

# Algoritmusok II. gyakorlat

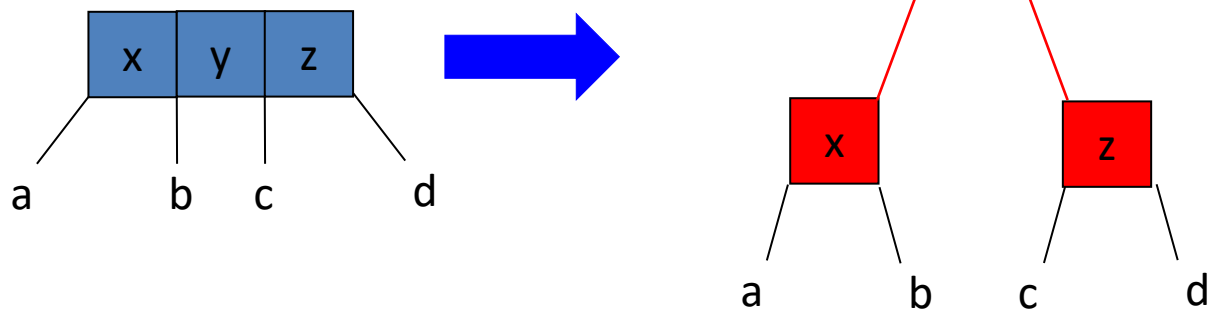
3. gyakorlat, február 23.

# 3. gyakorlat

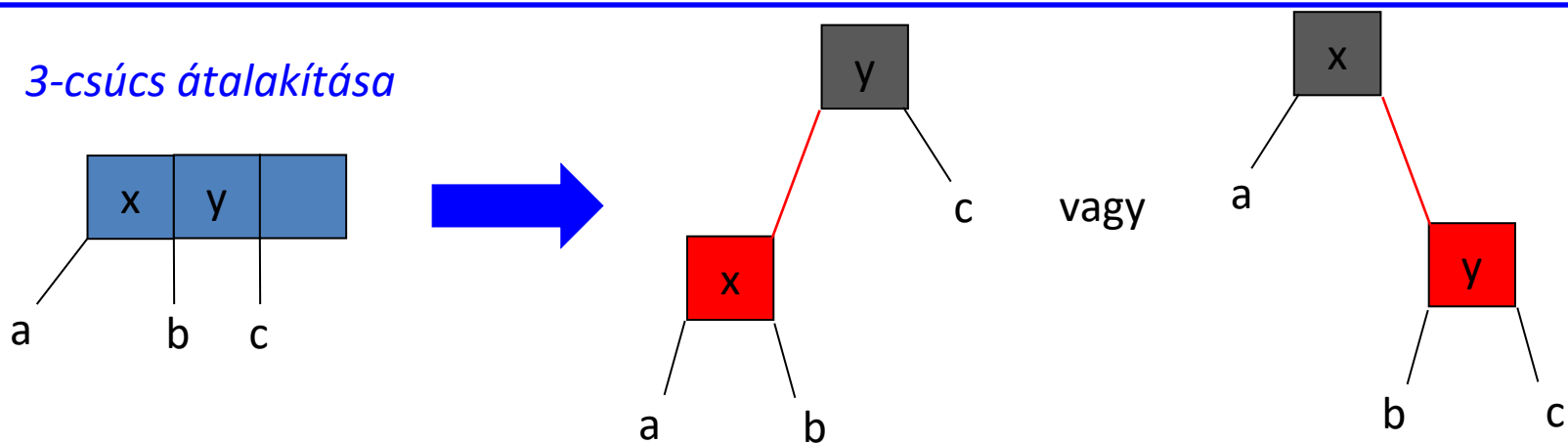
- Piros fekete fa
- A 2-3-4 fának egy bináris fa reprezentációja lehet egy piros-fekete fa.
- A 3- és 4-csúcsokat bináris fává alakítjuk.
  - Hogy megkülönböztessük az eredeti 2-csúcsokat azoktól a 2-csúcsoktól amelyeket 3- és 4-csúcsokból generáltunk, piros és fekete mutatókat is használhatunk.
  - A 2-3-4 fa összes eredeti mutatója fekete mutató, a piros mutatók a 3- és 4-csúcsok felosztásából keletkezők csúcsok összekapcsolására szolgálnak.

