)^2}{2\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm})(18 \times 10^{-6} kg)} \left( \frac{1}{0.90 \times 10^{-3} m} - \frac{1}{2.5 \times 10^{-3} m} \right)}$
sustituimos:	$v = 2600 m/s$
$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$	

10.- Proyectamos un electrón con una velocidad inicial  $3.44 \times 10^5 \text{ m/s}$  hacia un protón inicialmente en reposo. Si al principio éste está muy lejos del protón ¿a qué distancia de él su velocidad será instantáneamente el doble de su valor original?

por conservación de la energía  $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{3}{2}mv^2$

$$k - u = k - u$$

$$\frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$-\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{3}{2}4\pi\epsilon_0 mv^2}{q^2}$$

$$r = \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{6\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3.44 \times 10^5 \text{ m/s})^2}$$

$$r = 1.42 \times 10^2 \text{ m}$$

11.- Calcule a) el potencial eléctrico creado por el núcleo de un átomo de hidrogeno en la distancia promedio del electrón circulante  $r = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$  b) la energía potencial del átomo cuando el electrón esta en este radio c) la energía cinética del electrón, suponiendo que describe una órbita circular de este radio centrado en el núcleo d) ¿Cuánta energía se necesita para ionizar el átomo de hidrogeno? Expresé todas sus energías en electro volts y suponga que  $V = 0$  en el

a)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

infinito

$$V = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})(5.29 \times 10^{-11} \text{ m})}$$

$$V = 27.2 \text{ v}$$

b)

$$U = qV$$

$$U = -27.2 \text{ eV}$$

12.- En el rectángulo de la figura 28 – 31 los lados tienen longitudes de 5 cm y 15 cm

$q_1 = -5\mu\text{C}$  y  $q_2 = +2\mu\text{C}$  a) ¿Cuáles son los potenciales eléctricos B y A? (suponga que  $V = 0$  en el infinito) b) cuanto trabajo externo se requiere para mover una tercera carga  $q_3 = +30\mu\text{C}$  de B a A a lo largo de la diagonal del rectángulo? c) en este proceso, ¿se convierte el trabajo externo en energía electroestática potencial o a la inversa? Explique su respuesta.



a)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})} \left( \frac{-5 \times 10^{-6} \text{ C}}{0.15 \text{ m}} + \frac{2 \times 10^{-6} \text{ C}}{0.05 \text{ m}} \right)$$

$$V_A = 6 \times 10^4 \text{ v}$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})} \left( \frac{-5 \times 10^{-6} \text{ C}}{0.05 \text{ m}} + \frac{2 \times 10^{-6} \text{ C}}{0.15 \text{ m}} \right)$$

$$V_B = -7.8 \times 10^5 \text{ v}$$

b)

$$W = q\Delta V$$

$$W = 3 \times 10^{-6} \text{ C} (6 \times 10^4 \text{ v} - (-7.8 \times 10^5 \text{ v}))$$

$$W = 2.5 \text{ J}$$

c) el trabajo es externo, esto significa que se convierte en energía  $E = 2.5J$

#### Sección 28 4 CALCULO A PARTIR DEL CAMPO

13.- Dos grandes placas paralelas conductoras están separadas a una distancia de 12 cm y transportan cargas iguales pero opuestas en sus superficies frontales. Un electrón colocado entre la mitad entre ellas experimenta una fuerza de  $3.9 \times 10^{-15} N$  a) calcule el campo eléctrico en la posición del electrón b) ¿cuál es la diferencia de potencial entre las placas?

a)

$$F = E \cdot q$$

$$E = \frac{3.9 \times 10^{-15} N}{1.6 \times 10^{-19} C}$$

$$E = 2.44 \times 10^4 N / C$$

b)

$$\Delta V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V = - \int_a^b E \cdot ds$$

$$\Delta V = -E \int_a^b ds$$

$$\Delta V = E \Delta x$$

$$\Delta V = (2.44 \times 10^4 N / C)(0.120m)$$

$$\Delta V = 2930v$$

14.- Una hoja infinita tiene una densidad de carga  $\sigma = 0.12 \mu C / m^2$  que distancia hay entre las superficies equipotenciales cuyos potenciales difieren en 48V

del ejercicio anterior

podemos concluir

$$\Delta V = E \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{2\epsilon_0}{\sigma} \Delta V$$

$$\Delta x = \frac{2(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm})}{0.12 \times 10^6 N / m^2}$$

$$7.1 \times 10^{-3} m$$

15.- Un contador de Geiger tiene un cilindro metálico de 2.10cm de diámetro a lo largo de cuyo eje se extiende un alambre de  $1.34 \times 10^{-4} cm$  de diámetro. Si entre ellos se aplica 1855 V. determine el campo eléctrico en la superficie de a) el alambre y b) cilindro (Sugerencia: utilice el resultado del problema 10 cap. 27)

$$\Delta V = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\Delta V = \int \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr$$

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \int \frac{dr}{r}$$

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$E = \frac{\Delta V}{a \ln(a/b)}$$

$$E = \frac{-855v}{(6.70 \times 10^{-7} m) \left[ \ln\left(\frac{6.70 \times 10^{-7} m}{1.05 \times 10^{-2} m}\right) \right]}$$

$$E = 1.33 \times 10^8 V / m$$

$$E = \frac{\Delta V}{a \ln(a/b)}$$

$$E = \frac{-855v}{(1.05 \times 10^{-2} m) \left[ \ln\left(\frac{6.70 \times 10^{-7} m}{1.05 \times 10^{-2} m}\right) \right]}$$

$$E = 8.4 \times 10^3 V / m$$

16.- En el experimento de la gota de aceite de Miliikan (sección 26 – 6), un campo eléctrico  $1.92 \times 10^5 N / C$  Es mantenido en equilibrio entre dos placas separadas por 1.50cm. Obtenga la diferencia de potencia entre ellas.

$$\Delta V = E \Delta x$$

$$V = (1.92 \times 10^5 N / C)(1.5 \times 10^{-2} m)$$

$$V = 2.28 \times 10^3 v$$



17.- Un núcleo de oro contiene una carga positiva igual a la de 79 protones y tiene un radio de 7 fm (probl. Res. 28 – 7). Una partícula alfa (construida por dos protones y dos neutrones) tiene una energía cinética  $K$  en los puntos lejanos del núcleo y se dirige directamente a él. La partícula alfa apenas si toca la superficie del núcleo donde se invierte la dirección de su velocidad. A) calcule  $K$ . B) tenía una energía de  $5\text{ MeV}$  la segunda partícula alfa que Rutherford y sus colegas usaron en su experimento y que condujo al descubrimiento del concepto del núcleo atómico.

a)

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\left(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}}\right)} \frac{158(1.6 \times 10^{-19} \text{C})e}{7 \times 10^{-15} \text{m}}$$

$$k = 3.2 \times 10^7 \text{ eV}$$

b) las partículas no llegaron lejos del núcleo de oro

18.- Calcule la velocidad de escape de un electrón en la superficie de una esfera uniformemente cargada, de radio 1.22 cm y con una carga total  $1.76 \times 10^{-15} \text{ C}$ . Prescinda de las fuerzas gravitacionales.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad v = \sqrt{\frac{q}{2\pi\epsilon_0 m}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad v = \sqrt{\frac{(1.76 \times 10^{-15} \text{C})(1.6 \times 10^{-19} \text{C})}{2\pi\left(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}}\right)(1.22 \times 10^{-2} \text{m})(9.11 \times 10^{-31} \text{kg})}}$$

$$v^2 = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 rm} \quad v = 2.1 \times 10^4 \text{ m/s}$$

19.- Una carga puntual tiene  $q = +1.16 \mu\text{C}$ . Considere el punto A, que está a 2.06 m de distancia y el punto B que se halla a 1.17 m de distancia en una dirección diametralmente opuesta, como se observa en la figura 28 – 32. a) Calcule la diferencia de potencial b) repita el ejercicio si los puntos A y B están situados de igual manera que en la segunda figura 28 – 32



a)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

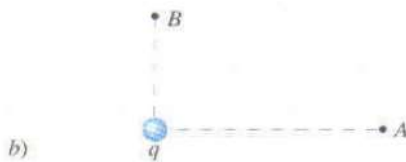
$$V_A = \frac{1.16 \times 10^{-6} \text{C}}{4\pi\left(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}}\right)(2.06 \text{m})}$$

$$V_A = 5060 \text{ v}$$

$$V_B = \frac{1.16 \times 10^{-6} \text{C}}{4\pi\left(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}}\right)(1.17 \text{m})}$$

$$V_B = 8910 \text{ v}$$

$$V_B - V_A = 8910 \text{ v} - 5060 \text{ v} = 3850 \text{ v}$$



b)

FIGURA 28-32. Ejercicio 19.

