

WPROWADZENIE

Jednym z projektów w Sztucznej Inteligencji jest automat blokowy. Biorąc na siebie stos prostokątnych bloków, system "patrzy" na tę konfigurację i mechanicznie układa dokładną kopię, wybierając właściwe bloki z dostępnych. Jest tylko "jedno mechaniczne ramię, które wykonuje kopię konfiguracji, tak że w danym momencie można obsłużyć tylko jeden blok. Zwykle kolejność, w której te pojedyncze bloki muszą być ułożone w stos, nie może być jednoznacznie określona na prostej w bezpośredni sposób. Konfiguracja Fig.1a może być zbudowana w kolejności 1-2-3-4 oraz 1-2-4-3,

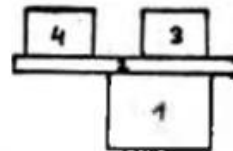
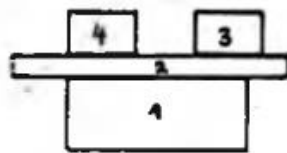


Fig.1

Drobna modyfikacja na rysunku 1b pokazuje jaki problem powstaje, 1-2-3-4 jest ok ale w 1-2-4-3 konstrukcja dla bloków 1-2-4 jest niestabilna i dlatego nie jest możliwy do zrealizowania. Dlatego każdy stan konstrukcji jest testowany pod względem stabilności zanim zostanie wybrana konkretna strategia budowy.

Istniejący program obsługuje konfiguracje, w których dwie strony każdego (prostokątnego) bloku są poziome. Fig.2 pokazuje typowy stos. Rozdział I zawiera krótki opis sposobu traktowania tych przypadków.

Omówione zostanie uogólnienie testu stabilności dla dowolnej konfiguracji. Ryc. 3 pokazuje typowy przypadek. Istotną innowacją jest występowanie **sił tarcia**. W rozdziale III wyprowadzono kryterium stateczności i zaprojektowano program, który przeprowadził test stabilności.

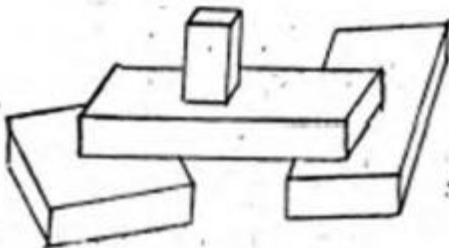


Fig.2

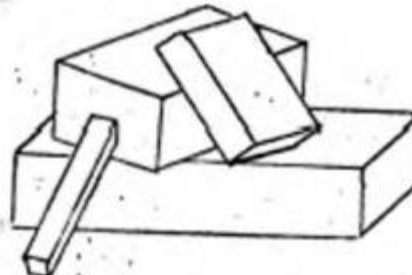


Fig.3

I. KONFIGURACJA BEZ TARCIA

1. Statystyka

Istniejący program, w których dwa punkty zetknięć każdego bloku są poziome, jak pokazano na Fig. 2, To ograniczenie zapewnia, że występują tylko siły pionowe, masy prostokątnych ciał stałych i odpowiednich sił reakcji, reakcji mogą wystąpić tylko przy

- (i) Wierzchołki boków
- (ii) przecięcie odcinków linii

Na Fig.4 i Fig.5 widać siły działające na pojedynczy blok.

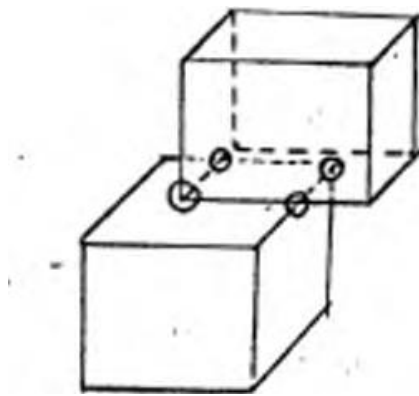


Fig.4

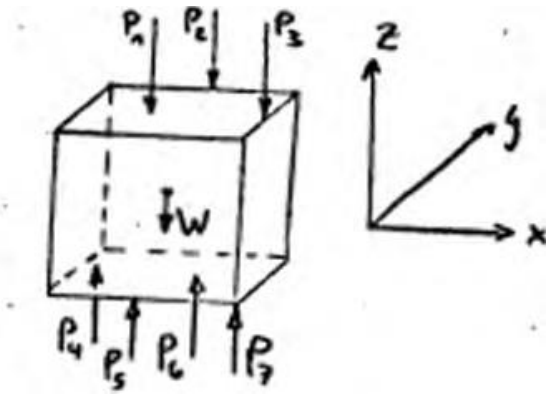


Fig.5

There are three equations which serve to determine unknown forces P_i :

Są trzy równania które służą do określenia sił:

$$\sum P_i = 0$$

$$\sum M_i^x = 0$$

$$\sum M_i^y = 0$$

M_i^x i M_i^y są momenty odpowiednio względem osi X i Y.

Jeśli istnieje n bloków, mamy 3n równania dla 3m nieznanych sił; gdzie $m \geq n$. Jeśli $m = n$, system nazywa się statystycznie zdeterminowane, ale zwykle $m > n$, a sił nie można jednoznacznie określić.

2. Stabilność

Prosta zasada stabilności: biorąc pod uwagę wszystkie siły które zostały wprowadzone jak w Fig.5. to konfiguracja jest stabilna, jeśli istnieje rozwiązanie równań $3n$, tak że żadna siła nie jest ujemna. Jest to dość oczywiste, ponieważ siła ujemna oznaczałaby, że dwa bloki próbowałyby się oddzielić a siła reakcji musi je utrzymać razem. Ponieważ nie ma między nimi kleju, ten rodzaj siły nie może wystąpić, a bloki spadają.

3. Program

Program wykonujący test stabilności działa w następujący sposób.

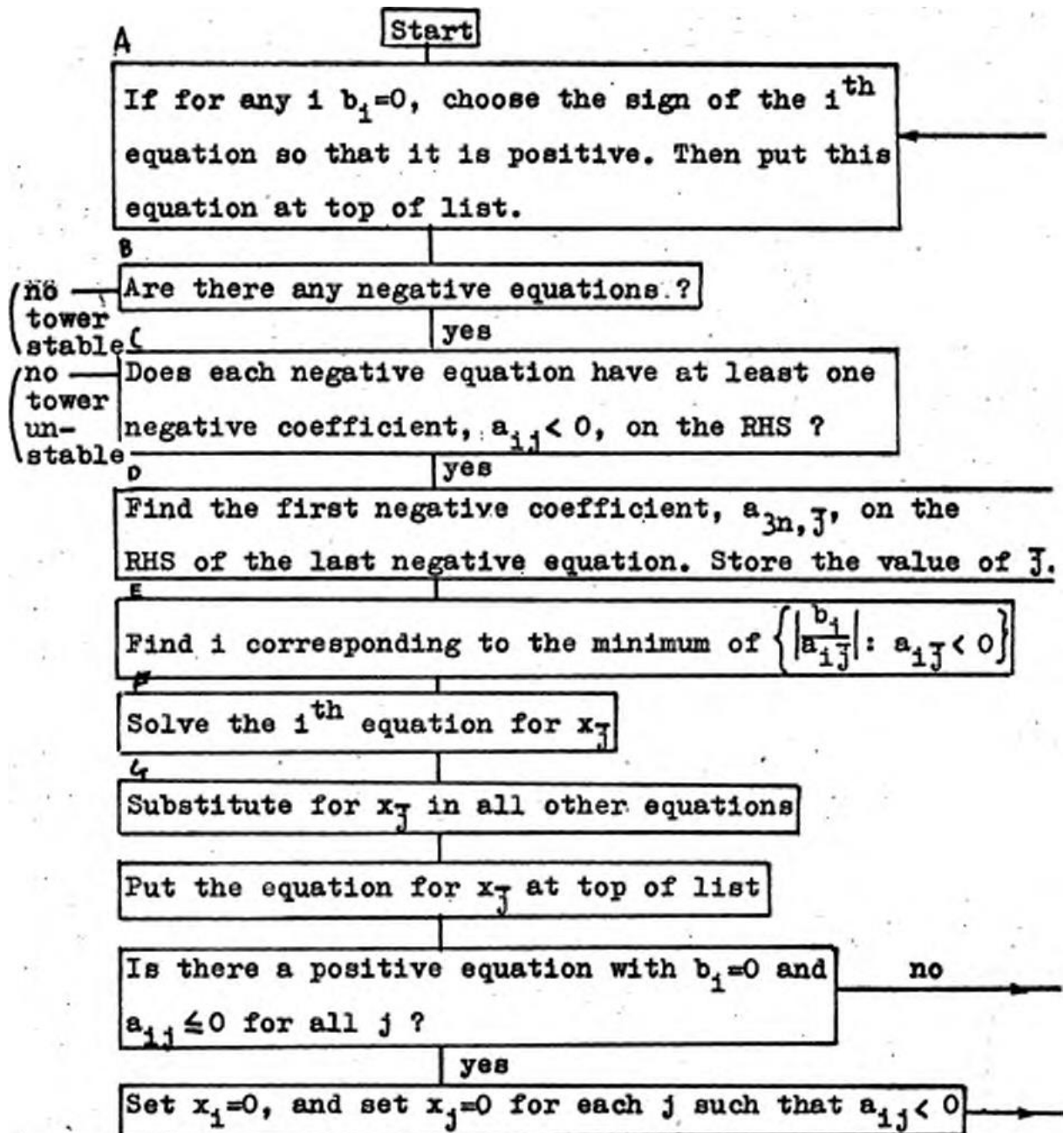
- (i) formułowane są równania $3n$ dla nieznanymi sił $3m$
- (ii) $3(m-n)$ siły są tymczasowo traktowane jako stałe, podczas gdy równania są rozwiązywane dla każdej z pozostałych sił $3n$
- (iii) rozwiązania są przedstawione w formie pokazanej poniżej, gdzie każdy $b_i \geq 0$

$$\begin{array}{ll} \text{positive} & x_1 = b_1 + a_{1,3n+1}x_{3n+1} + \dots + a_{1,m}x_m \\ \text{equations} & \vdots \\ & x_k = b_k + a_{k,3n+1}x_{3n+1} + \dots + a_{k,m}x_m \\ \text{negative} & -x_{k+1} = b_{k+1} + a_{k+1,3n+1}x_{3n+1} + \dots + a_{k+1,m}x_m \\ \text{equations} & \vdots \\ & -x_{3n} = b_{3n} + a_{3n,3n+1}x_{3n+1} + \dots + a_{3n,m}x_m \end{array}$$

Rzeczywisty program testujący działanie próbuje pozbyć się "ujemnych równań", ponieważ jeśli wszystkie równania są dodatnie, zmienne RHS mogą być ustawione na zero, i wymóg stabilności jest spełniony. Dokonuje się tego poprzez podstawienie zmiennej RHS z ujemny współczynnikiem dla ujemnej zmiennej LHS. Jeśli jednak ostatecznie dojdzie do równania ujemnego, które ma tylko dodatnie współczynniki RHS, to równanie to nigdy nie może być spełnione przy pomocy sił dodatnich, a konfiguracja jest niestabilna.

Z bardziej teoretycznego punktu widzenia program korzysta z następującego twierdzenia:
 Biorąc pod uwagę konfigurację bloku z M nieznanymi siłami i opisaną przez równania N , to jeśli istnieje w ogóle rozwiązanie stabilne, musi być jeden z siłami $M-N$ ustawionych na zero.

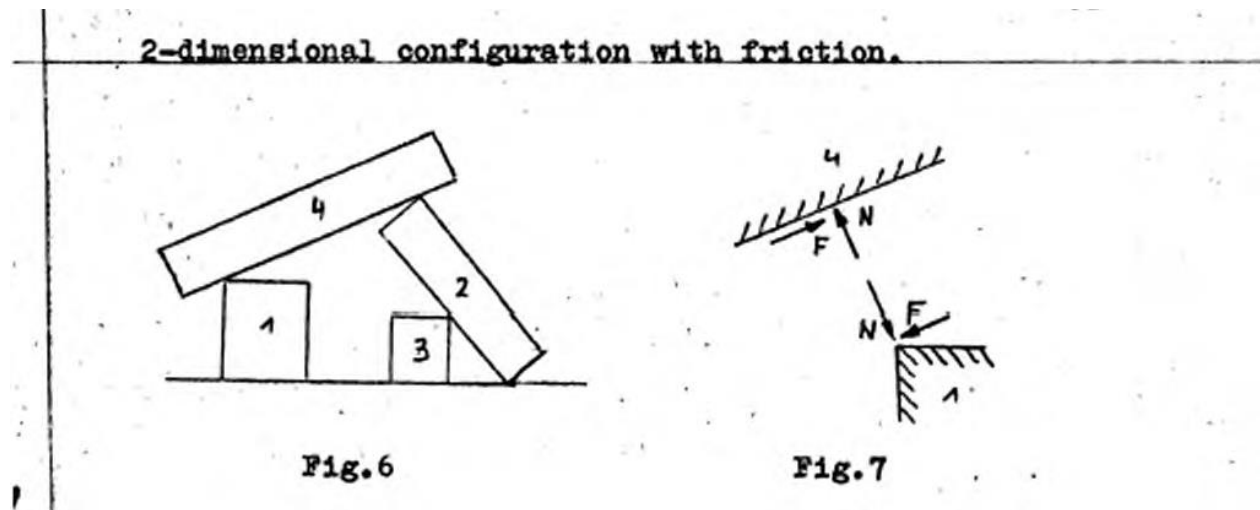
Schemat program:



II. 2-WYMIAROWA KONFIGURACJA Z TARCIEM

1. Statystyka

Ten 2-wymiarowy przykład pokazuje zasadniczą cechę, którą spotyka się w przypadku ogólnym Ryc. 6.



Jest intuicyjnie jasne, że prostokąt 4 może, ale nie musi, zsuwać się w dół w zależności od tarcia między 4 i 1, a 4 i 2. Siła reakcji w punkcie styku może zostać rozłożona na siły N i F , prostopadłe i równoległe do krawędzi prostokąta 4. (Ryc. 7). Wartość N może być tylko dodatnia i jest podobna do siły reakcji napotkanej w modelu bez tarcia.

F jest siłą tarcia i oznacza opór dwóch ciał, o ile są one w spoczynku. Oczywiście opór ten nie może być nieograniczony, i zależnie od powierzchni ciał i od sił z którą się opierają są przyciśnięte do siebie, pewna siła F może przekroczyć limit i bloki zaczną się ślizgać, a konfiguracja będzie niestabilna.

Eksperymenty wykazały, że $|F| \leq \mu N$ jest dobrym przybliżeniem tego górnego limitu. μ jest parametrem powierzchniowym, a N jest normalną siłą w punkcie styku. Aby zachować zgodność z założeniem, że siły występują tylko w pojedynczych punktach (a nie jako siły liniowe lub obszarowe) postulujemy, że te pojedyncze plamy są jedynymi obszarami o rozmiarach punktowych, w których występuje tarcie.

Oznacza to, że geometria wokół punktu tarcia nie wpływa na parametr powierzchni. Ponadto założymy, że prostokąty są wykonane z tego samego materiału. Stąd μ można uznać za stałą dla całego układu.

Istnieją trzy warunki równowagi dla każdego prostokąta (Fig.9).

$\sum P_x = 0$ forces in the direction of the x-axis

$\sum P_z = 0$ forces in the direction of the z-axis

$\sum M_y = 0$ moments with respect to the y-axis

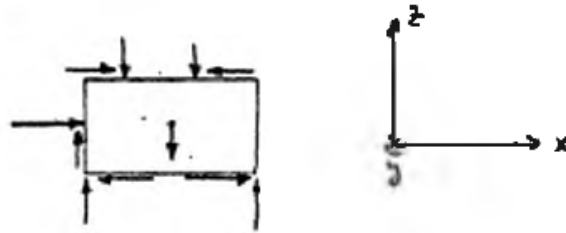


Fig. 9

2. Stabilność

Jak w rozdziale I, siły normalne muszą być nie ujemne, ponadto siły tarcia muszą być uzględniane

$$|P_i| \leq \mu N_i \quad (1)$$

gdzie P_i , może być dodatni lub ujemny, w zależności od kierunku, w którym zostały wprowadzone.

3. Program

W tym dwuwymiarowym przypadku z tarciem można zastosować ten sam program, jak opisano w rozdziale I, Trik polega na tym, aby wyrazić warunek Eq.1 w taki sposób, że wszystkie siły muszą być po prostu dodatnie aby zachować stabilność.

