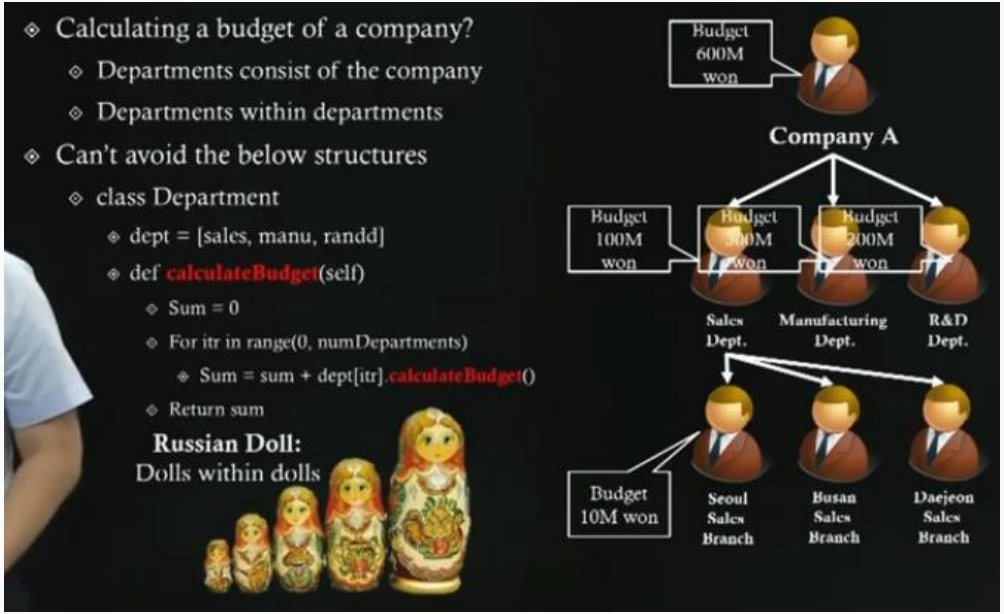
4장. Recursions and Dynamin Programming

목차

1. Recursions

Repeating Problems and Divide and Conquer

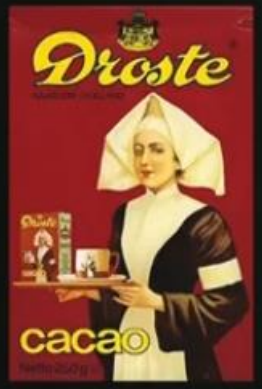


- 계층적으로 조직이 있어서 어떻게 쪼개지는지를 볼수 있다.
- 위에 뷰와 아래의 뷰는 유사하다. 달라진것은 예산의 크기가 줄어들어다
- repeation problem은 이렇게 큰 하나의 문제가 정의 되면 그 문제를 숙의해서 다시 반복되는 또 다른 문제로 만든다는 것이다. 다만 그 문제가 작아지게끔 만드는 것이다.
- 문제를 잘게 쪼개어서 문제를 해결해 나가는 과정을 divide and conquer라고 한다.
- 상위에도 burget 계산이 있고 밑에도 burget 계산이 있어서 고 상위 함수를 하위에서 동일한 함수를 콜해서 사용한다. 다만 둔화된 디바이드된 작은 문제로 동일한 함수를 콜하는 것이 recursion이 되고 그게 리피팅 프라블럼을 프로그램으로써 풀어보는 과정이 되고 그리고 그 컨셉은 디바이드 컨컬을 따르는 것이다.

1. Recursions

More examples

- Factorial
  - $Factorial(n) = \begin{cases} 1 & if\ n = 0 \\ n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1 & if\ n > 0 \end{cases}$
  - Repeating problems?
    - $Factorial(n) = \begin{cases} 1 & if\ n = 0 \\ n \times Factorial(n-1) & if\ n > 0 \end{cases}$
- Great Common Divisor
  - GCD(32,24) = 8
  - Euclid's algorithm
    - GCD(A, B)=GCD(B, A mod B)
    - GCD(A, 0)=A
- Commonality
  - Repeating function calls
  - Reducing parameters
  - Just like the mathematical induction