20.- Gran parte del material presente en los anillos de Saturno son diminutos granos de polvo, cuyo radio es del orden de  $1\mu m$ . Los granos se encuentran en una región que contiene un gas ionizado diluido; recogen el exceso de electrones. Si el potencial eléctrico en la superficie de uno de ellos es  $-400V$  (en relación con  $V = 0$  en el infinito) ¿Cuántos electrones en exceso ha recogido?

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad ne^- = 4\pi\epsilon_0 rV \quad n = \frac{4\pi \left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}\right) (1 \times 10^{-6} C) (-400v)}{1.6 \times 10^{-19} C}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ne^-}{r} \quad n = \frac{4\pi\epsilon_0 rV}{e^-} \quad n = 1.93 \times 10^8 V$$

21.- Una nave espacial por el gas ionizado y diluido de la ionosfera de la tierra, su potencial suele cambiar en  $-1V$  antes de que complete una revolución. Suponga que la nave es una esfera de radio 10 m, estime la carga que recoge.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad q = 4\pi \left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}\right) \left(-1 \frac{Kgm^2}{Cs^2}\right)$$

$$q = 4\pi\epsilon_0 rV \quad q = -1.1 \times 10^{-9} C$$

22.- Suponga que la carga negativa en una moneda de centavo de cobre se lleva muy lejos de la tierra – quizás en una galaxia distante – y que se distribuye uniformemente la carga positiva en la superficie terrestre. ¿Cuánto cambiará el campo en ella?.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad V = \frac{1.37 \times 10^5 C}{4\pi \left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}\right) (6.37 \times 10^6 m)} \quad V = 1.9 \times 10^8 C$$

23.- Un campo eléctrico de  $100V/m$  aproximadamente se observa a menudo cerca de la Tierra. Si este campo fuera igual a toda su superficie ¿Cuál sería su potencial eléctrico de un punto de ella? Suponga que  $V = 0$  en el infinito

$$\frac{V}{E} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}}$$

$$\frac{V}{E} = r \quad V = (100v / m) (6.37 \times 10^6 m)$$

$$V = 6.37 \times 10^8 v$$

$$V = Er$$

24.- una molécula de amoníaco  $NH_3$  tiene un momento permanente de dipolo eléctrico de  $-1.47$  D, donde D es la unidad debye con un valor de  $3.34 \times 10^{-30} \text{ Cm}$  Calcule el potencial eléctrico generado por una molécula en un punto a  $52 \text{ nm}$  de distancia a lo largo del eje del dipolo. Suponga que  $V = 0$  en el infinito

$$v = k \frac{pq}{r}$$

$$v = 8.99 \times 10^{-9} \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(1.47)(3.34 \times 10^{-30} \text{ Cm})}{(52 \times 10^{-9} \text{ m})^2}$$

$$v = 1.63 \times 10^{-5} \text{ v}$$

25.- a) en la figura 28 – 34 obtenga una expresión para  $V_A - V_B$

b) ¿Se reduce el resultado a la respuesta expresada cuando  $d = 0$  ?  
¿Cuándo  $a = 0$  ? ¿Cuándo  $q = 0$  ?

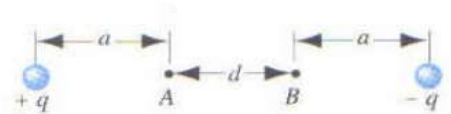


FIGURA 28-34. Ejercicio 25.

$$V_A - V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{a} + \frac{-q}{a+d} \right) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{-q}{a} + \frac{q}{a+d} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a+d} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{a+d-a}{a(a+d)} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{d}{a(a+d)} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 a(a+d)}$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{a} + \frac{-q}{a+d} \right)$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{-q}{a} + \frac{q}{a+d} \right)$$

26.- En la figura 28 – 35 localice los puntos, si los hay, a) donde  $V = 0$  y b)  $E = 0$   
Considere solo los puntos en el eje y suponga que  $V = 0$  en el infinito



FIGURA 28-35. Ejercicio 26.

A) En la figura muestra que ambas cargas son positivas así que no habrá un punto donde  $V = 0$

B) El campo eléctrico cuando se dirige hacia la otra carga sera nulo cuando:

$$E_1 = k \frac{q}{x^2} \quad E_2 = k \frac{2q}{(d-x)^2} \quad (d-x) = \frac{2q}{\frac{q}{x^2}}$$

$$E_1 = E_2 \quad d-x = \frac{2qx^2}{q}$$

$$\frac{q}{x^2} = \frac{2q}{(d-x)^2} \quad d-x = 2x^2$$

27.- Dos cargas  $q = +2.13\mu C$  están fijas en el espacio y separadas por una distancia  $d = 1.96cm$  como se aprecia en la figura 28 – 36 a) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto C? suponga que  $V = 0$  en el infinito. B) se trae una tercera carga  $Q = +1.91\mu C$  lentamente desde el infinito hasta C. ¿cuánto trabajo se debe realizar? C) ¿Cuál es la energía potencial de la configuración cuando interviene la tercera carga?.

$$\begin{array}{ll} \text{distancia} & a) \\ r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}d\right)^2 + \left(\frac{1}{2}d\right)^2} & V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \\ r = \frac{\sqrt{2}}{2}d & V = \frac{1}{4\pi\left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}\right)} \frac{2(2.13 \times 10^{-6} C)}{1.39 \times 10^{-2} m} \\ & V = 2.76 \times 10^6 v \end{array} \quad \begin{array}{l} b) \\ W = q(v - v_0) \\ W = (1.91 \times 10^{-6} C)(2.76 \times 10^6 v) \\ W = 5.2 J \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c) \\ U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d} \\ U = \frac{1}{4\pi\left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}\right)} \frac{(2.13 \times 10^{-6} C)^2}{1.96 \times 10^{-2} m} \\ U = 2.08 J \end{array}$$

28.- ¿A qué distancia en el eje de un disco uniformemente cargado de radio R es el potencial eléctrico igual a la mitad de su valor en la superficie del disco en el centro?

$$\begin{array}{ll} \text{sumatoria de las contribuciones} & \text{por otra parte tenemos} \\ \text{de anillos con carga} & \sqrt{R^2 + z^2} - |z| = \frac{R}{2} \\ V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{wdw}{\sqrt{w^2 + z^2}} & \sqrt{R^2 + z^2} - z = \frac{R}{2} \\ V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{R^2 + z^2} - |z| \right) & \sqrt{R^2 + z^2} = \frac{R}{2} + z \\ & R^2 + z^2 = \left( \frac{R}{2} + z \right)^2 \\ & R^2 + z^2 = \frac{R^2}{4} + Rz + z^2 \\ & R^2 = \frac{R^2}{4} + Rz \\ & R^2 - \frac{R^2}{4} = +Rz \\ & \frac{3R}{4} = z \end{array}$$