# 3. gyakorlat

*4-csúcs átalakítása*



*3-csúcs átalakítása*



# 3. gyakorlat

Tulajdonságok:

- Minden csúcs színe piros vagy fekete.
- A gyökér mindig fekete.
- Minden NULL csúcs színe fekete.
- A piros csúcs gyerekei mindig fekete csúcsok.
- Bármely csúcsból minden levélig vezető úton ugyanannyi fekete csúcs van.

# 3. gyakorlat

Beszúrás:

- Szúrjuk be a z új csúcsot a fába.
- Színezzük z-t pirosra.
- Ellenőrizzük hogy sérül-e a piros-fekete tulajdonság, ha igen akkor hajtsuk végre a JAVÍTÁS műveletet.

# 3. gyakorlat

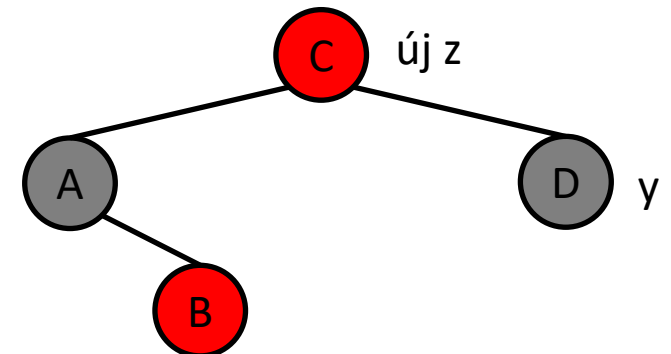
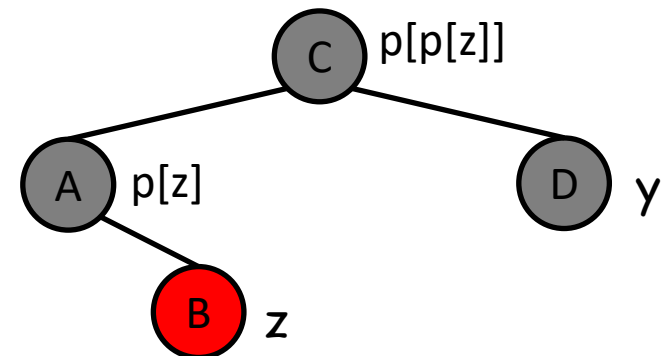
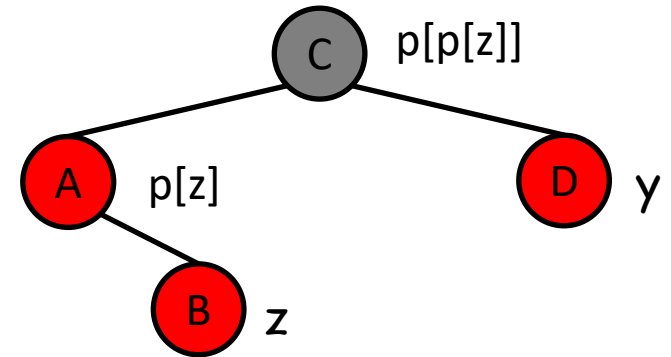
JAVÍTÁS 1.a eset:

z nagybátyja (y) **piros**

z jobb gyerek

- $p[p[z]]$  (z nagyapja) fekete, mivel z és  $p[z]$  piros

- Színezzük  $p[z]$ -t **feketére**
- Színezzük y-t **feketére**
- Színezzük  $p[p[z]]$ -t **pirosra**
- $z = p[p[z]]$