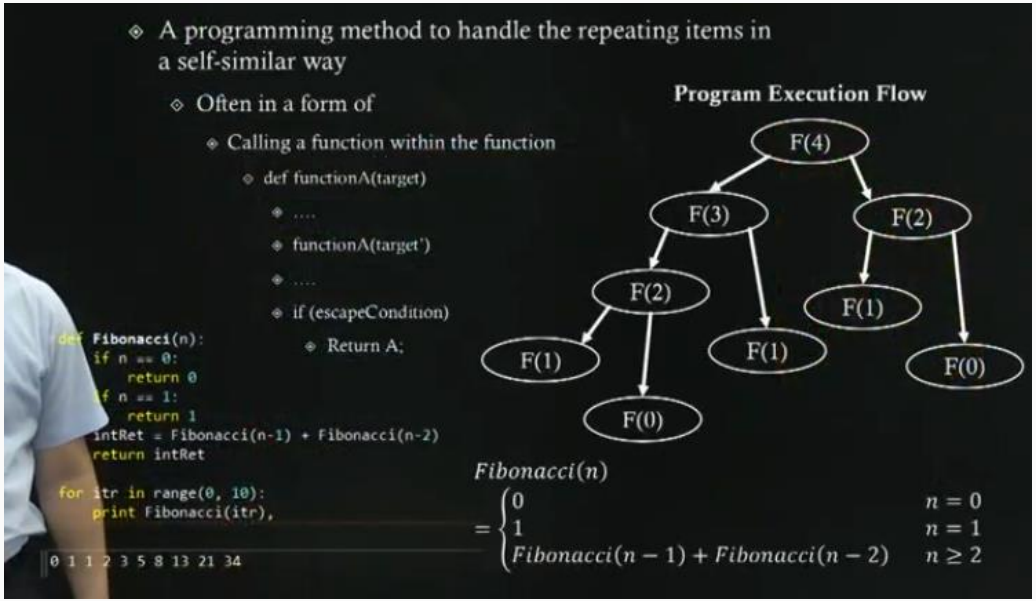


Self-Similar

- Factorial !
- 팩토리아 속에 펑션이 n-1이 되면 또 같은 펑션이 나온다.
- great common divisor 최대 공약수
- gcd(32, 24)에서 32를 24로 나누는 몫은 1이고 나머지는 8
- gcd(24, 8)dptj 24를 8로 나누면 몫은 3이고 나머지는 0
- gcd(8, 0) -> 최대공약수는 8
- 사이즈는 작아지고 있고 펑션은 동일하다
- 공통점은 펑션콜은 반복되고 사이즈는 줄어든다.

1. Recursions

Recursion



- recursion은 리피팅하는 같은 방법으로 핸들하는것이다.
- sewdo code 실제로 안돌아가는데 이렇게하는것이다 라고 간략히 적어논것이다.
- fuctionA를 콜해서 사용하지만 target은 사이즈가 작아지는 것이다.

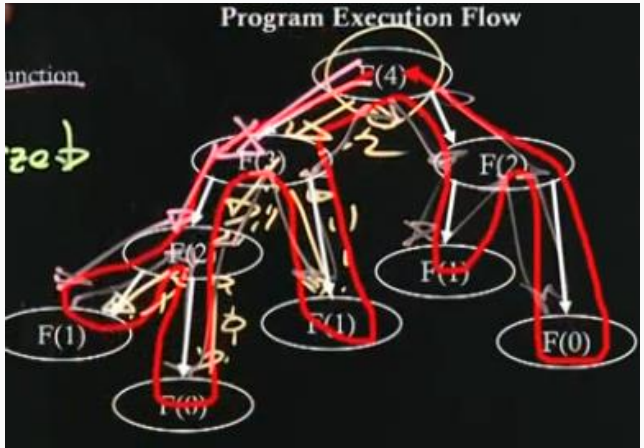
1. Recursions

Recursion

```
def Fibonacci(n):
    if n == 0:
        return 0
    if n ==1:
        return 1
    intRet = Fibonacci(n-1) + Fibonacci(n-2)
    return intRet
```

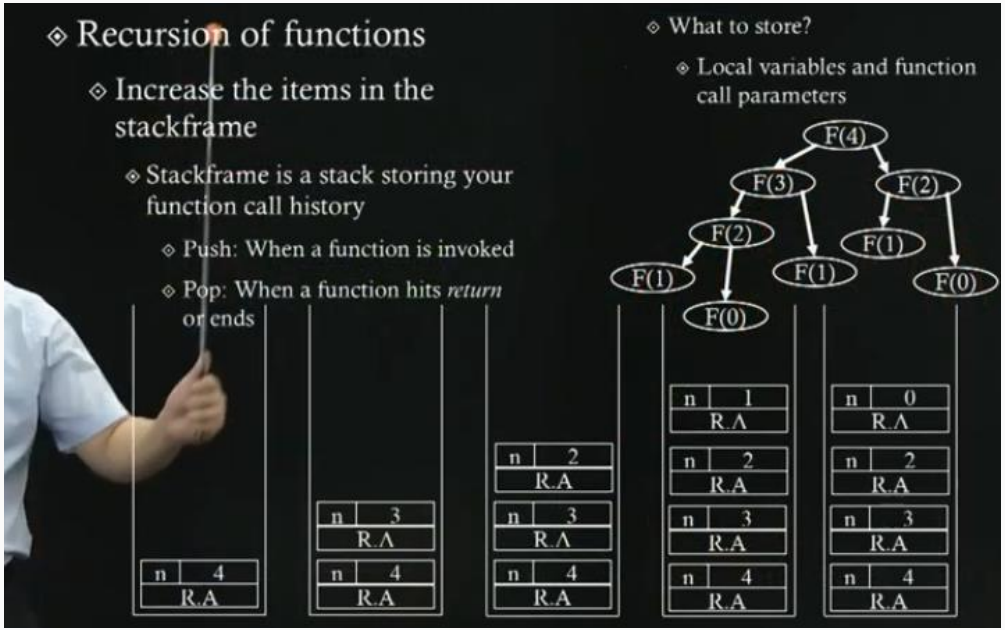
```
In[36]:
   ...: for itr in range(0, 10):
   ...:     print(Fibonacci(itr))
   ...:
0
1
1
2
3
5
8
13
21
34
```