29.- una carga eléctrica de  $-9.12nC$  se distribuye uniformemente alrededor de un anillo de 1.48 m de radio, el cual se encuentra en el plano  $yz$  con centro en el origen. Una partícula que transporta una carga de  $-5.93pC$  se halla en el eje  $x$  con  $x = 3.07m$ . Calcule el trabajo efectuado por un agente externo al mover la carga puntual hacia el origen

$$\begin{array}{ll} W = q(v_o - v_x) & \\ W = q_p \left( \frac{q_A}{\sqrt{r^2}} - \frac{q_A}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right) & W = \frac{(-5.93 \times 10^{-12} C)(-9.12 \times 10^{-9})}{4\pi\left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}\right)} \left[ \frac{1}{1.48m} - \frac{1}{\sqrt{(1.48m)^2 + (3.07m)^2}} \right] \\ W = \frac{q_p q_A}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right) & W = 1.86 \times 10^{-10} J \end{array}$$

6.- Dos superficies conductoras paralelas y planas de espaciado  $d = 1.0\text{cm}$  tiene una diferencia de potencial  $\Delta V = 10.3\text{kV}$  se proyecta un electrón de una placa hacia la segunda. ¿Cuál es la velocidad inicial del electrón si se detiene exactamente en la superficie de esta última? No tenga en cuenta los efectos relativistas

$$K = q\Delta V$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

$$v = \sqrt{\frac{2(1.602 \times 10^{-19} \text{ C})(10.3 \times 10^3 \frac{\text{kgm}^2}{\text{Cs}^2})}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})}}$$

$$v = 6 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

7.- En un relámpago típico la diferencia de potencial entre los puntos de descarga es de unos  $1 \times 10^9 \text{ V}$  y la carga transferida es de 30 C aproximadamente a) ¿Cuánta energía se libera? B) si toda la que se libera pudiera usarse para acelerar un automóvil de 1200 kg a partir del reposo, ¿Cuál sería su velocidad final? C) si se pudiera usarse para derretir hielo, ¿Cuánto derretiría a  $0^\circ\text{C}$ ?

a)	b)	b)
$\Delta u = q\Delta V$	la energia solo va a estar centrada	calor de fusion
$u = (30\text{C})(1 \times 10^9 \frac{\text{kgm}^2}{\text{Cs}^2})$	en la energia cinetica	$Q = mL$
$u = 3 \times 10^{10} \text{ J}$	$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$	$m = \frac{Q}{L}$
	$v = \sqrt{\frac{2(3 \times 10^{10} \text{ J})}{1200 \text{ kg}}}$	$m = \frac{3 \times 10^{10} \text{ J}}{3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}}$
	$v = 7100 \text{ m/s}$	$m = 90,100 \text{ kg}$

8.- La diferencia de potencial entre cargas puntuales durante una tormenta es  $1.23 \times 10^9 \text{ V}$  ¿De qué magnitud es el cambio de la energía potencial eléctrica de un electrón que se desplaza entre ellos? Exprese su respuesta en a) joules y b) volts

a)	b)
$\Delta U = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.23 \times 10^9 \text{ V})$	$\Delta U = e(1.23 \times 10^9 \text{ V})$
$\Delta U = 1.97 \times 10^{-10} \text{ J}$	$\Delta U = 1.23 \times 10^9 \text{ eV}$

9.- Mantenemos una partícula de carga  $q$  en posición fija en el punto  $p$  y una segunda de masa  $m$ , que tiene la misma carga, la mantenemos en reposo a una distancia  $r_1$  de  $p$  esta última se libera entonces se repele de la primera.

Determine su velocidad en el instante en que se halla a una distancia  $r_2$  de  $p$  suponga que

$$q = 3.1 \mu C, \quad m = 18 mg, \quad r_1 = 0.90 mm \quad y \quad r_2 = 2.55$$

$$k = q\Delta V$$

$$\Delta V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

sustituimos:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$v = \sqrt{\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$$

$$v = \sqrt{\frac{(3.1 \times 10^{-6} C)^2}{2\pi (8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}) (18 \times 10^{-6} kg) \left( \frac{1}{0.90 \times 10^{-3} m} - \frac{1}{2.5 \times 10^{-3} m} \right)}}$$

$$v = 2600 m/s$$

10.- Proyectamos un electrón con una velocidad inicial  $3.44 \times 10^5 m/s$  hacia un protón inicialmente en reposo. Si al principio éste está muy lejos del protón ¿a qué distancia de él su velocidad será instantáneamente el doble de su valor original?

por conservación de la energía  $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{3}{2}mv^2$

$$k - u = k - u$$

$$\frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$-\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{3}{2}4\pi\epsilon_0 mv^2}{q^2}$$

$$r = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 mv^2}$$

$$r = \frac{(1.6 \times 10^{-19} C)^2}{6\pi (8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}) (9.11 \times 10^{-31} kg) (3.44 \times 10^5 m/s)^2}$$

$$1.42 \times 10^2 m$$

11.- Calcule a) el potencial eléctrico creado por el núcleo de un átomo de hidrógeno en la distancia promedio del electrón circulante  $r = 5.29 \times 10^{-11} m$  b) la energía potencial del átomo cuando el electrón está en este radio c) la energía cinética del electrón, suponiendo que describe una órbita circular de este radio centrado en el núcleo d) ¿Cuánta energía se necesita para ionizar el átomo de hidrógeno? Expresé todas sus energías en electro volts y suponga que  $V = 0$  en el infinito

a)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1.6 \times 10^{-19} C}{4\pi (8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}) (5.29 \times 10^{-11} m)}$$

$$V = 27.2 v$$

b)

$$U = qV$$

$$U = -27.2 eV$$

12.- En el rectángulo de la figura 28 – 31 los lados tienen longitudes de 5 cm y 15 cm

$q_1 = -5\mu C$  y  $q_2 = +2\mu C$  a) ¿Cuáles son los potenciales eléctricos B y A? (suponga que  $V = 0$  en el infinito) b) cuanto trabajo externo se requiere para mover una tercera carga  $q_3 = +30\mu C$  de B a A a lo largo de la diagonal del rectángulo? c) en este proceso, ¿se convierte el trabajo externo en energía electrostática potencial o a la inversa? Explique su respuesta.



a)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm})} \left( \frac{-5 \times 10^{-6} C}{0.15m} + \frac{2 \times 10^{-6} C}{0.05m} \right)$$

$$V_A = 6 \times 10^4 v$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm})} \left( \frac{-5 \times 10^{-6} C}{0.05m} + \frac{2 \times 10^{-6} C}{0.15m} \right)$$

$$V_B = -7,8 \times 10^5 v$$

b)

$$W = q\Delta V$$

$$W = 3 \times 10^{-6} C (6 \times 10^4 v - (-7,8 \times 10^5 v))$$

$$W = 2.5 J$$

c) el trabajo es externo, esto significa que se convierte en energía  $E = 2.5 J$

#### Sección 28 4 CALCULO A PARTIR DEL CAMPO

13.- Dos grandes placas paralelas conductoras están separadas a una distancia de 12 cm y transportan cargas iguales pero opuestas en sus superficies frontales. Un electrón colocado entre la mitad entre ellas experimenta una fuerza de  $3.9 \times 10^{-15} N$  a) calcule el campo eléctrico en la posición del electrón b) ¿cuál es la diferencia de potencial entre las placas?

a)

$$F = E \cdot q$$

$$E = \frac{3.9 \times 10^{-15} N}{1.6 \times 10^{-19} C}$$

$$E = 2.44 \times 10^4 N / C$$

b)

$$\Delta V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V = E\Delta x$$

$$\Delta V = - \int_a^b E \cdot ds$$

$$\Delta V = (2.44 \times 10^4 N / C)(0.120m)$$

$$\Delta V = 2930 v$$

$$\Delta V = -E \int_a^b ds$$

14.- Una hoja infinita tiene una densidad de carga  $\sigma = 0.12 \mu C / m^2$  que distancia hay entre las superficies equipotenciales cuyos potenciales difieren en 48 V

del ejercicio anterior

podemos concluir

$$\Delta V = E\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{2(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm})}{0.12 \times 10^6 N / m^2}$$

$$\Delta x = \frac{2\epsilon_0}{\sigma} \Delta V$$

$$7.1 \times 10^{-3} m$$

15.- Un contador de Geiger tiene un cilindro metálico de 2.10cm de diámetro a lo largo de cuyo eje se extiende un alambre de  $1.34 \times 10^{-4} \text{ cm}$  de diámetro. Si entre ellos se aplica 1855 V. determine el campo eléctrico en la superficie de a) el alambre y b) cilindro (Sugerencia: utilice el resultado del problema 10 cap. 27)

$$\Delta V = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\Delta V = \int \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr$$