# 3. gyakorlat

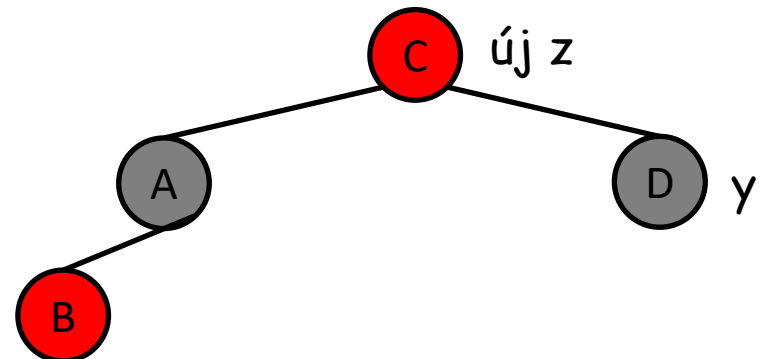
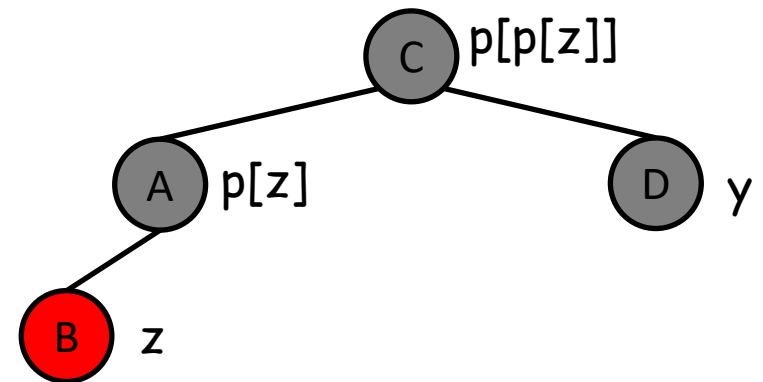
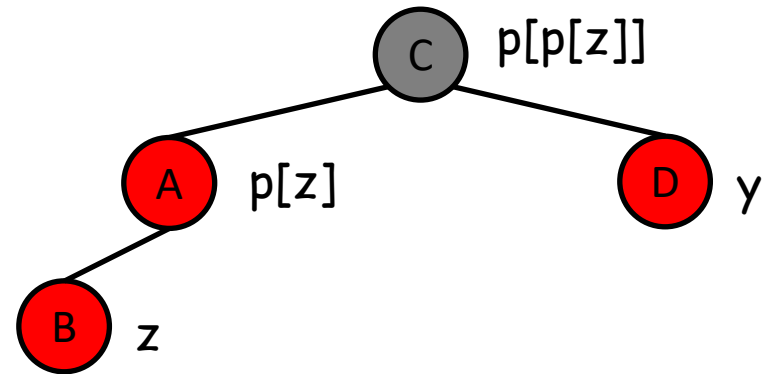
JAVÍTÁS 1.b eset:

z nagybátyja (y) **piros**

z bal gyerek

- $p[p[z]]$  (z nagyapja) fekete, mivel z és  $p[z]$  piros

- Színezzük  $p[z]$ -t **feketére**
- Színezzük y-t **feketére**
- Színezzük  $p[p[z]]$ -t **pirosra**
- $z = p[p[z]]$

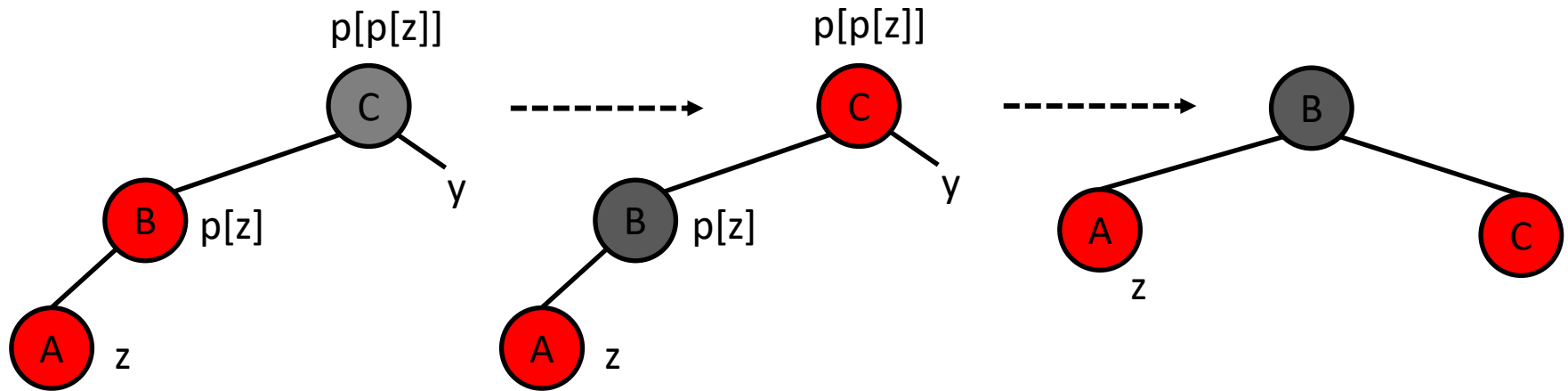


# 3. gyakorlat

## JAVÍTÁS 2. eset:

- $z$  nagybátyja ( $y$ ) **fekete**
- $z$  bal gyerek

- Színezzük  $p[z]$ -t feketére
- Színezzük  $p[p[z]]$ -t pirosra
- $\text{JOBBRA-FORGATÁS}(T, p[p[z]])$



