

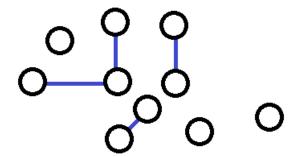
#### Исследование социальных сетей

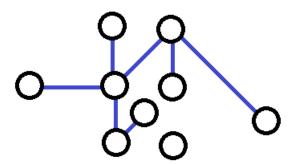


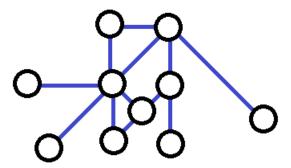
Социальная сеть – динамический граф (пример: мобильная сеть)

Вершины – пользователи (и группы)
Рёбра – дружба (членство) / связи, отношения

Кластеры – сообщества







#### Примеры соцсетей:

сети дружбы (Friendship Networks)

- «классические» (Facebook, vk, Одноклассники)
  - сети общения (Communication Networks)
- мобильные сети
- мессенджеры (Telegram, WhatsApp)
- микроблоги (Twitter)
- почтовые (связь по отправке писем)

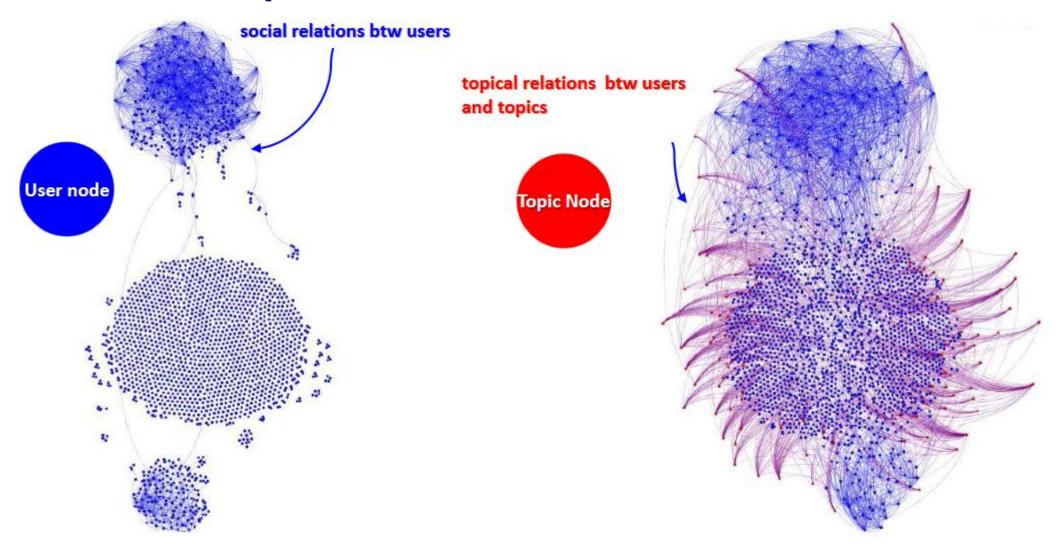
информационные сети (Information Networks)

- сам интернет
- интернет-магазин (связь по одинаковым купленным товарам)
- научные сообщества (связь по публикациям)

Какие здесь графы?

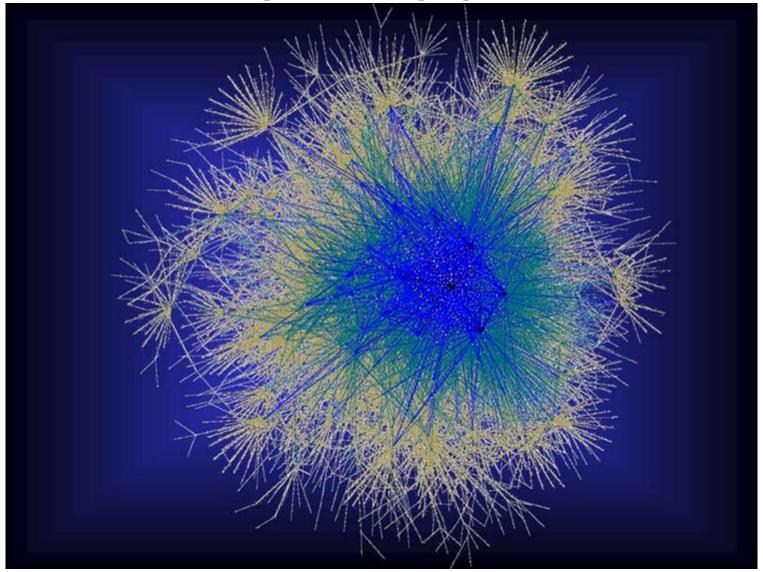
Какие задачи здесь актуальны (возможны)?

#### Вершины не обязательно пользователи



http://legacydirs.umiacs.umd.edu/~hadi/cmsc498j/slides/lec-1.pdf

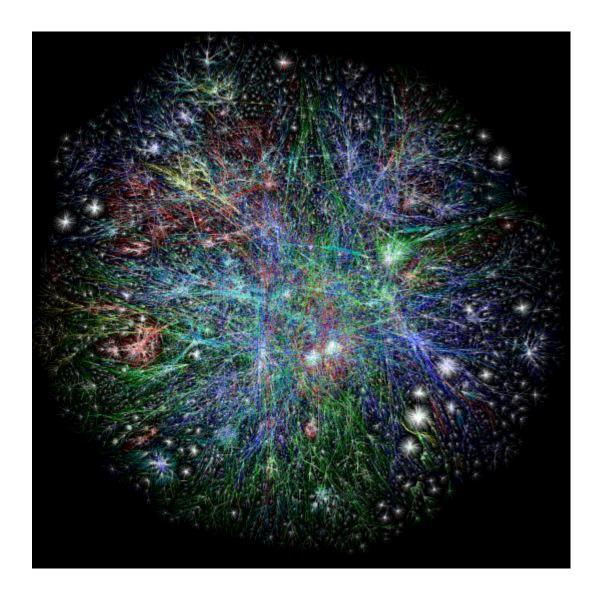
#### Картинки с графами



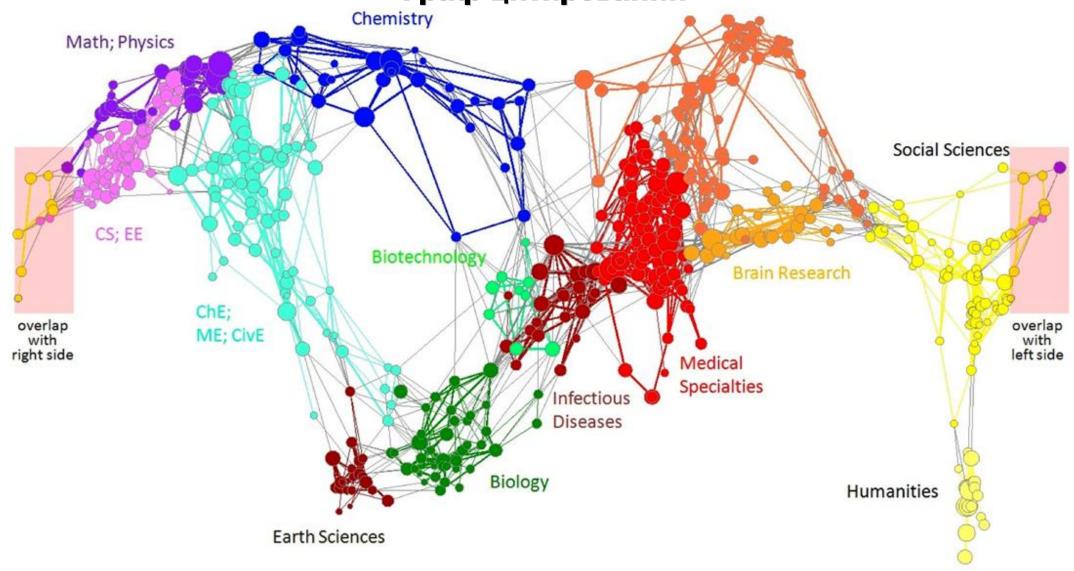
graph of the BGP (Gateway Protocol) web graph, consisting of major Internet routers (6400 вершин, 13000 рёбер)

Ross Richardson, Fan Chung Graham

#### **Web-граф**



# **Примеры графов Граф цитирований**

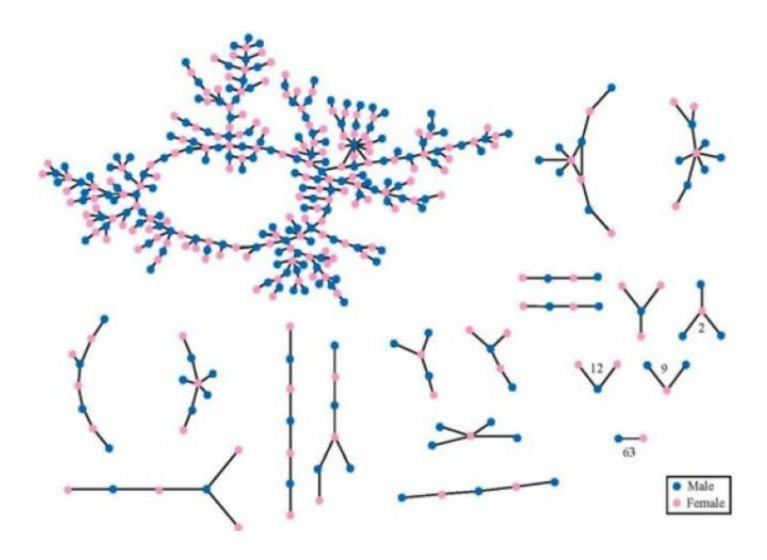


Börner и др.

## **Примеры графов** граф метро



#### Граф романтических отношений



#### Задачи с социальными сетями

- Анализ поведения пользователей
  - о выявление аккаунтов-дубликатов
  - пользователей нарушающих, склонных нарушать правила, не похожих на других
- Прогнозирование
  - поведения пользователей (когда будет пользоваться услугами, в какую группу вступит, с кем подружится)
  - о предсказание и предотвращение ухода пользователей
  - предсказание трафика (в каком объёме будет скачивать/закачивать)
- Рекомендация
  - предсказание эффективности действия рекламы для конкретного пользователя
  - формирование таргетированных предложений (рекламы, по вступлению в группы, заполнению профиля и т.п.)

#### Задачи с социальными сетями

- Кластеризация
  - разбиение пользователей на группы (для более корректного А/В-тестирования, разработки стратегий под группы, более тщательного анализа аудитории)
  - о выявление «кругов общения пользователей» (друзей, которых объединяет некоторая сущность, например «друзья по вузу»)
  - о выделение сообществ
  - о выделение базисов источников информации в блогосфере
- Взаимодействие с другими соцсетями/ресурсами
  - матчинг сетей/графов (установление соответствия между пользователями одной сети и другой)
  - о использование данных соцсети для решения задач других заказчиков
    - скоринг (оценка заёмщика) в банках
    - персональные рекомендации в интернет-магазинах
    - таргетированная реклама в рекламе, СМИ (таргетированные новости)

#### Задачи с социальными сетями

#### • Анализ текстов

- обнаружение недопустимых текстов (оскорблений, рекламы, нарушения закона и т.п.)
- о анализ общественного мнения по постам
- о анализ лояльности к брендам по постам

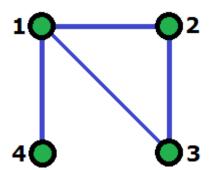
#### • Визуализация

- поиск закономерностей в данных соцсети и их представление анализ общественного мнения по постам
- о научные исследования графов соцсетей

# Граф (V,E) $i,j\in V$ $\{i,j\}\in E$

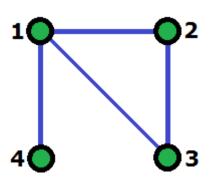
ребро / дуга

смежные вершины / соседи / друзья



Вершины 1 и 2 смежны Рёбра (1, 2) и (1, 3) смежны Вершины 1 и ребро (1, 2) инцидентны

Граф

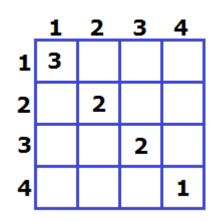


#### матрица сопряжённости (Adiaconov Motrix)

(Adjacency Matrix)
1 2 3 4

как правило разреженная

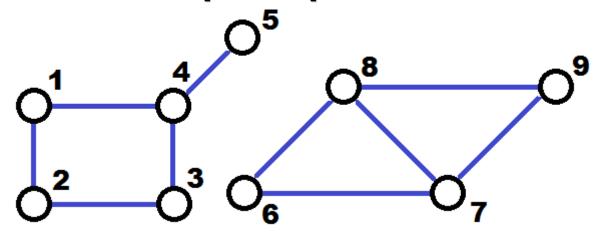
#### диагональная матрица степеней



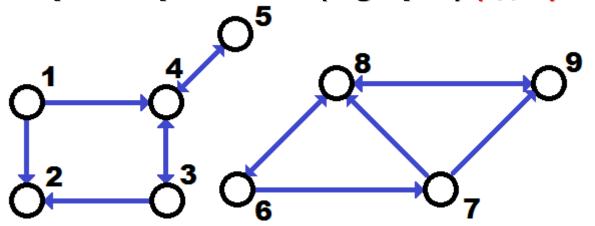
#### матрица Лапласа

	1	2	3	4
1	3	-1	-1	-1
	-1	2	-1	
3	-1	-1	2	
4	-1			1

#### Неориентированные



Ориентированные (digraphs) (где?)



+ взвешенные графы

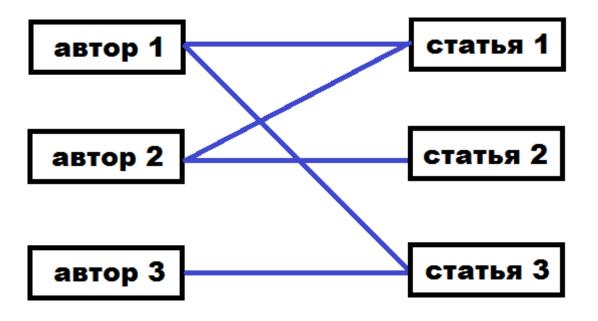
соседство окрестности

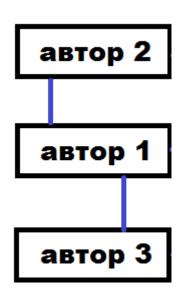
степень

входящая/исходящая степень (indegree/outdegree)

связные компоненты клика максимальная клика кратчайший путь поток диаметр

# Двудольные графы (bipartite)





Ещё: фильмы – актёры

# Граф цитирования (ориентированный) Граф соавторства (неориентированный/двудольный) Граф сходства статей (с весами)

Плотность графа (Graph Density)

$$\frac{2|E|}{|V|(|V|-1)}$$

Расстояние между вершинами – длина кратчайшего пути между ними

**Диаметр** – максимальное расстояние (по всем парам вершин графа)

Маршрут в графе — это чередующаяся последовательность вершин и рёбер графа вида

$$v_0, (v_0, v_1), v_1, \dots, (v_{k-1}, v_k), v_k$$

любые два соседние элемента (вершина и ребро) инцидентны

Маршрут замкнут (closed), если  $v_0 = v_k$ 

Путь (Walk) — последовательность рёбер (в неориентированном графе) и/или дуг (в ориентированном графе), такая, что конец одной дуги (ребра) является началом другой дуги (ребра). Или последовательность вершин и дуг (рёбер), в которой каждый элемент инцидентен предыдущему и последующему.

Простой путь (Trail) — путь, все рёбра которого попарно различны

Path – A walk with distinct nodes & edges.

A closed trail is a circuit I

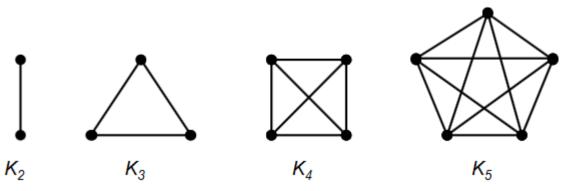
A cycle is a closed walk with no repeated nodes except v 0 = vl

Длина пути – число рёбер в нём

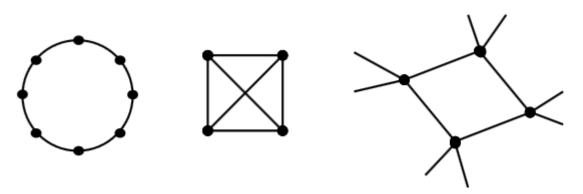
Сильно связный (strongly connected) – если для любой пары (u, v) вершин, и достижима из v и наоборот

Слабо связный (weakly connected) – если сильно связный после устранения ориентации рёбер

#### Полные графы (complete graph)



#### d-регулярные (d-regular)

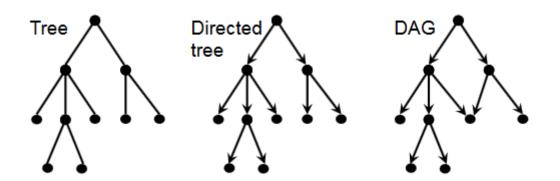


Дерево – связный граф без циклов

Лес – граф без циклов

родитель (parent), ребёнок (child), лист (leaf)

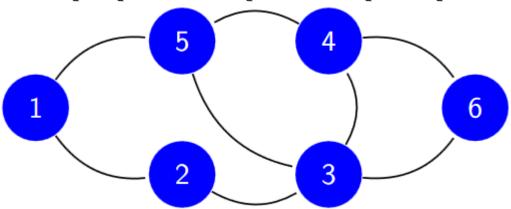
Направленное дерево (Directed tree)
Направленный ациклический граф (DAG = Directed Acyclic Graph)



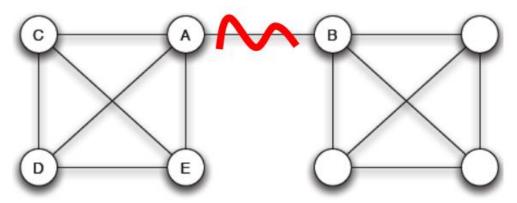
# Гиперграф Мультиграф e<sub>1</sub> v<sub>2</sub> e<sub>2</sub> v<sub>3</sub> 5 4 6 e<sub>4</sub> v<sub>5</sub> v<sub>6</sub> 3 6

м.б. петли и кратные рёбра

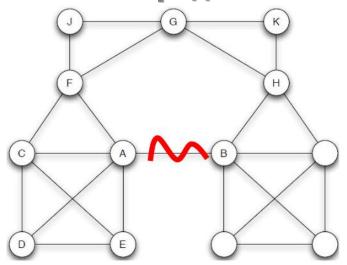
Простой граф – без кратных рёбер и петель



### Ребро (A, B) – мост, если удаление ребра увеличивает число связных компонент.



Ясно, что на практике определение очень строгое...



Ребро (A, B) – локальный мост, если вершины A и B не имеют общих друзей

~ если удаление увеличивает расстояние между вершинами, как минимум, на 2

пролёт моста (span of a local bridge) – расстояние между вершинами моста после его удаления

Чем полезно для нас?

Ребро (A, B) – локальный мост, если вершины A и B не имеют общих друзей

~ если удаление увеличивает расстояние между вершинами, как минимум, на 2

пролёт моста (span of a local bridge) – расстояние между вершинами моста после его удаления

Это неплохой признак!

#### Понятие сложной сети (Complex network)

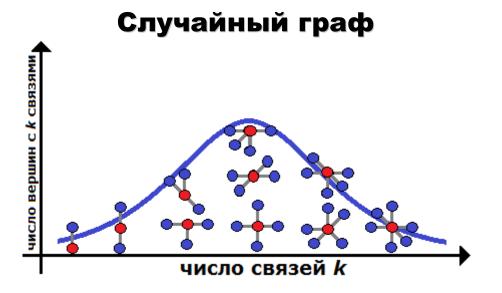
- 1. Степенные законы распределения степеней вершин (Power law degree distribution)
  - 2. Модель «малого мира» (малый диаметр и т.п.) («small world»)
    - 3. Высокий коэффициент кластеризации (Hight clustering coefficient)
      - 4. Разреженность (Sparcity)
  - 5. Сильные и слабые связи, кластерная структура

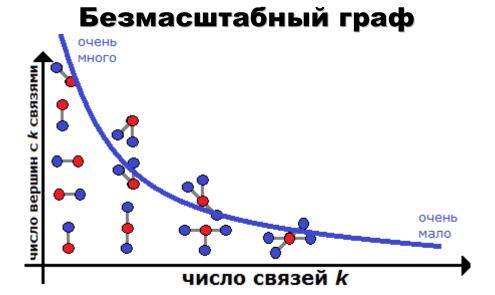
#### 1. Распределение степеней вершин

Безмасштабные (scale-free) сети – сети, в которых степени вершин распределены по степенному закону:

доля вершин с k связями  $\sim k^{-\gamma}$ ,

обычно  $2 < \gamma < 3$  и для k, начиная с некоторого

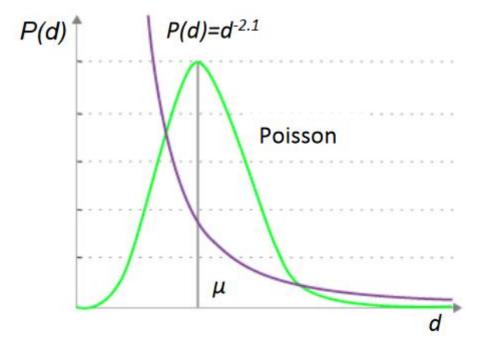




M.E.J. Newman «Power laws, Pareto distributions and Zipf's law» // Contemporary Physics, 2005, 46.5, pp. 323–351.

#### Безмасштабность (scale-free)

Функция f(z) безмасштабна, если  $f(\alpha z) = \beta f(z)$  как раз степенная...

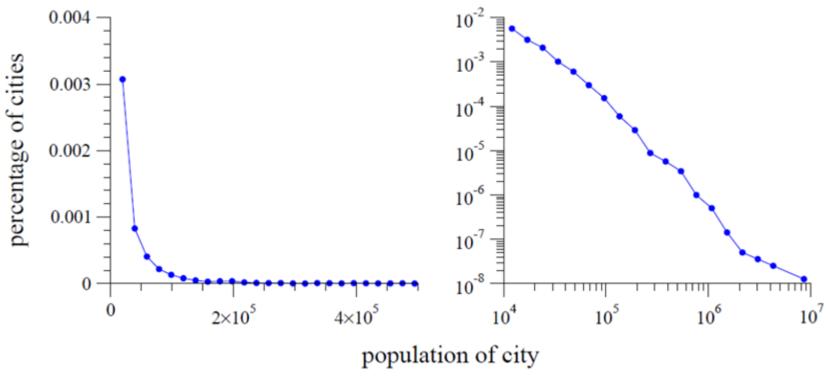


Случайный граф: степень случайной вершины  $\mu \pm \sqrt{\mu}$  Безмасштабный:  $\mu \pm \infty$ 

#### Степенной закон (power law)

Функция ~  $k^{-\gamma}$ 

доминирует, где измеряется «популярность»



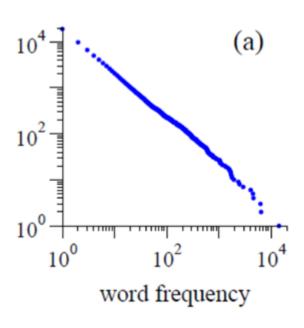
Надо смотреть в логарифмическом масштабе

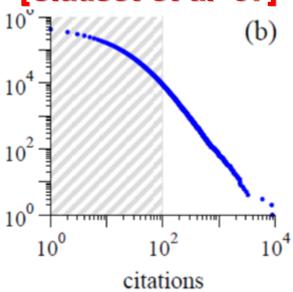
(должна быть прямая линия)

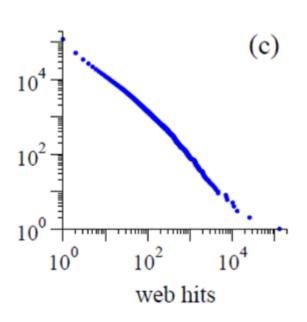
Закон Ципфа (Zipf's Law) Частота k-й по популярности буквы ~ 1/k

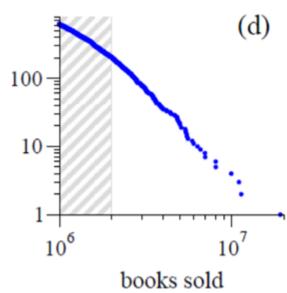
#### Степенной закон (power law)

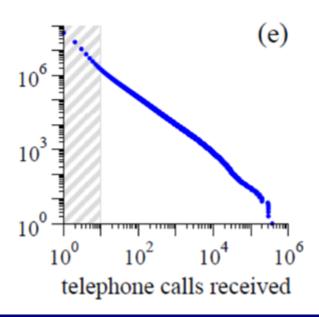
#### [Clauset et al '07]

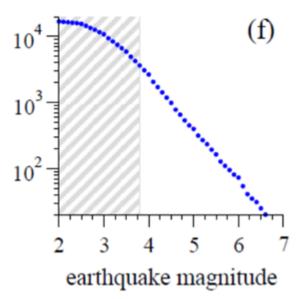




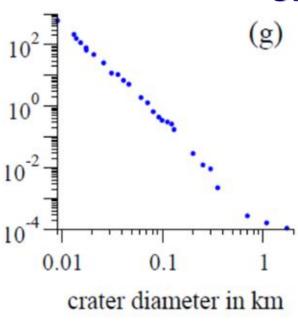


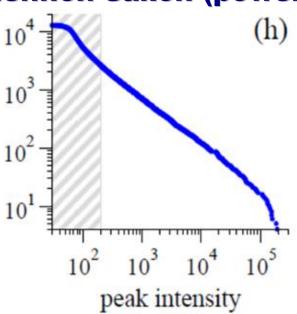


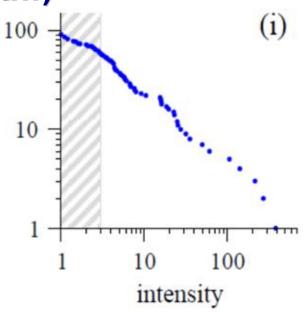


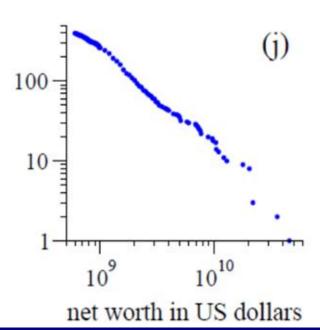


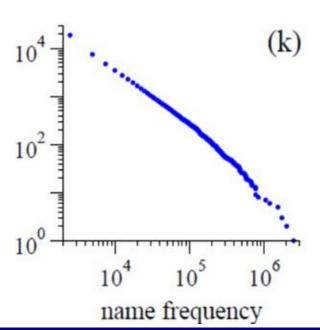
#### Степенной закон (power law)

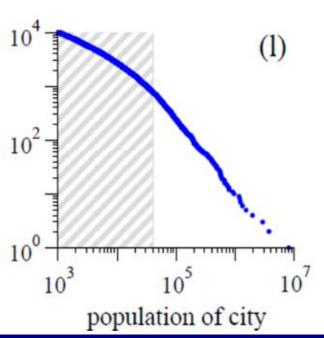




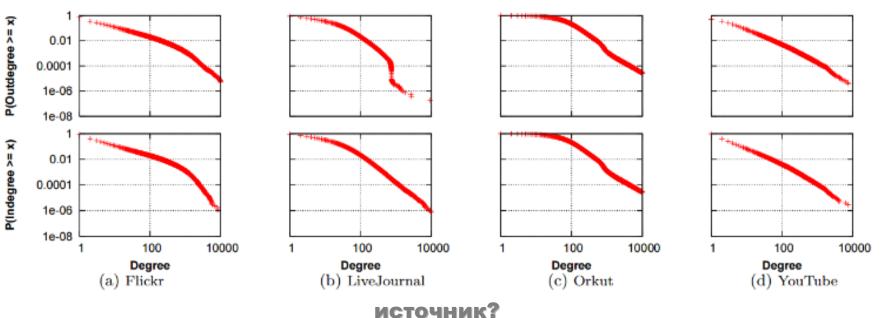


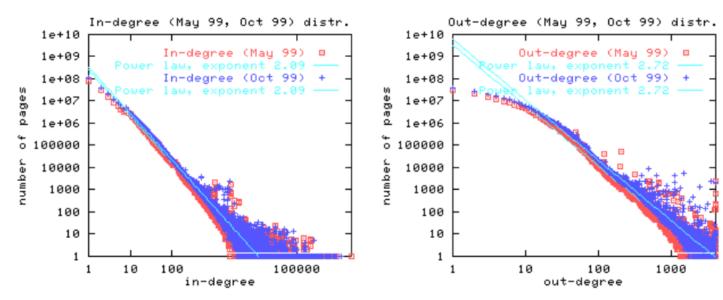






#### 1. Распределение степеней вершин



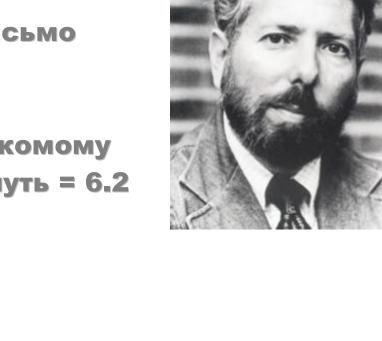


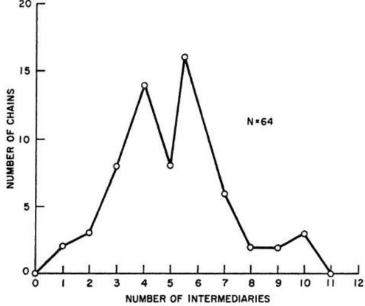
Degree distributions of the WWW analyzed in [Broder et al '00]

# **2. Модель малого мира** Stanley Milgram (1967)

Добровольцам задание – переслать письмо конкретному человеку: Имя, адрес, род занятий

Но отправлять письмо можно только знакомому дошло (64 из 296), медиана = 6, средний путь = 6.2

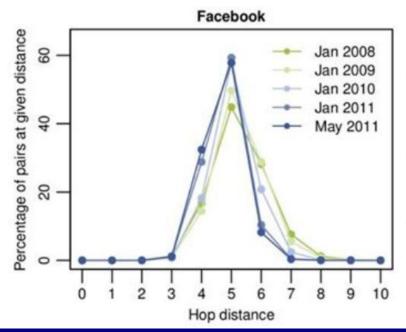




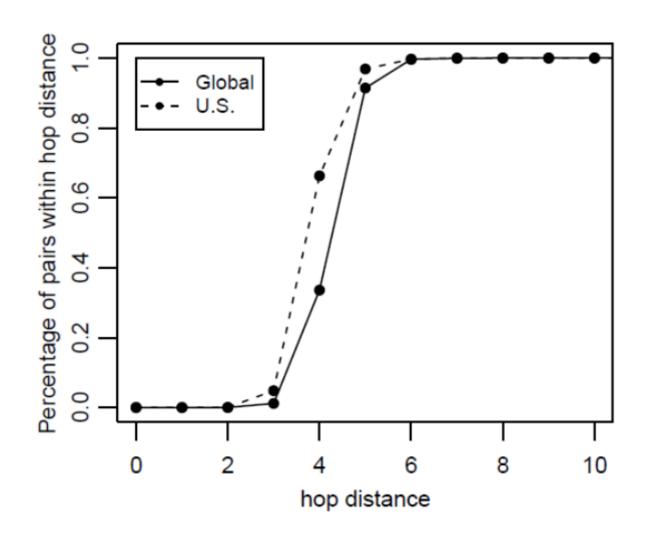
S. Milgram «The small-world problem» // Psychology Today, vol. 2, pp. 60-67, 1967

# 2. Модель малого мира «Мир тесен» = «теория 6 рукопожатий»

Граф	Среднее расстояние между вершинами	
Граф почтовых рассылок (D. Watts, 2001, 48000 вершин)	6	
Граф сообщений в MSN Messenger (J. Lescovec и др. 2007, 240 млн. вершин)	6.6	
Граф Фейсбука (L. Backstrom и др. 2012, 720 млн. вершин)	4.74	



#### 2. Модель малого мира





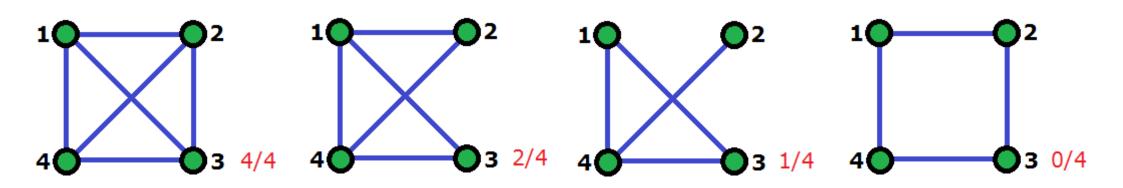
Вся сеть 92.0% на расстоянии <=5, 99.6% на расстоянии <=6.

#### США 96.0% на расстоянии <=5, 99.7% на расстоянии <=6.

### 3. Коэффициент кластеризации (полноты) (CF = Clustering Coefficient)

#### 1. Глобальный

1.1. число треугольников / возможное число (число линий из трёх точек)



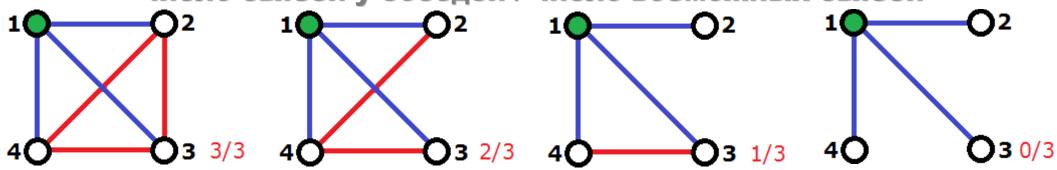
1.2. Среднее локальных коэффициентов

Внимание! Это признак;)

### 3. Коэффициент кластеризации (clustering coefficient)

#### 2. Локальный

для вершины = насколько её соседи близки к образованию клики число связей у соседей / число возможных связей

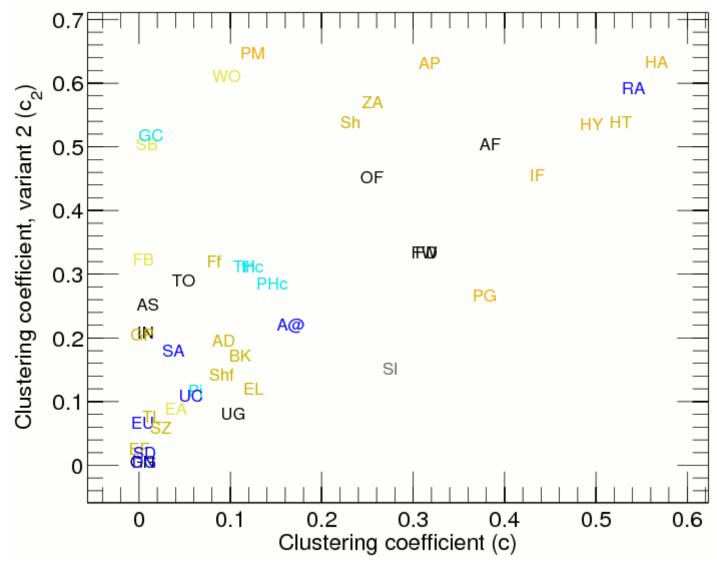


СГ вершины А – вероятность дружбы двух случайных друзей А

**Кстати, Bearman and Moody (2004)** 

Девочки-подростки с низким коэффициентом кластеризации более склонны к самоубийствам

### 3. Коэффициент кластеризации



Два способа определения коэффициента кластеризации

https://networkscience.wordpress.com/

### 4. Разреженность

### Большинство реальных графов – разреженные (sparse).

Данные	Число вершин	Средняя степень
WWW (Stanford-Berkeley)	319,717	9.65
Social networks (LinkedIn)	6,946,668	8.87
Communication (MSN IM)	242,720,596	11.1
Coauthorships (DBLP)	317,080	6.62
Internet (AS-Skitter)	1,719,037	14.91
Roads (California)	1,957,027	2.82
Proteins (S. Cerevisiae)	1,870	2.39

из Leskovec et al., Internet Mathematics, 2009

Экспериметр Грановеттера (Granovetter's Experiment) – 1960

«Сила слабых связей» - мощный механизм социальной мобильности

> Люди ищут работу через контакты, но чаще через знакомых, а не друзей

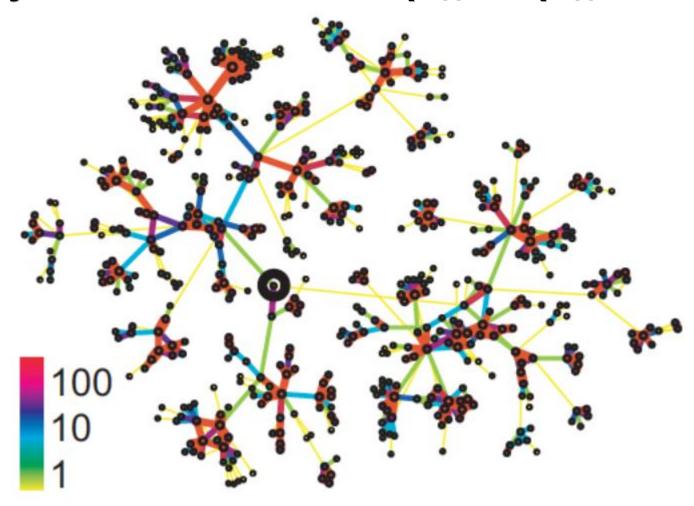


Getting A Job: A Study of Contacts and Careers. — Harvard University/ University of Chicago Press, 1974.

> Сейчас есть возможность проверить... как формализовать «друг» / «знакомый»

#### Сеть сотовой связи

(A, B), если были звонки  $A \to B$  и  $B \to A$  за определённый период «степень дружбы» – число звонков / средняя продолжительность / ...

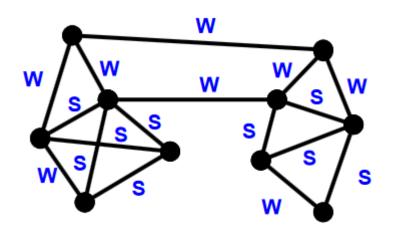


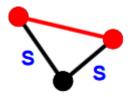
Картинка как при делении на сообщества;)

### Сильные связи (Strong ties) больше отвечают за кластерную структуры

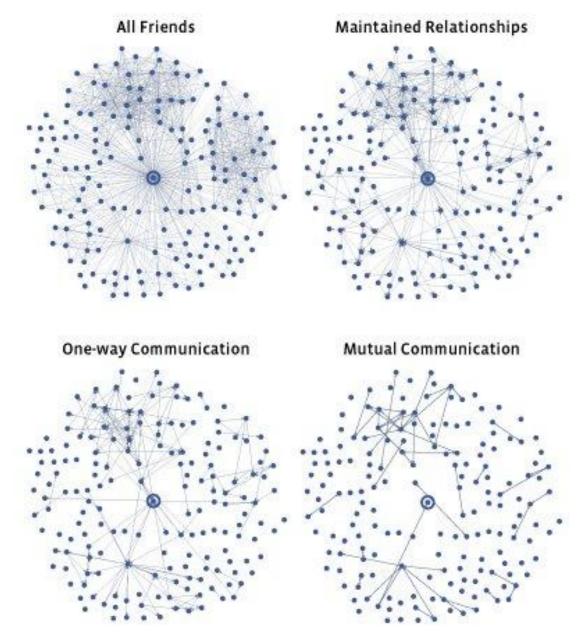
Слабые (Weak ties) – соединения сообществ

J. P. Onella et al., «Structure and tie strengths in mobile communication networks» PNAS, vol. 104, pp. 7332-7336, 2007



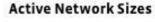


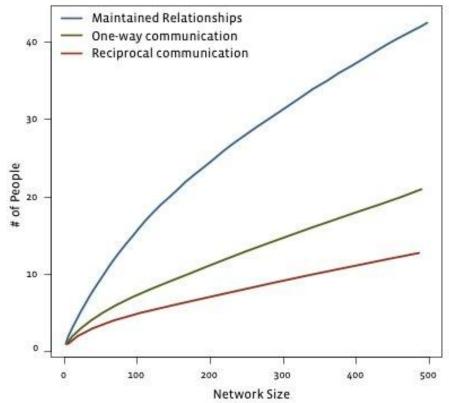
### 5. Теория связей: Maintained Relationships on Facebook



# 5. Теория связей: Maintained Relationships on Facebook All Friends – все друзья

Reciprocal Communication – двусторонняя активная коммуникация One-way Communication – односторонняя активная коммуникация Maintained Relationships – «вовлечённость» – просматривал новости или профиль > 2 раз





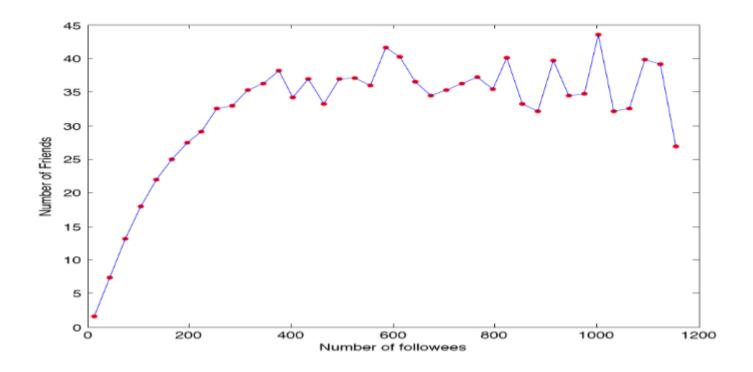
Число Данбара

Робин Данбар (Robin Ian MacDonald Dunbar)

Внутренний круг = 5
Симпатии = 12-15
Полу-регулярная группа = 50
Стабильная социальная группа = 150 (число Данбара)
Друзья друзей (слабые связи) = 500



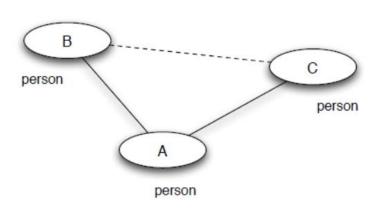
### Сильные связи требуют времени и энергии для их поддержания



Twitter under the microscope. Huberman et al. 2008. arxiv.org/pdf/0812.1045.pdf

### Какие факторы доминирующие для создания связей

1. Triadic closure «друг моего друга»



2. Homophily / assortative mixing

Гомофилия – принцип выбора друзей, по которому мы стараемся выбирать из себе подобных и быть похожими на друзей

«похожий на меня по интересам» раса / возраст / хобби

- 3. Тяготение к важным вершинам
  - 4. Случайные связи

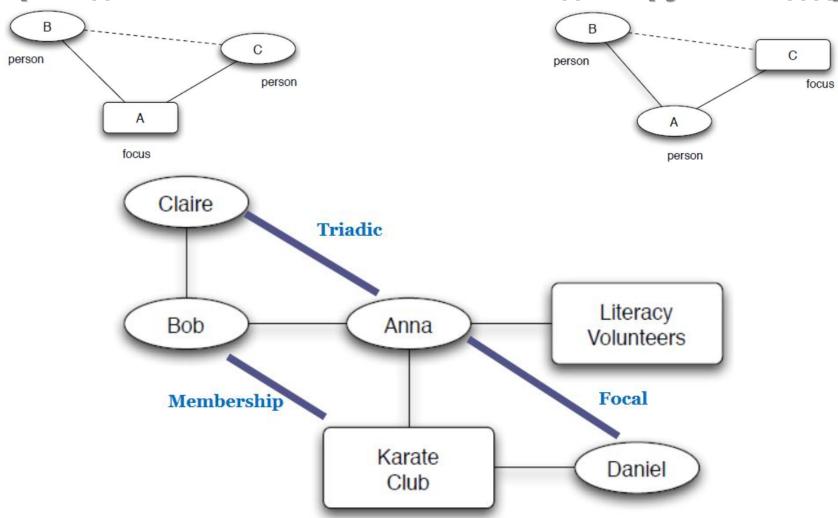
## **5. Теория связей** Гомофилия

### Селекция (Selection)

### Социальное влияние

### выбор людей «таких как я»

### Сам адаптируюсь под других



### Оценка гомофилии

Пусть в сообществе p – вероятность быть мужчиной, q = 1 - p – женщиной.

Если выбираем рёбра случайно, то вероятности

$$P(M,M) = p \cdot p$$

$$P(M,F) = p \cdot q$$

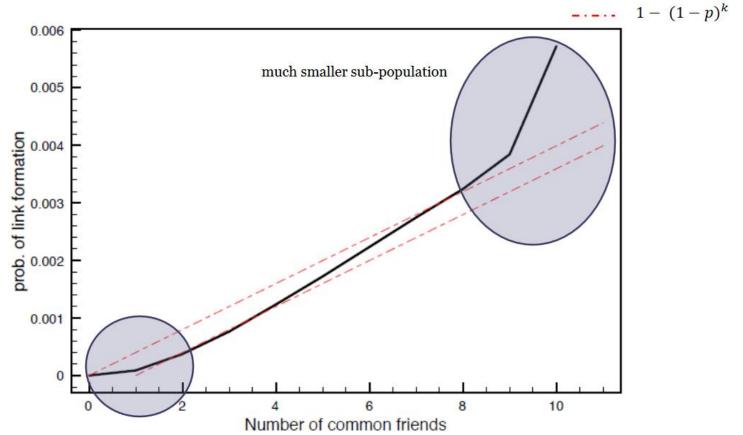
$$P(F,M) = q \cdot p$$

$$P(F,F) = q \cdot q$$

Можно сравнить процент дружбы разных полов с 2pq

# 5. **Теория связей** Оценка гомофилии

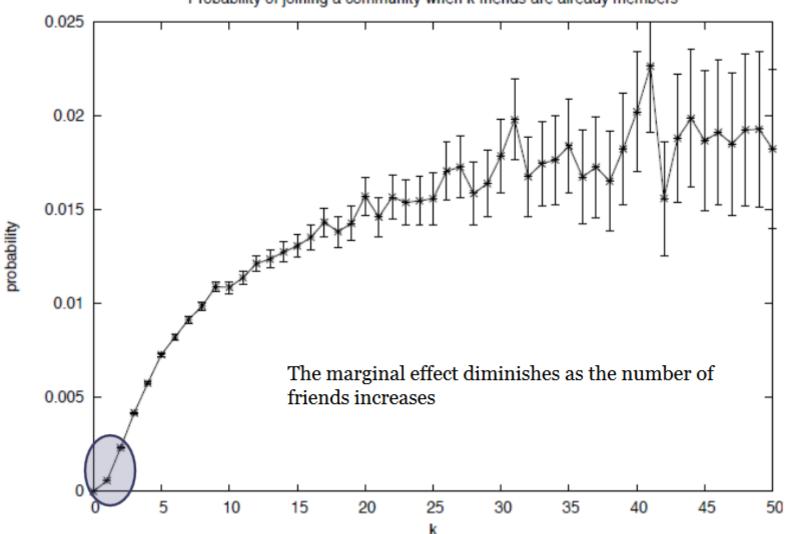
# Пусть один общий друг порождает вероятность p подружиться, тогда k общих друзей – $1-(1-p)^k$



Gueorgi, and Watts «Empirical analysis of an evolving social network» // Science, 2006

### 5. Теория связей Оценка социального влияния

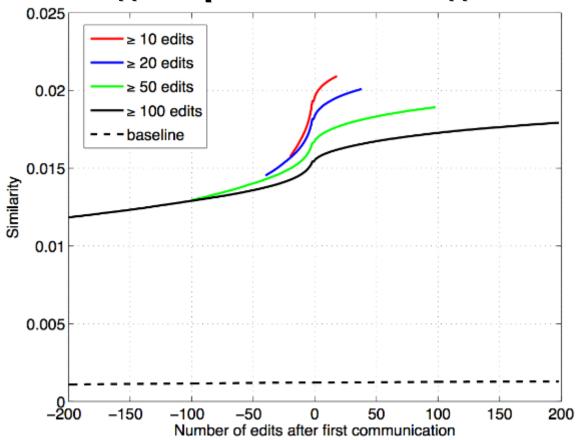
Probability of joining a community when k friends are already members



Backstrom, et al «Group formation in large social networks: Membership, growth, and evolution» // SIGKDD 2006

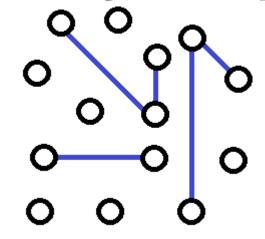
# 5. **Теория связей** Оценка социального влияния





Feedback effects between similarity and social influence in online communities. Crandall, et al., SIGKDD 2008

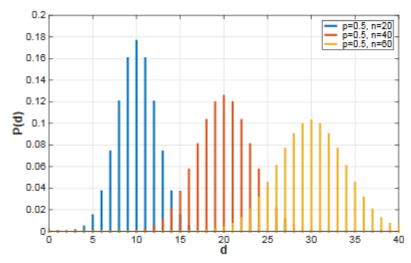
### Генерация случайных графов: модель Эрдёша-Реньи (Erdös-Renyi)



$$P(d^{in} = d) = C_{n-1}^{d} p^{d} (1-p)^{(n-1)-d}$$

~ сумма n-1 бернуллиевских величин, по ЦПТ

$$norm(np, np(1-p))$$



если 
$$(n-1)p = \mu = \text{const}$$
, то  $P(d) \xrightarrow[n \to \infty]{} e^{-\mu} \frac{\mu^d}{d!}$ 

# Моделирование графов модель Эрдёша-Реньи (Erdös-Renyi)

если np>1, то  $G_{n,p}$  почти всегда имеет компоненту размера O(n)

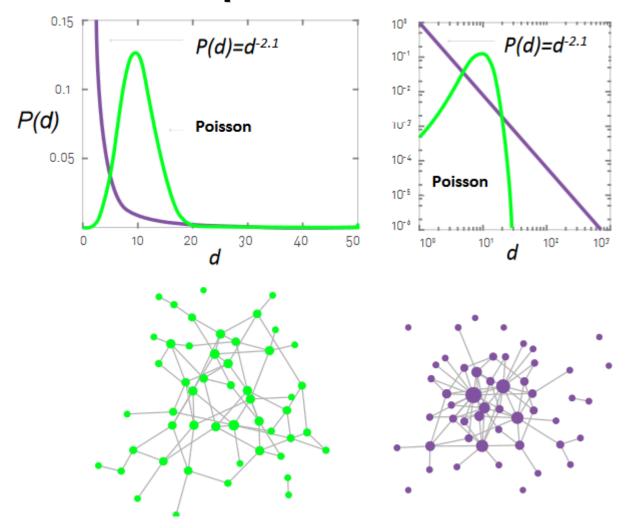


если np < 1, то  $G_{n,p}$  почти всегда размер компонент не выше  $O(\log n)$ 



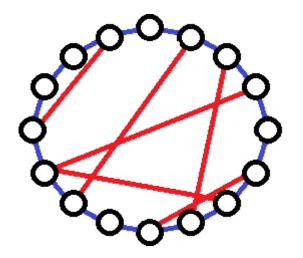
Маленький кластерный коэффициент  $O(n^{-1})$  Диаметр  $O(\log n)$ 

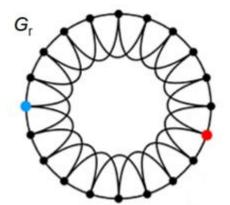
# **Моделирование графов Что в реальной жизни...**

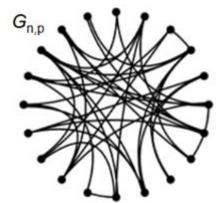


### **Watts-Strogatz model**

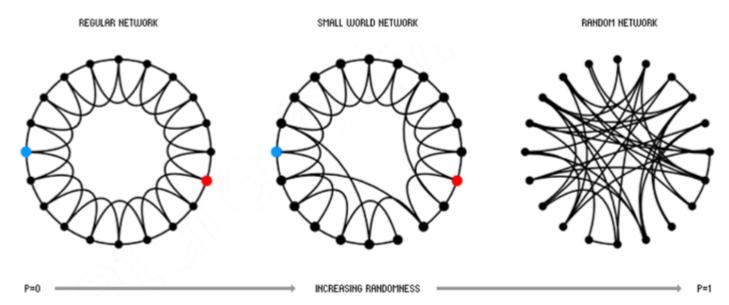
### Генерация случайных графов: модель малого мира







### большая кластеризация и диаметр малая кластеризация и диаметр



ДЗ Исследовать, когда «похож не реальный граф» (малый диаметр и большой коэффициент кластеризации)

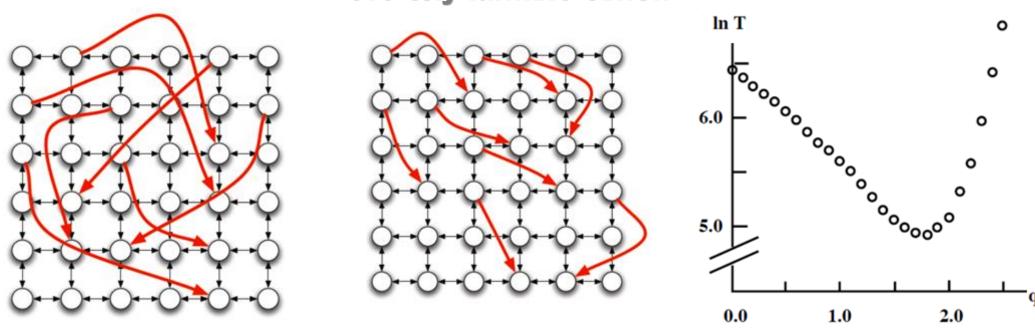
### Причина малого мира Watts-Strogatz (1998):

Гомофилия ⇒ сильно-связные графы (коэф. кластеризации)

это локальная структура

### Слабые связи ⇒ короткий путь в другие сообщества

это случайные связи



Связь с вероятностью  $\propto d(i,j)^{-q}$  Минимальное ожидаемое время доставки, когда q  $\sim$  2

### Моделирование графов: Преимущественное присоединение

Создаём вершины 1, 2, ...

Когда создана j-я она соединяется с i : i < j

с вероятностью p i-я вершина выбирается случайно:

$$P(j \to i) = \frac{1}{j-1}$$

**с** вероятностью 1 - p

$$P(j \rightarrow i) \propto \deg(i)$$

(есть вариант: дуга на вершину, на которую указывает случайная і)

Приводит к динамике «rich-gets-richer»

$$P(d^{\rm in}=d) \propto d^{-\left(1+\frac{1}{1-p}\right)}$$

Преимущественное присоединение (preferential attachment) – к страницам, которые уже популярны

(такой реальный механизм популярности)

### Преимущественное присоединение

### Популярность – большая случайность Если «всё переиграть» популярности поменяются Но степенной закон остаётся

# Эксперимент: при заходе человек видит число скачиваний песен и нет (много копий сайта)

Видит	Не видит	
«популярные становятся	значительно меньше	
популярнее»	популярность	
причём по-разному!	нет её вариативности по копиям	
	сайта	

Salganik et. al. «Experimental study of inequality and unpredictability in an artificial cultural market. science 2006

Анализ соцсетей

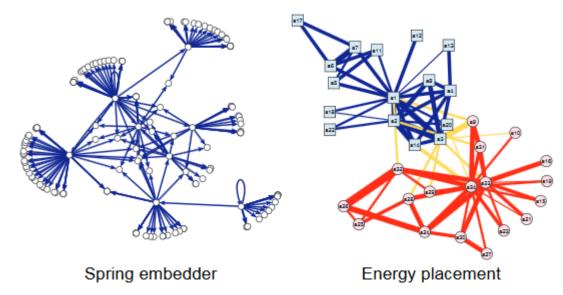
### Визуализация графов

### **Spring-embedder methods**

вершины – шарики, рёбра – стержни, надо добиться равновесия

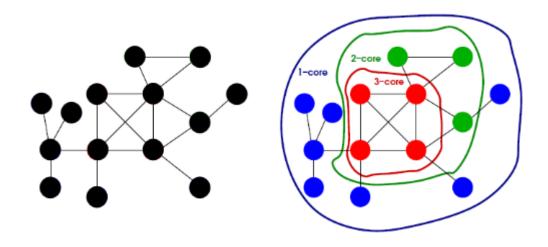
### **Energy-placement methods**

определяется функция энергии позиций вершин, минимизируется



B. Baingana and G. B. Giannakis «Centrality-constrained graph embedding» // ICASSP, 2013.

### Визуализация графов

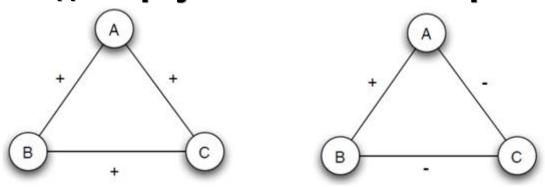


J. I. Alvarez-Hamelin et al, «Large scale networks fingerprinting and visualization using the k-core decomposition» // NIPS, 2005

	вершин	рёбер	+/-	СВЯЗИ
S Ω W S	119,217	841,200	85 / 15 %	Support / oppose
Epinions.com	82,144	549,202	77 / 23 %	Trust / Distrust
Slashdot	7,118	103,747	79 / 21 %	Friends / Foe

Guha, et. al. «Propagation of trust and distrust» WWW 2004

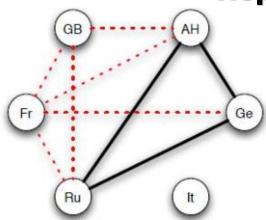
Размеченный полный граф сбалансированный (balanced), если каждый треугольник сбалансированный:

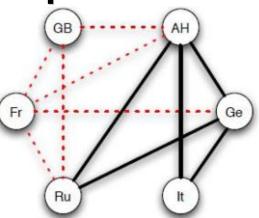


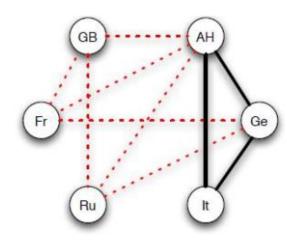
Размеченный полный граф сбалансированный ⇔ полностью положительный или разбивается на два сообщества (внутри сообщества все связи –, между сообществами +)



Первая мировая война







Fr: France

Ru: Russia

It: Italy

Ge: Germany

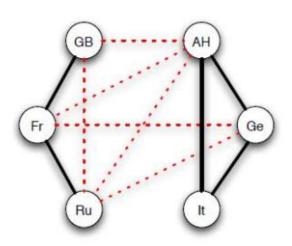
AH: Austria-

Hungary

GB: Great Britain

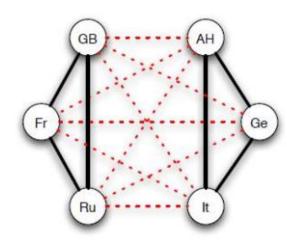


(b) Triple Alliance 1882



(c) German-Russian Lapse 1890

(e) Entente Cordiale 1904

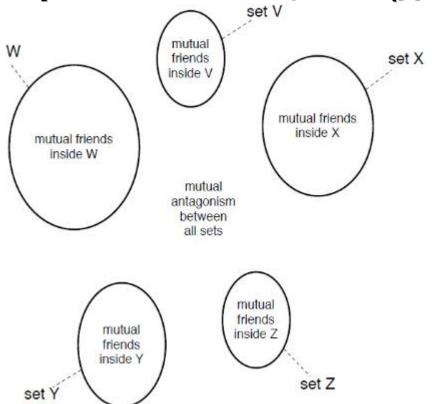


(d) French-Russian Alliance 1891-9%

(f) British Russian Alliance 1907

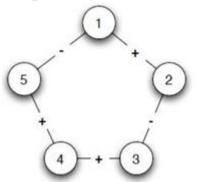
# Размеченный полный граф слабо сбалансирован (Weak Structural Balance Property) – нет треугольника с ровно двумя положительными рёбрами

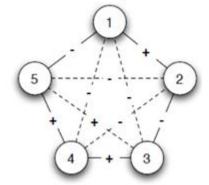
⇔ может быть разбит на сообщества (ДЗ доказать)



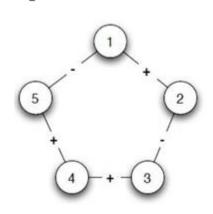
снимаем ограничение полноты

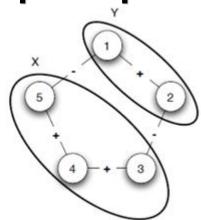
Граф сбалансирован, если его можно дополнить рёбрами до полного так, что получится полный сбалансированный граф





Результаты остаются: можно предложить метод, который находи разбиение или противоречие





⇔ нет циклов с чётным числом «-»

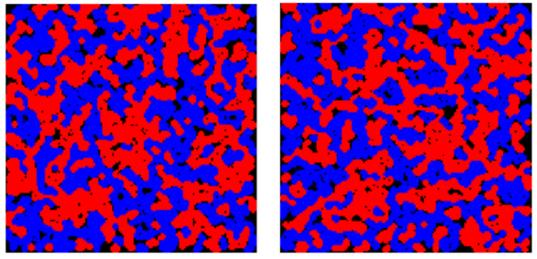
### Сети с негативными связями снимаем ограничение ВСЕ треугольники

можно потребовать «почти все»

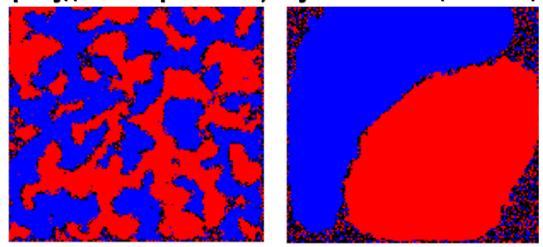
### Модно предсказывать позитивность / негативность:

Leskovec et. al. «Predicting positive and negative links in online social networks» WWW 2010

### локальные предпочтения приводят к глобальным патернам



2 запуска, 150×150, 10000 агентов, 8-соседство, порог удовлетворения = 3, случайная инициализация



20 и 800 итераций, 150×150, 10000 агентов, 8-соседство, порог удовлетворения = 4, случайная инициализация

Что полезно: программирование

igraph - The network analysis package

http://igraph.org/

**NetworkX: Python software for network analysis (v1.5)** 

http://networkx.lanl.gov

Gephi: Java interactive visualization platform and toolkit

http://gephi.org

### Что полезно: курсы

Очень хороший

Hadi Amiri «Social Media Computing - CMSC 498J»

http://legacydirs.umiacs.umd.edu/~hadi/cmsc498j/syllabus.html

Очень хороший

**Gonzalo Mateos «Network Science Analytics»** 

http://www2.ece.rochester.edu/~gmateosb/ECE442.html

Л.Жуков «Structural Analysis and Visualization of Networks» в ВШЭ

http://leonidzhukov.net/hse/2015/socialnetworks/

#### Что полезно: книги

David Easley, Jon Kleinberg «Networks, Crowds, and Markets: Reasoning About a Highly Connected World»

https://www.cs.cornell.edu/home/kleinber/networksbook/networks-book.pdf



Jure Leskovec, Anand Rajaraman, Jeffrey D. Ullman «Mining of Massive Datasets»

http://infolab.stanford.edu/~ullman/mmds/book.pdf



Eric D. Kolaczyk «Statistical Analysis of Network Data: Methods and Models»

M. E. J. Newman «Networks: An Introduction» Oxford U. Press