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \int \frac{dr}{r}$$

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$E = \frac{\Delta V}{a \ln(a/b)}$$

$$E = \frac{-855 \text{ v}}{(6.70 \times 10^{-7} \text{ m}) \left[ \ln\left(\frac{6.70 \times 10^{-7} \text{ m}}{1.05 \times 10^{-2} \text{ m}}\right) \right]}$$

$$E = 1.33 \times 10^8 \text{ V / m}$$

$$E = \frac{\Delta V}{a \ln(a/b)}$$

$$E = \frac{-855 \text{ v}}{(1.05 \times 10^{-2} \text{ m}) \left[ \ln\left(\frac{6.70 \times 10^{-7} \text{ m}}{1.05 \times 10^{-2} \text{ m}}\right) \right]}$$

$$E = 8.4 \times 10^3 \text{ V / m}$$

16.- En el experimento de la gota de aceite de Miliikan (sección 26–6), un campo eléctrico  $1.92 \times 10^5 \text{ N / C}$  Es mantenido en equilibrio entre dos placas separadas por 1.50cm. Obtenga la diferencia de potencia entre ellas.

$$\Delta V = E\Delta x$$

$$V = (1.92 \times 10^5 \text{ N / C})(1.5 \times 10^{-2} \text{ m})$$

$$V = 2.28 \times 10^3 \text{ v}$$

17.- Un núcleo de oro contiene una carga positiva igual a la de 79 protones y tiene un radio de 7 fm (probl. Res. 28 – 7). Una partícula alfa (construida por dos protones y dos neutrones) tiene una energía cinética K en los puntos lejanos del núcleo y se dirige directamente a él. La partícula alfa apenas si toca la superficie del núcleo donde se invierte la dirección de su velocidad. A) calcule K. B) tenía una energía de  $5 \text{ MeV}$  la segunda partícula alfa que Rutherford y sus colegas usaron en su experimento y que condujo al descubrimiento del concepto del núcleo atómico.

a)

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})} \frac{158(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})e}{7 \times 10^{-15} \text{ m}}$$

$$k = 3.2 \times 10^7 \text{ eV}$$

b) las partículas no llegaron lejos del núcleo de oro



18.- Calcule la velocidad de escape de un electrón en la superficie de una esfera uniformemente cargada, de radio 1.22 cm y con una carga total  $1.76 \times 10^{-15} \text{ C}$  Prescinda de las fuerzas gravitacionales.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad v = \sqrt{\frac{q}{2\pi\epsilon_0 m}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad v = \sqrt{\frac{(1.76 \times 10^{-15} \text{ C})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{2\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})(1.22 \times 10^{-2} \text{ m})(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})}}$$

$$v^2 = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 rm} \quad v = 2.1 \times 10^4 \text{ m/s}$$

19.- Una carga puntual tiene  $q = +1.16 \mu\text{C}$  Considere el punto A, que está a 2.06 m de distancia y el punto B que se halla a 1.17 m de distancia en una dirección diametralmente opuesta, como se observa en la figura 28 – 32 a) Calcule la diferencia de potencial b) repita el ejercicio si los puntos A y B están situados de igual manera que en la segunda figura 28 – 32

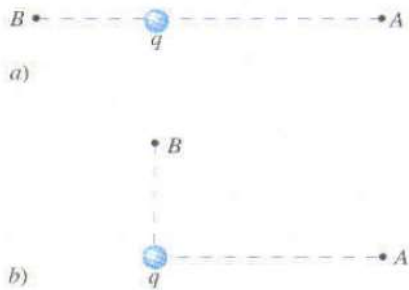


FIGURA 28-32. Ejercicio 19.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad V_B = \frac{1.16 \times 10^{-6} \text{ C}}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})(1.17 \text{ m})}$$

$$V_A = \frac{1.16 \times 10^{-6} \text{ C}}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})(2.06 \text{ m})} \quad V_B = 8910 \text{ v}$$

$$V_A = 5060 \text{ v} \quad V_B - V_A = 8910 \text{ v} - 5060 \text{ v} = 3850 \text{ v}$$

20.- Gran parte del material presente en los anillos de Saturno son diminutos granos de polvo, cuyo radio es del orden de  $1 \mu\text{m}$  Los granos se encuentran en una región que contiene un gas ionizado diluido; recogen el exceso de electrones. Si el potencial eléctrico en la superficie de uno de ellos es  $-400 \text{ V}$  (en relación con  $V = 0$  en el infinito) ¿Cuántos electrones en exceso ha recogido?

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad ne^- = 4\pi\epsilon_0 rV \quad n = \frac{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})(1 \times 10^{-6} \text{ C})(-400 \text{ v})}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ne^-}{r} \quad n = \frac{4\pi\epsilon_0 rV}{e^-} \quad n = 1.93 \times 10^8$$

21.- Una nave espacial por el gas ionizado y diluido de la ionosfera de la tierra, su potencial suele cambiar en  $-1 \text{ V}$  antes de que complete una revolución. Suponga que la nave es una esfera de radio 10 m, estime la carga que recoge.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad q = 4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}})(-1 \frac{\text{kgm}^2}{\text{Cs}^2})$$

$$q = 4\pi\epsilon_0 rV \quad q = -1.1 \times 10^{-9} \text{ C}$$

22.- Suponga que la carga negativa en una moneda de centavo de cobre se lleva muy lejos de la tierra – quizás en una galaxia distante – y que se distribuye uniformemente la carga positiva en la superficie terrestre. ¿Cuánto cambiará el campo en ella?.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad V = \frac{1.37 \times 10^5 C}{4\pi \left( 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm} \right) (6.37 \times 10^6 m)} \quad V = 1.9 \times 10^8 C$$

23.- Un campo eléctrico de 100V/m aproximadamente se observa a menudo cerca de la Tierra. Si este campo fuera igual a toda su superficie ¿Cuál sería su potencial eléctrico de un punto de ella? Suponga que  $V = 0$  en el infinito

$$\frac{V}{E} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}} \quad V = (100v/m) (6.37 \times 10^6 m)$$

$$\frac{V}{E} = r \quad V = 6.37 \times 10^8 v$$

$$V = Er$$

24.- una molécula de amoníaco  $NH_3$  tiene un momento permanente de dipolo eléctrico de  $-1.47 D$ , donde  $D$  es la unidad debye con un valor de  $3.34 \times 10^{-30} Cm$  Calcule el potencial eléctrico generado por una molécula en un punto a 52 nm de distancia a lo largo del eje del dipolo. Suponga que  $V = 0$  en el infinito

$$v = k \frac{pq}{r}$$

$$v = 8.99 \times 10^{-9} \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(1.47)(3.34 \times 10^{-30} Cm)}{(52 \times 10^{-9} m)^2}$$

$$v = 1.63 \times 10^{-5} v$$

25.- a) en la figura 28 – 34 obtenga una expresión para  $V_A - V_B$

b) ¿Se reduce el resultado a la respuesta expresada cuando  $d = 0$  ?  
¿Cuándo  $a = 0$  ? ¿Cuándo  $q = 0$  ?

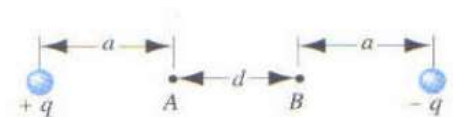


FIGURA 28-34. Ejercicio 25.

