

Universidad del Estado de Sonora

División de Ciencias Exactas y Naturales.

Licenciatura en Física.

Física Computacional 1

Hedwin Aaron Encinas Acosta

# 1 Introduccion

En la ciencia es muy común encontrarse con problemas difíciles de solucionar, ya sea por lo extenso que es el problema o por lo complicado y complejo de este. Es por eso que se han desarrollado herramientas para facilitar el proceso de solución a estos casos, una de ellas es el sistema de álgebra computacional, Maxima. Esta potente herramienta nos permite realizar cálculos numéricos de una forma relativamente fácil, pues con la simple introducción de comandos se puede llegar a lo que se desea.

## 1.1 Maxima

El sistema de álgebra computacional Maxima es un motor de cálculo simbólico escrito en lenguaje Lisp publicado bajo licencia GNU GPL.

Cuenta con un amplio conjunto de funciones para hacer manipulación simbólica de polinomios, matrices, funciones racionales, integración, derivación, manejo de gráficos en 2D y 3D, manejo de números de coma flotante muy grandes, expansión en series de potencias y de Fourier, entre otras funcionalidades. Además tiene un depurador a nivel de fuente para el código de Maxima.

Maxima está basado en el sistema original de Macsyma desarrollado por MIT en los años 70. Es bastante fiable, tiene un buen recolector de basura, por lo que no desperdicia memoria. Viene con cientos de auto pruebas (test-suite).[1]

## 2 Actividad

Para esta actividad se realizaran una serie de problemas con el fin de familiarizarnos con el entorno y comandos de Maxima. A continuacion podemos ver los resultados dela actividad.

### 3 Geometría en tres dimensiones

#### 3.1 Vectores y álgebra lineal

```
(%i1)load(vect);(%o1)/usr/share/maxima/5.21.1/share/vector/vect.mac (%i2)a :
[2, 3, 6];
```

```
[2, 3, 6]
```

```
(%i3)b : [6, 1, 8];
```

```
[6, 1, 8]
```

```
(%i4)c : [4, 3, 7];
```

```
[4, 3, 7]
```

```
(%i5)a.(b c);
```

```
[2, 3, 6].([-4, -3, -7] [6, 1, 8])
```

```
(%i6)express(a.(b c));
```

20

#### 3.2 Lineas, planos y superficies cuadráticas

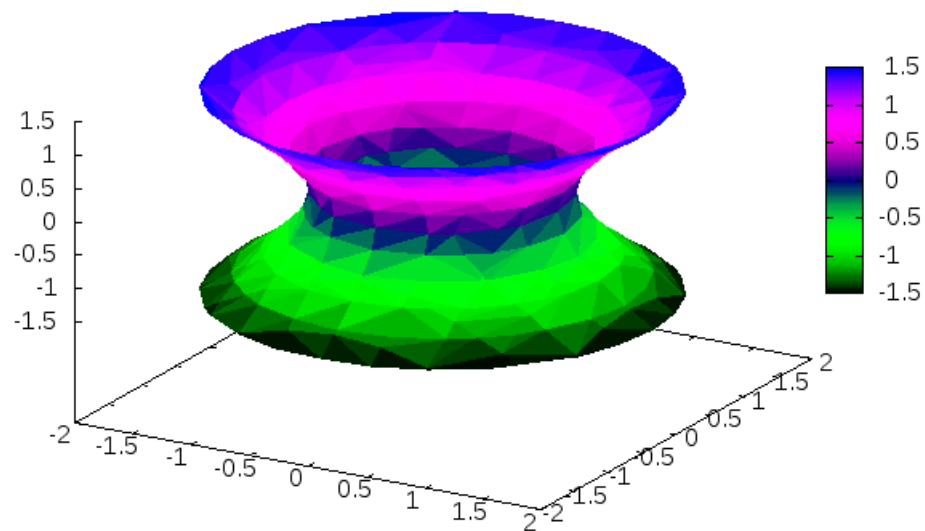
```
(%i1)hyperboloid : x^2 + y^2 - z^2 = 1;
```

$$-z^2 + y^2 + x^2 = 1$$

```
(%i2)load(draw);
```

```
/usr/share/maxima/5.21.1/share/draw/draw.lisp
```

```
(%i3)draw3d(palette = [-15, 15, 35], enhanced3d = true, implicit(hyperboloid, x, -2, 2, y, -2, 2, z,
```



### 3.3 Funciones vectoriales evaluadas

```
(%i1) r(t) := [exp(t), sin(t), cos(t)];
```

$$r(t) := [\exp(t), \sin(t), \cos(t)]$$

```
(%i2) r(2);
```

$$\begin{matrix} 2 \\ [e, \sin(2), \cos(2)] \end{matrix}$$

```
(%i3) float(r(2));
```

