Algoritmusok II. gyakorlat

9. gyakorlat, április 13.

9. gyakorlat

Konvex-burok: A legkisebb P konvex poligon, amelyre tartalmazza a Q ponthalmaz minden pontját. Jelölése: CH(Q).

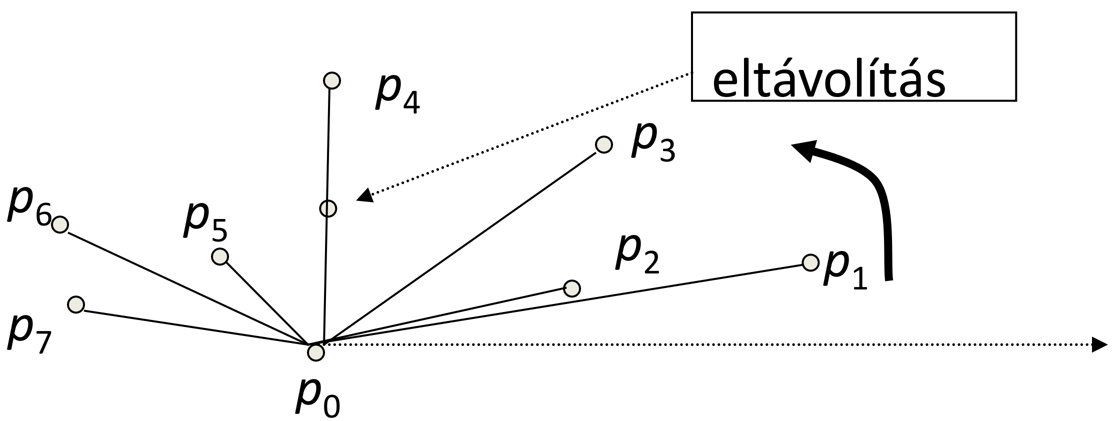
Probléma: Adott Q ponthalmaz konvex burkának meghatározása.

9. gyakorlat

Graham pásztázás

- Legyen p_0 a minimális *y*-koordinátájú *Q*-beli pont, vagy egyezés esetén a bal szélső ilyen pont.

- Legyen $p_1, p_2, \ldots, p_m$ a többi *Q*-beli pont, p_0 körül poláris szög szerint az óramutató járásával ellenkező sorrendben (ha több mint egy pontnak ugyanaz a szöge, távolítsuk el mindet, a p_0-tól legtávolabbi kivételével).



9. gyakorlat

- A megmaradt pontokat az óramutató járásával ellentétes irányban haladva tároljuk.
- Legyen p_0, p_1, p_2, p_3,…, p_m $(m \leq n)$ a pontok rendezett listája.
- Legyen *S* egy verem, amelyben a szóba jöhető konvex burok pontokat tároljuk.
- Kezdetben S = $\boxed{p_0 \,|\, p_1 \,|\, p_2}$. Az algoritmus további lépései:

```
for i ← 3 to m
   do while ( a NEXT_TO_TOP(S) , TOP(S), és p_i pontok
                 szöge nem fordul balra)
                 POP(S)
   PUSH(S, p_i)
return S
```

9. gyakorlat

Jarvis menetelés

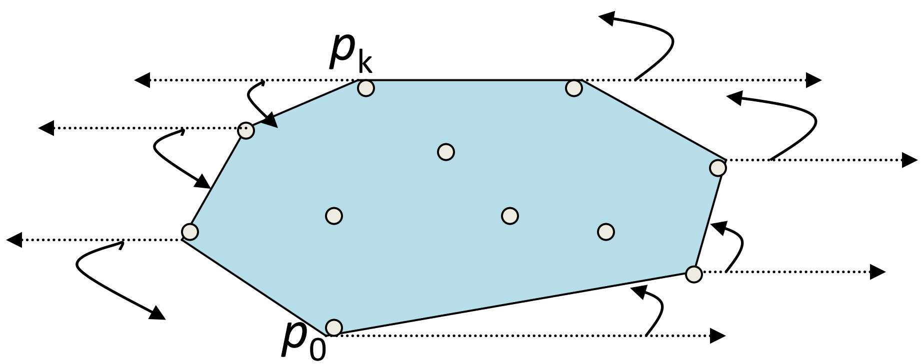
Az ajándékcsomagolás elve módszert használja.

Módszer:

– Legyen p_0 a legalsó pont (holtverseny esetén a leginkább balra lévő).
– A konvex burok következő p_1 csúcsa az a pont, amelynek a legkisebb a p_0 körüli poláris szöge.
  – Az óramutató járásával ellenkező irányban haladunk
  – Holtverseny esetén a legtávolabbi pontot vesszük
– A p_2, p_3,…, p_k csúcsokat hasonlóan kapjuk, ahol p_k a legmagasabban lévő pont.
– A p_0, p_1, p_2, p_3,…, p_k sorozat a *CH(Q)* jobb lánca.

9. gyakorlat

- A bal lánc kiszámítását p_k-val kezdjük.
- Válasszuk p_{k+1}-nek azt a pontot, amelynek a negatív x-tengelytől mérve legkisebb a poláris szöge p_k körül, az óramutató járásával ellenkező irányban haladva, holtverseny esetén a legtávolabbi pontot választva.
- Hasonló módon kapjuk $p_{k+2}, \ldots, p_t = p_0$-t.