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{a} + \frac{-q}{a+d} \right)$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{-q}{a} + \frac{q}{a+d} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{a} + \frac{-q}{a+d} \right) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{-q}{a} + \frac{q}{a+d} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a+d} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{a+d-a}{a(a+d)} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{d}{a(a+d)} \right)$$

$$V_A - V_B = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 a(a+d)}$$

26.- En la figura 28 – 35 localice los puntos, si los hay, a) donde  $V = 0$  y b)  $E = 0$  Considere solo los puntos en el eje y suponga que  $V = 0$  en el infinito



FIGURA 28-35. Ejercicio 26.

- A) En la figura muestra que ambas cargas son positivas así que no habrá un punto donde  $V = 0$   
 B) El campo eléctrico cuando se dirige hacia la otra carga sera nulo cuando:

$$E_1 = k \frac{q}{x^2} \quad E_2 = k \frac{2q}{(d-x)^2} \quad (d-x) = \frac{2q}{\frac{q}{x^2}}$$

$$E_1 = E_2$$

$$k \frac{q}{x^2} = k \frac{2q}{(d-x)^2}$$

$$\frac{q}{x^2} = \frac{2q}{(d-x)^2}$$

$$d-x = \frac{2qx^2}{q}$$

$$d-x = 2x^2$$

27.- Dos cargas  $q = +2.13\mu C$  están fijas en el espacio y separadas por una distancia  $d = 1.96cm$  como se aprecia en la figura 28 – 36 a) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto C? suponga que  $V = 0$  en el infinito. B) se trae una tercera carga  $Q = +1.91\mu C$  lentamente desde el infinito hasta C. ¿cuánto trabajo se debe realizar? C) ¿Cuál es la energía potencial de la configuración cuando interviene la tercera carga?.

a)

distancia

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}d\right)^2 + \left(\frac{1}{2}d\right)^2}$$

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} d$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm})} \frac{2(2.13 \times 10^{-6} C)}{1.39 \times 10^{-2} m}$$

$$V = 2.76 \times 10^6 v$$

b)

$$W = q(v - v_0)$$

$$W = (1.91 \times 10^{-6} C)(2.76 \times 10^6 v)$$

$$W = 5.2J$$

c)

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d}$$

$$U = \frac{1}{4\pi \left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}\right)} \frac{(2.13 \times 10^{-6} C)^2}{1.96 \times 10^{-2} m}$$

$$U = 2.08 J$$

28.- ¿A qué distancia en el eje de un disco uniformemente cargado de radio R es el potencial eléctrico igual a la mitad de su valor en la superficie del disco en el centro?

sumatoria de las contribuciones  
de anillos con carga

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{wdw}{\sqrt{w^2 + z^2}}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{R^2 + z^2} - |z| \right)$$

por otra parte tenemos

$$\sqrt{R^2 + z^2} - |z| = \frac{R}{2}$$

$$\sqrt{R^2 + z^2} - z = \frac{R}{2}$$

$$\sqrt{R^2 + z^2} = \frac{R}{2} + z$$

$$R^2 + z^2 = \left( \frac{R}{2} + z \right)^2$$

$$R^2 + z^2 = \frac{R^2}{4} + Rz + z^2$$

$$R^2 = \frac{R^2}{4} + Rz$$

$$R^2 - \frac{R^2}{4} = +Rz$$

$$\frac{3R}{4} = z$$

29.- una carga eléctrica de  $-9.12 nC$  se distribuye uniformemente alrededor de un anillo de 1.48 m de radio, el cual se encuentra en el plano yz con centro en el origen. Una partícula que transporta una carga de  $-5.93 pC$  se halla en el eje x con  $x = 3.07 m$ . Calcule el trabajo efectuado por un agente externo al mover la carga puntual hacia el origen

$$W = q(v_o - v_x)$$

$$W = q_p \left( \frac{q_A}{\sqrt{r^2}} - \frac{q_A}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right)$$

$$W = \frac{q_p q_A}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right)$$

$$W = \frac{(-5.93 \times 10^{-12} C)(-9.12 \times 10^{-9})}{4\pi \left(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}\right)} \left[ \frac{1}{1.48 m} - \frac{1}{\sqrt{(1.48 m)^2 + (3.07 m)^2}} \right]$$

$$W = 1.86 \times 10^{-10} J$$

## CAPACITANCIA

1.- El electrómetro es un dispositivo con que se mide la carga estática. Se pone una carga desconocida en las placas de un capacitor y se mide la diferencia de potencial ¿Qué carga mínima puede medirse mediante un electrómetro con una capacitancia de 50pF y una sensibilidad de voltaje de 0.15V?

$$q = C\Delta V$$

$$q = (5 \times 10^{-12} \text{ f})(0.15 \text{ v})$$

$$q = 7.5 \times 10^{-12} \text{ c}$$

2.- los dos objetos metálicos de la figura 30 – 21 tienen cargas netas de  $+73.0 \text{ pC}$  y de  $-73.0 \text{ pC}$  y esto produce una diferencia de potencial de  $19.2 \text{ V}$  entre ellos a) ¿Qué capacitancia tiene el sistema b) si se modifican las cargas a  $+210 \text{ pC}$  y  $-210 \text{ pC}$  ¿Cuál sería la capacitancia? c) ¿Cuál será entonces la diferencia de potencial?

$$C = \frac{q}{v} = \frac{73 \times 10^{-12} \text{ C}}{19.2 \text{ v}} = 3.8 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$V = \frac{210 \times 10^{-12} \text{ C}}{3.8 \times 10^{-12} \text{ F}} = 55.23 \text{ v}$$

$$C = \frac{210 \times 10^{-12} \text{ C}}{55.23 \text{ v}} = 3.8 \times 10^{-12} \text{ F}$$

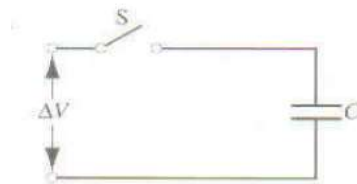
3.- El capacitor de la figura 30 – 22 tiene una capacitancia de  $26 \mu\text{F}$  y al inicio no esta cargado. Una batería suministra una diferencia de potencia de  $125 \text{ V}$  Luego de cerrar S durante larga tiempo ¿cuánta carga se desplazara de la batería?

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

$$q = C\Delta V$$

$$q = (26 \times 10^{-6} \text{ F})(125 \text{ V})$$

$$q = 3.25 \times 10^{-3} \text{ C}$$



**FIGURA 30-22.** Ejercicio 3.

## CALCULO DE LA CAPACITANCIA

4.- Un capacitor de placas paralelas tienen placas circulares de 8.22cm de radio y con una separación de 1.13mm a) calcule la capacitancia b) que carga aparecerá en las placas si se aplica una diferencia de potencial de 116 V

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}) [\pi (8.22 \times 10^{-2} m)^2]}{1.31 \times 10^{-3} m}$$

$$C = 1.43 \times 10^{-10} F$$

5. La placa y el cátodo de un diodo de tubo al vacío tienen la forma de dos cilindros concéntricos con el cátodo como cilindro central. El diámetro del cátodo mide 1.62 mm y el de la placa 18.3 mm: ambos elementos tienen una longitud de 2.38 cm. Calcule la capacitancia del diodo.

