



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo  
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Licenciatura en Física y Tecnología Avanzada  
Academia de Matemáticas y Física

---

# Análisis Numérico

---

Presenta:  
Palomares Maldonado Héctor Miguel

Enero - junio 2017



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo  
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Academia de Matemáticas y Física  
optativa 1 (Análisis Numérico)

Palomares Maldonado Héctor Miguel

## Índice

1. Aproximación numérica y errores	4
2. Formula de Taylor	7
3. Localización de raíces de ecuaciones	14
3.1. Método de Bisección . . . . .	14
3.2. Método de la falsa posición . . . . .	17
3.3. Método de Newton-Raphson . . . . .	20
3.4. Metodo de la Secante . . . . .	23
4. Solución numérica de ecuaciones algebraicas	25
5. Solución numérica de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.	25
6. Interpolación y aproximación polinomial.	25
7. Diferenciación e integración numérica.	25
8. Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias.	25

# 1. Aproximación numérica y errores

**Dígitos significativos:** Son dígitos que empiezan con el dígito distinto de cero del extremo izquierdo y terminan con el dígito correcto del extremo derecho incluyendo los ceros finales que son correctos.

Errores: Suponga que  $\alpha$  y  $\beta$  son 2 números, en los cuales  $\beta$  es una aproximación de  $\alpha$ .

El error de  $\beta$  como aproximación de  $\alpha$  es:  $\alpha - \beta$

El error absoluto de  $\beta$  como aproximación de  $\alpha$  es:  $|\alpha - \beta|$

El error relativo de  $\beta$  como aproximación de  $\alpha$  es  $\frac{|\alpha - \beta|}{|\alpha|}$

Ejemplo:

Fig. 1

Ejercicio:

$x$  redondeada tiene 1 números significativos mientras que  $y$  redondeada tiene 3 el error absoluto de  $x$  es:  $3 \times 10^{-5}$  y el error relativo de  $x$  es:  $8,6 \times 10^{-3}$  el error absoluto de  $y$  es:  $2 \times 10^{-3}$  y el error relativo de  $y$  es:  $6,6 \times 10^{-5}$

**Exactitud:** Exactitud a  $n$  cifras decimales significa que se puede confiar en  $n$  dígitos a la derecha del lugar decimal. Exactitud a  $n$  cifras significativas significa que se puede confiar en un total de  $n$  dígitos que sean importantes empezado con el dígito distinto de cero del extremo izquierdo.

Fig. 2

**Redondeo:** Decimos que  $x$  está redondeado a  $n$  dígitos cuando  $x$  se reemplaza por un  $n$ -dígito número que se aproxima a  $x$  con un error mínimo

**Truncamiento:** Un número  $x$  está truncado a  $n$  dígitos cuando todos los dígitos que siguen al  $n$ -ésimo dígito son descartados y ninguno de los  $n$  dígitos cambia.

**Redondeo:** Si tenemos un número con  $n + 1$  dígitos y termina en 5, y lo queremos redondear a  $n$  dígitos, redondeamos hacia arriba? o hacia abajo?

Ejemplo

$$x = 7,35$$

Para un gran conjunto de datos, el redondeo parejo tiene a reducir el error total con una parte igual de números redondeados hacia arriba como redondeados hacia abajo

Una manera de hacer esto es que el  $n$ -ésimo dígito siempre sea un dígito par.

Ejemplos: Al redondear algunos números de 3 decimales a 2

$$0,217 \approx 0,22$$

$$0,365 \approx 0,36$$

$$0,475 \approx 0,48$$

$$0,592 \approx 0,59$$

## MULTIPLICACIÓN ANIDADA

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

Ejemplo:

$$10,587,431,831,23$$

$$105874 \times 10^5$$

Programa de límites de números de punto flotante

## ejercicios en clase

## programa 1

---

```

1  #include <stdio.h>
2  int main()
3  {
4      int i,n;
5      float p,x,a[10];
6      printf("calculo del polinomio \n\n");
7      printf("grado del polinomio: ");
8      scanf("%d",&n);
9      printf("\n");
10     for(i=0; i<=n; i++)
11     {
12         printf("escribe el elemento%d : ",i);
13         scanf("%f",&a[i]);
14     }
15     p=a[n];
16     printf("\nEscriba x :");
17     scanf("%f",&x);
18     printf("\n\ na[%d]=%.2f\n\n",i,p);
19     for(i=n-1; i>=0; i--)
20     {
21         p=a[i]+x*p;
22         printf("%.2f\n",p);
23     }
24     printf("La aproximacion del polinomio es : %d \n", p);
25     return 0;
26 }

```

---

```

ubuntu140@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ gcc p1.c
ubuntu140@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ ./a.out
calculo del polinomio

grado del polinomio: 4

escribe el elemento 0 : -2
escribe el elemento 1 : -5
escribe el elemento 2 : 7
escribe el elemento 3 : -4
escribe el elemento 4 : 1

Escriba x :3

a[5]=1.00
-1.00
4.00
7.00
19.00
La aproximacion del polinomio es : 19.000000

```

## Programa 2.

---

```
1 #include<stdio.h>
2 int main()
3 {
4     int i,n;
5     float p,x,a[10],c[10];
6     printf("calculo del polinomio \n\n");
7     printf("grado del polinomio: ");
8     scanf("% d",&n);
9     printf("\n");
10    for(i=0; i<=n; i++)
11    {
12        printf("escribe el elemento %d : ",i);
13        scanf("% f",&a[i]);
14    }
15    printf("\nEscriba x :");
16    scanf("% f",&x);
17    c[0]=0.0;
18
19    for(i=0; i<=n; i++)
20    {
21        c[i+1]=a[i]+x*c[i];
22        printf("%.2f\n",c[i+1]);
23    }
24
25    printf("La aproximacion del polinomio es : % f\n", c[i]);
26    return 0;
27 }
```