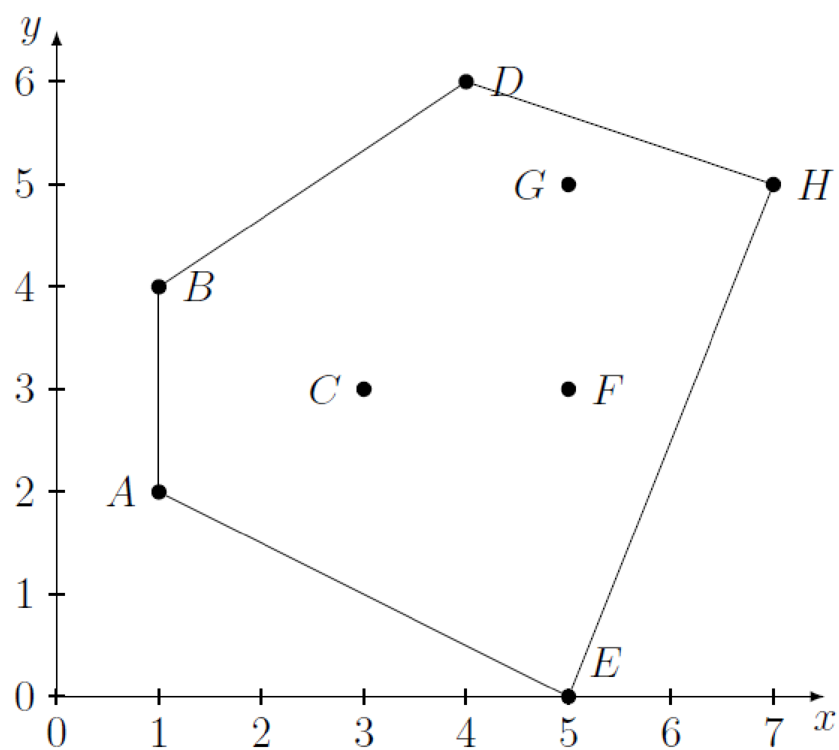


9. gyakorlat

```
Jarvis-menetelés(Q)
P0 = minimális y-koordinátájú Q-beli pont (több ilyen
esetén válasszuk az x-koordináta szerint is minimálisat)
P = P0
S = Ø
do
   R = next(P)
   for i=0 to m do
      fir = Forgásirány(P,Pi,R)
      if (fir > 0) vagy ((fir = 0) és (R P és Pi között van)) then
         R = Pi
   P = R
   S.add(P)
while P != P0
return S
```

9. gyakorlat

Határozzuk meg a (1,2), (1,4), (3,3), (4,6), (5,0), (5,3), (5,5), (7,5) pontok konvex burkát Graham-féle pásztázással, illetve Jarvis meneteléssel!



9. gyakorlat

Graham pásztázás

I. lépés: csúcsok polárszög szerinti rendezése:

E(5,0),H(7,5),G(5,5),D(4,6),C(3,3),B(1,4),A(1,2)

II. lépés: a konvex burok csúcsait tároló verem kezelése:

1. S_0=[E,H,G]
2. ForgásIrány(H,G,D) ForgásIrány(E,H,D) S_2=[E,H,D]
3. ForgásIrány(H,D,C) S_3=[E,H,D,C]
4. ForgásIrány(D,C,B) ForgásIrány(H,D,B) S_4=[E,H,D,B]
5. ForgásIrány(D,B,A) S_5=[E,H,D,B,A]

9. gyakorlat

Jarvis menetelés

1. iteráció	2. iteráció	3. iteráció	4. iteráció	5. iteráció
FI(E,A,F)=-12 FI(E,B,F)=-12 FI(E,C,F)=-6 FI(E,D,F)=-3 FI(E,E,F)=0 FI(E,F,F)=0 **FI(E,G,F)=0** **FI(E,H,G)=10**	FI(H,A,A)=0 **FI(H,B,A)=12** FI(H,C,B)=-8 **FI(H,D,B)=9** FI(H,E,D)=-17 FI(H,F,D)=-8 FI(H,G,D)=-2 FI(H,H,D)=0	**FI(D,A,E)=22** **FI(D,B,A)=6** FI(D,C,B)=-7 FI(D,D,B)=0 FI(D,E,B)=-20 FI(D,F,B)=-11 FI(D,G,B)=-5 FI(D,H,B)=-9	**FI(B,A,C)=4** FI(B,B,A)=0 FI(B,C,A)=-4 FI(B,D,A)=-6 FI(B,E,A)=-8 FI(B,F,A)=-8 FI(B,G,A)=-8 FI(B,H,A)=-12	FI(A,A,B)=0 FI(A,B,B)=0 **FI(A,C,B)=4** FI(A,D,C)=-5 **FI(A,E,C)=8** FI(A,F,E)=-12 FI(A,G,E)=-20 FI(A,H,E)=-24
$H \epsilon CH(Q)$	$D \epsilon CH(Q)$	$B \epsilon CH(Q)$	$A \epsilon CH(Q)$	$E \epsilon CH(Q)$

9. gyakorlat

Vizualizáció:
https://medium.com/dev-genius/grahams-scan-visually-explained-be54b712e2ba
https://www.youtube.com/watch?v=Ps1idzOx6LA

9. gyakorlat

Szorgalmi feladat:
Határozzuk meg a (0, 3), (1, 1), (2, 2), (4, 4),(0, 0), (1, 2), (3, 1), (3, 3) pontok konvex burkát Graham-féle pásztázással, illetve Jarvis meneteléssel!