- 0 1 1 2 5 8 13 21 34
- 앞에 0과 1은 규칙에 따라서 작성한다.
- 두개를 가지고 다음 값을 만든다.
- 정의한 함수를 두번 콜하고 있다.
- 사이즈는 계속 죽어든다.
- 탈출구문은 n이 0이거나 1이면 더이상 자기 자신을 재귀 리컬전을 하지 않고 탈출하게 된다.



1. Recursions

Recursions and Stackframe

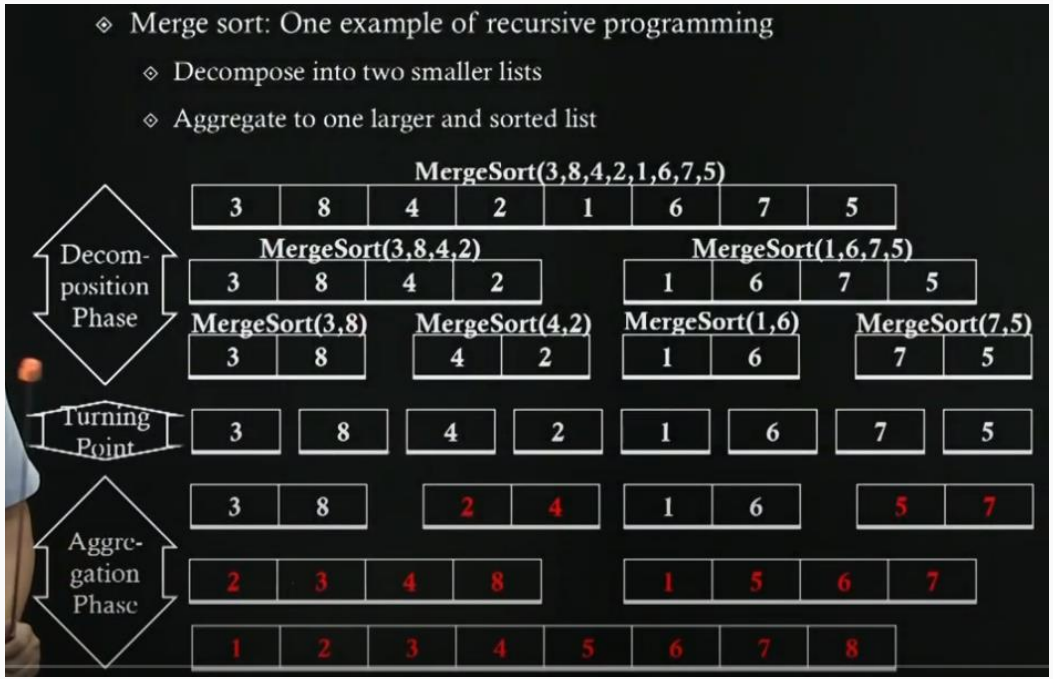


- recursion은 재귀호출이 계속 일어나는것
- stackframe은 stack인데 특별한 목적을 가진 스택이다. 펑션콜의 히스토리의 진행된 역사를 기록하고 있는 것을 스택프레임이라고 한다.
- 스택에 대해서 할 수 있는 오퍼레이션은 푸쉬와 팝 두가지만 있다.
- 푸쉬라는 것은 펑션이라는 것이 콜되면(invoked)
- Pop은 function이 리턴을 타 가지고 펑션을 받고 나가게 되면 그러면 Pop이 일어난다.
- 어떤것을 저장해 놓느냐가 또한 핵심인데 이것은 로컬 베리어블과 펑션 파라미터를 저장해놓고 해야 된다.
- Local Variables은 펑션 속에서만 접근 가능한 within 펑션 버라이블이 된다.
- 펑션 콜 파라미터는 특정 펑션 콜 인스턴스에 할당된 파라미터 예를 들어 f4라고 하면 이자가 바로 펑션 콜의 파라미터가 된다.