---

```
ubuntu140@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ gcc p2.c
ubuntu140@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ ./a.out
calculo del polinomio

grado del polinomio: 4

escribe el elemento 0 : 1
escribe el elemento 1 : -4
escribe el elemento 2 : 7
escribe el elemento 3 : -5
escribe el elemento 4 : -2

Escriba x :3
1.00
-1.00
4.00
7.00
19.00
La aproximacion del polinomio es : 19.000000
```

## 2. Formula de Taylor

Problema 3 calcula :

1. La aproximación de  $e^x$  con polinomio de taylor
2. Mediante la función exponencial *exp()* calcula  $e^x$
3. error del polinomio de taylor como referencia la función *exp()*

---

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3 #define MAX 10
4 long factorial(int n)
5 {
6     int i,j;
7     j=1;
8     for(i=1;i<=n;++i)
9     {
10         j=j*i;
11     }
12     return j;
13 }
14 int main()
15 {
16     int i,n;
17     double x,e=0,r;
18     printf("SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION EXPONENCIAL: \n");
19     printf("Introduzca el numero de terminos:");
20     scanf(" %d",&n);
21
22     printf("Introducir el valor de x a evaluar:");
23     scanf(" %lf",&x);
24
25     for (i=0;i<n;i++) {
26         r=(pow(x, i))/(factorial(i));
27         e=e+r;
28     }
29     printf("El resultado de la sere es: \n");
30     printf("%lf",e);
31     printf("El resultado aceptado es: \n");
32     printf("%lf",exp(x));
33     printf("El residuo de la operacion es: \n");
34     printf("%lf",(exp(x)-e));
35     return 0;
36 }
```

---

programa 4  
calcular la exponencial,  $e^x$

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3 #define MAX 100
4 long factorial(int n)
5 {
6     int i,j=1;
7     for(i=1;i<=n;++i)
8     {
9         j=j*i;
10    }
11    return j;
12 }
13
14 int main()
15 {
16     int i,n;
17     double x,r2,r1,r3;
18     r2=0;
19     printf("SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL:\n");
20     printf("Introducir el valor de x a evaluar:");
21     scanf(" %lf",&x);
22     printf("\nIntroduzca el residuo que desea:");
23     scanf(" %lf",&r3);
24     for (i=0;(exp(x)-r2)>=r3;i++)
25     {
26         r1=(pow(x, i))/(factorial(i));
27         r2=r2+r1;
28         printf("%d-\t r1 = %.5lf \t r2=%.5lf\n",i,r1,r2);
29     }
30     printf("Para el residuo %lf se utilizaron %d términos. \n", r3,i);
31     printf("El resultado de la aproximación de la serie es: \n");
32     printf("%lf",r2);
33     printf("\nEl resultado de la serie \n");
34     printf("%lf",exp(x));
35     printf("\nEl residuo de la operación es %lf \n\n\n", (exp(x)-r2));
36     return 0;
37 }
```

```
ubuntu140@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ gcc p4-2.c -lm
ubuntu140@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ ./a.out
SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL:
Introducir el valor de x a evaluar:2

Introduzca el residuo que desea:0.9
0-      r1 = 1.00000      r2=1.00000
1-      r1 = 2.00000      r2=3.00000
2-      r1 = 2.00000      r2=5.00000
3-      r1 = 1.33333      r2=6.33333
4-      r1 = 0.66667      r2=7.00000
Para el residuo 0.900000 se utilizaron 5 términos.
El resultado de la aproximación de la serie es:
7.000000
El resultado de la serie
7.389056
El residuo de la operación es 0.389056
```

# Problema 5

programa que calcula la serie de Taylor de  $\ln(x+1)$  sabemos que

$$\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

---

```

1  #include <stdio.h>
2  #include <math.h>
3  #define MAX 100
4  int main() {
5      int i,n,signo;
6      double x,ln,r1;
7      printf("SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION ln(x+1)\n");
8      printf("Introducir el valor de x a evaluar:");
9      scanf(" %lf",&x);
10     printf("¿cuantos Terminos? : ");
11     scanf(" %d",&n);
12
13     printf("\n\ntermino \t r1 \t ln\n");
14     for (i=1; i<=n ;i++)
15     {
16         signo=pow((-1),i+1);
17         r1= (signo)*(pow(x,i)/i);
18         ln=ln + r1;
19         printf(" %d \t %lf \t %lf \n",i,r1,ln);
20     }
21     printf("\nLa aproximacion es %lf",ln );
22
23     return 0;
24 }
```

---

```

ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ gcc ln.c -lm
ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ ./a.out
SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION ln(x+1)
Introducir el valor de x a evaluar:0.2
¿cuantos Terminos? : 10

termino      r1          ln
1            0.200000    0.200000
2            -0.020000    0.180000
3            0.002667    0.182667
4            -0.000400    0.182267
5            0.000064    0.182331
6            -0.000011    0.182320
7            0.000002    0.182322
8            -0.000000    0.182322
9            0.000000    0.182322
10           -0.000000    0.182322

La aproximacion es 0.182322
```

Input:

log(1.2)

Result:

0.182322...



