

# Algoritmusok II. gyakorlat

6. gyakorlat, március 23.

## 6. gyakorlat

- Minimum (Maximum) kupactulajdonság

Egy fa minden  $p$  csúcsának minden  $q$  fiára igaz, hogy  $q = \text{NULL}$  VAGY  $p.\text{kulcs} < q.\text{kulcs}$  (p.kulcs > q.kulcs).

## 6. gyakorlat

**Bináris kupac:** majdnem teljes bináris fa egy tömbben ábrázolva. A fa gyökere a tömb első eleme, és ha  $i$  a fa egy adott csúcsának indexe a tömbben, akkor:

$$\text{Szülő}(i) = i/2,$$

$$\text{Bal}(i) = 2i,$$

$$\text{Jobb}(i) = 2i+1.$$

# 6. gyakorlat

```
MAXIMUM-KUPACOL(A, i)
  l ← Bal(i)
  r ← Jobb(i)
  if l ≤ kupac-méret[A] és A[l] > A[i] then
    legnagyobb ← l
  else
    legnagyobb ← i
  if r ≤ kupac-méret[A] és A[r] > A[legnagyobb] then
    legnagyobb ← r
  if legnagyobb <> i then
    A[i] ↔ A[legnagyobb] csere
  MAXIMUM-KUPACOL(A, legnagyobb)
```

# 6. gyakorlat

**Elsőbbségi (prioritási) sor:** a kupac egyik leggyakoribb alkalmazási területe. Kétféle elsőbbségi sorról beszélhetünk: maximum- és minimum elsőbbségi sor.

Az  $S$  maximum-elsőbbségi sort kezelő műveletek a következők:

$SORBA(S, x)$  egy  $x$  elemet hozzáad az  $S$  sorhoz.

$SORBOL(S)$  megadja és törli  $S$  legnagyobb kulcsú elemét.

$KULCSOT-NÖVEL(S, x, k)$  megnöveli az  $x$  elem kulcsát, az új értéke  $k$  lesz, amiről feltesszük, hogy legalább akkora, mint az  $x$  elem kulcsának pillanatnyi értéke.

# 6. gyakorlat

```
SORBA(S, kulcs)
```

```
    kupac-méret[S]  $\leftarrow$  kupac-méret[S] + 1
```

```
    S[kupac-méret[S]]  $\leftarrow -\infty$ 
```

```
    KULCSOT-NÖVEL(S, kupac-méret[S], kulcs)
```

```
SORBÓL(S)
```

```
    if kupac-méret[S] < 1 then
```

```
        error "kupacméret alulcsordulás"
```

```
    max  $\leftarrow$  S[1]
```

```
    S[1]  $\leftarrow$  S[kupac-méret[S]]
```

```
    kupac-méret[S]  $\leftarrow$  kupac-méret[S] - 1
```

```
    MAXIMUM-KUPACOL(A, 1)
```

```
    return max
```

# 6. gyakorlat

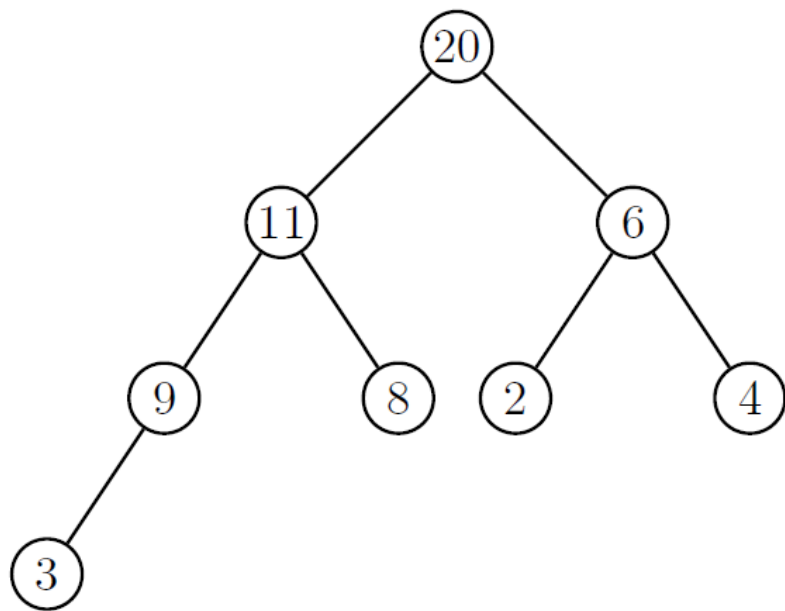
```
KULCSOT-NÖVEL(S, i, kulcs)
  if kulcs < S[i] then
    error "az új kulcs kisebb, mint az eredeti"
  S[i] ← kulcs
  while i > 1 és S[Szülő(i)] < S[i] do
    S[i] ↔ S[Szülő(i)] csere
    i ← Szülő(i)
```