? 진행방향이 왜 4-3-2-1-0으로 가는지 모르겠습니다.

2. Merge Sort and Problems in Recursions

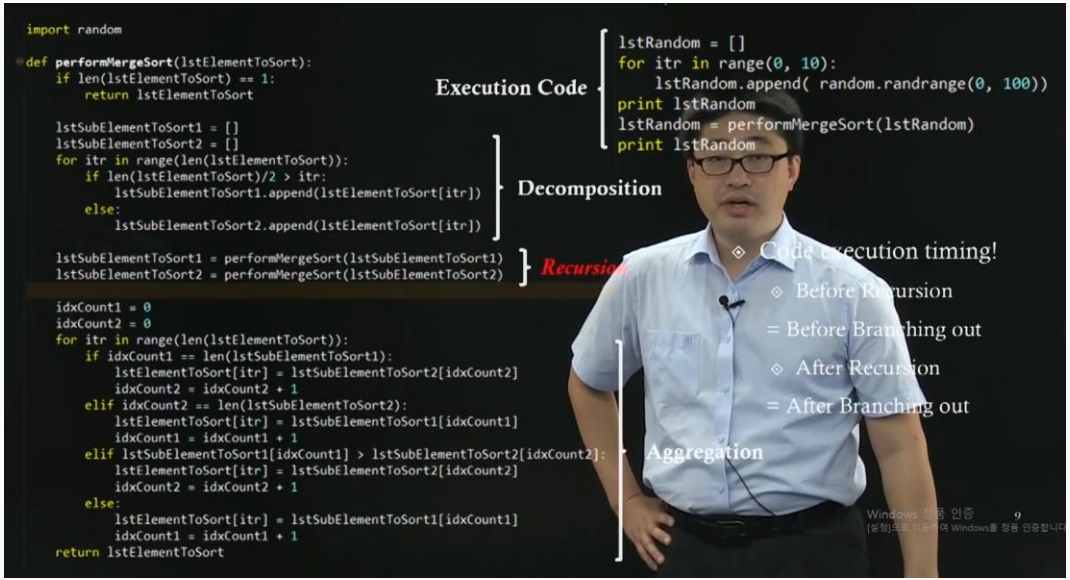
Merge Sort



- 리컬전을 이용한 sort algorithms중의 하나입니다.
- 기본적인 원리는 이것을 더 작은 리스트 사이즈로 줄이고 줄이고해서 더 이상 쪼갤 수 없는 한 숫자가 되었을 때 비교해가면서 리스트를 합쳐 나가는 과정 이 merge sort 과정입니다.
- 수열이 38421675
- 중간을 쪼갠다 2와 1사이
- 누군가 이 리스트를 가지고 merge sort를 콜하면 merge sort 내부에서 중간을 자르고 나눠진 부분을 또 콜한다.
- 다음 다시 리쿼전으로 반반씩 자른다.
- 더 이상 쪼갤수 없을때 aggregation하는 합쳐나가는 과정을 한다.
- 두개의 리스트를 비교해 나간다.
- 작은거 먼저 내려오고 다음 8이 내려온다
- 앞에 있는것끼리 비교 2와 3비교, 3과 4비교, 8과 4비교