Problema 6  
programa que calcula la serie de Taylor de  $\ln(x+1)$

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3
4 int main() {
5     int i, signo=1;
6     long j, n;
7     double r, ln=0, pot=1, x;
8     printf("SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION ln(x+1)\n");
9     printf("Introducir el valor de x a evaluar : ");
10    scanf(" %lf", &x);
11    printf("¿cuantos Terminos? : ");
12    scanf("%d", &n);
13    printf("\n\ntermino \t r1 \t ln\n");
14    for (i=1; i<=n ; i++)
15    {
16        pot=1;
17        for(j=1; j<=i; j++)
18        {
19            pot*=x;
20        }
21        signo*=(-1);
22        r= -(signo)*((1.0*pot)/i);
23        ln=ln + r;
24        printf(" %d \t %lf \t %lf \n", i, r1, ln);
25    }
26    printf("\nLa aproximacion es %lf\n", ln );
27
28    return 0;
```

```
ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ ./a.out
SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION ln(x+1)
Introducir el valor de x a evaluar : 0.2
¿cuantos Terminos? : 10

termino      r      ln
1      0.200000      0.200000
2      -0.020000      0.180000
3      0.002667      0.182667
4      -0.000400      0.182267
5      0.000064      0.182331
6      -0.000011      0.182320
7      0.000002      0.182322
8      -0.000000      0.182322
9      0.000000      0.182322
10     -0.000000      0.182322

La aproximacion es 0.182322
```

Input:

log(1.2)

Result:

0.182322...



Examen primer parcial  
Palomares Maldonado Héctor Miguel

---

```
1
2 #include<stdio.h>
3 #include<math.h>
4
5 void expon();
6 void LN();
7 void seno();
8 void cosenov();
9 long factorial (int n);
10
11
12 int main()
13 {
14     int opc;
15     menu:
16     printf("Programa que que calcula las series de Taylor de:\n 1) e^x\n
17           2) ln(x)\n 3) sen(x)\n 4) cos(x)\n\nEliga una opcion:  ");
18     scanf("%d",&opc);
19     switch(opc)
20     {
21         case 1:
22             expon();
23             goto menu;
24             break;
25         case 2:
26             LN();
27             goto menu;
28
29         case 3:
30             seno();
31             goto menu;
32
33         case 4:
34             coseno();
35             goto menu;
36
37         default:
38             printf("opcion NO valida....\n");
39             break;
40     }
41     return 0;
42
43 long factorial (int n)
44 {
45     int i,factorial=1;
46     for(i=1;i <=n;++i)
47     {
48         factorial=factorial*i;
```

```

49     }
50     return factorial;
51 }
52
53
54 void expon()
55 {
56     int i,n;
57     double x,e=0 ,termino ,error;
58     printf (" SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION EXPONENCIAL :\n");
59     printf (" Introducir el valor de x :");
60     scanf (" %lf" ,&x);
61     printf ("\ nIntroduzca el residuo que desea :");
62     scanf (" %lf" ,&error);
63     for (i=0;( exp(x)-e) >=error;i++)
64     {
65         termino=( pow (x, i))/( factorial (i));
66         e=e+termino;
67         printf (" %d -\t r1 = %.5lf \t r2 = %.5lf\n",i,termino ,e);
68     }
69     printf (" Para el error %lf se utilizaron %d terminos . \n", error ,i)
70     ;
71     printf ("El resultado de la aproximacion de la serie es: %lf \n",e);
72     printf ("\nEl resultado de la serie %lf\n", exp(x));
73 }
74
75 void LN()
76 {
77     int i,n,signo;
78     double x,ln=0,termino;
79     printf("SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION ln(x+1)\n");
80     printf("Introducir el valor de x a evaluar:");
81     scanf(" %lf", &x);
82     printf(";cuantos Terminos? : ");
83     scanf("%d", &n);
84
85     printf("\n\nnum term. \t Termino \t ln \n");
86     for (i=1; i<=n ;i++)
87     {
88         signo=pow((-1),i+1);
89         termino = (signo)*(pow(x,i)/i);
90         ln=ln+termino;
91         printf(" %d \t\t %.6lf \t %.5lf \n", i, termino, ln);
92     }
93     printf("\nLa aproximacion es %lf\n\n\n\n",ln );
94 }
95
96
97
98 void seno()
99 {
100     int i,j=3,n,signo;
101     double x,aprox,termino;
102     printf (" SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION sen(x) \n");
103     printf (" teclear el valor de x :");
104     scanf (" %lf" ,&x);
105     printf("introduzca el numero de terminos : ");

```