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$C = \frac{2\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m})(0.0238 m)}{\ln\left(\frac{0.00915 m}{0.00081 m}\right)}$$

$$C = 5.46 \times 10^{-13} F$$

6. Dos hojas de aluminio tienen una separación de 1.20mm. Una capacitancia de 9.70 pF y una carga de 13V. a) Calcule la superficie de la placa. b) Ahora se reduce la separación en 0.10 mm manteniendo constante la carga. Encuentre la nueva capacitancia. c) ¿Cuánto se altera la diferencia de potencial? Explique de qué manera podría construirse un micrófono aplicando este principio?

a)

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0}$$

$$A = \frac{(9.7 \times 10^{-12} F)(1.2 \times 10^{-3} m)}{8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}}$$

$$A = 1.32 \times 10^{-3} m^2$$

b)

$$C = \frac{C_0 d_0}{d}$$

$$C = \frac{(9.7 \times 10^{-12} F)(1.2 \times 10^{-3} m)}{1.1 \times 10^{-3} m}$$

$$C = 1.06 \times 10^{-11} F$$

c)

$$\Delta V = \frac{q}{C} = \frac{C_0 \Delta V_0}{C} = \frac{\Delta V d}{d_0}$$

$$\Delta V_0 = \frac{(13V)(1.1 \times 10^{-3} m)}{1.2 \times 10^{-3} m}$$

$$\Delta V_0 = 11.9V$$

$$\Delta V_0 - \Delta V = 11.9V - 30V = -18.1V$$

7. Las placas del capacitor esférico tienen un radio de 38.0 mm y de 40.0 mm. a) Calcule la capacitancia- b) ¿Cuál debe ser la superficie de placa de un capacitor de placas paralelas con la misma separación y capacitancia de ellas?

$$\begin{aligned}
 a) \\
 C &= 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{ab}{a-b} \right) \\
 C &= 4\pi \left( 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \right) \left( \frac{(0.040m)(0.0238m)}{0.040m - 0.0238m} \right) \\
 C &= 8.45 \times 10^{-11} F \\
 b) \\
 C &= \frac{A\epsilon_0}{d} \\
 A &= \frac{Cd}{\epsilon_0} \\
 A &= \frac{(8.45 \times 10^{-11} F)(2 \times 10^{-3} m)}{8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}} \\
 A &= 1.91 \times 10^{-2} m^2
 \end{aligned}$$

8. Suponga que los dos cascarones esféricos de un capacitor esférico tienen radios aproximadamente iguales. En tales condiciones, el dispositivo se aproxima a un capacitor de placas paralelas con  $b - a = d$ . Demuestre que la ecuación 30-8 en un capacitor esférico efectivamente se reduce a la ecuación 30-5 para un capacitor de placas paralelas en este caso.

$$\begin{aligned}
 C &= 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{ab}{a-b} \right) \\
 \text{si: } d &= b - a \\
 a &= b + d \\
 \text{dond "d" es la pequeña separacion} \\
 C &= 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{(b+d)b}{d} \right) \\
 C &\approx 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{b^2 + db}{d} \right) \\
 C &= \frac{\epsilon_0 A}{d}
 \end{aligned}$$

#### 30-4 Capacitores en serie y en paralelo

9. ¿Cuántos capacitores de  $1\mu F$  deben conectarse en paralelo para almacenar 1C con una diferencia de potencial de 110 V en los capacitores?

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{q}{\Delta V} & N &= \frac{\Delta V}{q} \\
 q &= C\Delta V & N &= \frac{1C}{1.10 \times 10^{-4} C} \\
 q &= (1 \times 10^{-6} F)(110V) & N &= 9090 \\
 q &= 1.10 \times 10^{-4} C
 \end{aligned}$$

10. En la figura 30-23 encuentre la capacitancia equivalente de la combinación. Suponga que

$$C_1 = 10.3\mu F, \quad C_2 = 4.8\mu F \quad \text{y} \quad C_3 = 3.9\mu F$$

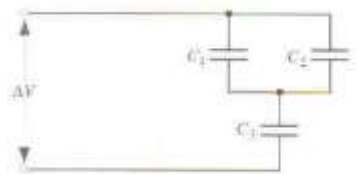


FIGURA 30-23. Ejercicios 10, 17 y 26.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

$$C_{eq} = (10.3 \times 10^{-6} F) + (4.8 \times 10^{-6} F)$$

$$C_{eq} = 15.1 \times 10^{-6} F$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{15.1 \times 10^{-6} F} + \frac{1}{3.9 \times 10^{-6}}$$

$$C_{eq} = 3.23 \times 10^{-6} F^{-1}$$

$$3.10 \times 10^{-6} F$$

11. En la figura 30 – 24 encuentre la capacitancia equivalente de la combinación. Suponga que  $C_1 = 10.3\mu F$   $C_2 = 4.8\mu F$  y  $C_3 = 3.9\mu F$

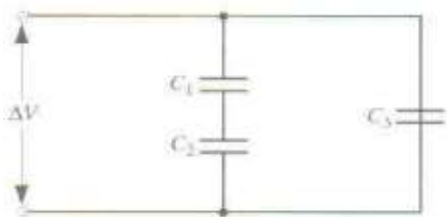


FIGURA 30-24. Ejercicio 11.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{n=1}^n \frac{1}{C_n}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{10.3 \times 10^{-6} F} + \frac{1}{4.8 \times 10^{-6} F}$$

$$C_{eq} = 3.05 \times 10^{-6} F^{-1}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_n$$

$$C_{eq} = (3.28 \times 10^{-6} F) + (3.9 \times 10^{-6} F)$$

$$C_{eq} = 7.18 \times 10^{-6} F$$

12. Los capacitores sin carga de la figura 30 – 25 tienen una capacidad de  $25\mu F$  se produce una diferencia de potencial de 4200 V cuando se cierra el interruptor S ¿Cuánta carga fluye entonces por el medidor A?

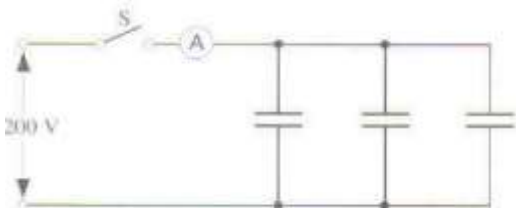


FIGURA 30-25. Ejercicio 12.

$$q = C\Delta V$$

$$q = (25 \times 10^{-6} F)(4200 V)$$

$$q = 0.105 C$$

$$q = 0.105 C \rightarrow 1 \text{ Capacitor}$$

$$q_T = 0.315 C \rightarrow 3 \text{ capacitores}$$

13. Un capacitor de  $6\mu F$  está conectado en serie a otro de  $4\mu F$  ; al par se le aplica una diferencia de potencial de 200 V.

a) Calcule la capacitancia equivalente. b) ¿Qué carga contiene cada uno? c) ¿Cuál es la diferencia de potencial en cada capacitor?

a)

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{n=1}^n \frac{1}{C_n}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{4 \times 10^{-6} F} + \frac{1}{6 \times 10^{-6} F}$$

$$C_{eq} = 2.4 \times 10^{-6} F$$

b)

$$q = C\Delta V$$

$$q = (2.4 \times 10^{-6} F)(200 V)$$

$$q = 0.480 mC$$

c)

$$\Delta V = \frac{q}{C}$$

$$\Delta V = \frac{0.48 mC}{4 \times 10^{-6} F} \quad \Delta V = \frac{0.48 mC}{4 \times 10^{-6} F}$$

$$\Delta V = 120 V$$

$$\Delta V = 80 V$$



14. Resuelva el ejercicio 13 con los dos capacitores anteriores conectados en paralelo.

a)	b	
$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_n$	$q = C\Delta V$	
$C_{eq} = (4 \times 10^{-6} F) + (6 \times 10^{-6} F)$	$q = (4 \times 10^{-6} F)(200V)$	$q = (6 \times 10^{-6} F)(200V)$
$C_{eq} = 10 \times 10^{-6} F$	$q = 8 \times 10^{-4} C$	$q = 12 \times 10^{-4} C$

15. a) Tres capacitores están conectados en paralelo. Cada uno tiene una superficie de placa A y un espaciamiento  $d$  entre ellas. ¿Qué espaciamiento debe tener un capacitor con superficie de placa A. si su capacitancia es igual a la de la combinación en paralelo? b) ¿Cuál debe ser el espaciamiento si los tres capacitores están conectados en serie?