## 6. gyakorlat

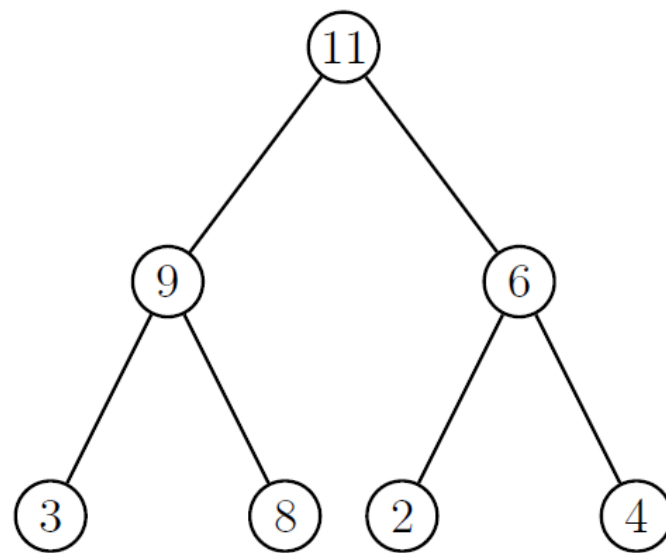
- Hajtsuk végre a Sorba() műveletet egy üres maximum kupacon a következő elemekkel: 3, 8, 2, 11, 20, 4, 6, 9. Mi lesz a Sorbol() eredménye?



# 6. gyakorlat



(o) SORBA() műveletek után



(p) SORBOL() művelet után

# 6. gyakorlat

Binomiális fa:

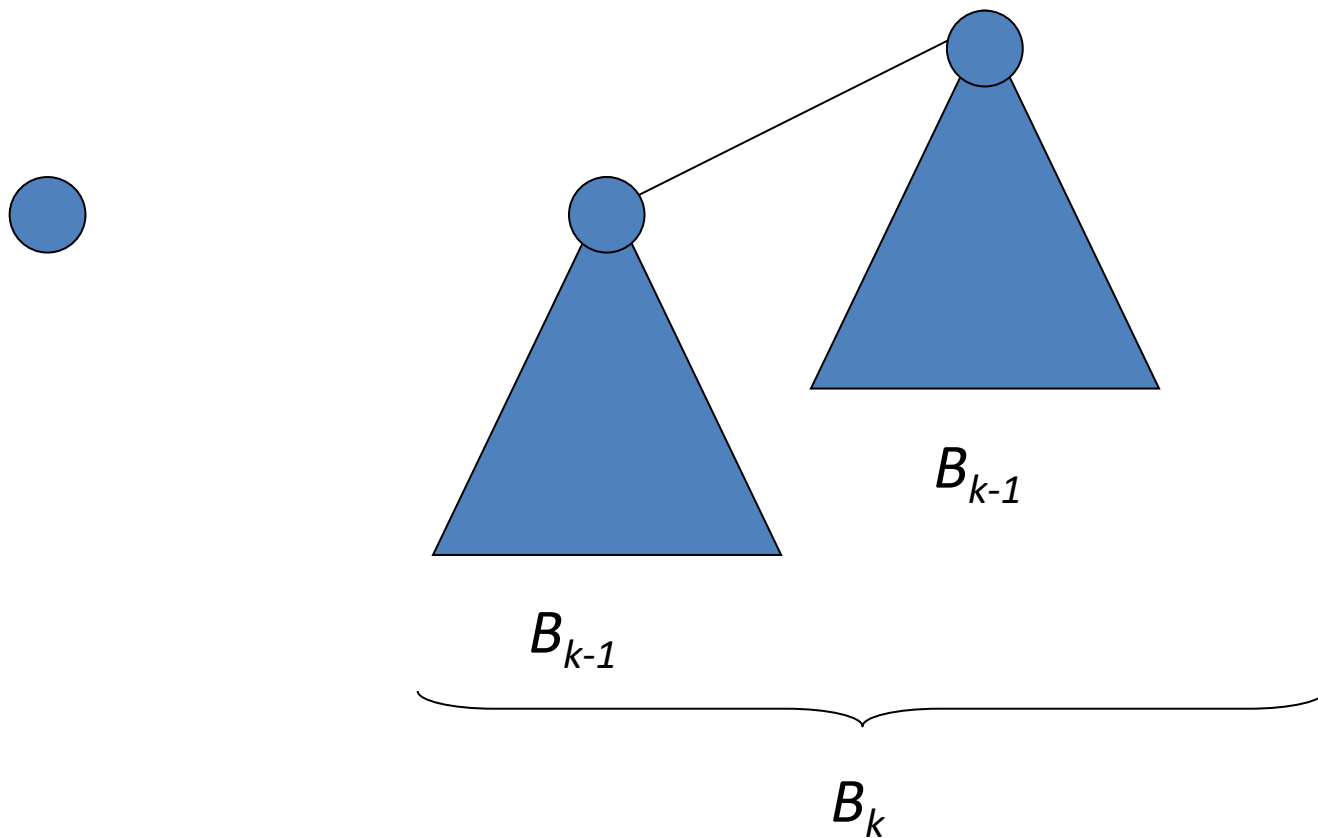
A  $B_k$  binomiális fa egy rekurzív módon definiált rendezett fa