```

106     scanf("%d",&n);
107     printf("\n interacion \t c/u-term. \t aprox.\n ");
108
109     aprox=x;
110     for (i=1; i<=n; i++)
111     {
112         signo=pow((-1),i);
113         termino=(signo)*(pow(x,j)/factorial(j));
114         aprox=aprox+termino;
115         j=j+2;
116         printf ("    %d- \t\t %.7lf \t %.7lf\n",i,termino ,aprox);
117     }
118     printf("El resultado de la aproximacion de la serie es : %lf \n\n"
119           ,aprox);
120
121 void coseno()
122 {
123     int i,j=2,n,signo;
124     double x, aprox=1,termino;
125     printf (" SERIE DE TAYLOR DE LA FUNCION cos(x) \n");
126     printf (" teclear el valor de x :");
127     scanf ("%lf" ,&x);
128     printf("introduzca el numero de terminos : ");
129     scanf("%d",&n);
130     printf("\n interacion \t c/u-term. \t aprox.\n ");
131
132     for (i=1; i<=n; i++)
133     {
134         signo=pow((-1),i);
135         termino=(signo)*(pow(x,j)/factorial(j));
136         j=j+2;
137         aprox=aprox+termino;
138
139         printf ("    %d- \t\t %.7lf \t %.7lf\n",i+1,termino ,aprox)
140               ;
141     }
142     printf("El resultado de la aproximacion de la serie es : %lf\n\n\n"
143           ,aprox);
144 }

```

---

### 3. Localización de raíces de ecuaciones

Un numero real o complejo  $r$  para el que  $f(r) = 0$  se llama raíz o cero de  $f$ , por ejemplo

$$f(x) = 6x^2 - 7x + 2$$

tienen  $1/2$  y  $3/2$  como ceros

$$6\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \qquad 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 7\left(\frac{2}{3}\right) + 2$$

Algunas funciones son demasiado complicadas para calcular los ceros de manera manual, por ejemplo:

$$f(x) = 3,24x^8 - 2,42x^7 + 10,34x^6 + 11,01$$

$$g(x) = 2^{x^2} - 10x * 1$$

$$h(x) = \cosh(\sqrt{x^2 + 1} - e^x) + \ln|\sin x|$$

#### 3.1. Método de Bisección

Empezamos con un intervalo  $[a, b]$  donde  $f(a)$  y  $f(b)$  tienen signo contrario  
Calculamos la mitad del intervalo

$$c = \frac{a + b}{2}$$

si  $f(c)$  tiene el mismo signo que  $f(a)$

$$a = c$$

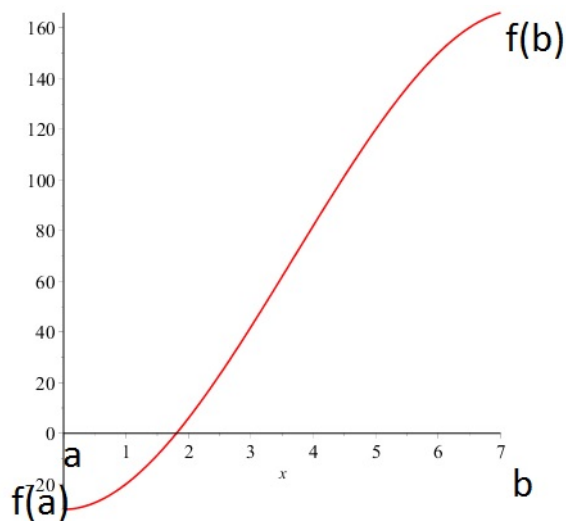
$$f(a) = f(c)$$

si  $f(c)$  tiene el mismo signo que  $f(b)$

$$b = c$$

$$f(b) = f(c)$$

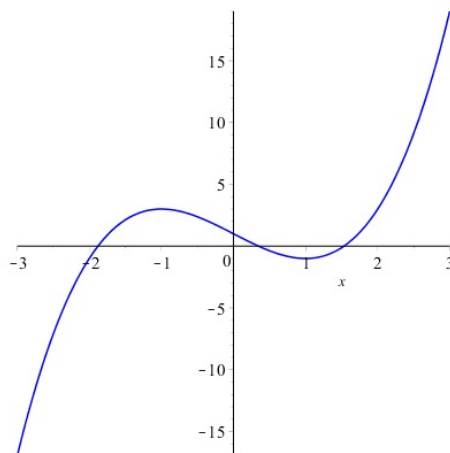
si  $f(c) = 0$  ya terminaron



### ejercicio

probar que  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  en el intervalo  $[0, 1]$

n	a	b	c	f(c)	error	f(a)	f(b)
0	0	1	0.5	-0.375	05	1	-1
1	0	0.5	0.25	0.2656	0.25	1	-0.375
2	0.25	0.5	0.375	-0.0722	0.125	0.2656	-0.375
3	0.25	0.375	0.3125	0.0930	0.0625	0.2656	-0.0722
4	0.3125	0.375	0.34375	0.00956	0.03125	0.0930	-0.0722




---

```

1  #include<stdio.h>
2  #include<math.h>
3  #define INTERVALOS 10
4  void tabla(double a, double b);
5  double f(double x);
6  int main()
7  {
8      double a,b,c,pmed,x,l,n_t,error;
9      int i,n;
10     printf("Calculo de las raices de una funcion aplicando el metodo
11           de biseccion\n");
12     printf("Ingrese el intervalo [a,b], Para encostrar el cambio
13           de signo...\n");
14     printf("a = ");
15     scanf("%lf",&a);
16     printf("b = ");
17     scanf("%lf",&b);
18     tabla(a,b); //muestra la tabla de x y f(x)
19     printf("Introducir numero de terminos : ");
20     scanf("%d", &n);
21     printf("Introducir el error deseado : ");
22     scanf("%lf", &error);
23     printf("\n\t INTRODUCIR EL INTERVALO \n");
24     printf("a = ");
25     scanf("%lf",&a);
26     printf("b = ");
27     scanf("%lf", &b);
28
29     if(f(a) * f(b) > 0)
30         printf("No se puede aplicar el metodo de la biseccion\n
31               porque f(%lf) y f(%lf) tienen el mismo signo \n",a,b);

```