2. Merge Sort and Problems in Recursions

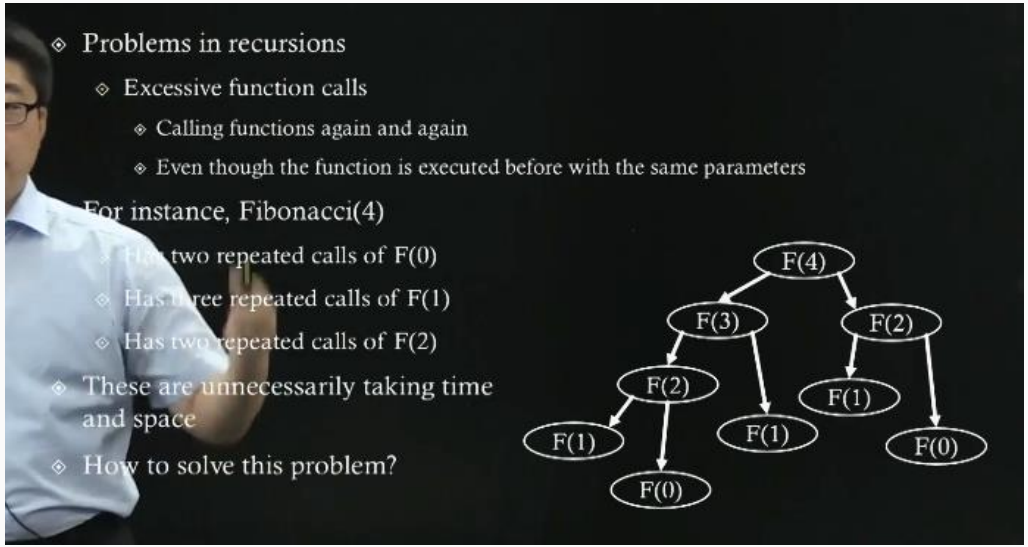
Implementation Example: Merge Sort



- performMergeSort fucntion이 밑에서 두개의 펑션으로 일어난다.
- 두개로 쪼개지기 때문에 펑션이 두개로 나뉜다.
- 사이즈는 줄어든다.
- 위에서 리스트를 만든다.
- 절반 사이즈 전에는 첫번째 리스트, 넘어가면 두번째 리스트
- 중간 부분이후에는 aggregation하는 부분

2. Merge Sort and Problems in Recursions

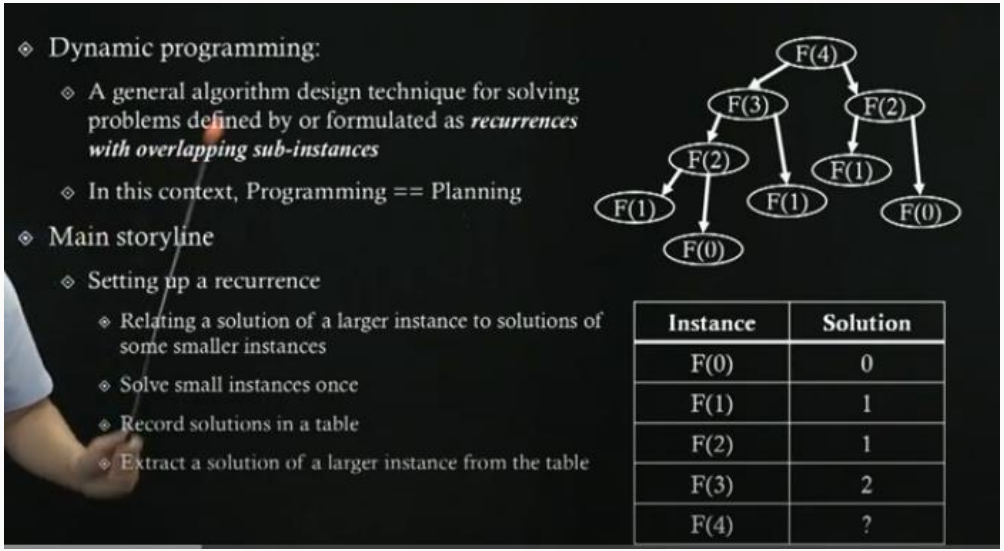
Problems in Recursions of Fibonacci Sequence



- 펑션 콜이 너무 많다.
- 불필요하게 너무나 많은 시간과 메모리 공간을 잡아먹게 된다.
- 그래서 해결책으로 Dynamic Programming을 사용한다.
- 이것은 한번 콜하고 콜한 결과를 기록하는 것이다.