a)	b)	
$C_{eq} = C + C + C$	$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$	$d_{eq} = \frac{\epsilon_0 A}{C}$
$C_{eq} = 3C$	$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{3}{C}$	$\frac{C}{3}$
$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$	$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$	$d_{eq} = 3d$
$d_{eq} = \frac{\epsilon_0 A}{3C}$		
$d_{eq} = \frac{d}{3}$		

16. Tenemos varios capacitores de  $2\mu F$  cada uno capaz de soportar 200 V sin ruptura. ¿Cómo crearía una combinación que tenga una capacitancia equivalente de a)  $0.4\mu F$ , b)  $1.2\mu F$ . Ambas capaces de soportar 1000V?

el minimo

$\frac{1000V}{200V} = 5 \text{ combinaciones}$	b)
$C_{eq} = \frac{C}{5}$	$N^\circ = \frac{C}{C_{eq}}$
$C_{eq} = \frac{1.2 \times 10^{-6} F}{5}$	$N^\circ = \frac{1.2 \times 10^{-6} F}{0.40 \times 10^{-6} F}$
$C_{eq} = 0.40 \times 10^{-6} F$	$N^\circ = 3 \text{ combinaciones}$

17. En la figura 30 – 23 suponga que el capacitor  $C_3$  se rompe eléctricamente. Convirtiéndose en equivalente de una trayectoria de conducción. ¿Qué cambios presentará el capacitor  $C_1$  en a) la carga y en b) la diferencia de potencial? Suponga que  $\Delta V = 155V$

a)	b)
$q = (10.3 \times 10^{-6} F)(115V)$	$\Delta V = 115$
$q = 1.18 \times 10^{-3} C$	

18. Un capacitor de  $108\mu F$  tiene una carga con una diferencia de potencial de  $52.4V$  después se desconecta la batería de carga. Luego se conecta el capacitor en paralelo con otro (inicialmente sin carga). La diferencia de medida de potencial desciende a  $35.8V$  Encuentre la capacitancia de este segundo capacitor

$$\begin{aligned}
 q_1 &= C\Delta V & q_2 &= C\Delta V & q_1 - q_2 &= (5.66 \times 10^{-3} C) - (3.87 \times 10^{-3} C) & C &= \frac{1.79 \times 10^{-3} C}{35.8V} \\
 q_1 &= (108 \times 10^{-3} F)(52.4V) & q_2 &= (108 \times 10^{-3} F)(35.8V) & & & & \\
 q_1 &= 5.66 \times 10^{-3} C & q_2 &= 3.87 \times 10^{-3} C & & & & C = 5 \times 10^{-5} F
 \end{aligned}$$

## LA FUERZA MAGNÉTICA SOBRE UNA CARGA EN MOVIMIENTO

1.- Cuatro partículas siguen las trayectorias de la figura 32-33 a una medida que cruzan el campo magnético allí ¿que puede concluirse en relación la carga de cada una?

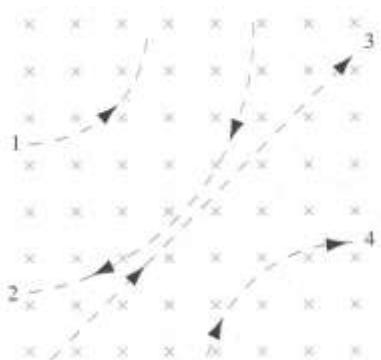


FIGURA 32-33. Ejercicio 1.

2.- Un electrón en un tubo de cámara de televisión se desplaza a  $7.2 \times 10^6 m/s$  en un campo magnético de  $83mT$  de intensidad a) sin conocer la dirección del campo ¿cuáles podrían

$$\begin{aligned}
 a) & & b) & & \text{sen}\theta &= \frac{ma}{qvB} \\
 F &= qvB & F &= qvB & F_g &= ma \\
 F &= (1.6 \times 10^{-19} C)(7.2 \times 10^6 m/s)(8.3 \times 10^{-2} T) & F &= F_g & \theta &= \text{sen}^{-1}\left(\frac{ma}{qvB}\right) \\
 F &= 9.6 \times 10^{-14} N & qvB \text{sen}\theta &= ma & & \\
 \theta &= \text{sen}^{-1}\left(\frac{(9.11 \times 10^{-31} kg)(4.9 \times 10^{16} m/s^2)}{(1.6 \times 10^{-19} C)(7.2 \times 10^6 m/s)(8.3 \times 10^{-2} T)}\right) & & & & \\
 \theta &= 28^\circ & & & &
 \end{aligned}$$

3.- un campo electrico de  $1.5kV/m$  y un campo magnético de  $0.44T$  actúan sobre un electrón en movimiento y no producen fuerza alguna a) calcule su fuerza mínima. B) trace los vectores  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{v}$

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{E}{B} \\
 v &= \frac{1.5 \times 10^3 V/m}{0.44T} \\
 v &= 3.4 \times 10^3 m/s
 \end{aligned}$$

4.- Un electrón que se desplaza a  $23^\circ$  respecto a una campo magnético de  $2.63mT$  fuerza experimenta una fuerza magnética de  $6.48 \times 10^{-17} N$  Calcule a) la velocidad b) la energía cinética del protón en Ev

a)

$$F = qvB$$

$$F = qvB \sin \theta$$

$$v = \frac{F}{qB \sin \theta}$$

$$v = \frac{6.48 \times 10^{-17} N}{(1.6 \times 10^{-19} C)(2.63 \times 10^{-3} T)(\sin 23^\circ)}$$

$$v = 3.94 \times 10^5 m/s$$

b)

$$k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$k = \frac{(938 MeV/c^2)(3.94 \times 10^5 m/s)^2}{2}$$

$$k = 809 eV$$

5.- Un protón de rayos cósmicos choca contra la tierra ceca del ecuador con una velocidad de  $2.8 \times 10^7 m/s$  suponga que el componente horizontal del campo magnético de la tierra en el ecuador es  $30 \mu T$ . Calcule la razón de la fuerza magnética del protón a la fuerza gravitacional sobre el

$$F = qvB$$

$$F = (1.6 \times 10^{-19} C)(2.8 \times 10^7 m/s)(30 \times 10^{-6} T)$$

$$F = 1.3 \times 10^{-16} N$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F = (1.7 \times 10^{-27} kg)(9.8 m/s^2)$$

$$F = 1.7 \times 10^{-26} N$$

6.- aceleramos un protón mediante una diferencia de potencial de  $1kV$  y lo dirigimos hacia una región entre dos placas paralelas separadas por  $20mm$  con una diferencia de potencial de  $100V$  entre ellas. Si entra moviéndose perpendicularmente al campo eléctrico entre las placas, ¿Qué campo magnético perpendicular a la trayectoria del electrón y al campo eléctrico se requiere para que se desplace en línea recta

$$U = q\Delta V$$

$$K = U$$

$$K \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(1000 eV)}{5.1 \times 10^5 eV/c^2}}$$

$$v = 0.063c$$

7.- Un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}$  es perpendicular a un campo uniforme  $\vec{B}$  Un protón que se mueve con una velocidad  $\vec{v}_p$  perpendicular a ambos no experimenta fuerza neta alguna. Un protón que se mueve con velocidad  $\vec{v}_e$  tampoco experimenta fuerza neta alguna demuestre que la razón de la energía cinética del protón

al electrón es  $\frac{m_p}{m_e}$

$$k_p = \frac{1}{2}m_p v^2$$

$$k_e = \frac{1}{2}m_e v^2$$

$$\frac{k_p}{k_e} = \frac{\frac{1}{2}m_p v^2}{\frac{1}{2}m_e v^2}$$

$$\frac{k_p}{k_e} = \frac{m_p}{m_e}$$

8.- Un fuente de iones de  ${}^6Li$  (masa =  $6.01u$ ) cada uno de los cuales transporta una carga neta de  $+e$  los iones son acelerados por una diferencia de potencial de  $10.8kV$  y se dirigen horizontalmente a una región donde hay un campo magnético vertical  $B = 1.22T$  Calcule la intensidad del campo eléctrico horizontal que debe crearse en la misma región para que los iones de  ${}^6Li$  pasen sin desviarse

$$U = q\Delta V$$

$$K = U$$

$$K \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(10.8 keV)}{(6.01)(932 MeV/c^2)}}$$

$$v = 1.96 \times 10^{-3} c$$

$$E = vB$$

$$E = (1.96 \times 10^{-3} c)(1.22 T)$$

$$E = 7.17 \times 10^5 V/m$$

Cargas circulantes

9. a) En un campo magnético con  $B = 0.50 \text{ T}$ , ¿con qué radio de trayectoria circulará un electrón a una velocidad de  $0.10c$ ? b) ¿Cuál será su energía cinética en eV? No tenga en cuenta los efectos relativistas pequeños.