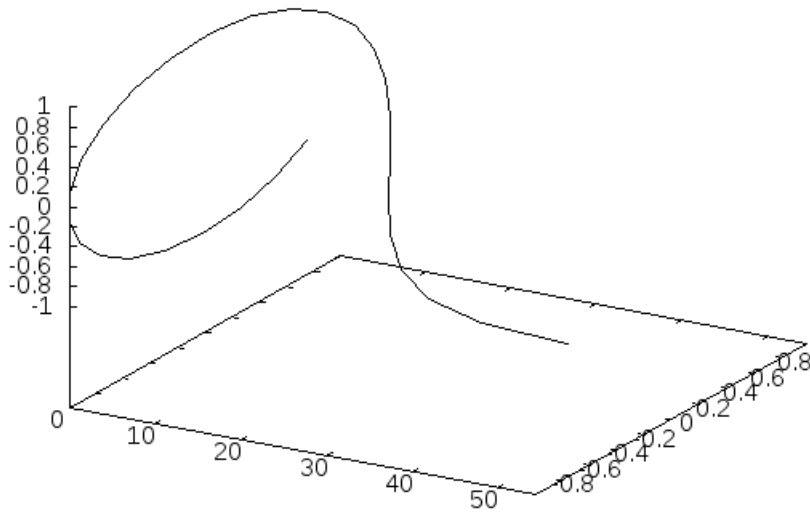
$$[7.38905609893065, 0.90929742682568, -0.41614683654714]$$

```
(%i4) load(draw);
```

```
    /usr/share/maxima/5.21.1/share/draw/draw.lisp
```

```
(%i5) draw3d(parametric(exp(t), sin(t), cos(t), t, -4, 4));
```

$$[gr3d(parametric)]$$



## 4 Funciones de varia variables

### 4.1 Derivadas parciales

(%i7)  $f : x * y(3) + \cos(z) - \exp(x * z * y);$

$$\cos z - e^{xyz} + x y^3$$

(%i8)  $\text{diff}(f, x, 1, y, 1, z, 3);$

$$-x^4 y^4 z^2 e^{xyz} - 7 x^3 y^3 z e^{xyz} - 9 x^2 y^2 e^{xyz}$$

### 4.2 Aproximación lineal y diferencial

(%i11)  $\text{tex}(f : x * y(3) + \cos(z) - \exp(x * z * y));$

$$\cos z - e^{xyz} + x y^3$$

(%i12)taylor(f,x,0,8);

$$-1 + \cos z + (y^3 - z y) x - \frac{z^2 y^2 x^2}{2} - \frac{z^3 y^3 x^3}{6} - \frac{z^4 y^4 x^4}{24} - \frac{z^5 y^5 x^5}{120} - \frac{z^6 y^6 x^6}{720} - \frac{z^7 y^7 x^7}{5040} - \frac{z^8 y^8 x^8}{40320} + \dots$$

### 4.3 Regla de la cadena y diferenciación implícita

(%i5)f(x,y):=cos(x)\*sin(y)-x\*y;

f(x,y):=cos(x)\*sin(y)-x\*y;

$$(%i6)[x,y]:[s^2,exp(s)];$$

$$\left[s^2, e^s\right]$$

(%i7)diff(f(x,y),s);

$$-2 s \sin s^2 \sin e^s + e^s \cos s^2 \cos e^s - s^2 e^s - 2 s e^s$$

### 4.4 Derivada direccional y gradiente

(%o41)f(x,y):=x^3\*sin(y\*x);

f(x,y):=x^3\*sin(y\*x);

scalefactors([x,y]);

done

(%i68)gf:grad(f(x,y));

$$\text{grad} \left( x^3 \sin(x y) \right)$$

(%i70)a:ev(express(gf),diff);

$$\left[ 3 x^2 \sin(x y) + x^3 y \cos(x y), x^4 \cos(x y) \right]$$

(%i71)define(gf(x,y),a);

gf(x,y):=[3\*x^2\*sin(x\*y)+x^3\*y\*cos(x\*y),x^4\*cos(x\*y)];

s:gf(9,7);tex(float(s);

$$[243 \sin 63 + 5103 \cos 63, 6561 \cos 63]$$

$$[5071.697690989333, 6468.467471763109]$$

## 4.5 Optimización y extremos locales

$$(\%i18) f(x, y) := x^4 + y/x^3 - y^2;$$

$$f(x, y) := x^4 + y/x^3 - y^2;$$

$$4(\%i19) fx : diff(f(x, y), y);$$

$$\frac{1}{x^3} - 2y$$

$$(\%i20) fy : diff(f(x, y), x);$$

$$4x^3 - \frac{3y}{x^4}$$

$$(\%i21) solve([fx, fy], [x, y]);$$

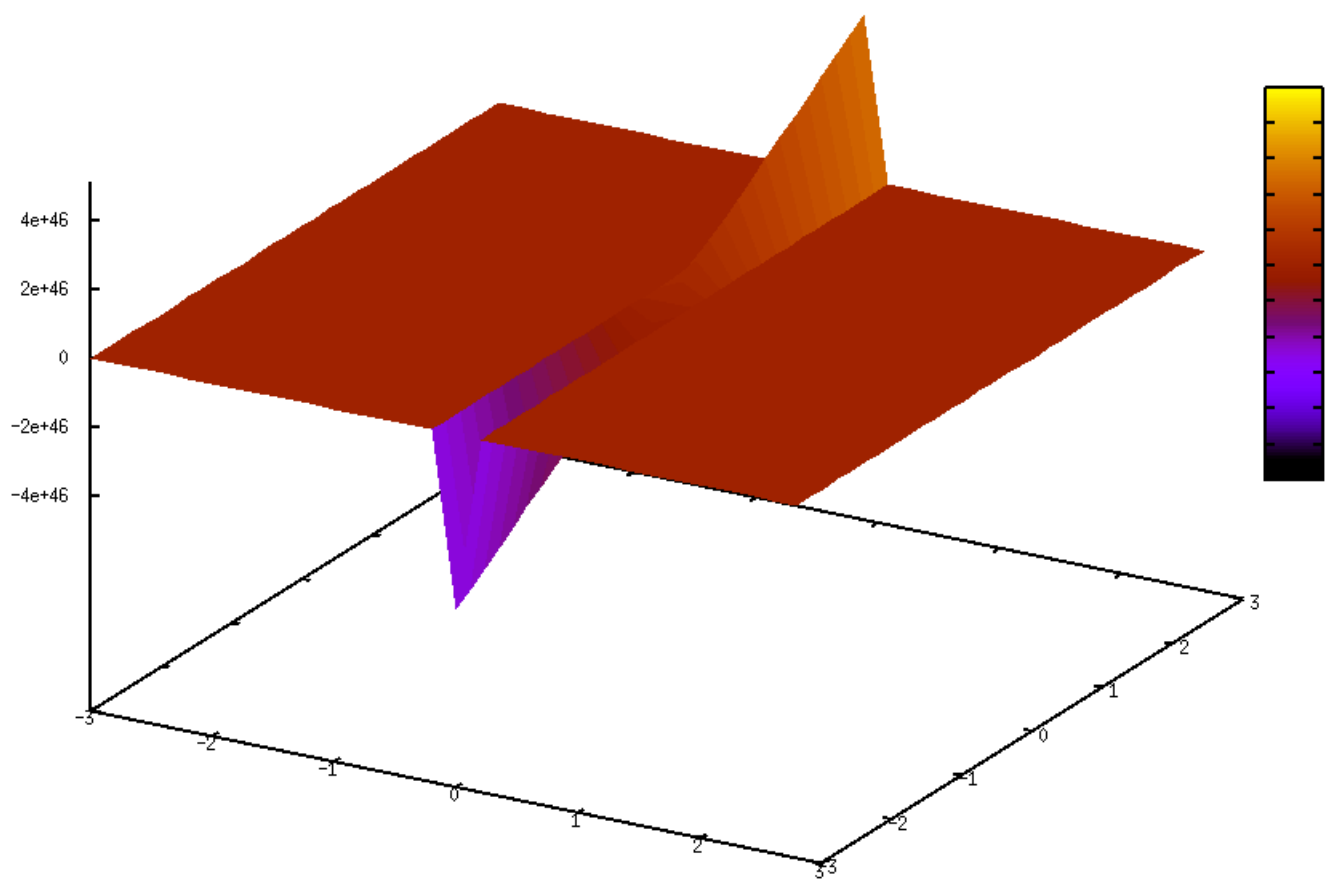
$$[[x = 0.53287066434114i + 0.73343354834861, y = -0.63821491526564i - 0.20736859639942], [x =$$

$$(\%i23) H : hessian(f(x, y), [x, y]);$$

$$\begin{pmatrix} \frac{12y}{x^5} + 12x^2 & -\frac{3}{x^4} \\ -\frac{3}{x^4} & -2 \end{pmatrix}$$

$$(\%i24) subst([x = 2, y = 2], determinant(H));$$

$$-\frac{24969}{256}$$



## 4.6 Multiplicadores de Lagrange

(%i38)  $\text{tex}(f(x, y) := 5 * x^2 + y^2);$

$f(x, y) := 5 * x^2 + y^2;$

(%i39)  $(g : x + y;$

$y + x$

(%i40)  $\text{eq1} : \text{diff}(f(x, y), x) = h * \text{diff}(g, x);$

$10 x = h$



```
(%i41) eq2:diff(f(x,y),y)=h*diff(g,y);
```

$$2y = h$$

```
(%i42) solve([eq1, eq2, eq3], [x, y, h]);
```

$$\left[ \left[ x = \frac{1}{2\sqrt{5}}, y = \frac{\sqrt{5}}{2}, h = \sqrt{5} \right], \left[ x = -\frac{1}{2\sqrt{5}}, y = -\frac{\sqrt{5}}{2}, h = -\sqrt{5} \right] \right]$$

## 5 Integrales múltiples

### 5.1 Integrales dobles

```
(%i44) f(x,y) := x*y^3 + 3*x*y;
```

```
f(x,y) := x*y^3 + 3*x*y;
```

```
(%i45) integrate(integrate(f(x,y), y), x);
```

$$\frac{x^2 y^4}{8} + \frac{3 x^2 y^2}{4}$$

```
(%i46) integrate(integrate(f(x,y), y, x^1/2, 2-x), x, 0, 1);
```

$$\text{integrate} \left( \frac{x^5 - 8x^4 + 30x^3 - 56x^2 + 40x}{4} - \frac{x^5 + 24x^3}{64}, x, 0, 1 \right)$$

### 5.2 Integración en coordenadas polares

```
(%i47) f(x,y) := x^2 + y^2;
```

```
f(x,y) := x^2 + y^2;
```

```
(%i48) a : [x,y] : [r*cos(theta), r*sin(theta)];
```

$$[r \cos \vartheta, r \sin \vartheta]$$

```
(%i49) integrate(integrate(f(x,y)*r, r, 0, 2*cos(theta)), theta, -api/2, api/2); tex(integrate(integ
```

$$r, r, 0, 2 \cos(\theta), \theta, -\pi/2, \pi/2);$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

### 5.3 Integrales triples

(%i5) integrate(integrate(integrate(x^2 + y, z, 0, x + y), y, 0, -x), x, 0, 1);

$$-\frac{7}{120}$$

### 5.4 Integrales en coordenadas cilíndricas y esféricas

(%i1) f(x, y, z) := x^2 + y \* z \* x;

f(x, y, z) := x^2 + y \* z \* x;

(%i2) [x, y, z] : [r \* cos(theta), r \* sin(theta), z];

$$[r \cos \vartheta, r \sin \vartheta, z]$$

(%i3) integrate(integrate(integrate(f(x, y, z) \* r, z, 0, 3), r, 0, 2), theta, 0, %pi);

$$6 \pi$$

(%i8) kill(f, x, y, z);

(%i9) f(x, y, z) := x \* z + x \* y;

f(x, y, z) := x \* z + x \* y;

(%i11) [x, y, z] : [rho \* sin(phi) \* cos(theta), rho \* sin(phi) \* sin(theta), rho \* cos(theta)];

$$[\sin \varphi \rho \cos \vartheta, \sin \varphi \rho \sin \vartheta, \rho \cos \vartheta]$$

(%i12) integrate(integrate(integrate(f(x, y, z) \* rho^2 \* sin(phi), rho, 0, 1), theta, 0, %pi), phi, 0, %pi);

$$\frac{\pi^2}{40}$$

### 5.5 Cambio de variable

(%i1) f(x, y) := 4 \* y \* x + x / y;

f(x, y) := 4 \* y \* x + x / y;

$$(\%i2)[x, y] : [u - v^2, u^2 * v];$$

$$\begin{bmatrix} u - v^2, u^2 v \end{bmatrix}$$

$$(\%i3)J : jacobian([x, y], [u, v]);$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2v \\ 2uv & u^2 \end{pmatrix}$$

$$(\%i4)J : determinant(J);$$

$$4uv^2 + u^2$$

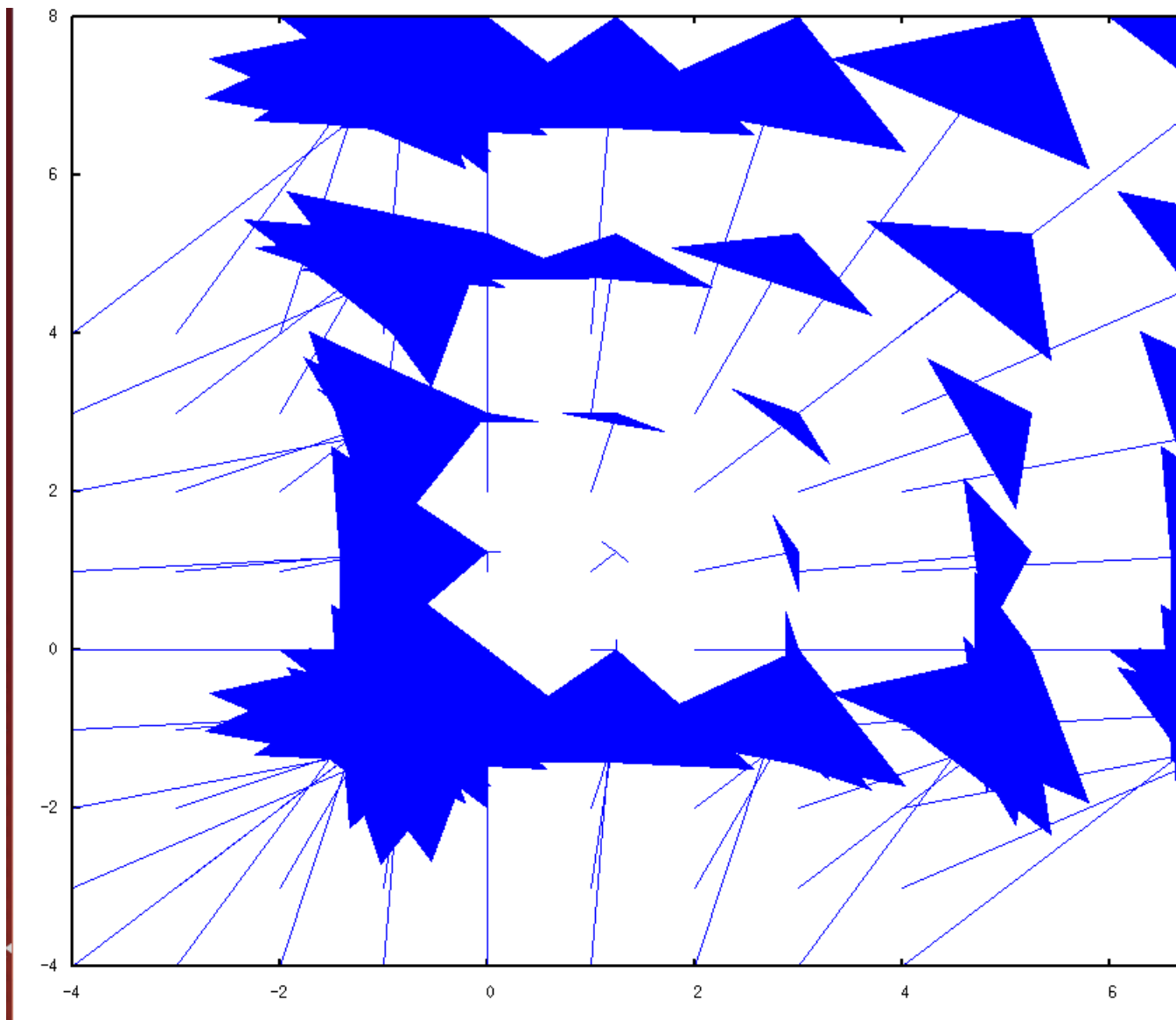
$$(\%i5)integrate(integrate(f(x, y) * J, u, 1, 3), v, 1, 5);$$

$$4 \log 5 + \frac{15 \log 3 - 5063}{15} - 625 \log 3 - \frac{2209325}{3}$$

## 6 Calculo vectorial

### 6.1 Campos vectoriales

```
(%i43)coord : setify(makelist(k, k, -4, 4)); points2d : listify(cartesian_product(coord, coord)); vf2d : vector([x, y], [x^2, y^2]/4); vect2 : makelist(vf2d(k[1], k[2]), k, points2d); apply(draw2d, append([color blue], vect2));
```



## 6.2 Integrales de linea

```
(%i4) f(x,y,z) := [3 * x * y, z * 2, z * y];
```

```
f(x,y,z) := [3*x*y, z*2, z*y];
```

```
(%i5)[x,y,z]:[2*t,5*t^2,t];

[2*t,5*t^2,t]

(%i6)romberg(f(x,y,z).diff([x,y,z],t),t,0,1);

22.91666666666666
```

## Referencias

- [1] Wikipedia, Maxima  
<https://es.wikipedia.org/wiki/Maxima>