3. Dynamic Programming

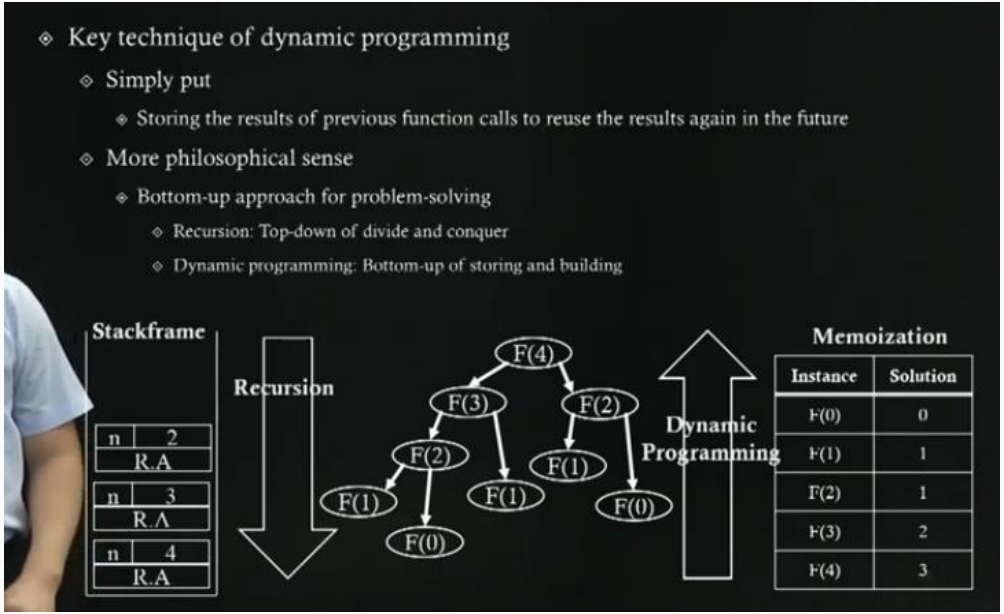
Dynamic Programming



- 다이나믹 프로그래밍을 통해서 불필요한 펑션콜을 없앨 수 있는지 알아보겠다.
- Dynamic programming은 overlapping sub-instances가 있는 recurrence를 푸는 방식이다
- 다이나믹 스케쥴링, 플랜닝이라고도 다른 분야에선 부른다.
- f4하기 위해서 f2나 f1이 오버랩핑 되고 있다.
- 스몰 인스턴스를 하나 먼저 풉니다.
- 큰 문제를 푸는데 문제와 관련된 스몰 인스턴스를 아주 작은 레벨에서 부터 풀어 나가는 것이다.
- f4를 먼저 풀기 전에 f1이나 f0를 먼저 푸는 것이다.
- 그 다음 결과를 저장한다.

3. Dynamic Programming

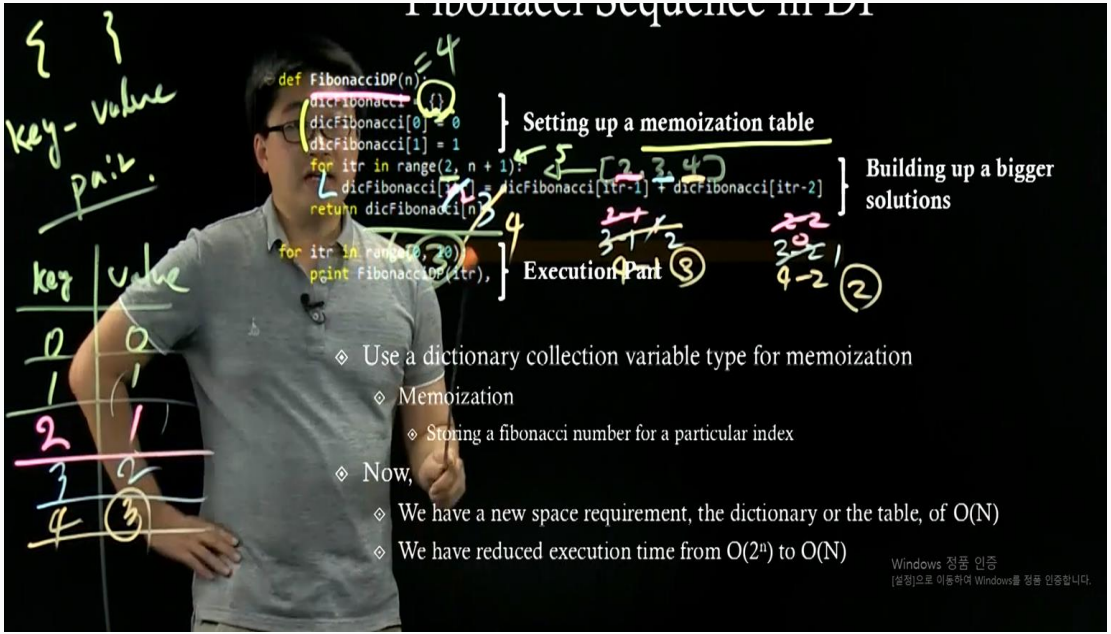
Memoization



- 다이나믹 프로그래밍은 결과를 기록하여하 하는 것이고 기존의 평션콜과 그것을 result를 재활용하기 위해서 결과를 저장하는 것이다.
- 그래서 테이블을 만드는 데 그것이 Memoization table이 된다.
- Memoization과 recursion이 돌아가기 위해서 만든 stack 프레임이 있는데 두개의 상반된 철학적인것이 있다.
- 하나는 bottom-up approach
- memoization이 bottom-up approch다 밑에서부터 올라가는 것
- top-down approach는 recursion 이다.
- f4를 풀려고 먼저 시도하고 그것을 풀기 위해 f3 f2를 콜해서 푸는 방식
- stack을 이용한 recursion 방식과 memoization을 이용한 dynamic 방식은 상반된다.

4. Fibonacci Sequence in DP

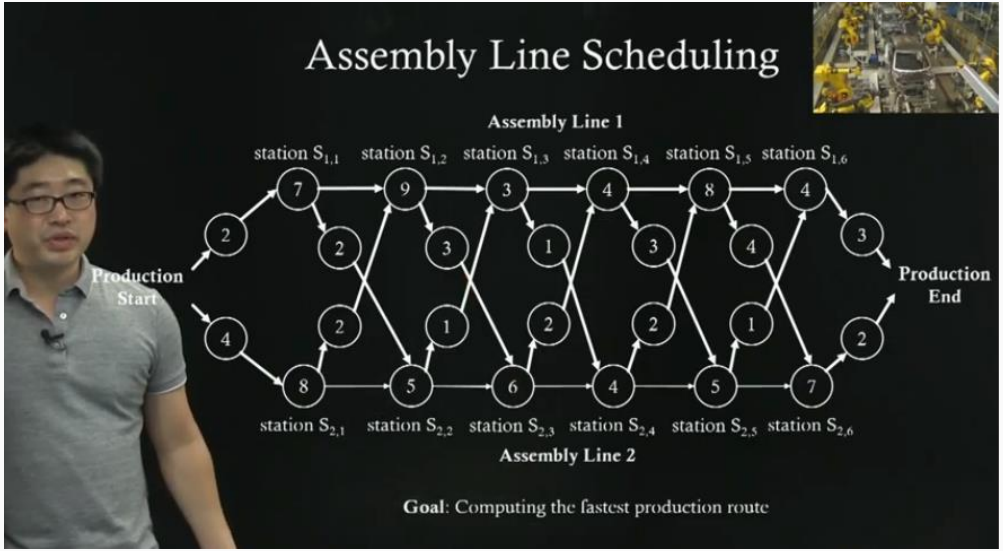
Implementation Example: Fibonacci Sequence in DP



- DP를 활용한 Fibonacci 코드입니다.
- 규칙은 0과 1을 그래도 적어둡니다.
- Memoization은 key와 value의 dict 형태로 저장됩니다.

5. Process of Assembly Line Scheduling

Assembly Line Scheduling



- 시간이 맞지 않아서 새로운 제품이 들어갈때 어느 줄로 가야 가장 빠리 나올것인지 이 문제를 해결하는 데 dynamic programming을 쓰게 된다.
- 라인은 두개로 되어있고 한쪽 라인이 시간이 걸릴경우 다른 라인으로 가는 길이 설계되어 있다.
- 동그라이 안에 있는 숫자는 공정이 걸리는 시간이다.
- 중간 시간은 옆 라인으로 가는 시간

5. Process of Assembly Line Scheduling

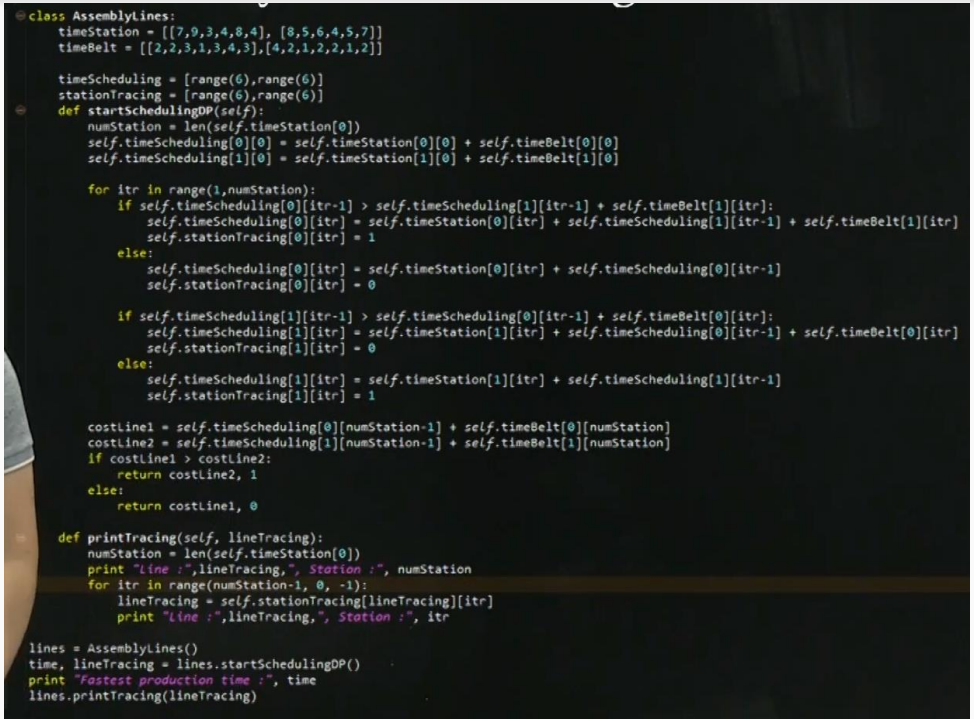
Implementation Example: Assembly Line Scheduling in Recursion

```
class AssemblyLines:
    timeStation = [[7,9,3,4,8,4], [8,5,6,4,5,7]]
    timeBelt = [[2,2,3,1,3,4,3],[4,2,1,2,2,1,2]]
    intCount = 0
    def Scheduling(self, idxLine, idxStation):
        print "Calculate scheduling : line, station : ", idxLine, idxStation, "(", self.intCount, "recursion calls )"
        self.intCount = self.intCount + 1
        if idxStation == 0:
            if idxLine == 1:
                return self.timeBelt[0][0] + self.timeStation[0][0]
            elif idxLine == 2:
                return self.timeBelt[1][0] + self.timeStation[1][0]
        if idxLine == 1:
            costLine1 = self.Scheduling(1, idxStation-1) + self.timeStation[0][idxStation]
            costLine2 = self.Scheduling(2, idxStation-1) + self.timeStation[0][idxStation] + self.timeBelt[1][idxStation]
        elif idxLine == 2:
            costLine1 = self.Scheduling(1, idxStation-1) + self.timeStation[1][idxStation] + self.timeBelt[0][idxStation]
            costLine2 = self.Scheduling(2, idxStation-1) + self.timeStation[1][idxStation]
        if costLine1 > costLine2:
            return costLine2
        else:
            return costLine1

    def startScheduling(self):
        numStation = len(self.timeStation[0])
        costLine1 = self.Scheduling(1, numStation - 1) + self.timeBelt[0][numStation]
        costLine2 = self.Scheduling(2, numStation - 1) + self.timeBelt[1][numStation]
        if costLine1 > costLine2:
            return costLine2
        else:
            return costLine1

lines = AssemblyLines()
time = lines.startScheduling()
print "Fastest production time :", time
```