```

32     else
33     {
34         if(f(a)*f(b)<0)
35         {
36             n_t=(log(b-a)-log(2*error))/(log(2));
37             printf("\n  n \t\t a \t\t b \t\t pmed \t\t f(c) \t\t
38             f(a) \t\t f(b) \t error\n\n");
39             for(i=0;i<n;i++)
40             {
41                 pmed=(a+b)/2;
42                 printf(" %d \t %lf \t %lf \t %lf \t %lf \t %lf \t
43                 %lf \t %lf \n", i, a, b, pmed, f(pmed),
44                 f(a), f(b), fabs(pmed-a));
45                 if(fabs(b-a)<=error)
46                 {
47                     break;
48                 }
49                 if(f(pmed)==0)
50                 {
51                     break;
52                 }
53                 if(f(pmed)*f(a)>0)
54                 {
55                     a=pmed;
56                 }
57                 if(f(pmed)*f(b)>0){
58                     b=pmed;
59                 }
60             }//fin for
61         }
62     }
63 }//else
64 printf("\n\nPara el error %lf o %d terminos\n\nLa raiz es : %lf\n\n\
65 n\n ",error,n,pmed);
66 return 0;
67 }///Fin de Main()
68 void tabla(double a, double b)
69 {
70     int i,puntos;
71     double ancho;
72     puntos=INTERVALOS+1;
73     ancho=(b-a)/(INTERVALOS);
74     printf("\t x \t f(x)\n");
75     for(i=0; i<puntos; i++ )
76     {
77         printf("\t %.2lf \t %.2lf\n",a,f(a));
78         a=a+ancho;
79     }
80 }
81 double f(double x)
82 {
83     double f;
84     f=pow(x,3)-3*x+1;
85     return f;
86 }

```

---

```

ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ gcc p6.c -lm
ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ ./a.out
Calculo de las raices de una funcion aplicando el metodo de biseccion
Ingrese el intervalo [a,b], Para encocontrar el cambio de signo...
a = 0
b = 3
      x      f(x)
0.00    1.00
0.30    0.13
0.60   -0.58
0.90   -0.97
1.20   -0.87
1.50   -0.12
1.80    1.43
2.10    3.96
2.40    7.62
2.70   12.58
3.00   19.00
Introducir numero de terminos : 25
Introducir el error deseado : 0.001

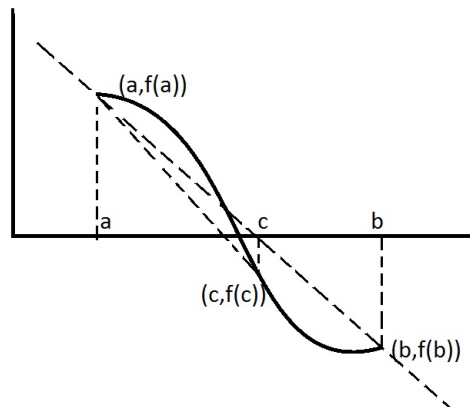
      INTRODUCIR EL INTERVALO
a = 0.3
b = 0.6

      n      a      b      pmed      f(c)      f(a)      f(b)      error
0      0.300000    0.600000    0.450000   -0.258875    0.127000   -0.584000    0.150000
1      0.300000    0.450000    0.375000   -0.072266    0.127000   -0.258875    0.075000
2      0.300000    0.375000    0.337500    0.025943    0.127000   -0.072266    0.037500
3      0.337500    0.375000    0.356250   -0.023537    0.025943   -0.072266    0.018750
4      0.337500    0.356250    0.346875    0.001112    0.025943   -0.023537    0.009375
5      0.346875    0.356250    0.351562   -0.011236    0.001112   -0.023537    0.004687
6      0.346875    0.351562    0.349219   -0.005068    0.001112   -0.011236    0.002344
7      0.346875    0.349219    0.348047   -0.001979    0.001112   -0.005068    0.001172
8      0.346875    0.348047    0.347461   -0.000434    0.001112   -0.001979    0.000586
9      0.346875    0.347461    0.347168    0.000339    0.001112   -0.000434    0.000293

Para el error 0.001000 o 25 terminos
La raíz es : 0.347168

```

### 3.2. Método de la falsa posición



si  $f(c)$  tiene el mismo signo que  $f(b)$ , entonces  $b = c$

si  $f(c)$  tiene el mismo signo que  $f(a)$ , entonces  $a = c$

Trazamos una recta entre los puntos

$$(a, f(a)) \quad (b, f(b))$$

El punto  $c$  se encuentra en la intersección de la recta con el eje  $x$

Para obtener  $c$ , usando triángulos semejantes :

$$\frac{b - c}{-f(b)} = \frac{c - a}{f(a)}$$

donde

$$c = \frac{af(a) - bf(b)}{f(b) - f(a)}$$



---

```

1  #include<stdio.h>
2  #include<math.h>
3  #define INTERVALOS 10
4  void tabla(double a, double b);
5  double f(double x);
6  int main()
7  {
8      double a,b,c,pmed,x,l,n_t,error,d=0,f_a,f_b,f_c;
9      int i,n,g,h=2;
10     printf("Calculo de las raices de una funcion aplicando el metodo de
        biseccion\n");
11     printf("Ingrese el intervalo [a,b], Para encoontar el cambio de signo
        ...\n");
12     printf("a = ");
13     scanf("%lf",&a);
14     printf("b = ");
15     scanf("%lf",&b);
16     tabla(a,b); //muestra la tabla de x y f(x)
17     printf("Introducir numero de terminos : ");
18     scanf("%d", &n);
19     printf("Introducir el error deseado : ");
20     scanf("%lf", &error);
21     printf("\n\t INTRODUCIR EL INTERVALO \n");
22     printf("a = ");
23     scanf("%lf",&a);
24     printf("b = ");
25     scanf("%lf", &b);
26     f_a=f(a);    f_b=f(b);
27     if(f(a) * f(b) > 0)
28         printf("No se puede aplicar el metodo de la biseccion\nporque f(%lf)
        y f(%lf) tienen el mismo signo \n",a,b);
29     else
30     {
31         if(f(a)*f(b)<0)
32         {
33             printf("\n  n \t\t a \t\t b \t\t pmed \t\t f(c) \t\t f(a) \t\t f(b) \t
                \t error \n\n");
34             for(i=0;i<n;i++)
35             {
36                 pmed=((a*f_b)-( b*f_a))/(f_b- f_a);
37                 f_c=f(pmed);
38                 if(fabs(b-a) < error)
39                 {
40                     break;
41                 }//fin del  if
42                 else
43                 {
44                     printf(" %d \t %lf \t %lf \t %lf \t %lf \t %lf \t %lf \t %lf \t ", i, a
                        , b, pmed, f_c, f_a, f_b);
45                     if(f_c*f_a>0)
46                     {
47                         a=pmed;
48                         g=1;
49                     }
50                     if(f_c*f_b>0)
51                     {
52                         b=pmed;
53                         g=0;

```