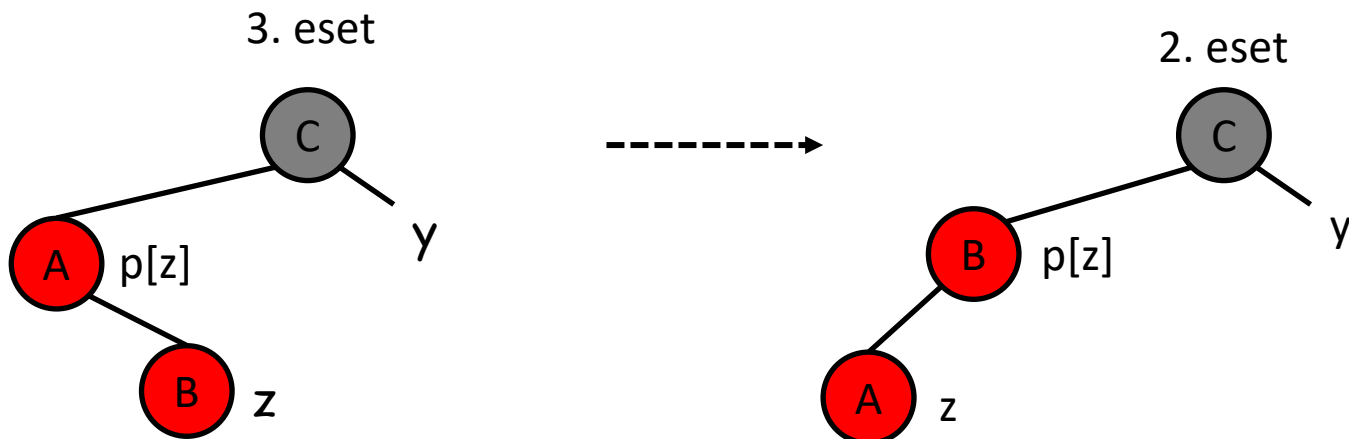


# 3. gyakorlat

## JAVÍTÁS 3. eset:

- $z$  nagybátyja ( $y$ ) **fekete**
- $z$  jobb gyerek
- $z \leftarrow p[z]$
- BALRA-FORGATÁS( $T, z$ )

$\Rightarrow z$  bal gyerek,  $z$  és  $p[z]$  piros  $\Rightarrow$  2. eset

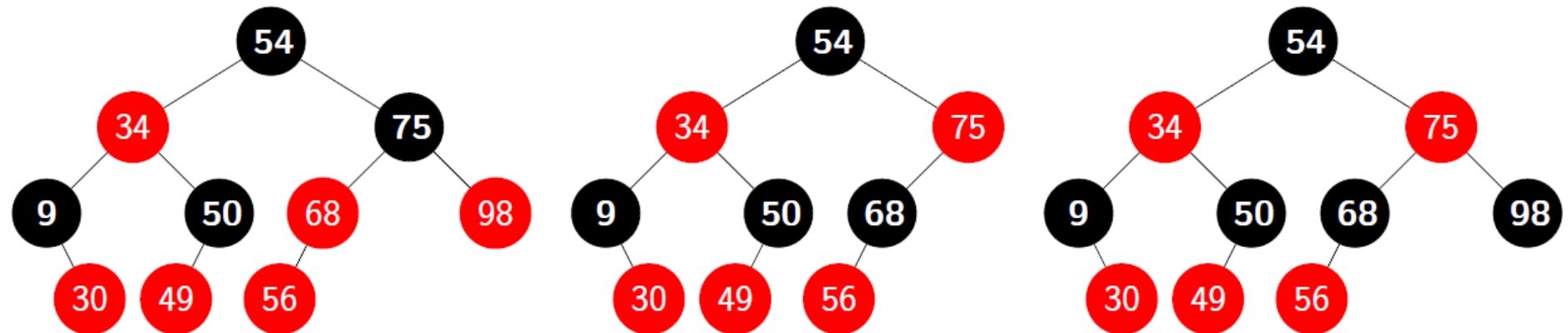


### 3. gyakorlat

- Bármelyik javítás végrehajtása után, folytonosan ellenőrizzük a piros-fekete tulajdonságok teljesülését egészen a gyökérig, és ha valahol újra sérül, ott ismét javítsunk.