a)

$$F = qvB$$

$$m \frac{v^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$r = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.5 \text{ T})}$$

$$r = 3.4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

b)

$$k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$k = \frac{(0.511 \text{ MeV})(0.10(3 \times 10^8 \text{ m/s}))^2}{2}$$

$$k = 2.6 \times 10^3 \text{ MeV}$$

10. Un electrón de  $1.22 \text{ keV}$  tiene trayectoria circular por un plano en ángulos rectos con un campo magnético uniforme. El radio de su órbita es  $24.7 \text{ cm}$ . Calcule a) la velocidad del electrón, b) el campo magnético, c) la frecuencia de revolución y d) el periodo del movimiento.

a)

$$K = k$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = k$$

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(1.22 \text{ keV})}{511 \text{ keV}/c^2}}$$

$$v = 0.0691c$$

b)

$$F = qvB$$

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

$$B = \frac{mv}{qr}$$

$$B = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(0.0691c)}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.247 \text{ m})}$$

$$B = 4.78 \times 10^{-4} \text{ T}$$

c)

$$f = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$f = \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(4.78 \times 10^{-4} \text{ T})}{2\pi(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})}$$

$$f = 1.33 \times 10^7 \text{ Hz}$$

d)

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{1.33 \times 10^7 \text{ Hz}}$$

$$T = 7.48 \times 10^{-8}$$

11. Una diferencia de potencial de  $350 \text{ V}$  acelera un electrón del re-poso. Después entra en un campo magnético uniforme de  $200 \text{ mT}$  de magnitud, su velocidad forma ángulos rectos con el campo. Calcule a) la velocidad del electrón y b) el radio de su trayectoria en el campo magnético.

a)

$$K = k$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = k$$

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(350 \text{ eV})}{511 \text{ keV}/c^2}}$$

$$v = 0.037c$$

b)

$$F = qvB$$

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$r = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(0.037c)}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.20 \text{ T})}$$

$$r = 3.16 \times 10^{-4} \text{ m}$$

26. En un experimento del efecto Hall, una corriente de 3.2 A de longitud en un conductor de 1.2 cm de ancho, de 4.0 cm de largo y de 9.5 / 4.m de espesor produce un voltaje transversal de Hall (a lo ancho) de 40 p.V, cuando un campo magnético de 1.4 T opera perpendicularmente al conductor delgado. Con estos datos, calcule a) la velocidad de deriva de los portadores de carga y b) la densidad numérica de ellos. Con base en la tabla 32-4 identifique el conductor. c) Demuestre en un diagrama la polaridad del voltaje de Hall con cierta corriente y dirección de campo magnético, suponiendo que los portadores de energía son electrones (negativos)

$$\begin{array}{ll}
 a) & b) \\
 v = \frac{E}{B} & \frac{\Delta V}{w} = vB \\
 v = \frac{40 \times 10^{-6} V}{1.4 T} & \frac{\Delta V}{w} = \frac{iB}{nen} \\
 v = 2.4 \times 10^{-3} m/s & n = \frac{(3.2 A)(1.4 T)}{(1.6 \times 10^{-19} C)(9.5 \times 10^{-6} m)(40 \times 10^{-6} V)} = 7.4 \times 10^{28} / m^3
 \end{array}$$

27. Demuestre que, en función del campo eléctrico de Hall  $E_H$  y de la densidad de corriente  $j$ , el número de portadores de carga por unidad de volumen está dado por :  $n = \frac{jB}{eE_H}$

$$\begin{array}{l}
 E_H = vB \\
 v = \frac{j}{ne}
 \end{array}$$

28.- a) Demuestre que la razón del campo eléctrico de Hall  $E_H$  al campo eléctrico  $E_c$  causante de la corriente es

$$\frac{E_H}{E_c} = \frac{B}{nep}$$

Donde  $p$  es la resistividad del material. b) Calcule numéricamente la razón en el problema resuelto 32-3 (Tabla 29-1.)

$$\begin{array}{ll}
 a) & b) \\
 E_c = pj & \frac{0.65 T}{(8.49 \times 10^{28} / m^3)(1.6 \times 10^{-19} C)(1.69 \Omega m)} = 0.0028
 \end{array}$$

## El par en una espira de corriente

35. Una espira de corriente de una vuelta, que transporta una corriente de 4.00 A, presenta la forma de un triángulo recto con lados de 50, 120 y 130 cm. Se halla en un campo magnético uniforme de 75.0 mT de magnitud, cuya dirección es paralela a la corriente en el lado de 130 cm. a) Calcule la fuerza magnética en los tres lados de la espira. b) Demuestre que la fuerza magnética total en ella es cero.

si el lado de 130 cm es perpendicular a el campo magnetico

$$F_1 = iLB\sin\theta \rightarrow \sin 90^\circ = 1 \therefore F = 0$$

El angulo del lado 50cm respecto al campo magnetico es:

$$\sin\theta = \frac{120\text{cm}}{130\text{cm}}$$

$$\sin\theta = 0.923$$

$$F = iLB\sin\theta$$

$$F_2 = (4\text{A})(.050\text{m})(75 \times 10^{-3}\text{T})(0.92)$$

$$F_2 = 0.138\text{N}$$

El angulo del lado 120cm respecto al campo magnetico es:

$$\sin\theta = \frac{-50\text{cm}}{130\text{cm}}$$

$$\sin\theta = -0.38$$

$$F = iLB\sin\theta$$

$$F_3 = (4\text{A})(.120\text{m})(75 \times 10^{-3}\text{T})(-0.38)$$

$$F_3 = -0.138\text{N}$$

b)

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0 + 0.138\text{N} - 0.138\text{N} = 0$$

36. La figura 32-37 muestra un espira rectangular de 20 vueltas que mide 12 cm por 5.0 cm. Transporta una corriente de 0.10 A y se encuentra articulada en un lado. Está montada con su plano en un ángulo de 33° en dirección de un campo magnético uniforme de 0.50 T. Calcule el par, alrededor de la línea de gozne, que opera sobre la espira

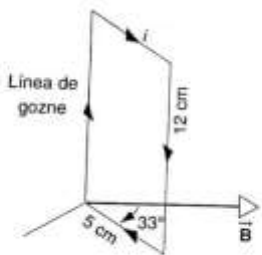


FIGURA 32-37. Ejercicio 36.

$$F = iL \times B$$

$$F = IaB\sin(\alpha - \theta)$$

$$\tau = r \times F$$

$$\tau = IaB\sin\theta$$

$$\vec{u} = \vec{Ia}$$

$$\vec{u} = Ia\hat{n}$$

$$\vec{\tau} = \vec{u} \times \vec{B}$$

$$\tau = NlaB\sin\theta$$

$$\vec{\tau} = N\vec{u} \times \vec{B}$$

$$\tau = NlaB\sin\theta$$

$$\tau = (20)(0.10\text{A})(0.12\text{m})(0.05\text{m})(\sin(90^\circ - 33^\circ))$$

$$\tau = 5 \times 10^{-3}\text{Nm}$$