```

54     }
55     if (g==0 && h==0)
56     {
57         f_a=f_a/2;
58     }
59     if (g==1 && h==1)
60     {
61         f_b=f_b/2;
62     }
63     printf(" \t%lf \n",fabs(pmed) - d);
64     d=pmed;
65     h=g;
66 }//fin for
67 }//fin else
68 }fin if
69 }//else
70 printf("\n\nPara el error %lf o %d terminos\n\nLa raiz es : %lf\n\n\n
    \n ",error,n,pmed);
71 return 0;
72 }///Fin de Main()
73 void tabla(double a, double b)
74 {
75     int i,puntos;
76     double ancho;
77     puntos=INTERVALOS+1;
78     ancho=(b-a)/(INTERVALOS);
79     printf("\t x \t f(x)\n");
80     for(i=0; i<puntos; i++ )
81     {
82         printf("\t %.2lf \t %.2lf\n",a,f(a));
83         a=a+ancho;
84     }
85 }
86 double f(double x)
87 {
88     double f;
89     f=pow(x,3)-3*x+1;
90     return f;
91 }

```

---

```

ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/ANS$ gcc p7.c -lm
ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/ANS$ ./a.out
Calculo de las raices de una funcion aplicando el metodo de biseccion
Ingrese el intervalo [a,b], Para encontrar el cambio de signo...
a = 0
b = 3
      x      f(x)
0.00    1.00
0.30    0.13
0.60   -0.58
0.90   -0.97
1.20   -0.87
1.50   -0.12
1.80    1.43
2.10    3.96
2.40    7.62
2.70   12.58
3.00   19.00
Introducir numero de terminos : 20
Introducir el error deseado : 0.001

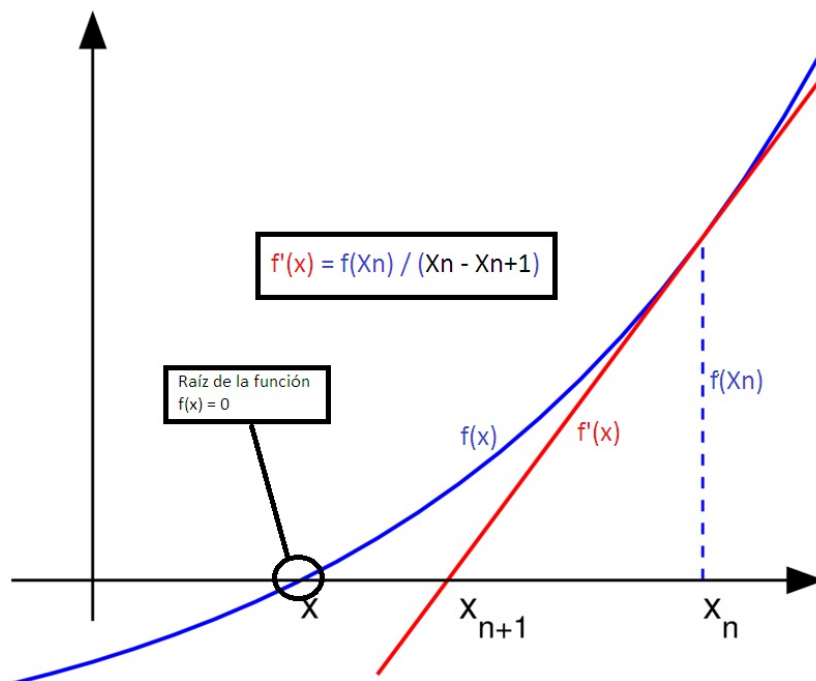
      INTRODUCIR EL INTERVALO
a = 0.3
b = 0.6

      n      a      b      pmed      f(c)      f(a)      f(b)      error
0      0.300000    0.600000    0.353586   -0.016553    0.127000   -0.584000    0.353586
1      0.300000    0.353586    0.309572    0.100953    0.127000   -0.584000   -0.044015
2      0.309572    0.353586    0.317434    0.079685    0.127000   -0.584000    0.007862
3      0.317434    0.353586    0.328392    0.050239    0.127000   -0.292000    0.010958
4      0.328392    0.353586    0.340112    0.019006    0.127000   -0.146000    0.011721
5      0.340112    0.353586    0.348668   -0.003618    0.127000   -0.073000    0.008556
6      0.340112    0.348668    0.345545    0.004622    0.127000   -0.073000   -0.003123
7      0.345545    0.348668    0.347529   -0.000613    0.127000   -0.073000    0.001983
8      0.345545    0.347529    0.346805    0.001297    0.127000   -0.073000   -0.000724

Para el error 0.001000 o 20 terminos
La raíz es : 0.347264

```

### 3.3. Método de Newton-Raphson



$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

pendiente

$$f'(x_0) = \frac{f(x)}{x_0 - x_1}$$

error

$$\frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

---

