Raiz cuadrada

Juan Angarita, Hector Hernandez, Aldemar Ramirez

July 28,2019

Problema

Implemente en cualquier lenguaje el siguiente algoritmo que sirve para calcular la raíz cuadrada. Aplíquelo para evaluar la raíz cuadrada de 7, analice su precisión, como podría evaluar la convergencia y validez del algoritmo.

Solución

Lenguaje de programación: R

función principal: $y = 1/2 * (x + n/x)$

Parametros:

n -> Datos

x -> Valor inicial

y -> Respuesta calculada con error E

E -> Error permitido

```
funcion  = function(x,n){
  return ((1/2)*(x+n/x))
}
```

Función principal para aproximar un numero a su raíz cuadrada

```
raizCuadrada = function(x,n,E){
  y <- funcion(x,n)
  resultadosParciales =c()
  errorAbsoluto<-c()
  errorRelativo<-c()
  while(abs(x-y)>E){
    errorAbsoluto <- c(errorAbsoluto,abs(x-y))
    errorRelativo <- c(errorRelativo,abs(x-y)/abs(y))
    resultadosParciales = c(resultadosParciales,y)
    x <- y
    y <- funcion(x,n)
  }
  errorAbsoluto <- c(errorAbsoluto,abs(x-y))
  errorRelativo <- c(errorRelativo,abs(x-y)/abs(y))
  resultadosParciales = c(resultadosParciales,y)
  lista = list("errorAbsoluto" = errorAbsoluto,"errorRelativo" = errorRelativo,
               "resultadosParciales" = resultadosParciales, "y" = y)
}
```

Algortimo principal para calcular la raiz cuadrada de un número. La funcion devuelve una lista con todos los resultados parciales, asi como sus errores absolutos y relativos a través de cada iteración.

Valores que devuelve:

errorAbsoluto -> vector con los errores absolutos a trav?s de las diferentes iteraciones

errorRelativo -> vector con errores relativos a trav?s de las diferentes iteraciones

resultadosParciales -> vector con los valores que devuelve la funci?n principal

y -> resultadoFinal(rain del numero)

Datos inciales

```
x <- 3
n <- 7
E <- 1e-8
```

Para solcuionar el problema dado se sacará la raíz cuadrada de 7 con un valor inicial de 3

Resultados

```
resultados = raizCuadrada(x,n,E)
iteraciones = length(resultados$errorAbsoluto)
resultadoFinal = resultados$resultadosParciales[iteraciones]

cat("Raiz cuadrada de", n, "=", resultadoFinal,"\n")
```

```
## Raiz cuadrada de 7 = 2.645751
```

```
cat("Error < ",1e-8, "\n")
```

```
## Error <  1e-08
```

```
cat("Error de truncamiento:", abs(7-resultadoFinal^2),"\n")
```

```
## Error de truncamiento: 8.881784e-16
```

```
cat("Estimacion del error de truncamiento ", resultados$errorAbsoluto[iteraciones],"\n")
```

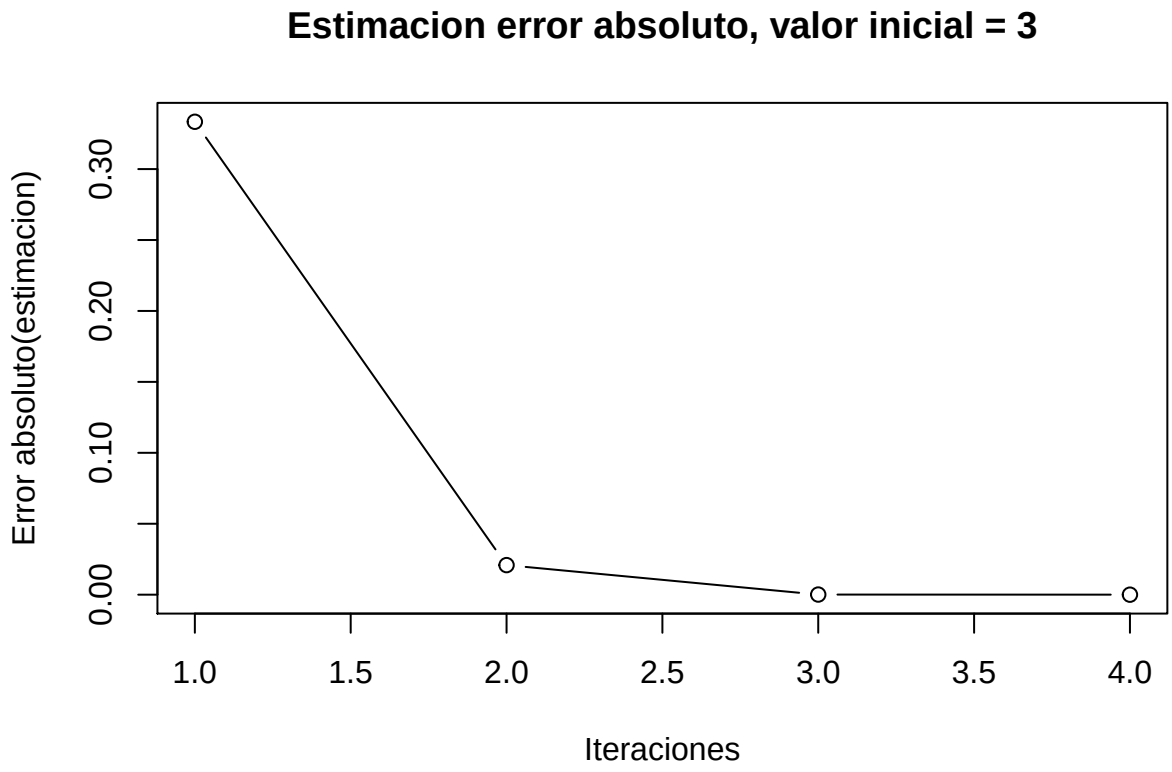
```
## Estimacion del error de truncamiento  1.271367e-09
```

```
cat("Estimacion del error relativo: ", resultados$errorRelativo[iteraciones],"\n")
```

```
## Estimacion del error relativo:  4.805316e-10
```

gráficas

```r
plot(resultados$errorAbsoluto, type = "b", xlab="Iteraciones", ylab="Error absoluto(estimacion)",
     main = "Estimacion error absoluto, valor inicial = 3")
```



Grafica de iteraciones vs estimación del error absoluto, para la aeiz de siete con valor inicial de 3.

Tabla de errores

```r
tablaErrores <- data.frame(
  "iteraciones" = 1:iteraciones,
  "x_i" = resultados$resultadosParciales,
  "errorAbsoluto" = resultados$errorAbsoluto,
  "errorRelactivo" = resultados$errorRelativo
)

print(tablaErrores)
```

```
##   iteraciones      x_i errorAbsoluto errorRelactivo
## 1           1 2.666667  3.333333e-01   1.250000e-01
## 2           2 2.645833  2.083333e-02   7.874016e-03
## 3           3 2.645751  8.202100e-05   3.100102e-05
## 4           4 2.645751  1.271367e-09   4.805316e-10
```

Tabla conn los con los resultados parciales, estimación de errores absolutos y relativos, al sacar la raiz de 7 con un valor inicial de 3.

pruebas con otros valores iniciales

tabla de errores

```
results = c()
iterations = c()
absoluteError = c()
relativeError = c()

for(i in 1:10){
  resultados = raizCuadrada(i,n,E)
  results = c(results,resultados$y)
  i = length(resultados$errorAbsoluto)
  iterations = c(iterations,i)
  absoluteError = c(absoluteError,resultados$errorAbsoluto[i])
  relativeError = c(relativeError,resultados$errorRelativo[i])
}

tablaErrores <- data.frame(
  "x_0" = 1:10,
  "raiz" = results,
  "iteraciones" = iterations,
  "errorRelactivo" = relativeError,
  "errorAbsoluto" = absoluteError
)

print(tablaErrores)
```

```
##    x_0     raiz iteraciones errorRelactivo errorAbsoluto
## 1    1 2.645751           6   1.768064e-11  4.677858e-11
## 2    2 2.645751           5   3.877334e-14  1.025846e-13
## 3    3 2.645751           4   4.805316e-10  1.271367e-09
## 4    4 2.645751           5   1.768064e-11  4.677858e-11
## 5    5 2.645751           6   0.000000e+00  0.000000e+00
## 6    6 2.645751           6   1.386441e-13  3.668177e-13
## 7    7 2.645751           6   1.768064e-11  4.677858e-11
## 8    8 2.645751           6   5.620063e-10  1.486929e-09
## 9    9 2.645751           7   0.000000e+00  0.000000e+00
## 10  10 2.645751           7   1.678499e-15  4.440892e-15
```

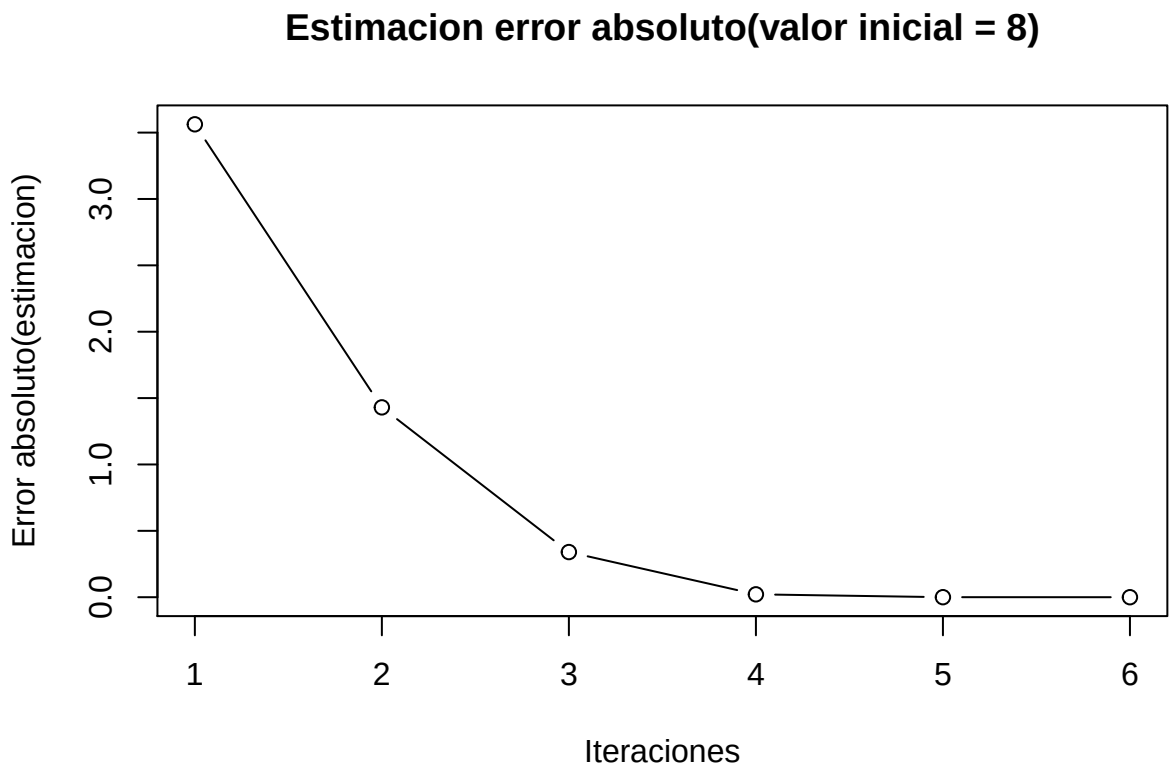
Tabla conn los con los resultados parciales, estimación de errores absolutos y relativos, al sacar la raiz de 7 con un valor inicial que varia entre 1 y 10. Ademas se muestra el número de iteraciones necesarias para lograr el error absoluto de 1x10^(-8).

Gráfica de la convergencia del algoritmo para raiz de 7 con valor inicial = 8

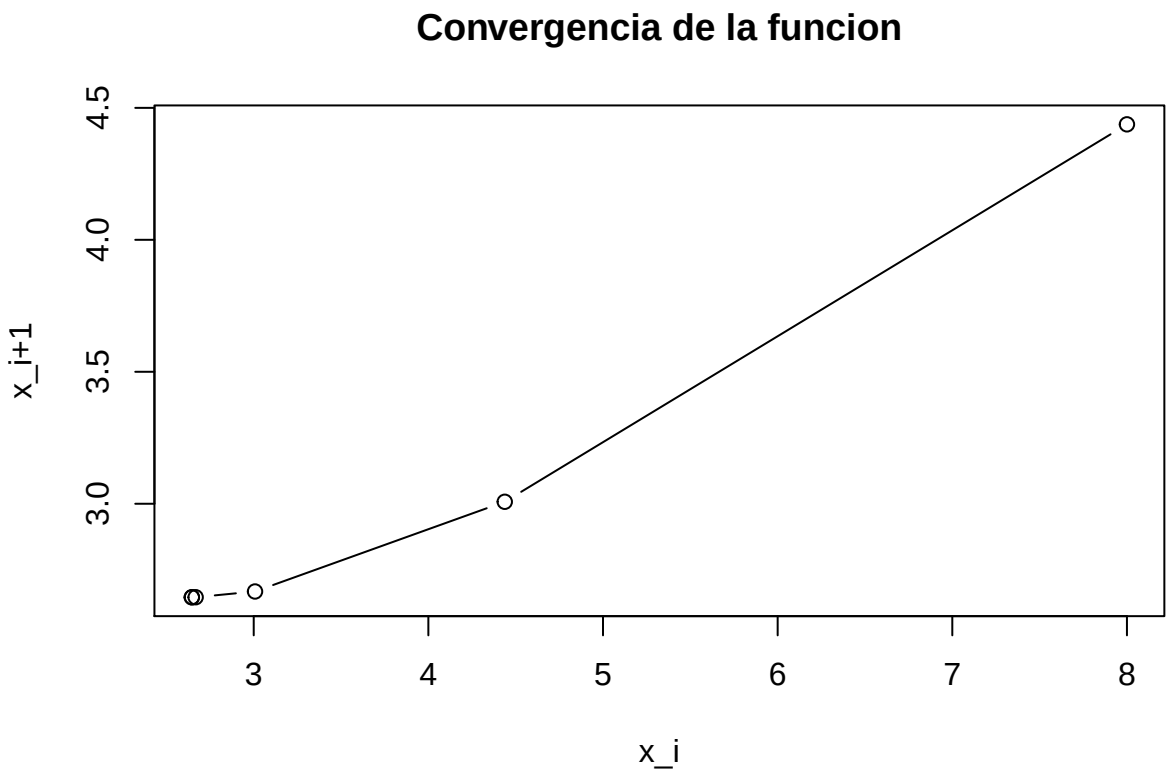
Se escogio un valor bastante alejado de la raíz, para que hayan más iteraciones y se puede ver de manera mejor la convergencia del algoritmo

```
resultados = raizCuadrada(8,n,E)
```

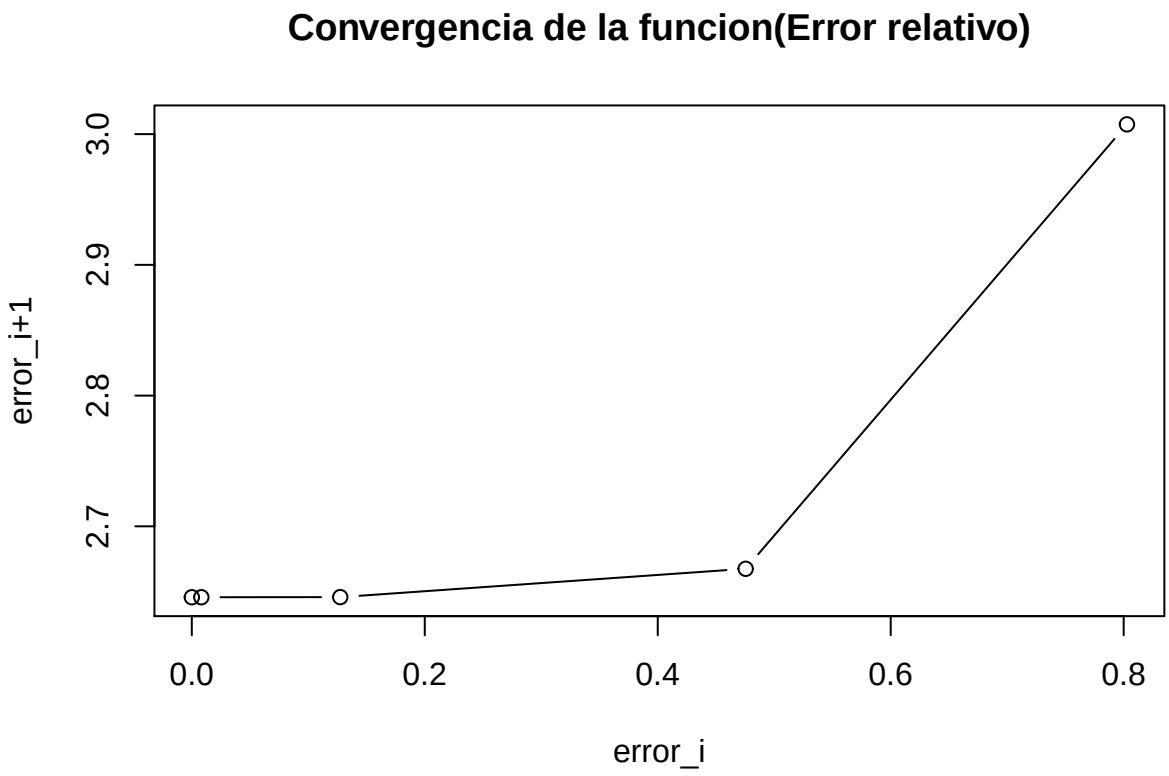
```r
plot(resultados$errorAbsoluto, type = "b", xlab="Iteraciones", ylab="Error absoluto(estimacion)",
     main = "Estimacion error absoluto(valor inicial = 8)")
```




```r
iteraciones = length(resultados$resultadosParciales)
xi = (resultados$resultadosParciales)[-iteraciones]
plot(x =c(8,xi),y = resultados$resultadosParciales, type = "b", xlab="x_i", ylab="x_i+1",
     main = "Convergencia de la funcion")
```



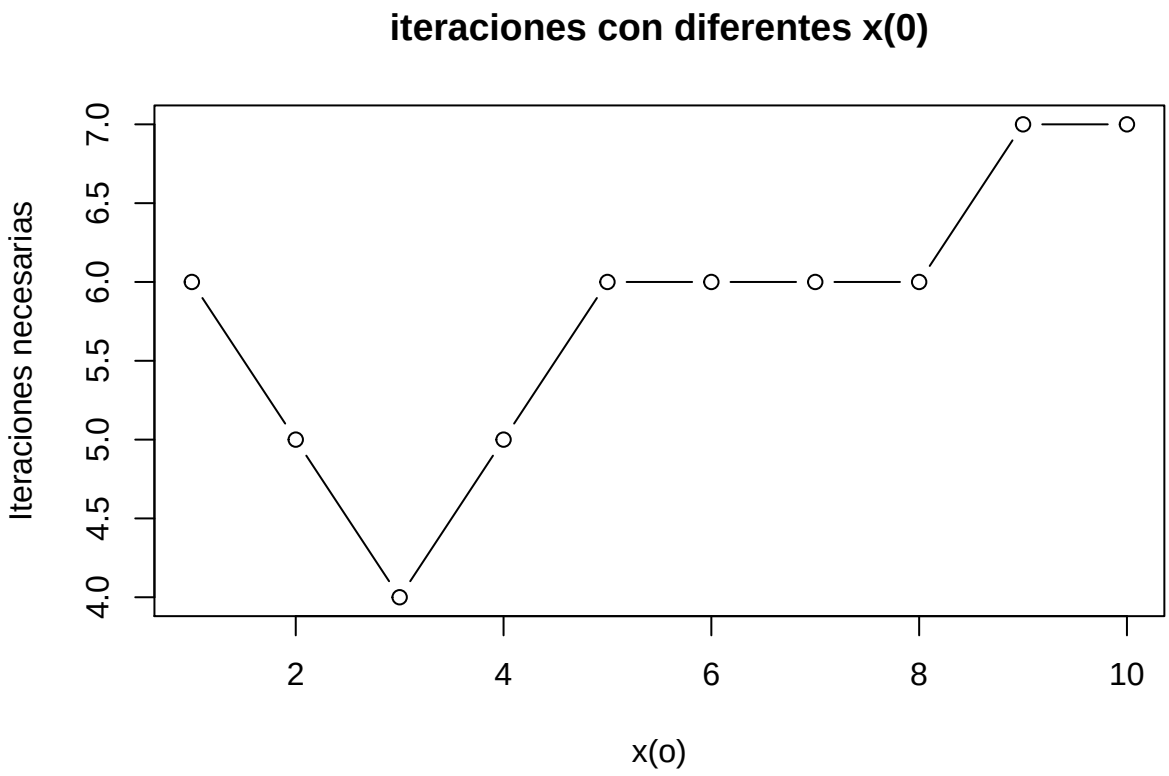

```
plot(x = resultados$errorRelativo[-iteraciones],y = resultados$resultadosParciales[-1], type = "b",
     xlab="error_i", ylab="error_i+1", main = "Convergencia de la funcion(Error relativo)")
```



Convergencia: Entre más se aleja el valor inicial al valor de la raíz del número, se producen más iteraciones con lo cuál se logra apreciar la convergencia de orden cuadrado que tiene el algoritmo. En todos los casos el algoritmo converge a 0.

gráfica del número de iteraciones necesarias vs valor inicial

```
plot(x = 1:10,y = iterations, type = "b", xlab="x(o)", ylab="Iteraciones necesarias",
     main = "iteraciones con diferentes x(0)")
```



validez del algoritmo: Para la raiz de 7 con 3 iteraciones el error de truncamiento es de 1.271367*10^(-9). En todos los casos vistos el algoritmo de acerca de manera apropiada al valor esperado, con la diferencia del número de iteraciones, el cuál crece dependiendo de que tan lejos esté el valor inicial del valor verdadero de la raíz.

```
options(digits = 17)
cat("Raiz cuadrada de", n, "=", resultadoFinal,"\n")
```

```
## Raiz cuadrada de 7 = 2.6457513110645907
```

Precision: El algoritmo tiene presicion hasta la 16 cifra significativa, que es el maximo de cifras significativas que trabaja r. A partir de esta cifra el valor de la raiz varia de manera erronea asi se trabaje con un error de truncamiento mayor.