$B_0$  egy csúcsból áll

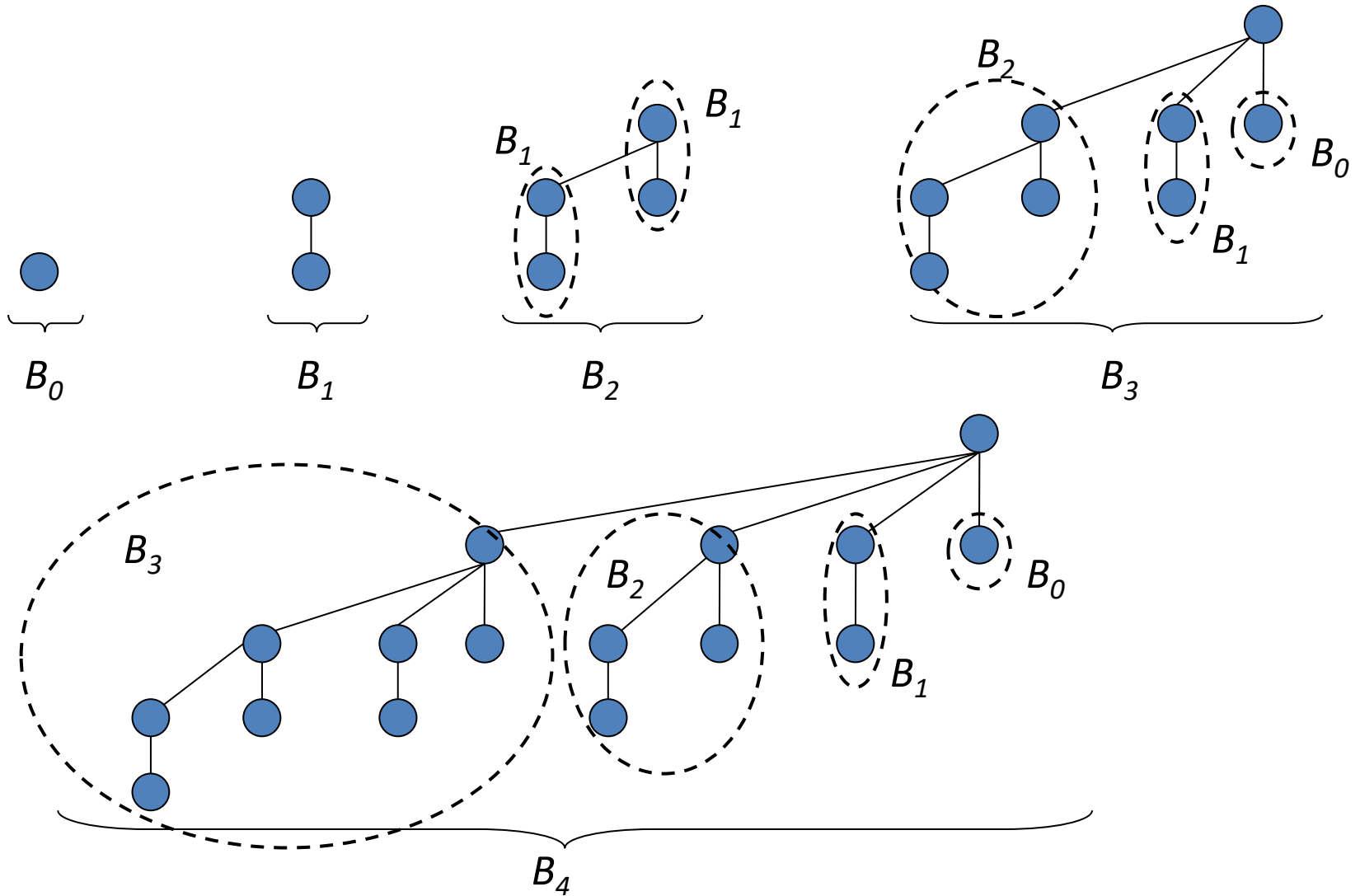
⋮

$B_k$  két összekapcsolt  $B_{k-1}$  binomiális fából áll;  
az egyik fa gyökércsúcsa a másik fa  
gyökércsúcsának legbaloldalibb gyereke.