```

1  #include<stdio.h>
2  #include<math.h>
3  #include<stdbool.h>
4  #define INTERVALOS 10
5  void tabla(double a, double b, int intervalos);
6  double f(double x);
7  double der_f(double x);
8
9  int main()
10 {   int intervalos=1,maxInt;
11     double a,b,error,error1=0,x0,x1;
12     bool converge = true;
13     printf("\tCalculo de raices - Metodo de Newton-Raphson\n");
14     printf("Ingrese el intervalo [a,b], Para ver si existe un cambio de
        signo\n");
15     printf("a : "); scanf("%lf", &a);
16     printf("b : "); scanf("%lf", &b);
17     tabla(a,b,INTERVALOS);
18     printf("Introducir el error deseado : ");
19     scanf("%lf", &error);
20     printf("\n\t INTRODUCIR EL PUNTO INICIAL ADECUADO \n");
21     printf("x = ");
22     scanf("%lf", &x0);
23     printf("Numero maximo de interacciones : ");
24     scanf("%d",maxInt);
25     printf("interaccion \t punto \t\tf(x) \t\t df(x)/dx \t\t error \n");
26     do
27     {
28         if(intervalos>maxInt)
29         {
30             converge = false;
31             break;
32         }
33         else
34         {
35             x1=x0-f(x0)/der_f(x0);
36             error1=fabs(x1-x0);
37             printf("      %d \t\t %.8lf \t %.8lf \t %.8lf \t      %.8lf\n",
                intervalos,x0,f(x0),der_f(x0), error1);
38             if(error1<=error)// termina
39             {
40                 converge=true;
41                 break;
42             }
43             else
44             {
45                 x0=x1;
46                 intervalos++;
47             }
48         }
49     }while(1);
50     printf("Para el  error de %lf la raiz es  %lf: ", error, x1 );
51     return 0;
52 }
53 void tabla(double a, double b, int intervalos)
54 {
55     int i,puntos;
56     double ancho;

```

```

57     puntos=intervalos+1;
58     ancho=(b-a)/(intervalos);
59     printf("\t x \t f(x)\n");
60     for(i=0; i<puntos; i++ )
61     {
62         printf("\t %.2lf \t %.2lf\n",a,f(a));
63         a=a+ancho;
64     }
65 }
66 double f(double x)
67 {
68     double f;
69     f=pow(x,3)-3*x+1;
70     return f;
71 }
72
73 double der_f(double x)
74 {
75     double df;
76     df=(3*pow(x,2))-3;
77     return df;
78 }

```

---

```

ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ gcc p8.c -lm
ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/AN$ ./a.out
Calculo de raices - Metodo de Newton-Raphson
Ingrese el intervalo [a,b], Para ver si existe un cambio de signo
a : 0
b : 3

```

x	f(x)
0.00	1.00
0.30	0.13
0.60	-0.58
0.90	-0.97
1.20	-0.87
1.50	-0.12
1.80	1.43
2.10	3.96
2.40	7.62
2.70	12.58
3.00	19.00

```

Introducir el error deseado : 0.00001
INTRODUCIR EL PUNTO INICIAL ADECUADO
x = 0.6
Numero maximo de interacciones : 12

```

interaccion	punto	f(x)	df(x)/dx	error
1	0.60000000	-0.58400000	-1.92000000	0.30416667
2	0.29583333	0.13839055	-2.73744792	0.05055459
3	0.34638792	0.00239745	-2.64004622	0.00090811
4	0.34729603	0.00000086	-2.63815640	0.00000033

```

Para el error de 0.000010 la raiz es 0.347296

```

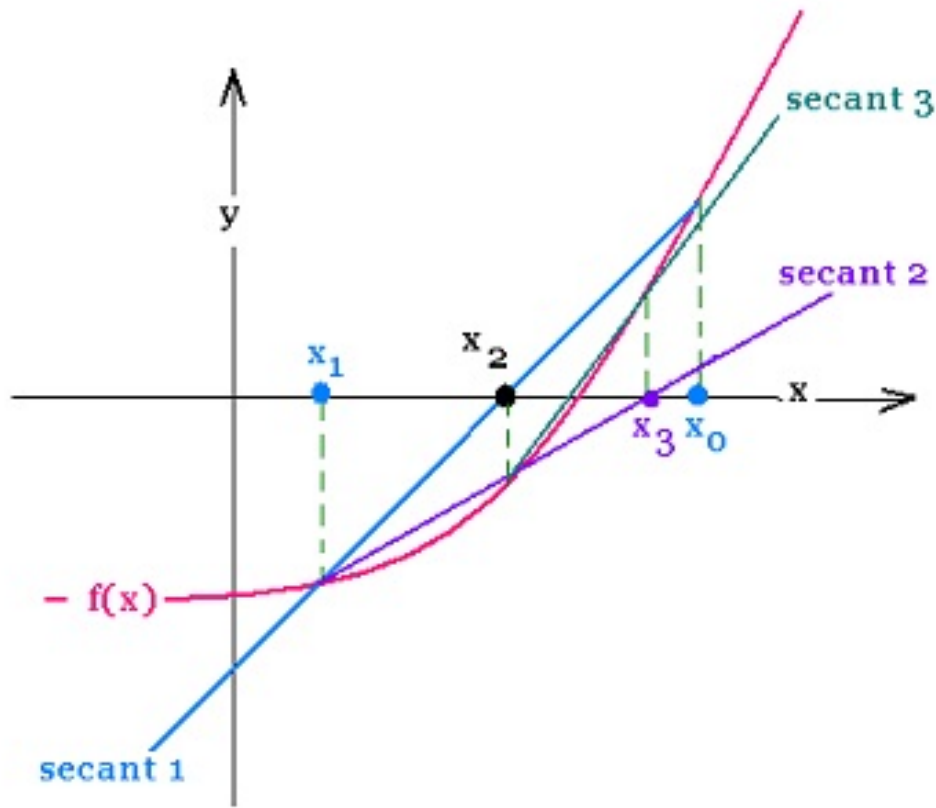
### 3.4. Metodo de la Secante

este metodo imita al metodo de newton, pero evita el calculo de derivadas  
La recta que pasa por  $x_0$  y  $x_1$  es una aproximacion a la tangente de  $f(x)$  en  $x_1$  (derivada)

$$f'(x_1) \approx \frac{f(x_0) - f(x_1)}{x_0 - x_1}$$

$$f'(x_1) \approx \frac{f(x_{n-1}) - f(x_1)}{x_{n-1} - x_1}$$

$$x_{n+1} = x_n - \left[ \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \right] f(x_n)$$