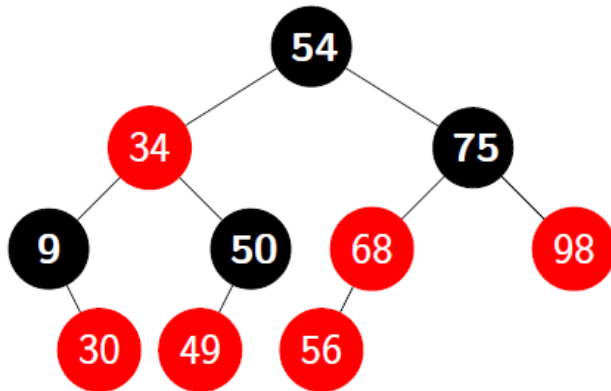
### 3. gyakorlat

Az alábbi fák közül melyekre teljesül a piros-fekete fákkal kapcsolatos összes elvárás?

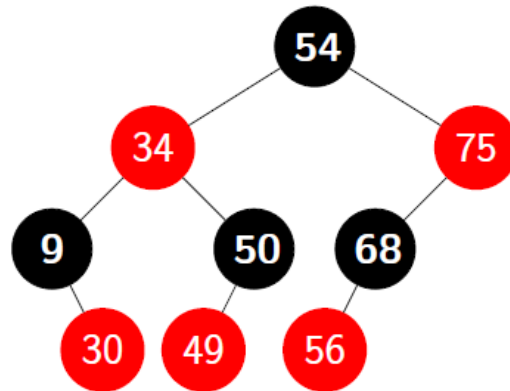


### 3. gyakorlat

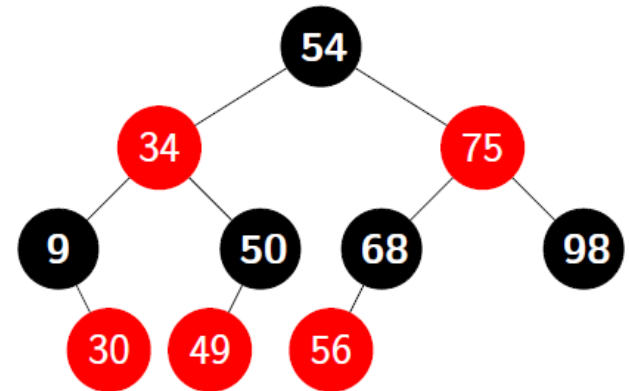
Az alábbi fák közül melyekre teljesül a piros-fekete fákkal kapcsolatos összes elvárás?



(a) Nem piros-fekete fa (piros gyerek, piros szülő)



(b) Nem piros-fekete fa (levélig érintett fekete csúcsok száma)



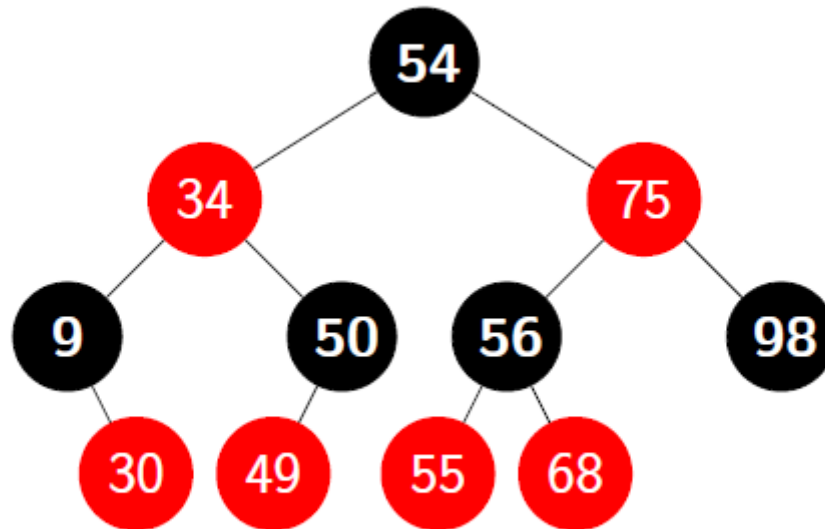
(c) Piros-fekete fa

### 3. gyakorlat

Szűrjük be az 55, 70, 7, 5, 69, 73 kulcsokat az előző feladat (c) jelű piros-fekete fájába.

