

Neural Network Basic Assignment

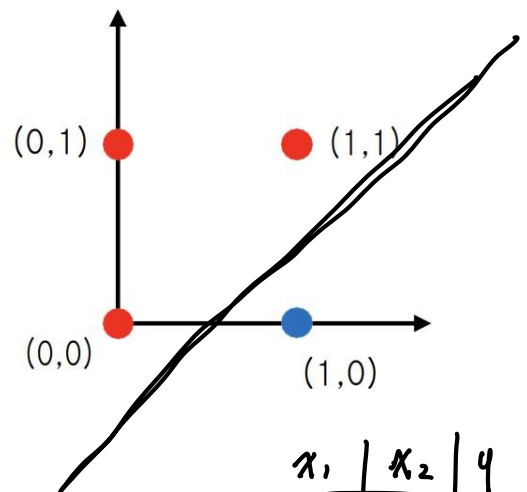
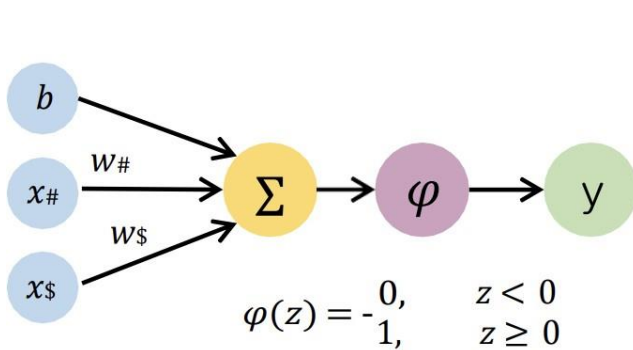
이름: 김희정

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= (1 + e^{-z})^{-1} \\ \sigma'(z) &= -(1 + e^{-z})^{-2} (1 + e^{-z})' \\ &= -(1 + e^{-z})^{-2} (e^{-z} \times (-1)) \\ &= e^{-z} (1 + e^{-z})^{-2} \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$w_{\#} = -0.55, w_{\$} = 0.55, b = -0.7$ *선택*

- i) (0,0)인 경우 $\rightarrow z = -0.7 \xrightarrow{\varphi} 0$ *1*
- ii) (0,1)인 경우 $\rightarrow z = -0.15 \xrightarrow{\varphi} 0$ *1*
- iii) (1,0)인 경우 $\rightarrow z = -1.25 \xrightarrow{\varphi} 0$ *0*
- iv) (1,1)인 경우 $\rightarrow z = -0.7 \xrightarrow{\varphi} 0$ *1*

x_1	x_2	y
0	0	1
1	0	0
0	1	1
1	1	1

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

learning rate = $\eta = 0.05$

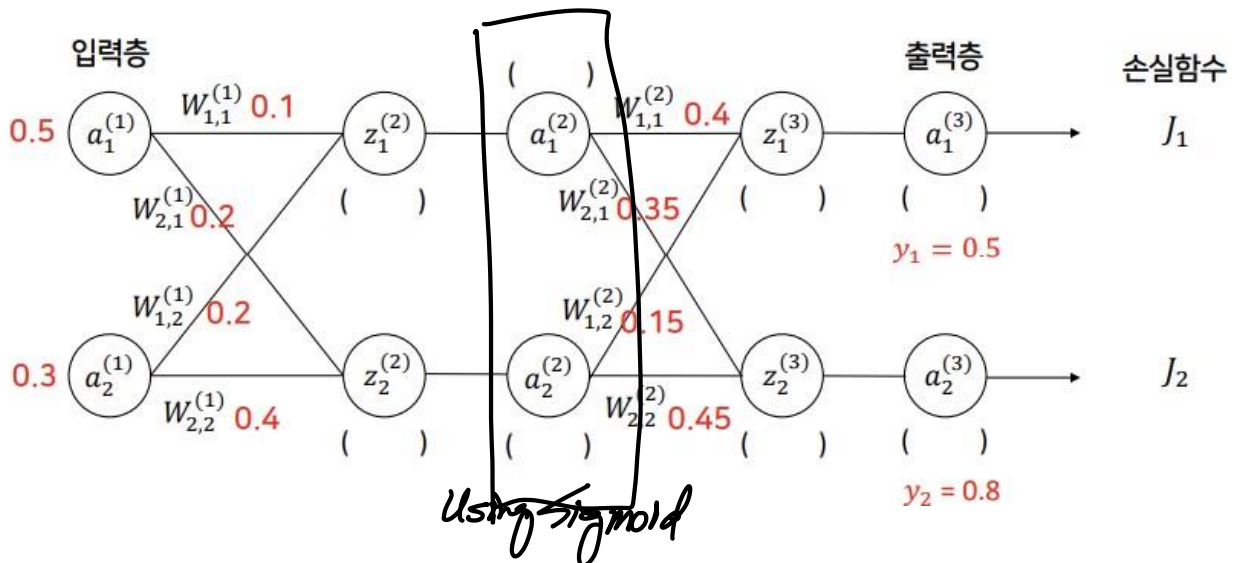
i) (0,0)인 경우 $\rightarrow b \leftarrow b + 0.05(1-0)x_1 = -0.65$
 $w_{\#} \leftarrow w_{\#} + 0.05(1-0)x_0 = -0.55$
 $w_{\$} \leftarrow w_{\$} + 0.05(1-0)x_0 = 0.55$

iii) (1,0)인 경우 $\rightarrow b \leftarrow b + 0.05(1-0)x_1 = -0.65$
 $w_{\#} \leftarrow w_{\#} + 0.05(1-0)x_1 = -0.5$
 $w_{\$} \leftarrow w_{\$} + 0.05(1-0)x_0 = 0.55$

ii) (0,1)인 경우 $\rightarrow b \leftarrow b + 0.05(1-0)x_1 = -0.65$
 $w_{\#} \leftarrow w_{\#} + 0.05(1-0)x_0 = -0.55$
 $w_{\$} \leftarrow w_{\$} + 0.05(1-0)x_1 = 0.6$

iv) (1,1)인 경우 $\rightarrow b \leftarrow b + 0.05(1-0)x_1 = -0.65$
 $w_{\#} \leftarrow w_{\#} + 0.05(1-0)x_1 = -0.5$
 $w_{\$} \leftarrow w_{\$} + 0.05(1-0)x_1 = 0.6$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)

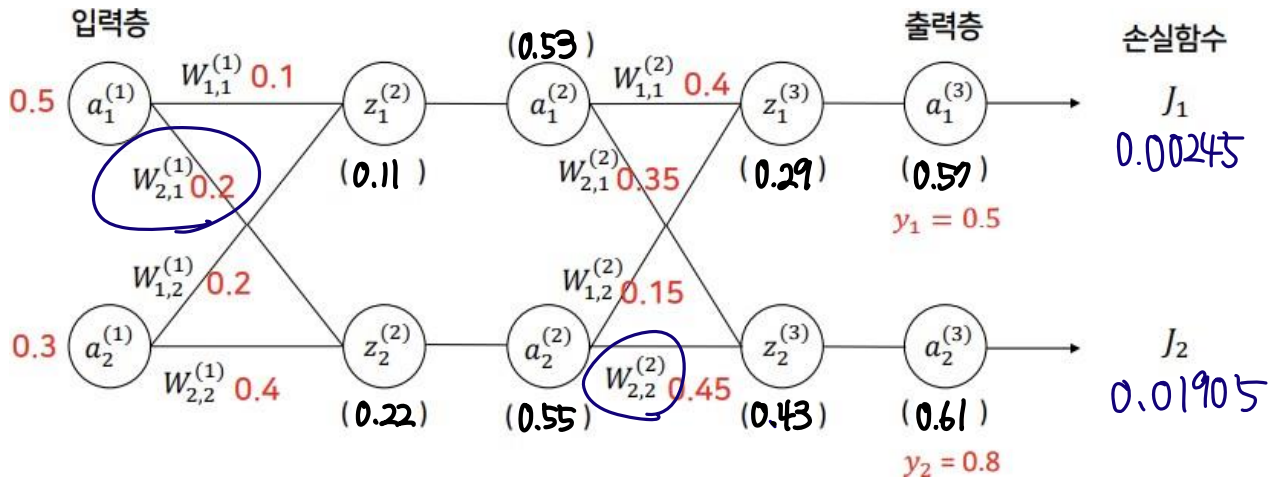


- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 z_1^{(2)} &= 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.05 + 0.06 = 0.11 & z_1^{(3)} &= (0.53 \times 0.4) + (0.55 \times 0.15) = 0.29 \\
 z_2^{(2)} &= 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.1 + 0.12 = 0.22 & z_2^{(3)} &= (0.53 \times 0.35) + (0.55 \times 0.45) = 0.43 \\
 a_1^{(2)} &= \frac{1}{1 + e^{-0.11}} = 0.53 & a_1^{(3)} &= 0.57 \\
 a_2^{(2)} &= \frac{1}{1 + e^{-0.22}} = 0.55 & a_2^{(3)} &= 0.61
 \end{aligned}$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = \frac{1}{2} (0.07)^2 = \frac{0.0049}{2} = 0.00245 \\
 J_2 &= \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = \frac{1}{2} (-0.19)^2 = \frac{0.0361}{2} = 0.01805
 \end{aligned}$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,1}^{(2)}$ 과 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.
단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} &= (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} \times (1 - a_2^{(3)}) \times a_2^{(2)} \\ &= (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) \times 0.55 \\ &= -0.02486055 \div -0.025\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}w_{2,2}^{(2)} &= w_{2,2}^{(2)} - \eta \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} \\ &= 0.45 - (0.1) \times (-0.025) \\ &= 0.45 - (-0.0025) \\ &= 0.4525\end{aligned}$$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \underbrace{\delta_1^{(3)}}_{\text{㉑}} \times \underbrace{w_{1,2}^{(2)}}_{\text{㉒}} + \underbrace{\delta_2^{(3)}}_{\text{㉓}} \times (1 - a_2^{(3)}) \times a_1^{(1)} \dots \text{㉔}$$

$$\begin{aligned}\text{㉑ } \delta_1^{(3)} &= (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} \times (1 - a_1^{(3)}) \\ &= (0.57 - 0.5) \times 0.57 \times (1 - 0.57) = 0.02 \times 0.57 \times 0.43 \\ &\div 0.005\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉓ } \delta_2^{(3)} &= (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} \times (1 - a_2^{(3)}) \\ &= (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) = -0.19 \times 0.61 \times 0.39 \\ &= -0.045\end{aligned}$$

㉔ ㉑와 ㉓를 ㉒에 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} &= (0.005 \times 0.15 + (-0.045 \times 0.4)) \times (1 - 0.55) \times 0.5 \\ &= -0.0038125 \div -0.004\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore w_{2,1}^{(1)} &= 0.2 - (0.1 \times -0.004) \\ &= 0.2 + 0.0004 \\ &= 0.2004\end{aligned}$$