Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики»

Кафедра вычислительных систем

Лабораторная работа
по дисциплине «Моделирование»

Выполнили: студенты 4 курса группы ИС-941

Патрушев Н.В.

Сизов М.А.

Проверил: старший преподаватель кафедры ВС

Петухова Я. В.

Новосибирск, 2023

Оглавление

Постановка задачи

Разработать датчик случайных чисел с заданной плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \; x < \; 0, \\ 2\sin(x)\,, \; 0 < x \le 1.895, \\ x, \; 0 < x \le 1.895, \\ 0, \; x > 1.895, \end{cases}$$

Краткая теория

Плотность распределения — это производная от функции распределения непрерывной случайной величины: У дискретных (принимающих конечное или счетное число значений) величин плотности нет.

График плотности – это инструмент визуализации распределения данных за непрерывный или определенный интервал времени.

Функцией распределения случайной величины ξ называется функция F_ξ :ℝ→[0,1], при каждом x∈ℝ, равная вероятности случайной величины ξ принимать значения меньшие x.

Пусть непрерывная случайная величина задана своим законом распределения:

$F_n(y) = \int_{-\infty}^{y} f_n(y)dy$, где $f_n(y)$ - плотность распределения вероятностей,

$F_n(y)$ - функция распределения

Доказано, что случайная величина

$\xi = \int_{-\infty}^{\eta} f_\eta(y)dy$ распределена равномерно на интервале (0,1).

Отсюда следует, что искомое значение y может быть определено из уравнения:

$x = \int_{-\infty}^{y} f_n(y)dy$

решение уравнения можно записать в общем виде через обратную функцию:

$y = F^{-1}(x)$

Основной недостаток метода заключается в том, что интеграл не всегда является берущимся, а уравнение функции распределения не всегда решается.

Ход работы

Плотность распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 2\sin(x), & 0 < x \leq 1.895, \\ x, & 0 < x \leq 1.895, \\ 0, & x > 1.895, \end{cases}$$

График плотности распределения:

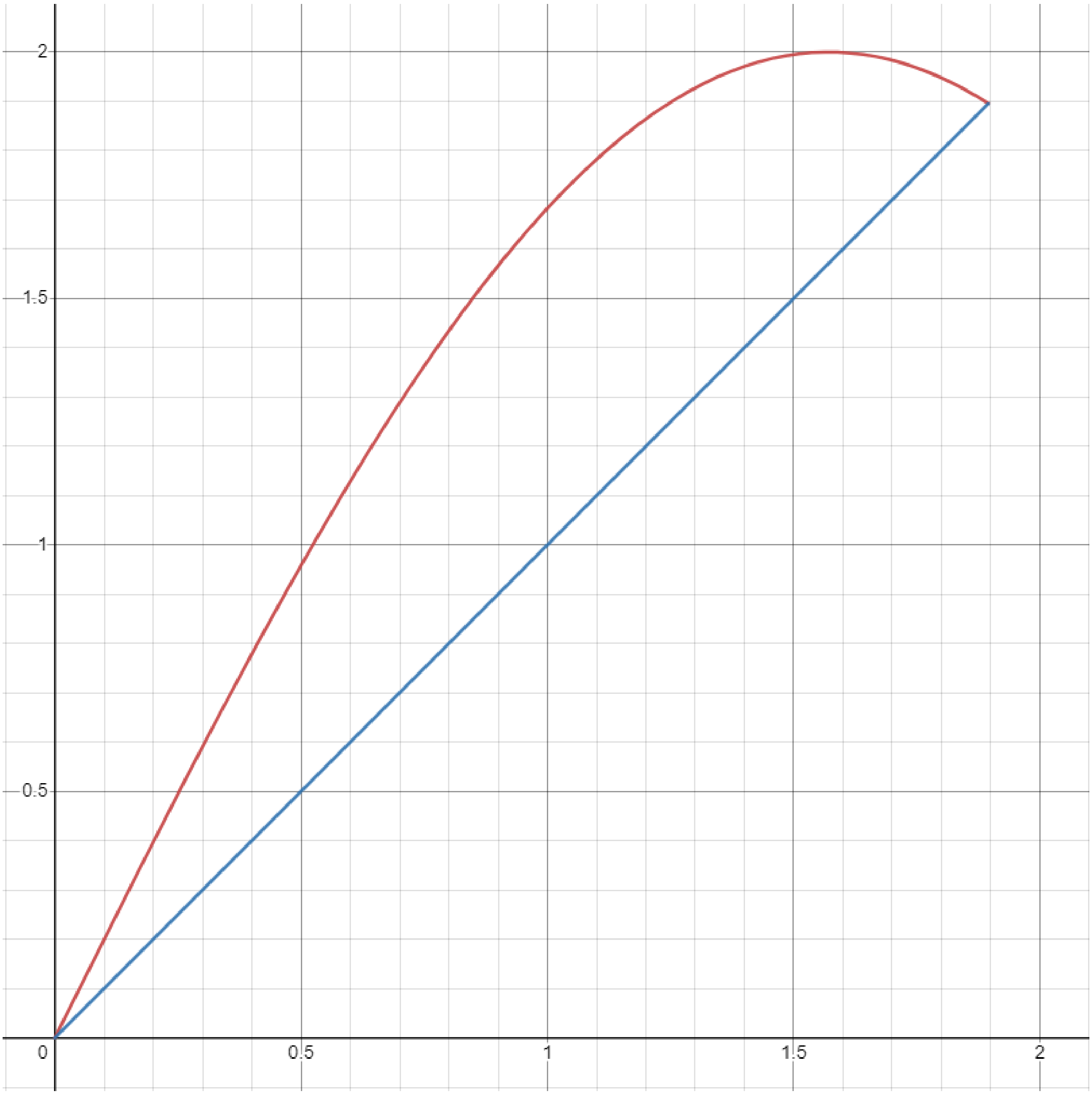

Рис 1. График плотности распределения

Расчёт функции распределения:

$$y = 2\sin(x)$$

$$F(x) = \frac{\sqrt{1 + 4cos^2(x)}}{\int_0^{1.895} 1 + 4cos^2(x)dx} = \frac{\sqrt{1 + 4cos^2(x)}}{5{,}081}$$

$$y = x$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$F(x) = \frac{\int_0^x 2\sin(x) - x\,dx}{\int_0^{1.895} 2\sin(x) - x\,dx} = \frac{-2\cos(x) - \frac{x^2}{2}}{-4\cos(1.895) - 1.895^2}$$

Т.к. взять обратную функцию от данной функции распределение невозможно, то x генерируется на промежутке [0, 1.895]

y вычисляется как:
$y = f_1(x) + (f_2(x) - f_1(x))\xi$, где ξ – случайная величина

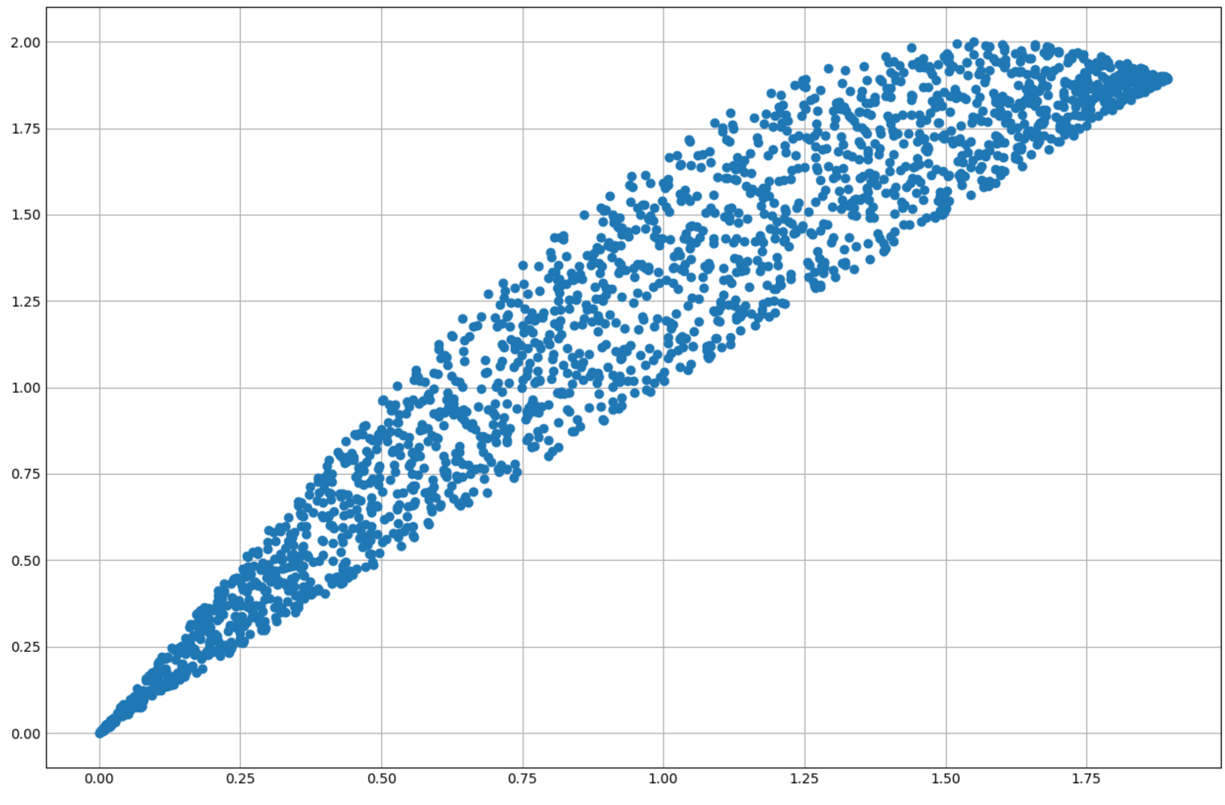

Рис 2. График распределения 2000 сгенерированных точек

Вывод

Был реализован датчик случайных чисел по заданному закону распределения и построен график распределения сгенерированных чисел. Полученный график соответствует изначальному закону распределения случайной величины. Основной недостаток метода заключается в том, что интеграл не всегда является берущимся, а уравнение функции распределения не всегда решается.

Приложение

Main.py

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math
import random

plt.style.use('_mpl-gallery')


def f1(x):
    return 2*math.sin(x)


def f2(x):
    return x


# make the data
arrayX = list()
arrayY = list()

x_max = 1.895
for i in range(2000):
    x = random.random() * x_max
    sigma = random.random()
    y = f2(x) + (f1(x) - f2(x)) * sigma
    arrayX.append(x)
    arrayY.append(y)


plt.scatter(arrayX, arrayY)
plt.show()
```