```
1
2 #include<stdio.h>
3 #include<stdio.h>
4 #include<math.h>
5 #define INTERVALOS 10
6 void tabla(double a, double b);
7 double f(double x);
8 double sec(double a, double b);
9 int main()
10 {
11     double a,b,x,y,error,f_x;
12     int i,n;
13     printf("Calculo de las raices de una funcion aplicando el metodo de la
14           secante\n");
15     printf("Ingrese el intervalo [a,b], Para encontrar el cambio de signo
16           ...\n");
17     printf("a = ");
18     scanf("%lf",&a);
19     printf("b = ");
```

```

18     scanf("%lf",&b);
19     tabla(a,b); //muestra la tabla de x y f(x)
20     printf("Introducir numero de terminos : ");
21     scanf("%d", &n);
22     printf("Introducir el error deseado : ");
23     scanf("%lf", &error);
24     printf("\n\t INTRODUCIR EL INTERVALO \n");
25     printf("a = ");
26     scanf("%lf",&a);
27     printf("b = ");
28     scanf("%lf", &b);
29     x=a; y=b; f_x=f(b);
30     printf("\n Terminos \t x \t\t f(x) \t\t sec \t\t error\n");
31     for(i=0; i<n; i++)
32     {
33         printf("          %d \t %.6lf \t %.6lf \t %.6lf ",i, b, f(b),
34             sec(a,b));
35         if(i==0)printf(" \t 0.00000\n");
36         if(i != 0) printf("\t %lf \n",fabs(f(b)/sec(b,y)));
37         if(fabs(f(b)/sec(a,b))<=error)
38         {
39             break;
40         }
41         y=b; b=b-(f(b)/sec(a,b));
42         if(b>a)
43         {
44             x=a, a=b; b=x;
45         }
46         printf("\n\nPara el error %lf o %d terminos\n\nLa raiz es : %lf\n\n\n
47             \n ",error,n,x);
48     return 0;
49 }///Fin de Main()
50 void tabla(double a, double b)
51 {
52     int i,puntos;
53     double ancho;
54     puntos=INTERVALOS+1;
55     ancho=(b-a)/(INTERVALOS);
56     printf("\t x \t f(x)\n");
57     for(i=0; i<puntos; i++ )
58     {
59         printf("\t %.2lf \t %.2lf\n",a,f(a));
60         a=a+ancho;
61     }
62 }
63 double f(double x)
64 {
65     double f;
66     f=pow(x,3)-3*x+1;
67     return f;
68 }
69 double sec(double x, double y)
70 {
71     double s;
72     s = (f(y)-f(x))/(x-y);
73     return s;
74 }

```

```

ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/ANS$ gcc p9.c -lm
ubuntu@ubuntu:~/Documents/Programacion/ANS$ ./a.out
Calculo de las raices de una funcion aplicando el metodo de la secante
Ingrese el intervalo [a,b], Para encontrar el cambio de signo...
a = 0
b = 3

```

x	f(x)
0.00	1.00
0.30	0.13
0.60	-0.58
0.90	-0.97
1.20	-0.87
1.50	-0.12
1.80	1.43
2.10	3.96
2.40	7.62
2.70	12.58
3.00	19.00

```

Introducir numero de terminos : 20
Introducir el error deseado : 0.001

```

INTRODUCIR EL INTERVALO

```

a = 1.5
b = 1.8

```

Terminos	x	f(x)	sec	error
0	1.800000	1.432000	-5.190000	0.00000
1	1.500000	-0.125000	-6.673297	0.024085
2	1.481269	-0.193670	-6.578569	0.052828
3	1.451829	-0.295311	-6.431106	0.085535
4	1.405910	-0.438833	-6.204556	0.140403
5	1.335182	-0.625301	-5.863862	0.237176
6	1.228546	-0.831363	-5.369107	0.430229
7	1.073704	-0.983303	-4.691183	1.002081
8	0.864098	-0.947102	-3.849882	5.483774
9	0.618090	-0.618137	-2.974560	0.462258
10	0.410282	-0.161782	-2.329465	0.073670
11	0.340831	0.017099	-2.133127	0.006639
12	0.348847	-0.004089	-2.155296	0.001547
13	0.346950	0.000914	-2.150037	0.000346

```

Para el error 0.001000 o 20 terminos
La raiz es : 1.500000

```

4. Solución numérica de ecuaciones algebraicas
5. Solución numérica de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.
6. Interpolación y aproximación polinomial.
7. Diferenciación e integración numérica.
8. Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias.