

Universidad del Estado de Sonora

División de Ciencias Exactas y Naturales.

Licenciatura en Física.

Física Computacional 1

Hedwin Aaron Encinas Acosta

1. Introduccion

Esta actividad consiste de dos partes. La primera parte consiste en graficar el error relativo del periodo T cuando es aproximado por medio de una serie de potencias. La serie de potencias se desarrollara de 2 asta 10 términos. La segunda parte consiste en demostrar que el periodo puede ser aproximado con una serie de potencias como se muestra en la ecuación 1.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{16}\theta_0^2 + \frac{11}{3072}\theta_0^4 + \frac{173}{737280}\theta_0^6 + \frac{22931}{1321205760}\theta_0^8 + \frac{1319183}{951268147200}\theta_0^{10} + \dots \right) \quad (1)$$

Para realizar esta actividad nos ayudaremos del lenguaje de programación Python y Máxima, a continuación podemos ver los resultados de la actividad.

2. Actividad

2.1. Producto 1

Para realizar esta parte de la actividad se hizo un código para graficar el error relativo del periodo T cuando este es aproximado por una serie de potencias.

```
import numpy as np
import math
from numpy import pi
import matplotlib.pyplot as plt
#Parametros

g = 9.806
l = 1.00
n = 500
e = 0.001

#Valores iniciales

th0 = np.linspace(e, pi-e, n)

I = [0 for i in range(n)]
I0 = [0 for i in range(n)]
T= [0 for i in range(n)]
sine = [0 for i in range(n)]
er = [0 for i in range(n)]
```

```

#Periodo para angulos pequeños
T0 = 2.0*(pi)*(np.sqrt(1/g))

#calcular la serie de potencias
L = 2 #Terminos de la serie
for i in range(L):
    for j in range(0,n):

        fac1 = float(math.factorial(2*(i)))
        fac2 = float((2**(i)*math.factorial(i))**2)
        sine[j] = np.sin(th0[j]/2)**(2*(i))
        I[j] = ((fac1/fac2)**2)*sine[j]
        IO[j] = IO[j] + I[j]
        T[j] = 2.0*(pi)*(np.sqrt(1/g)*IO[j])
        er[j] = (T[j]/T0)

#Grafica
plt.plot(theta0, er, 'purple', label="T2")
plt.xlim(0,np.radians(180))
plt.xlabel("Angulo en radianes")
plt.ylabel("Error Relativo")
plt.title("Error relativo usando una serie de potencias ")
plt.legend(loc='best')
plt.show()
plt.grid()

```

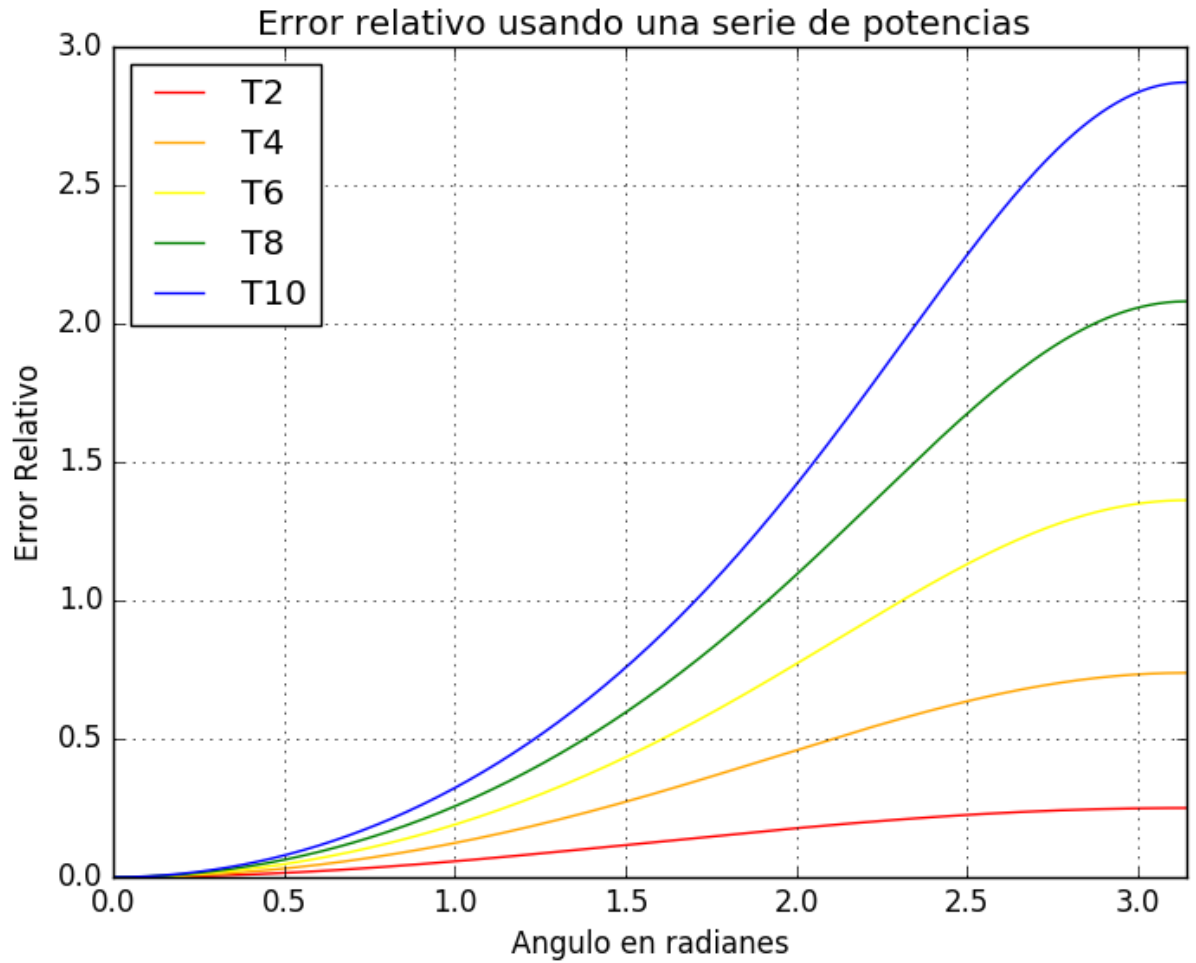


Figura 1: Erro relativo

2.2. Producto 2

En esta parte de la actividad se utilizo Máxima para demostrar que la ecuación del periodo de un péndulo se puede expresar como se muestra en la ecuación 1.

$F1(k) := 1/\sqrt{1-(k*\sin(u))^2};$

$$P(p) := \frac{1}{\sqrt{1 - (p * \sin(u))^2}};$$

$\text{taylor}(1/\sqrt{1-k^2*\sin(u)^2}, u, 0, 8);$

$$1 + \frac{p^2 u^2}{2} + \frac{(9p^4 - 4p^2) u^4}{24} + \frac{(225p^6 - 180p^4 + 16p^2) u^6}{720} + \frac{(11025p^8 - 12600p^6 + 3024p^4 - 64p^2) u^8}{40320} + \dots$$

```
define(P2(p), %);
```

$$P2(p) = 1 + \frac{p^2 u^2}{2} + \frac{(9p^4 - 4p^2) u^4}{24} + \frac{(225p^6 - 180p^4 + 16p^2) u^6}{720} + \frac{(11025p^8 - 12600p^6 + 3024p^4 - 648p^2 + 64) u^8}{40320}$$

```
define(x(%theta), sin(%theta));
```

$$x(\theta) = \sin(\theta)$$

```
expand(integrate(P2(p), u, 0, %pi/2))
```

$$\frac{35\pi^9 p^8}{589824} - \frac{5\pi^9 p^6}{73728} + \frac{5\pi^7 p^6}{14336} + \frac{\pi^9 p^4}{61440} - \frac{\pi^7 p^4}{3584} + \frac{3\pi^5 p^4}{1280} - \frac{\pi^9 p^2}{2903040} + \frac{\pi^7 p^2}{40320} - \frac{\pi^5 p^2}{960} + \frac{\pi^3 p^2}{48} + \frac{\pi}{2}$$

```
subst(x(%theta/2), p, %);
```

.

$$\frac{35\pi^9 \sin^8\left(\frac{\theta}{2}\right)}{589824} - \frac{5\pi^9 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{73728} + \frac{5\pi^7 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{14336} + \frac{\pi^9 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{61440} - \frac{\pi^7 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3584} + \frac{3\pi^5 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1280} - \frac{\pi^9 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2903040} + \frac{\pi^7 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{40320} - \frac{\pi^5 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{960} + \frac{\pi^3 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{48} + \frac{\pi}{2}$$

```
% *2/%pi
```

$$2 \left(\frac{35\pi^9 \sin^8\left(\frac{\theta}{2}\right)}{589824} - \frac{5\pi^9 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{73728} + \frac{5\pi^7 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{14336} + \frac{\pi^9 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{61440} - \frac{\pi^7 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3584} + \frac{3\pi^5 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1280} - \frac{\pi^9 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2903040} + \frac{\pi^7 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{40320} - \frac{\pi^5 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{960} + \frac{\pi^3 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{48} + \frac{\pi}{2} \right)$$

π

```
define(P(%theta), expand(%));
```

$$P(\theta) := 2\pi \left(\frac{35\pi^8 \sin^8\left(\frac{\theta}{2}\right)}{294912} - \frac{5\pi^8 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{36864} + \frac{5\pi^6 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{7168} + \frac{\pi^8 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{30720} - \frac{\pi^6 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1792} + \frac{3\pi^4 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{640} - \frac{\pi^8 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{290304} + \frac{\pi^6 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4032} - \frac{\pi^4 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{96} + \frac{\pi^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{48} + \frac{\pi}{2} \right)$$

```
define(T(%theta), (2*%pi)*sqrt(1/g)*P(%theta));
```

$$T(\theta) = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} 2\pi \left(\frac{35\pi^8 \sin^8\left(\frac{\theta}{2}\right)}{294912} - \frac{5\pi^8 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{36864} + \frac{5\pi^6 \sin^6\left(\frac{\theta}{2}\right)}{7168} + \frac{\pi^8 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{30720} - \frac{\pi^6 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1792} + \frac{3\pi^4 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}{640} - \frac{\pi^8 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{290304} + \frac{\pi^6 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4032} - \frac{\pi^4 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{96} + \frac{\pi^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{48} + \frac{\pi}{2} \right)$$