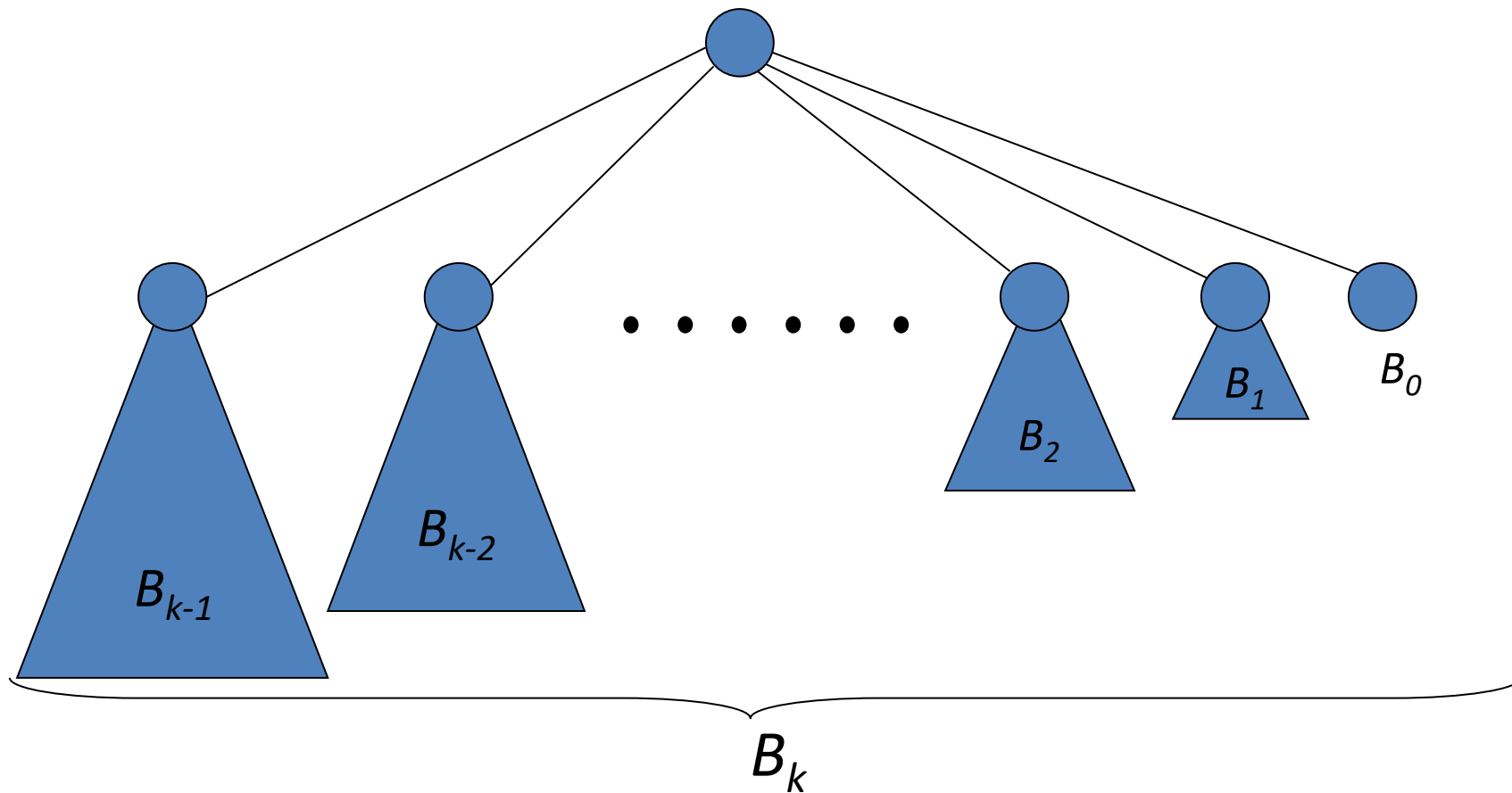
# 6. gyakorlat



# 6. gyakorlat



# 6. gyakorlat



# 6. gyakorlat

A  $B_k$  binomiális fa tulajdonságai

1.  $2^k$  csúcsa van,
2. a magassága  $k$ ,
3. az  $i$ -edik mélységben pontosan  $\binom{k}{i}$  csúcs van,  $i = 0, 1, \dots, k$ ,
4. a gyökércsúcs fokszáma  $k$ , ami nagyobb, mint bármely másik csúcs fokszáma; továbbá,
5. ha a gyökércsúcs gyerekeit balról jobbra haladva megszámozzuk  $k - 1, k - 2, \dots, 0$ -val, akkor az  $i$ . gyerek a  $B_i$  részfa gyökércsúcsa.

# 6. gyakorlat

BINOMIÁLIS KUPAC: binomiális fák olyan halmaza, amely kielégíti a következő binomiális-kupac tulajdonságokat.

1. H minden binomiális fája MIN(MAX)-KUPAC-RENDEZETT
  - egy csúcs kulcsa nagyobb(kisebb) vagy egyenlő, mint a szülőjének a kulcsa, azaz minden binomiális fa gyökércsúcsában van a fa legkisebb(legnagyobb) kulcsa.
2. H-ban legfeljebb egy olyan binomiális fa van, amelyikben a gyökércsúcsnak egy meghatározott fokszáma van.

# 6. gyakorlat

## BINOMIÁLIS KUPAC MŰVELETEI:

1. Minimum(maximum) keresése: a binomiális fák gyökércsúcsaiban a minimális(maximális) kulcs megkeresése.
2. SORBÓL(H)
  - a H gyökérlistájában az minimális(maximális) kulcsú x gyökérelem megkeresése, és ennek az elemnek a H gyökérlistájából való eltávolítása
  - H' binomiális kupac létrehozása
  - az x gyerekeit tartalmazó egyirányú listában a láncolás sorrendjét fordítsuk meg, és mutasson fej[H'] az így kapott lista fejelemére
  - EGYESÍT(H,H')



# 6. gyakorlat

## BINOMIÁLIS KUPAC MŰVELETEI:

### 3. SORBA( $H, x$ )

- $H'$  egy csúcsból ( $x$ ) álló binomiális kupac létrehozása
- $EGYESÍT(H, H')$

### 4. KULCSOT-MODOSIT( $B$ , kulcsindex, érték)

- módosítsuk a kulcsot az új értékre, majd a gyökérig haladva ellenőrizzük, hogy az aktuális kulcs nagyobb-e(kisebb-e), mint a szülő, ha igen, akkor cseréljük fel őket.

# 6. gyakorlat

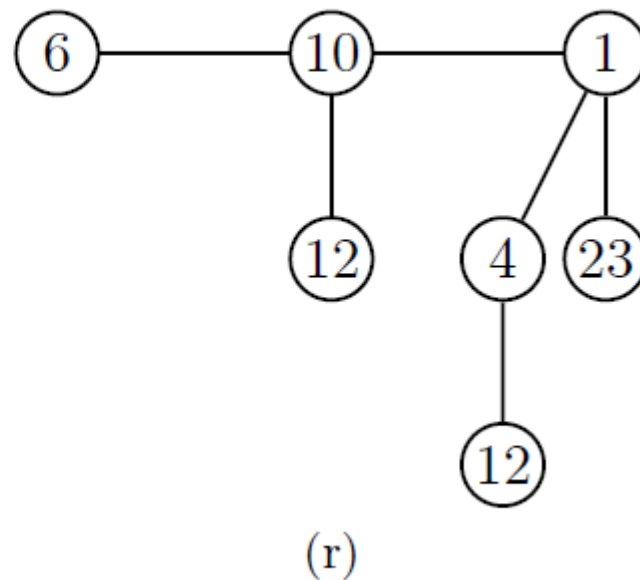
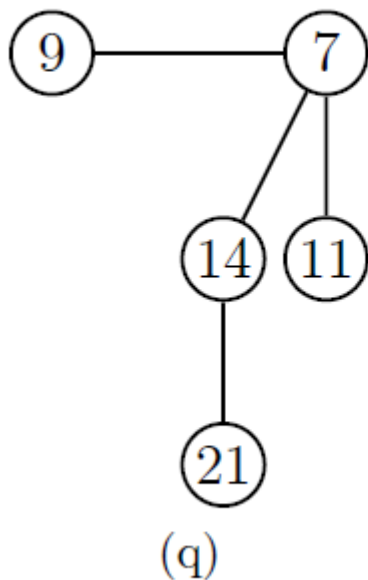
## BINOMIÁLIS KUPAC MŰVELETEI:

### 5. EGYESÍT(H1, H2):

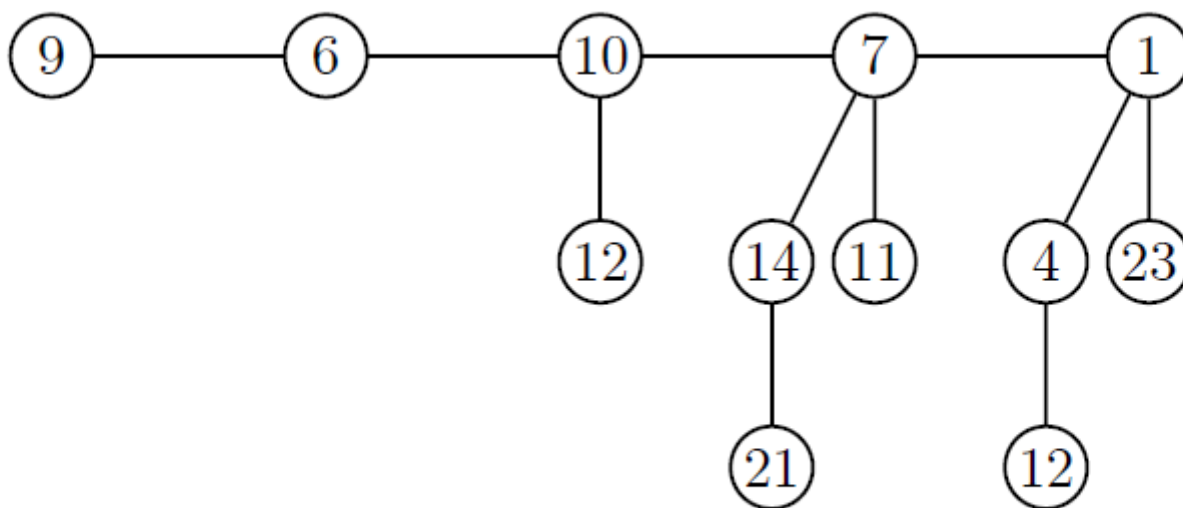
- Fésüljük össze H1 és H2 kupacot, legyen a kapott kupac H.
- Szüntessük meg az azonos fokszámú fákat az alábbi módon:
  - $x = H.fej$
  - `while(van_következo_fa)`
    - a) ha  $x.fokszám \neq x.következo.fokszám$ , akkor  $x = x.következo$
    - b) ha  $x.fokszám == x.következo.fokszám == x.következo.következo.fokszám$ , akkor  $x = x.következo$
    - c) ha  $x.fokszám == x.következo.fokszám \neq x.következo.következo.fokszám$ , akkor kapcsoljuk össze az  $x$  és  $x.következo$  csúcsokat úgy, hogy a nagyobb (kisebb) kulcsú gyökércsúcs új fia legyen a kisebb(nagyobb) kulcsú gyökércsúcs, ezután  $x =$  újonnan kialakított fa

## 6. gyakorlat

Egyesítsük az alábbi két minimális binomiális kupacot!

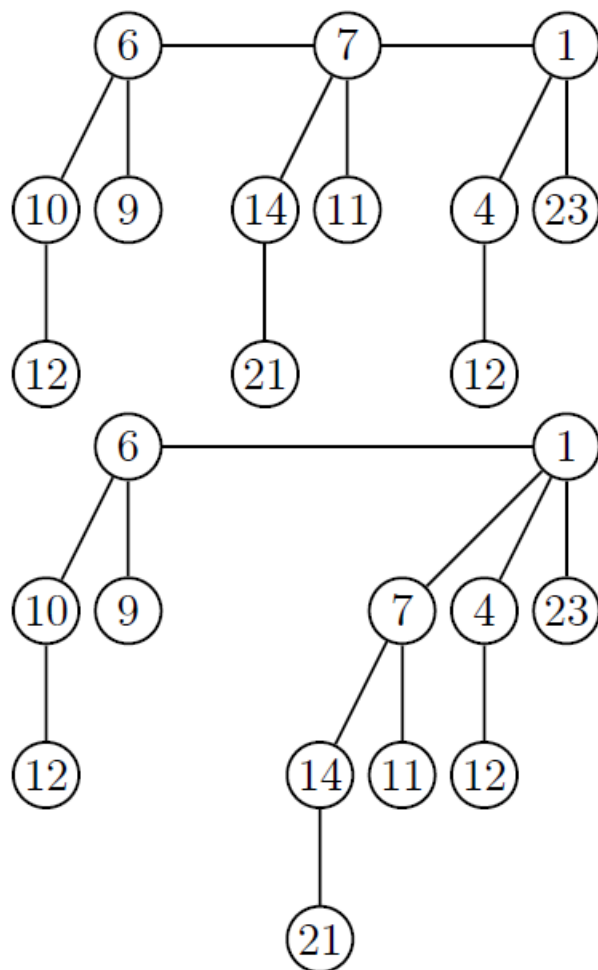


## 6. gyakorlat



(s) Az első összefésülő lépés után előálló kupac

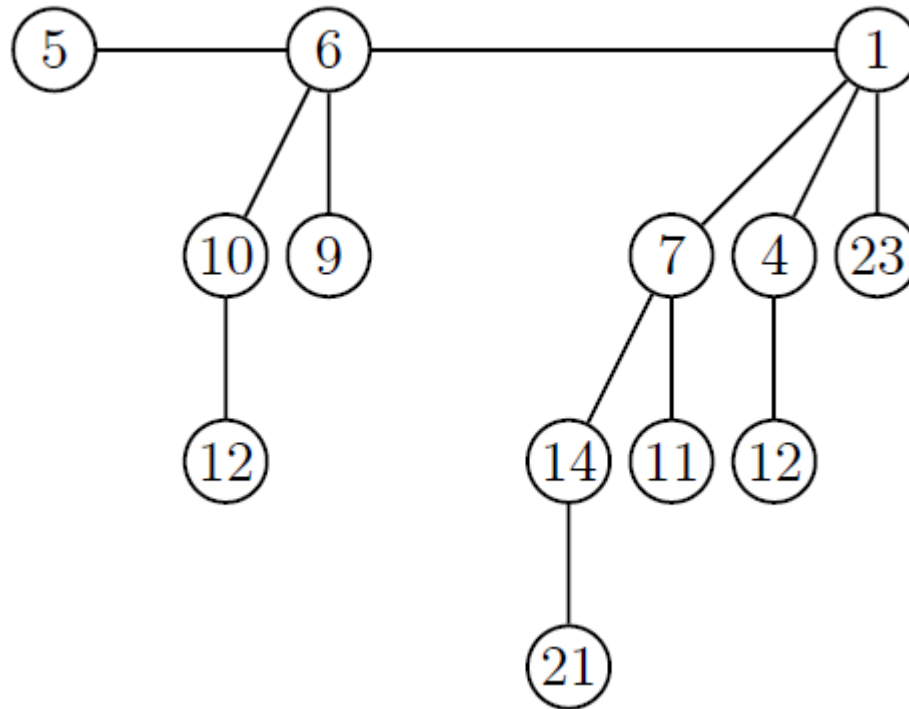
# 6. gyakorlat



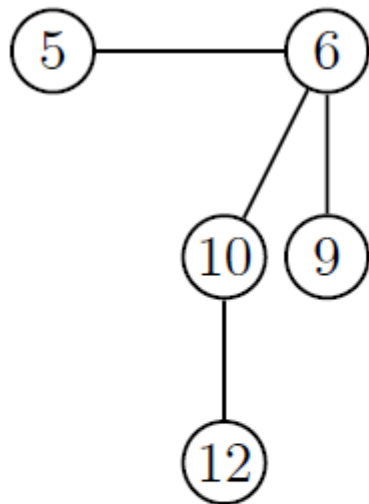
Egyesítés végeredményeként kapott kupac

# 6. gyakorlat

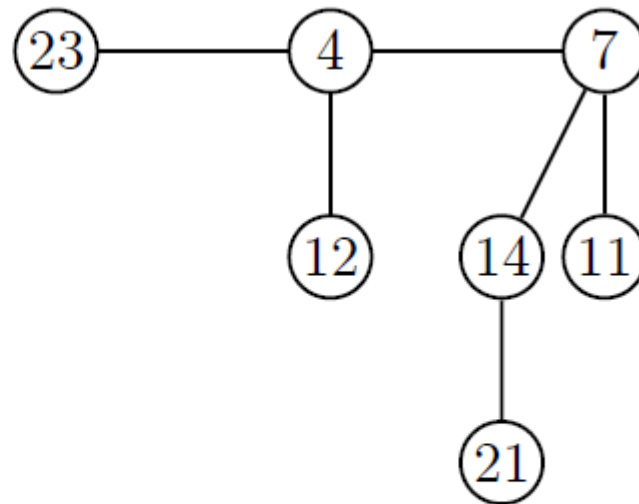
Az egyesített kupacra végezzük el a SORBA(5), SORBOL()  
műveleteket!



## 6. gyakorlat



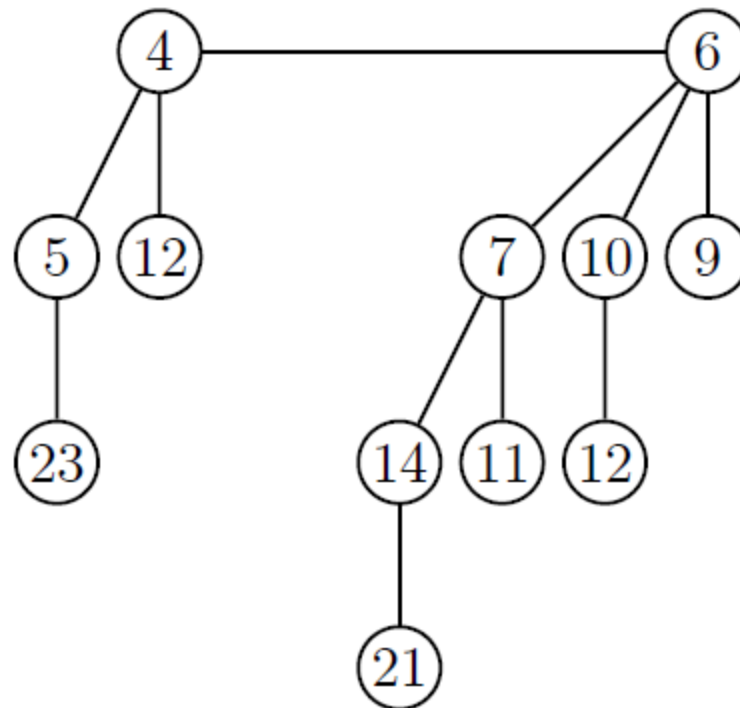
(a)



(b)

A minimum kulcs eltávolítása után egyesítendő binomiális kupacok.

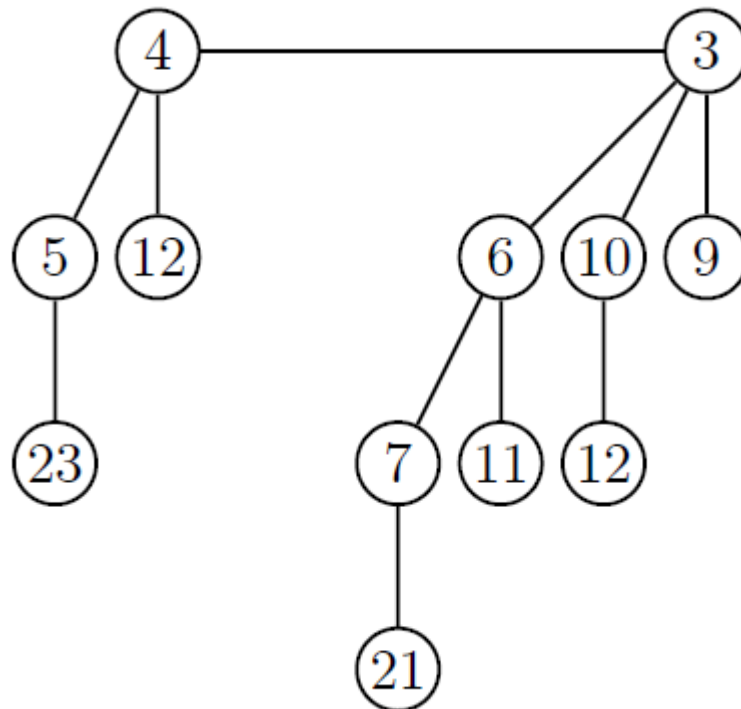
# 6. gyakorlat



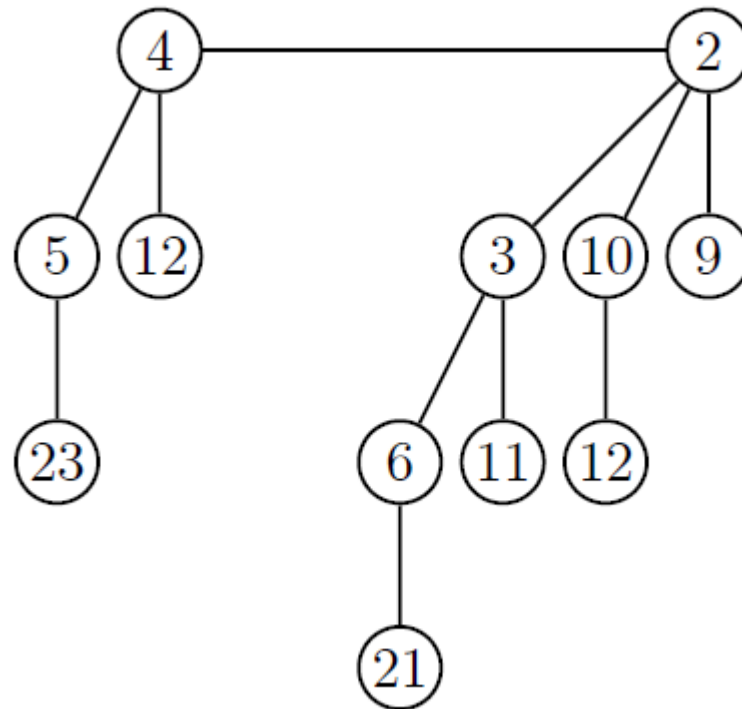


## 6. gyakorlat

Módosítsuk a 14-es kulcsot 3-ra, illetve a 7-es kulcsot 2-re.



# 6. gyakorlat



# 6. gyakorlat

Vizualizációk:

<https://visualgo.net/en>

<https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>

<http://people.ksp.sk/~kuko/bak/index.html>

<https://www.programiz.com/dsa>