# 3. gyakorlat

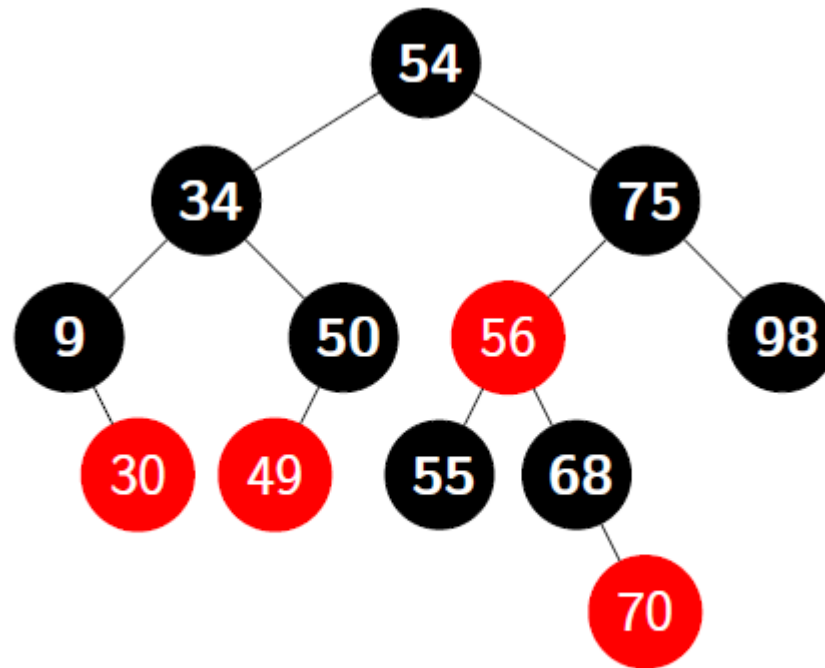
55 beszúrása:



(a) fekete nagybácsi → forgatás

# 3. gyakorlat

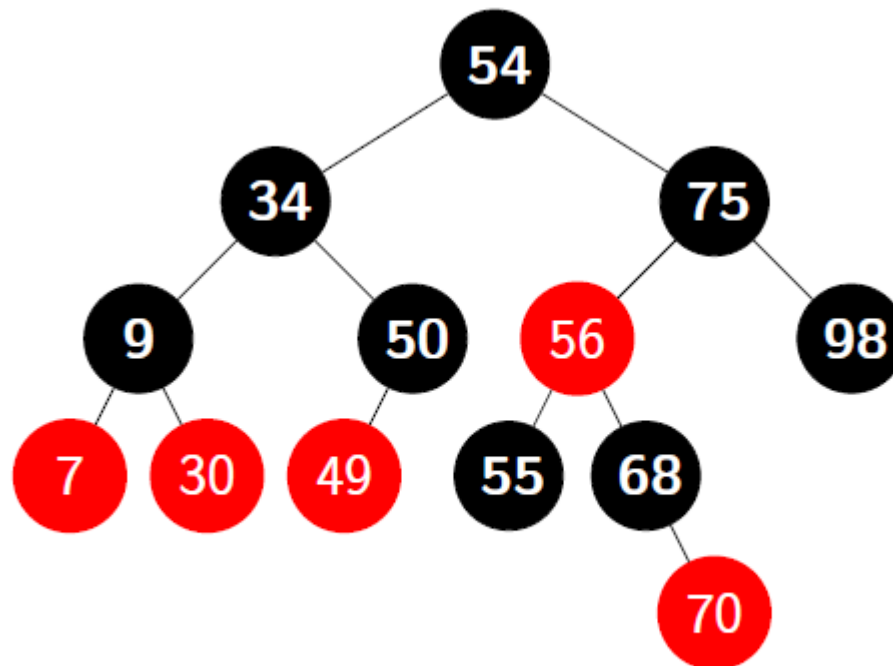
70 beszúrása:



(b) piros nagybácsi  $\rightarrow$  átszínezés(ek)

# 3. gyakorlat

7 beszúrása:

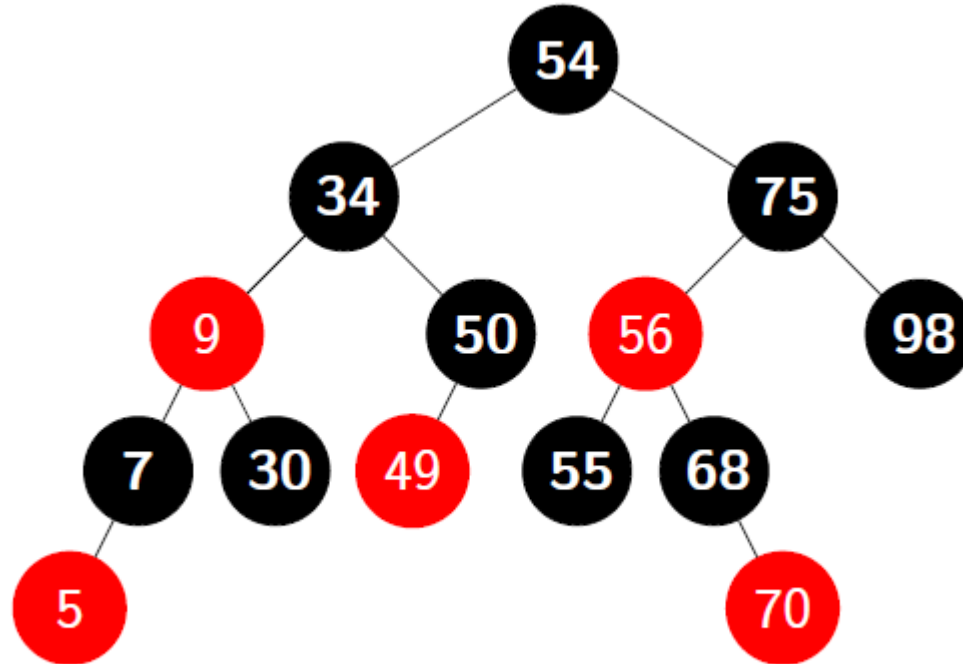


(c) fekete ősz → nincs teendő



# 3. gyakorlat

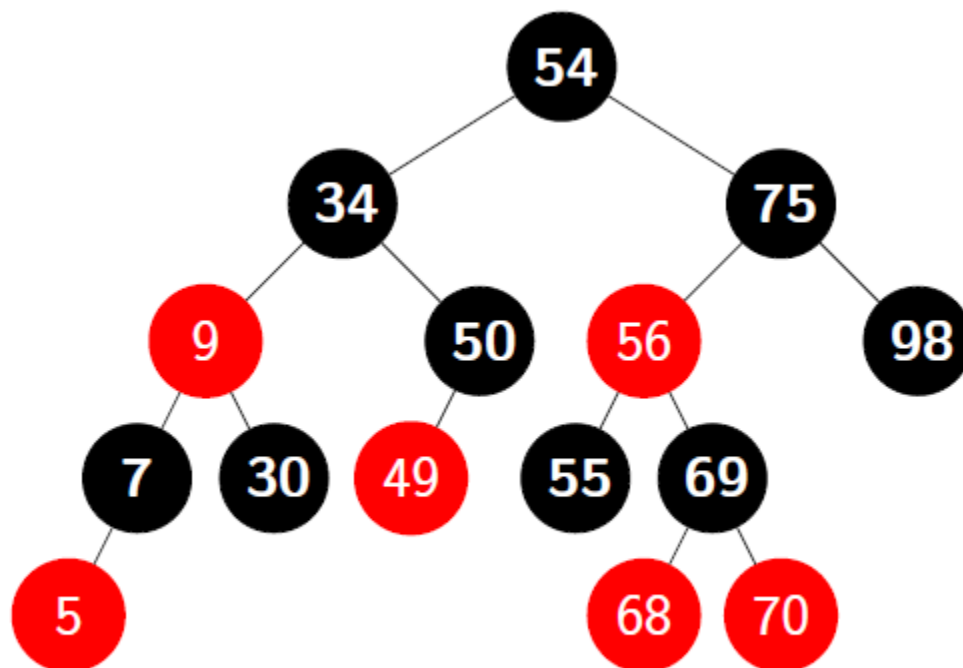
5 beszúrása:



(d) piros nagybácsi → átszínezés

# 3. gyakorlat

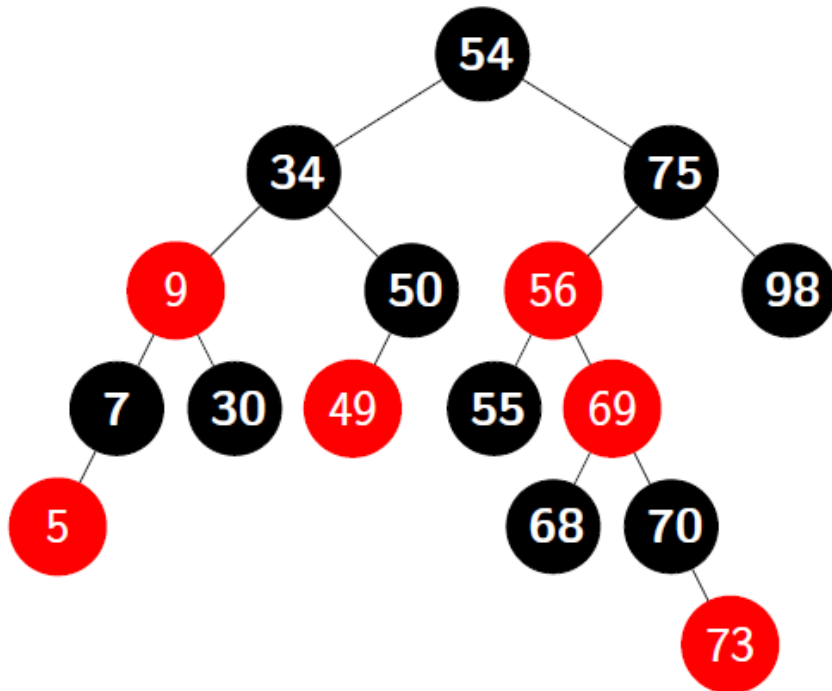
69 beszúrása:



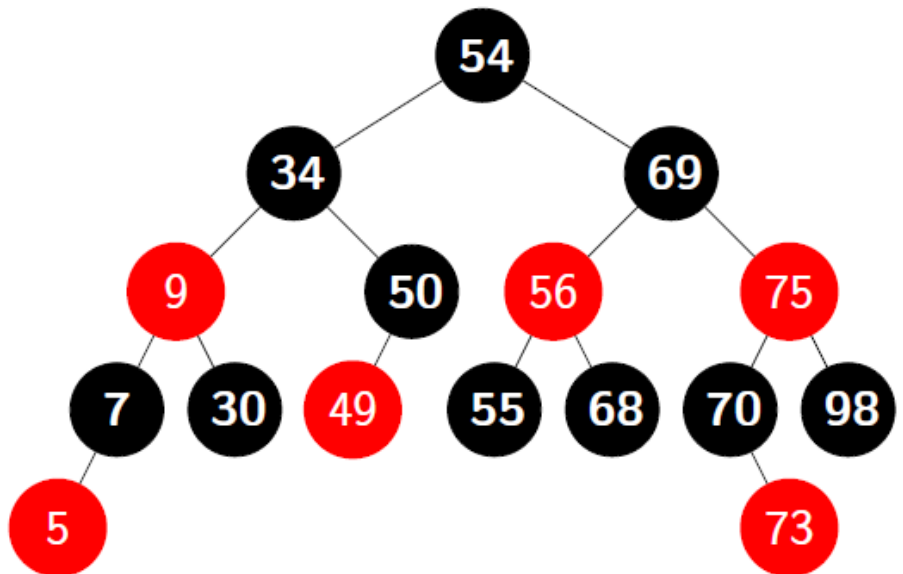
(e) fekete nagybácsi és zikk-zakk  $\rightarrow$  2 forgatás

# 3. gyakorlat

73 beszúrása:



(f) piros nagybácsi → kaszkád színezés



(f) fekete nagybácsi és zikk-zakk → 2 forgatás

# 3. gyakorlat

## Szorgalmi feladatok:

- Igazoljuk, hogy minden piros-fekete fában a leghosszabb olyan út hossza, amely egy adott  $x$  csúcsból valamely levélig vezet, legfeljebb kétszerese az  $x$ -től levélig vezető legrövidebb út hosszának!
- Rajzoljuk meg azt a piros-fekete fát, amely a kezdetben üres fából úgy keletkezik, hogy egymás után bővítjük a fát a 41, 38, 31, 12, 19, 8 kulcsokkal!

## 2. gyakorlat

Vizualizációk:

<https://visualgo.net/bn/bst>

<https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>

<https://yongdanielliang.github.io/animation/web/24Tree.html>

<http://people.ksp.sk/~kuko/bak/index.html>