- Function은 Scheduling
- 탈출코드 – if idxStation 부분
- Recursive call = Function call 부분 – self.scheduling

5. Process of Assembly Line Scheduling

Implementation Example: Assembly Line Scheduling in DP



```
class AssemblyLines:
    timeStation = [[7,9,3,4,8,4], [8,5,6,4,5,7]]
    timeBelt = [[2,2,3,1,3,4,3],[4,2,1,2,2,1,2]]

    timeScheduling = [range(6),range(6)]
    stationTracing = [range(6),range(6)]
    def startSchedulingDP(self):
        numStation = len(self.timeStation[0])
        self.timeScheduling[0][0] = self.timeStation[0][0] + self.timeBelt[0][0]
        self.timeScheduling[1][0] = self.timeStation[1][0] + self.timeBelt[1][0]

        for itr in range(1,numStation):
            if self.timeScheduling[0][itr-1] > self.timeScheduling[1][itr-1] + self.timeBelt[1][itr]:
                self.timeScheduling[0][itr] = self.timeStation[0][itr] + self.timeScheduling[1][itr-1] + self.timeBelt[1][itr]
                self.stationTracing[0][itr] = 1
            else:
                self.timeScheduling[0][itr] = self.timeStation[0][itr] + self.timeScheduling[0][itr-1]
                self.stationTracing[0][itr] = 0

            if self.timeScheduling[1][itr-1] > self.timeScheduling[0][itr-1] + self.timeBelt[0][itr]:
                self.timeScheduling[1][itr] = self.timeStation[1][itr] + self.timeScheduling[0][itr-1] + self.timeBelt[0][itr]
                self.stationTracing[1][itr] = 0
            else:
                self.timeScheduling[1][itr] = self.timeStation[1][itr] + self.timeScheduling[1][itr-1]
                self.stationTracing[1][itr] = 1

        costLine1 = self.timeScheduling[0][numStation-1] + self.timeBelt[0][numStation]
        costLine2 = self.timeScheduling[1][numStation-1] + self.timeBelt[1][numStation]
        if costLine1 > costLine2:
            return costLine2, 1
        else:
            return costLine1, 0

    def printTracing(self, lineTracing):
        numStation = len(self.timeStation[0])
        print "Line :",lineTracing,", Station :", numStation
        for itr in range(numStation-1, 0, -1):
            lineTracing = self.stationTracing[lineTracing][itr]
            print "Line :",lineTracing,", Station :", itr

lines = AssemblyLines()
time, lineTracing = lines.startSchedulingDP()
print "Fastest production time :", time
lines.printTracing(lineTracing)
```

- timeScheduling – memorization table def
- stationTracing - memorization table def
- Self.timeScheduling - memorization
- 증가하는 과정은 for loop
- numStation – initialization(초기화 하는부분)