

Algoritmusok II. gyakorlat

2. gyakorlat, február 16.

2. gyakorlat

AVL Fa = Kiegyensúlyozott bináris keresőfa,
amelynél minden x csúcsra teljesülnie kell, hogy
 x jobb és bal oldali részfái magasságának
különbsége abszolútértékben nem nagyobb,
mint 1.

2. gyakorlat

Az x csúcs $BF(x)$ egyensúlyfaktora $h_L - h_R$, ahol h_L és h_R , az x bal és jobb részfáinak a magassága. Az AVL fa bármelyik x csúcsára $BF(x) = -1, 0$, vagy 1 .

2. gyakorlat

- KERESÉS, BESZÚRÁS és TÖRLÉS: A három művelet a korábban tanultak szerint működik, azonban az egyensúlyi helyzet a BESZÚRÁS és a TÖRLÉS műveletek hatására felborulhat.
- Abban az esetben, ha valamelyik csúcsban sérül a kiegyensúlyozottság szabálya, akkor helyre kell azt állítani.

2. gyakorlat

Helyreállítás eszközei: forgatások, amelyek megváltoztatják a fa szerkezetét, miközben megőrzik a bináris keresőfa tulajdonságot.

LL: egy új Y csomópont kerül beillesztésre az A csúcs bal részfájának a bal részfájába,

LR: Y az A csúcs bal részfájának jobb részfájába kerül,

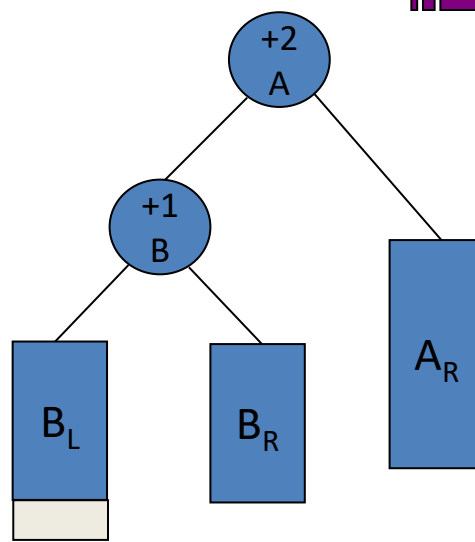
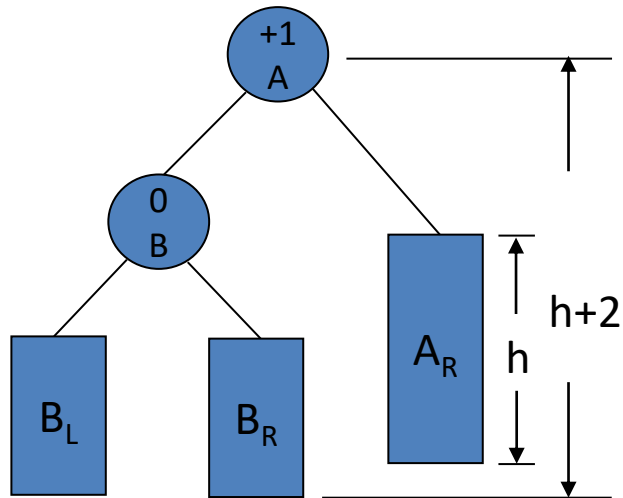
RR: Y az A csúcs jobb részfájának a jobb részfájába kerül,

RL: Y az A csúcs jobb részfájának a bal részfájába kerül.

Törlésnél az dönti el hogy melyik esetről van szó, hogy mekkora a részfák magassága. Mindig a magasabbat kell nézni!

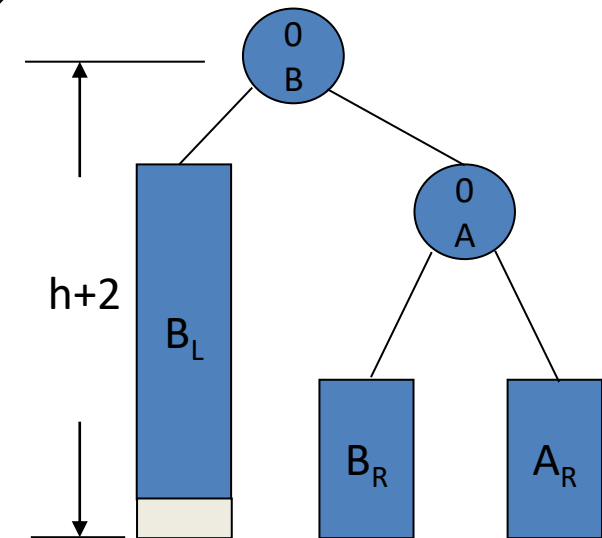
2. gyakorlat

Az LL kiegyensúlyozó forgatás:



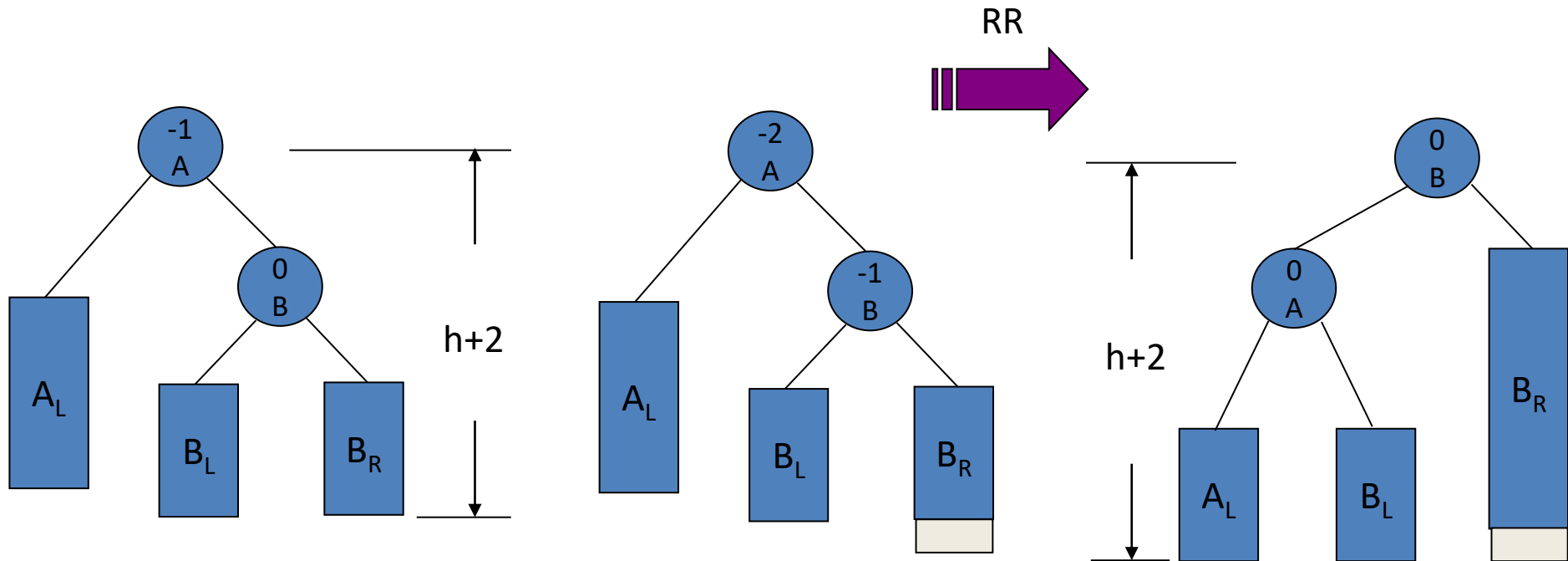
A B_L magassága $h+1$ -re nő

LL



2. gyakorlat

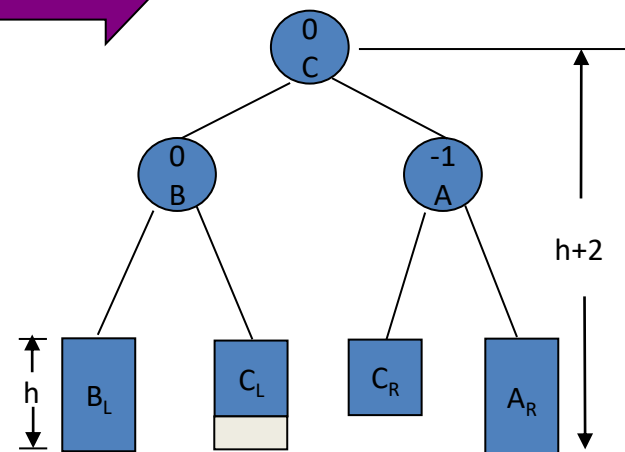
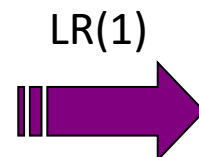
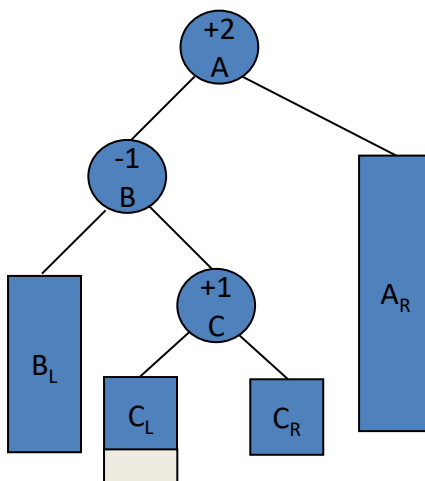
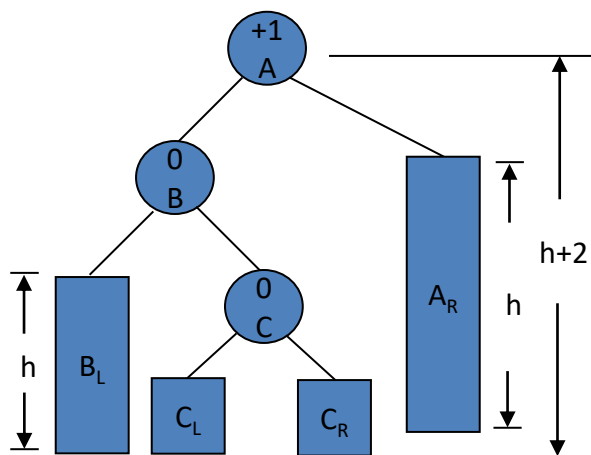
Az RR kiegyensúlyozó forgatás:



A B_R magassága $h+1$ -re nő

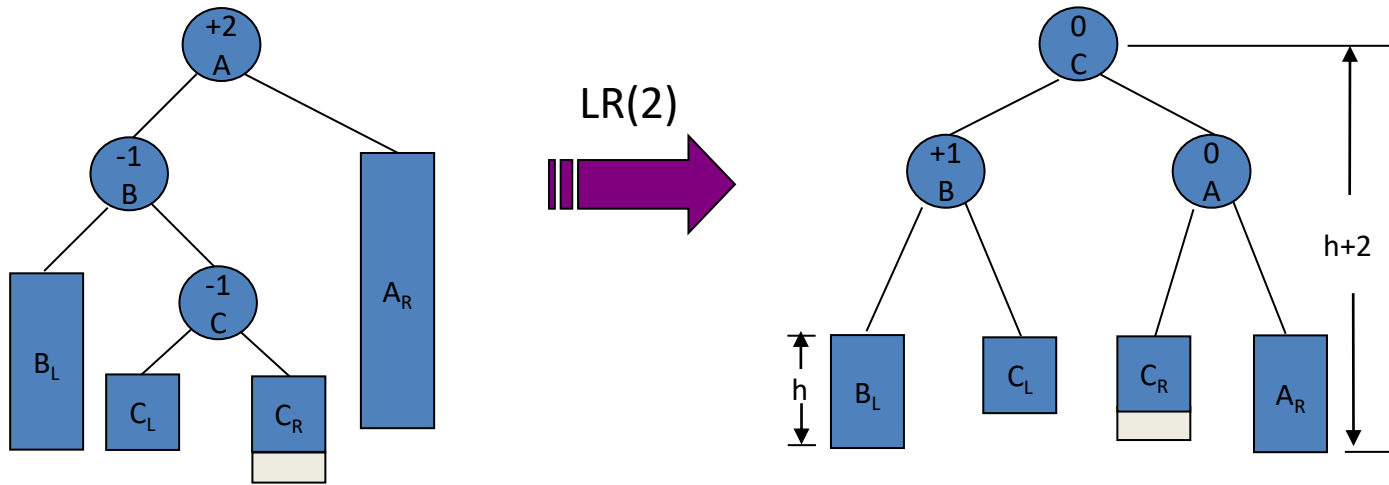
2. gyakorlat

Az LR kiegyensúlyozó forgatás, 1 eset:

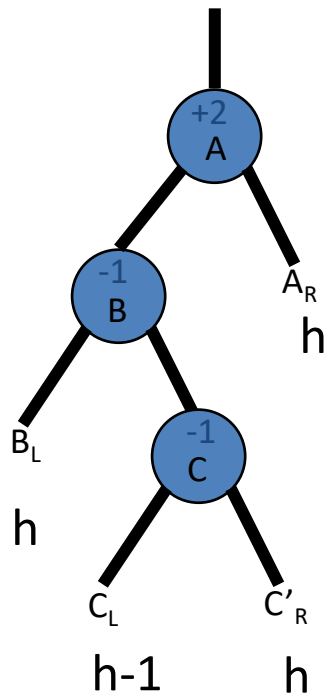


2. gyakorlat

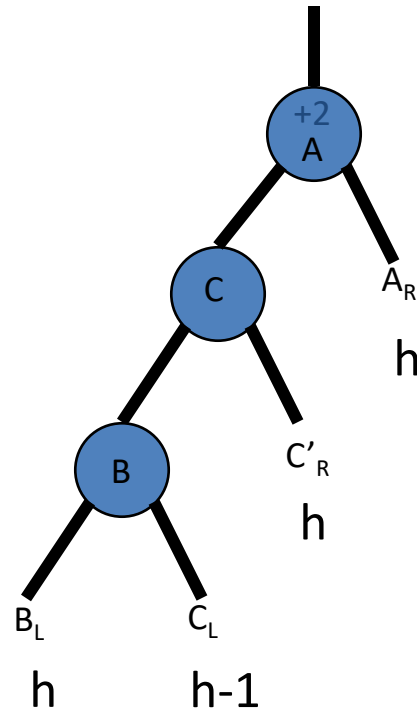
Az LR kiegyensúlyozó forgatás, 2. eset:



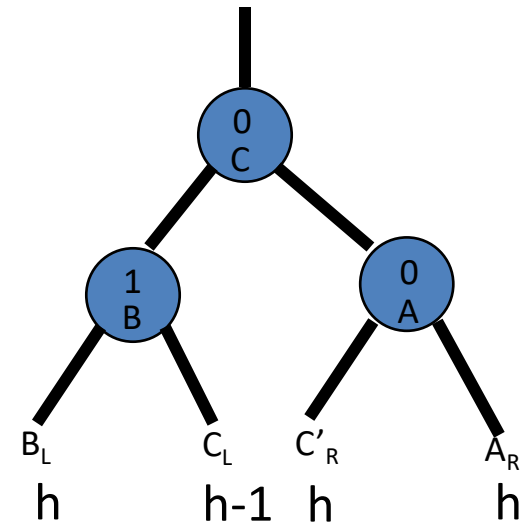
2. gyakorlat



Beszúrás után



RR forgatás után



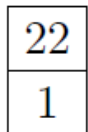
LL forgatás után

$$LR = RR + LL$$

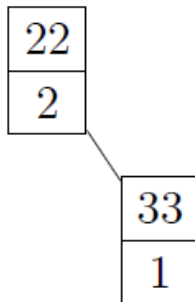
2. gyakorlat

- Szúrjuk be egy kezdetben üres AVL fába a 22, 33, 68, 98, 91, 44, 11, 8, 26, 59, 89, 92 kulcsokat.
- Vizualizáció:
- <https://visualgo.net/bn/bst>

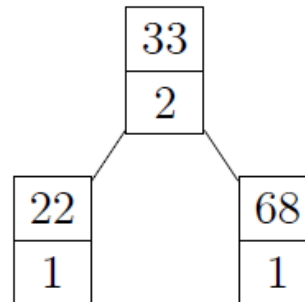
2. gyakorlat



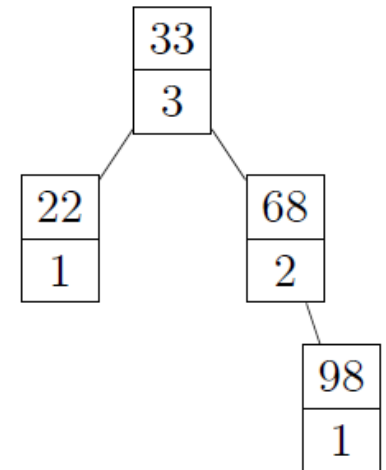
(a) 22



(b) 33 beszúr

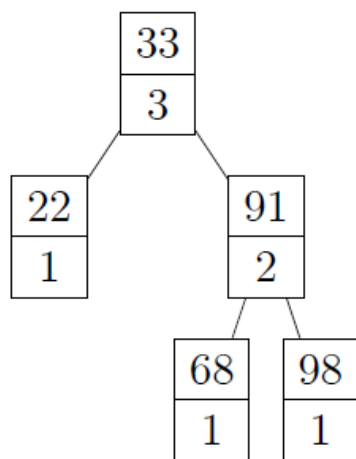


(c) 68 beszúr és for-
gat

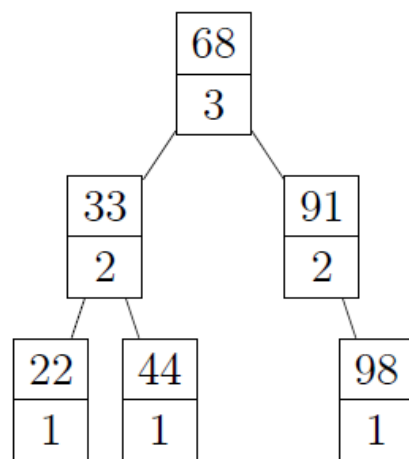


(d) 98 beszúr

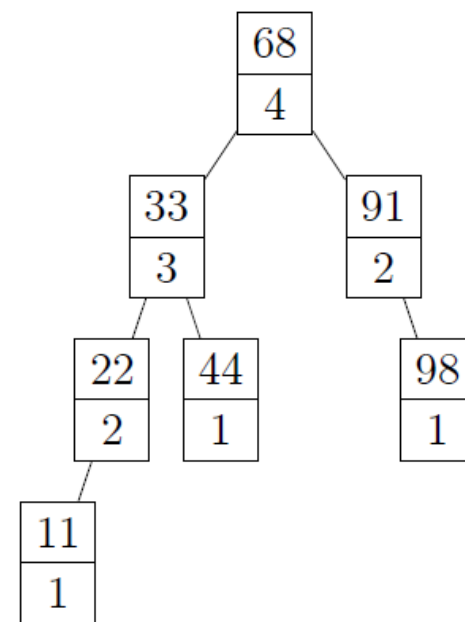
2. gyakorlat



(e) 91 beszúr és cikk-cakk forgat

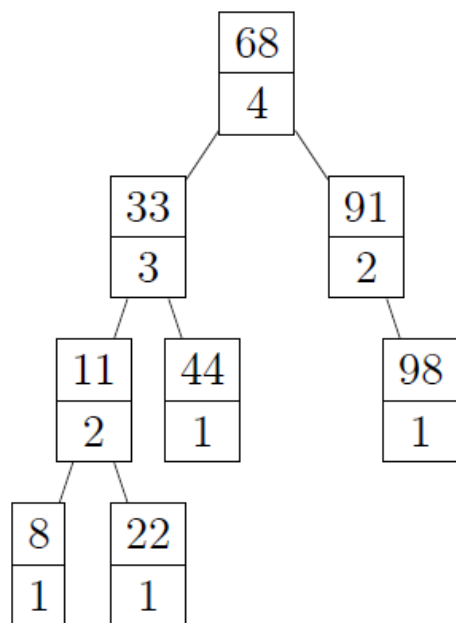


(f) 44 beszúr és cikk-cakk forgat

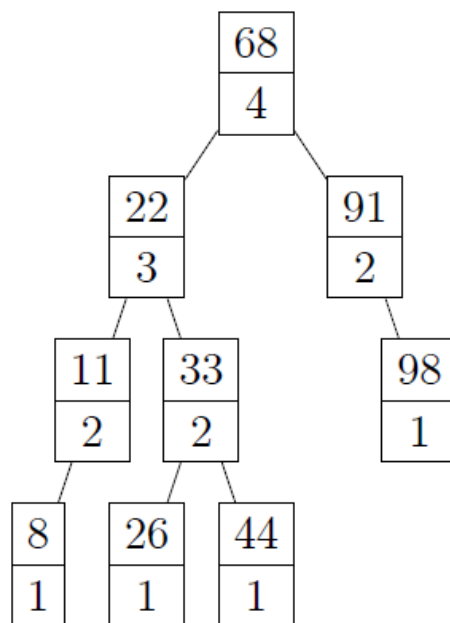


(g) 11 beszúr

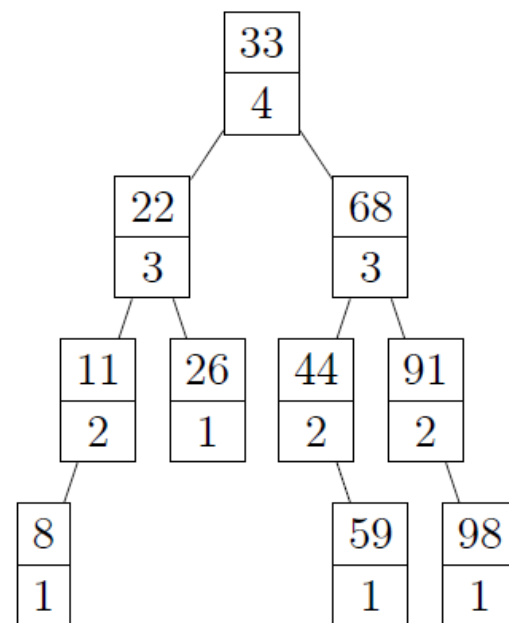
2. gyakorlat



(h) 8 beszúr és forgat

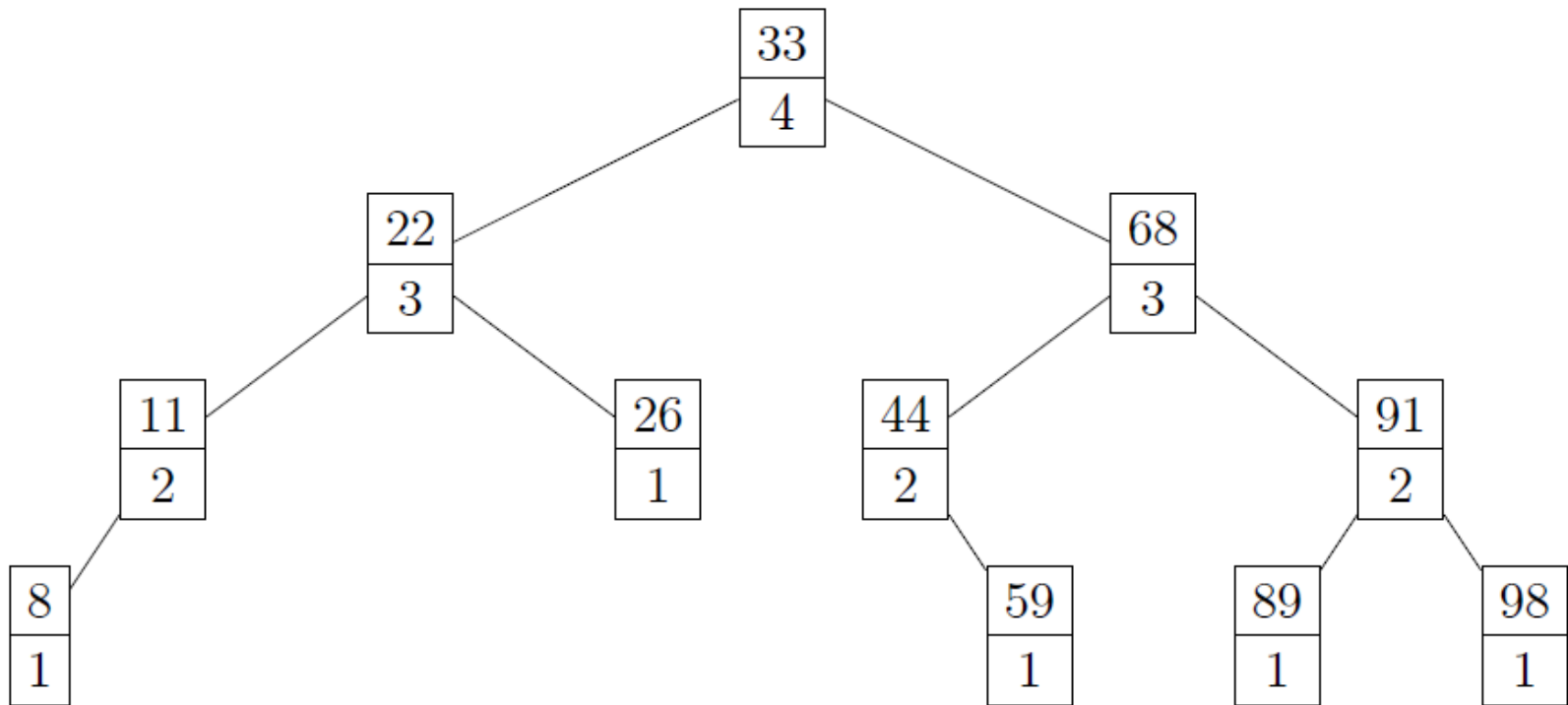


(i) 26 beszúr és cikk-cakk forgat



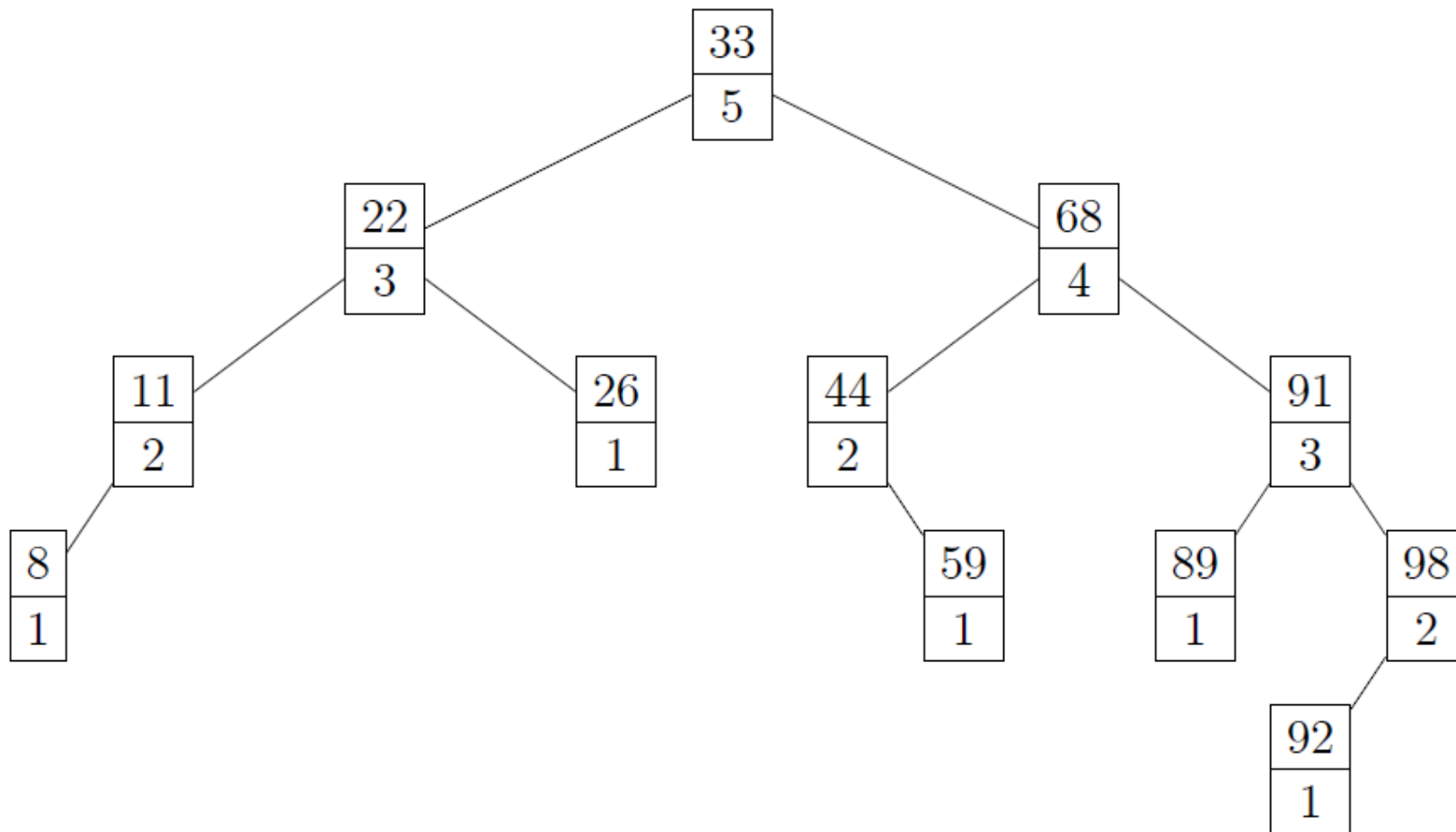
(j) 59 beszúr és cikk-cakk forgat

2. gyakorlat



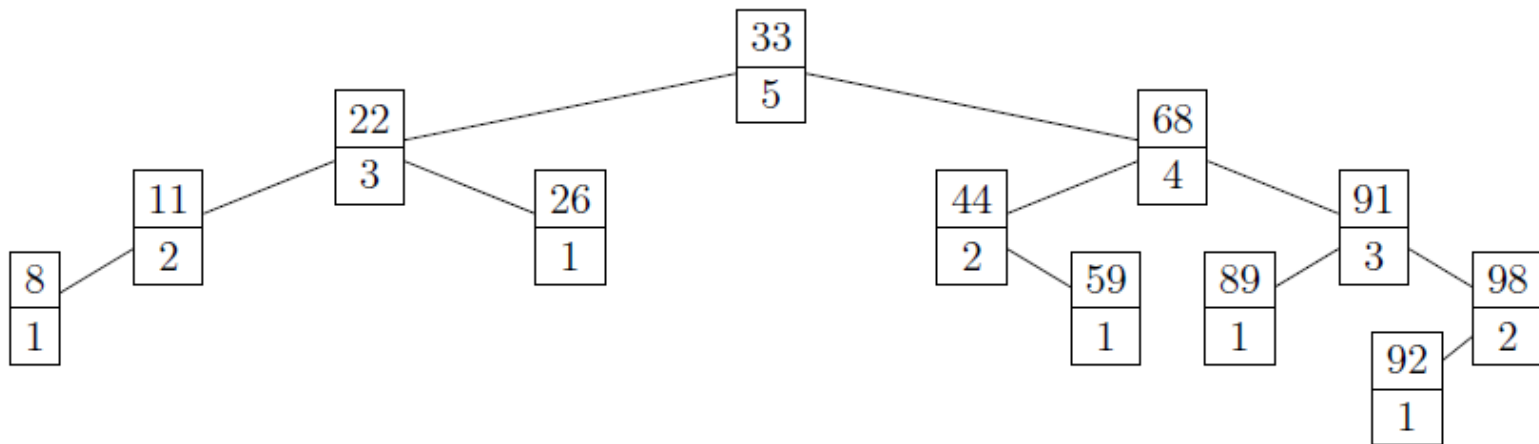
(k) 89 beszúr

2. gyakorlat



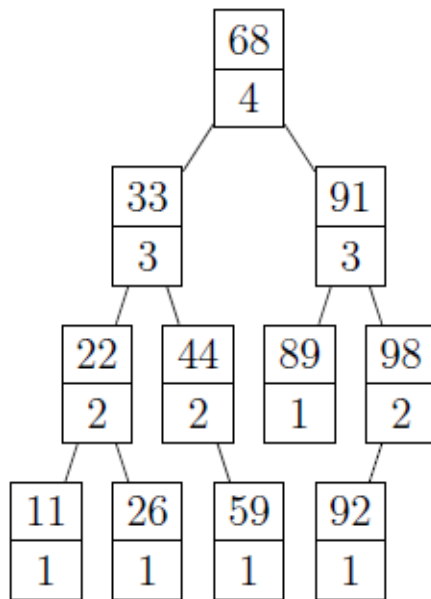
(1) 92 beszúr

2. gyakorlat

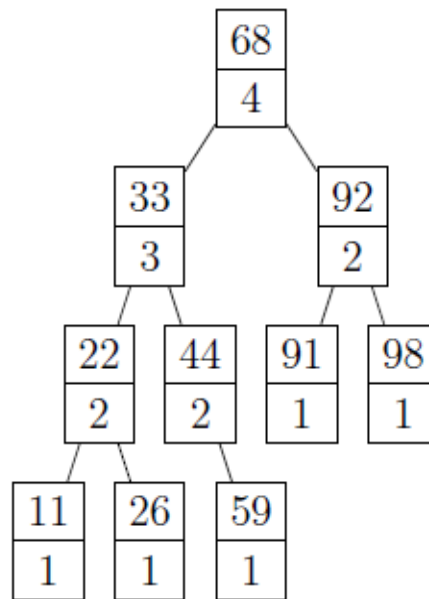


2. gyakorlat

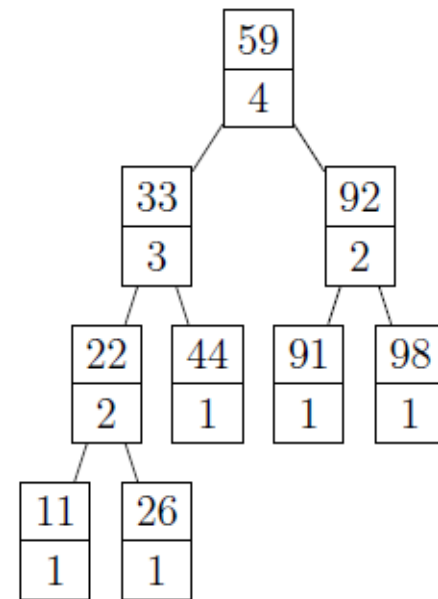
Töröljük az előzőleg kapott fából a 8, 89, 68 kulcsokat! A törléseket követően tudunk-e úgy törölni az AVL-fából, hogy ne legyen szükség forgatásos helyreállításra?



(a) 8 törlése után



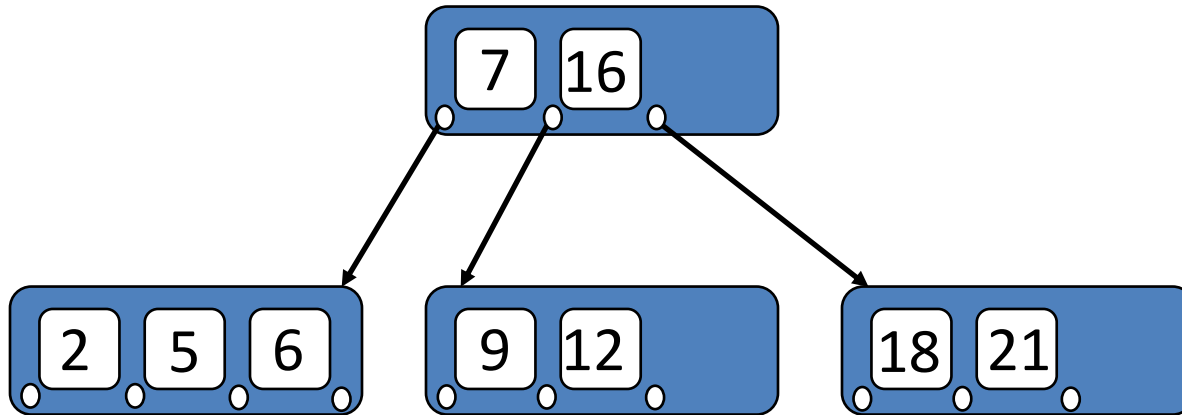
(b) 89 törlése után



(c) 68 törlése után

2. gyakorlat

- A B-fák a bináris keresőfa, illetve a 2-3-4 fák általánosításai.
- Az m -rendű B-fa egy m -ágú fa.
 - Olyan fa, amelynél minden csúcsnak legfeljebb m gyereke lehet.



2. gyakorlat

- Egy B-fa minden csúcsa adott számú kulcs / adat párt tartalmaz.
- A kulcsok a csúcs gyerekeit tartományokra osztják.
 - Ha egy belső csúcsnak például 3 gyereke, azaz részfája van, akkor két kulcsa kell hogy legyen: a_1 és a_2 .
 - A baloldali részfában lévő kulcsok kisebbek mint a_1 .
 - A középső részfában lévő kulcsok a_1 és a_2 között vannak.
 - A jobboldali részfában lévő kulcsok nagyobbak mint a_2 .

2. gyakorlat

- B-fa tulajdonságai:
- A minimum fokszáma $t = \lceil m/2 \rceil \geq 2$.
 - Általában feltételezzük hogy m páros, azaz $m = 2t$.
- A gyökérnek 0 és $m-1$ közötti kulcsa van.
 - Ha a fa üres, akkor a gyökérnek nincsenek gyerekei.
 - Egyébként a gyerekek száma 2 és m között van.
- A belső csúcsoknak $t-1$ és $m-1$ közötti kulcsa van.
 - A gyerekek száma t és m között van.
- A leveleknek szintén $t-1$ és $m-1$ közötti kulcsa van.
- Minden levélnek ugyanaz a mélysége, ami a fa h magassága.

2. gyakorlat

- Beszúrás:
- Keressük meg a levelet, ahová az új kulcsot be kell szúrni:
 1. Ha a levélnek kevesebb mint $m-1$ kulcsa van
 - Szúrjunk be egy új $\langle \text{key}, \text{data} \rangle$ párt a levél csúcsba.
 2. Ha a levélnek $m-1$ kulcsa van
 - Szúrjunk be egy új $\langle \text{key}, \text{data} \rangle$ párt a levél csúcsba.
 - Vágjuk a levél csúcsot két részre a középső kulcsnál.
 - Emeljük a középső kulcsot a csúcs szülőjébe.
 3. Ha a szülőnek $m-1$ kulcsa van
 - Ismételjük a vágást/felemelést amíg olyan csúcshoz nem érünk, amelynek $m-1$ kulcsa van.
 - Ha a gyökérhez jutunk hozzunk létre új csúcsot, vágjuk szét a gyökeret és emeljük a középső kulcsot az új gyökércsúcsba.

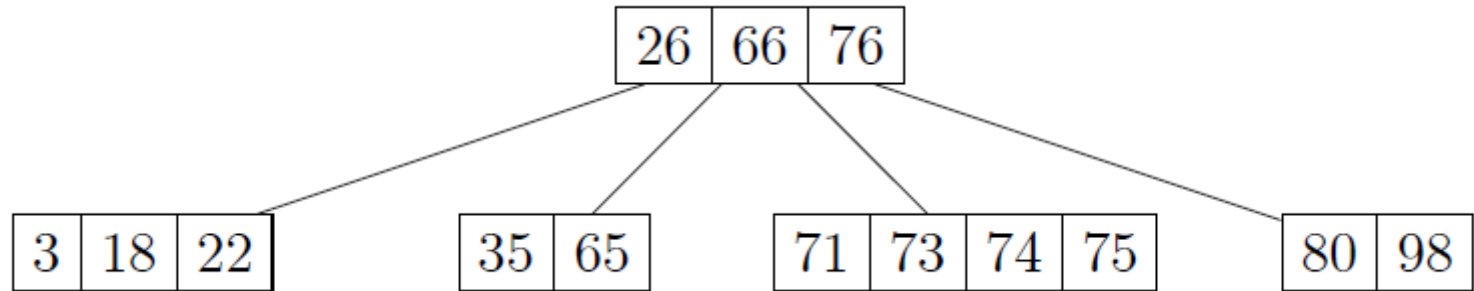
2. gyakorlat

Törlés (optimista stratégia):

- Keressük meg a törlendő csúcsot, majd töröljük és nem levélcsúcs esetén helyettesítjük a megelőzőjével. Ezután ellenőrizzük, hogy az új fa, nem sérti-e a B-fa tulajdonságait, ugyanis egy kulcs törlése $t-1$ méretű csúcsból $t-2$ méretűvé tehet egy csúcsot.
- Ha sértjük, akkor a tulajdonságokat sértő csúcson hajtsunk végre JAVÍT műveletet, majd ellenőrizzük a tulajdonságokat tovább a gyökér felé.
- JAVÍT: Két eset lehetséges, melyek közül ha elvégezhető, akkor a kölcsönzést preferáljuk:
 - Szomszédtól kölcsönzünk, ha annak van feleslege kulcsa (tehát ha a szomszéd $> t-1$ méretű).
 - Ekkor először a bal szomszédtól tudunk kölcsönözni, a legjobboldalibb értékét felküldjük a gyökérbe, a korábbi gyökérkulcsot pedig levisszük a feltöltendő csúcsba.
 - Ha nem tudtunk, akkor megnézzük, hogy a jobboldali szomszédtól tudunk-e kölcsönözni, és ha igen, akkor a legbaloldalibb értékét felküldjük a gyökérbe, a korábbi gyökérkulcsot pedig levisszük a feltöltendő csúcsba.
 - Összeolvastjuk a kritikusan kicsi csúcsot a t méretű szomszédjával, valamint a gyökérkulccsal így $2t-1$ méretű csúcs jön létre.

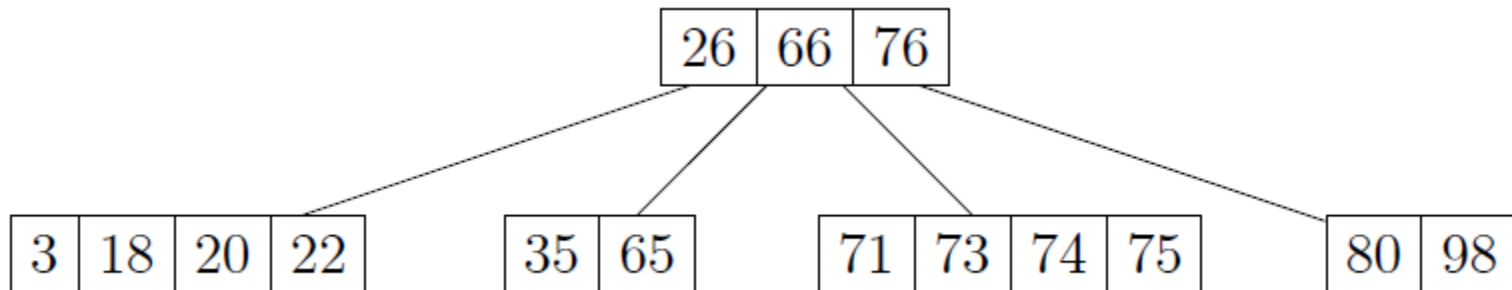
2. gyakorlat

- Vegyük az alábbi 5-rendű B-fát ($m=5, t=3$), és szúrjuk be egymás után a 20, 25, 72 kulcsokat!

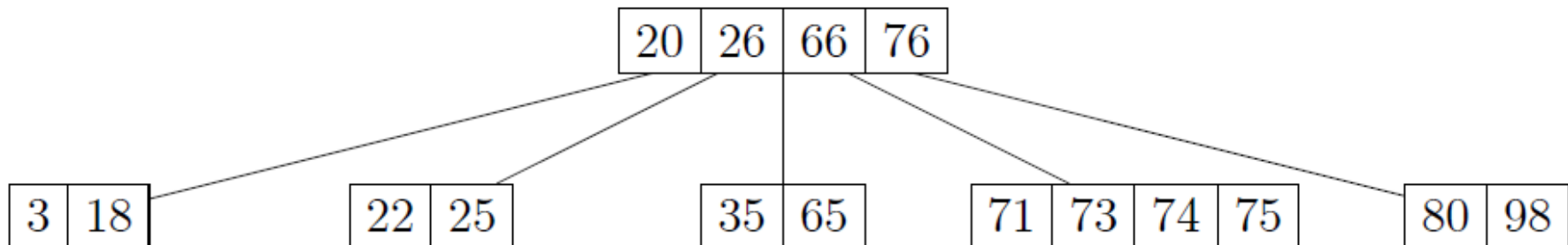


2. gyakorlat

- 20 beszúrása után

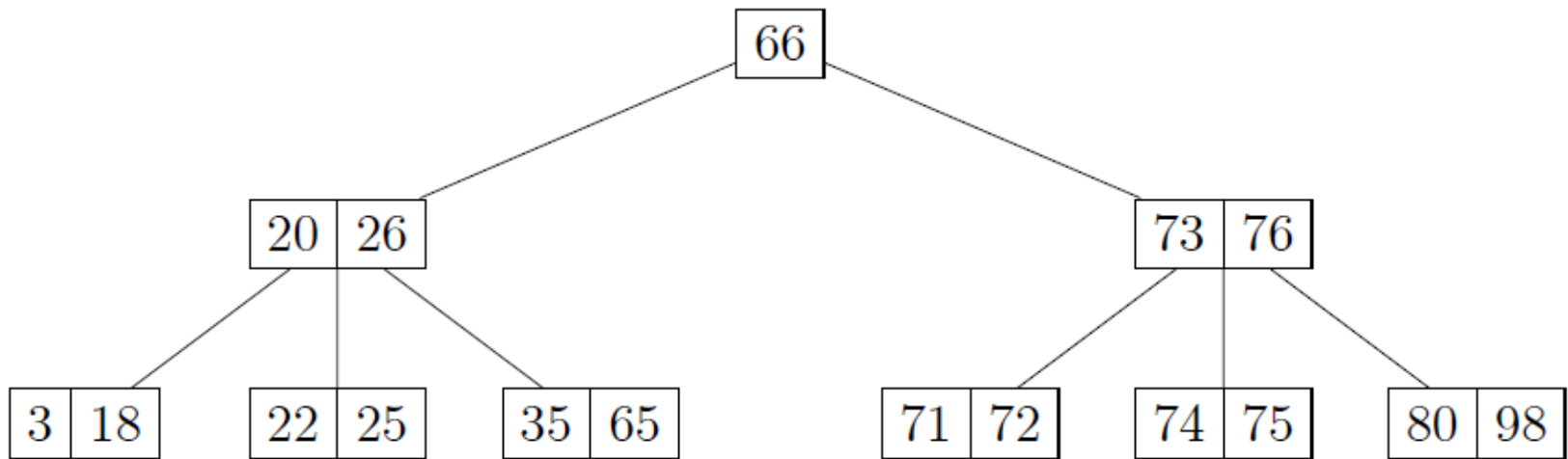


- 25 beszúrása után



2. gyakorlat

- 72 beszúrása után

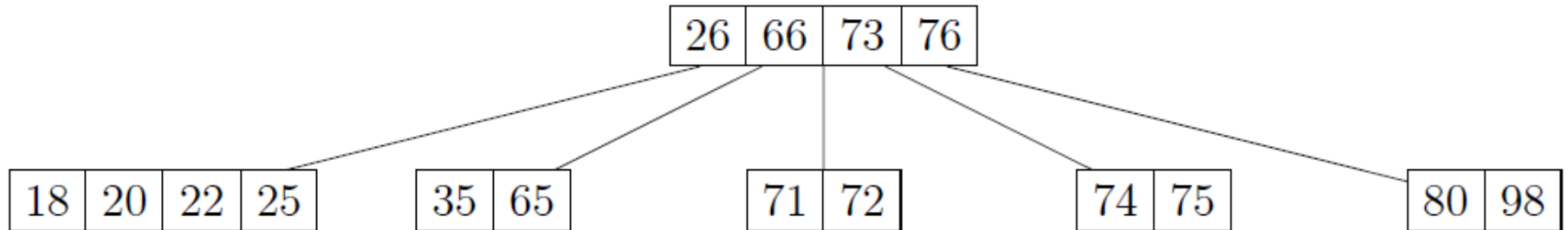


2. gyakorlat

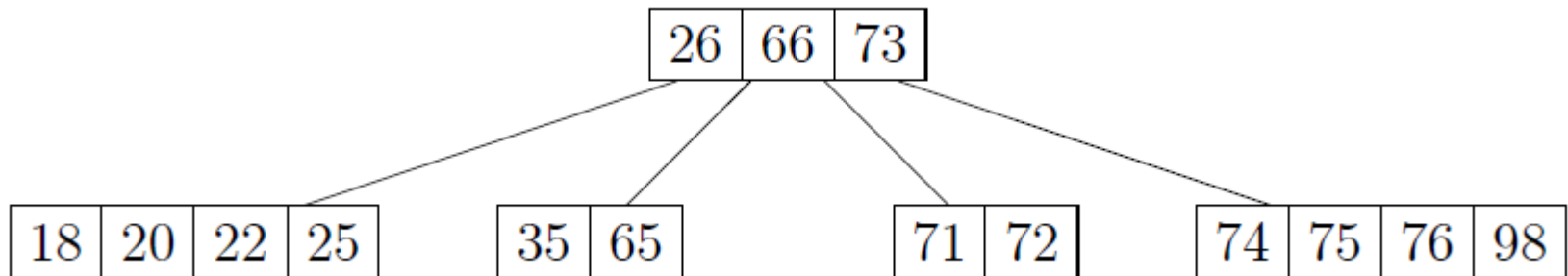
Töröljük az előzőekben kapott B-fából a
3, 80, 35, 76 kulcsokat!

2. gyakorlat

- 3 törlése után

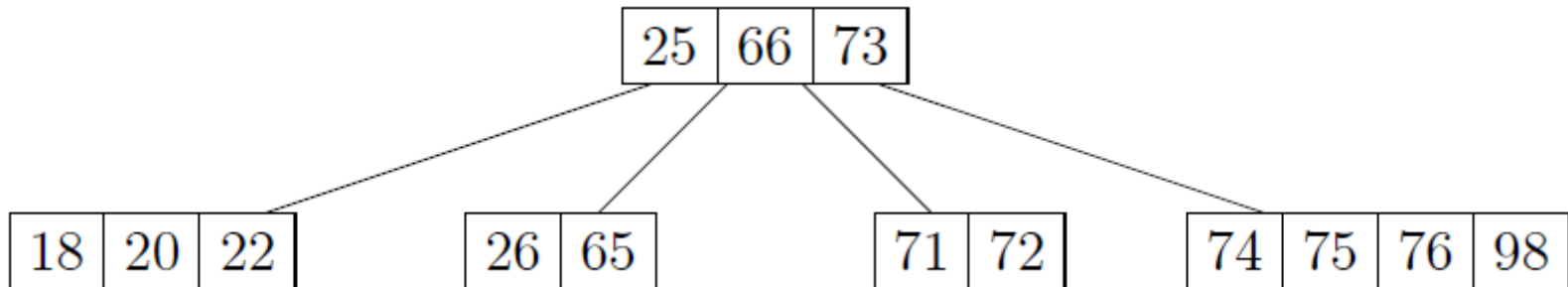


- 80 törlése után

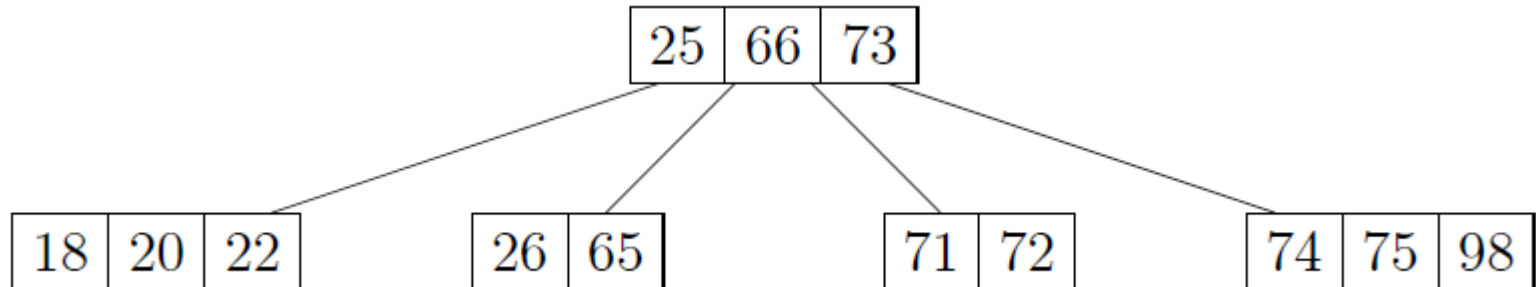


2. gyakorlat

- 35 törlése után



- 76 törlése után



2. gyakorlat

Szorgalmi feladat:

Hozzunk létre egy 2-3-4, illetve AVL fát az alábbi elemek beszúrásával: 2,4,6,8,10,12,1,3,5,7,9,11!

Töröljünk a fából 6 tetszőlegesen kiválasztott elemet!

Mutassuk be hogyan alakul a fa struktúrája az egyes beszúró és törlő lépések után, illetve írjuk le milyen átalakítások történnek a fán!

2. gyakorlat

Vizualizációk:

<https://visualgo.net/bn/bst>

<https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>

<https://yongdanielliang.github.io/animation/web/24Tree.html>

<http://people.ksp.sk/~kuko/bak/index.html>

<https://www.programiz.com/dsa>