Można to zapisać następująco:

$$F_i + D_i^{(1)} = \mu N_i \quad (2)$$

$$-F_i + D_i^{(2)} = \mu N_i \quad (3)$$

Gdzie $D_i^{(1)}$ i $D_i^{(2)}$ są dodatnie dla Eq.1. Stąd po prostu musimy zastąpić każde F_i , w równaniu równowagi za pomocą równania Eq.2 i dodać równanie (pochodną z Eq.2 i 3).

$$D_i^{(1)} + D_i^{(2)} = 2\mu N_i \quad (4)$$

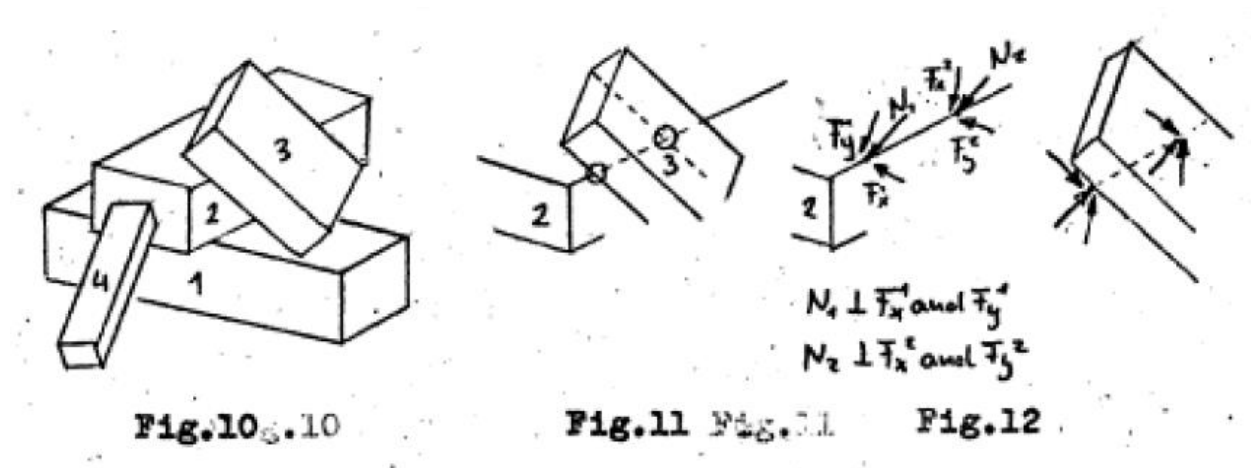
Powstały układ równań można traktować dokładnie tak, jak to opisano w rozdziale I.

III. GŁÓWNY PROBLEM Z TARCIEM

1. Statystyka

Fig.10 shows a typical configuration of blocks, Let us consider the reaction forces between block 1 and 2. Following the convention of chapter I we locate the only reaction forces at the encircled spots. (Fig 11).

Ryc. 10 pokazuje typową strukturę bloków, Rozważmy siły reakcji między blokami 1 i 2. Zgodnie z konwencją rozdziału I ,lokalizujemy jedyne siły reakcji w zaznaczonych miejscach. (Ryc. 11).



W każdym miejscu mamy normalną siłę i siłę tarcia. Niestety, z powodu dodatkowego wymiaru, kierunek każdej siły tarcia jest nieznany dwuwymiarowo, dlatego musimy wprowadzić dwa składowe ortogonalne, F_x i F_y . Fig.12 pokazuje siły reakcji.

Powstała siła tarcia:

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (5)$$

jest ona ograniczona przez:

$$|F| \leq \mu N \quad (6)$$

Tak jak poprzednio zakłada się, że μ jest stałe dla całej konfiguracji.

Statystyka pojedynczego bloku opisana jest przez zestaw sześciu równań.

$$\begin{aligned} \sum P_x &= 0 & \sum M_x &= 0 \\ \sum P_y &= 0 & \sum M_y &= 0 \\ \sum P_z &= 0 & \sum M_z &= 0 \end{aligned}$$

Równanie Eq.6 nie służy do określenia nieznanymi sił, ale jest nierównością która mówi kiedy opisany przykład jest niestabilny, tj. niemożliwy do zrealizowania w podanej postaci.

2. Stabilność

The stability criteria are as before. All normal forces must be positive, and all friction forces must obey Eq.5 and 6. It is evident that a nonlinear relation enters the calculations. This constitutes the essential difference between the general case with friction on the one hand and the 2-dimensional case with friction as well as the 3-dimensional case without friction on the other hand.

Kryteria stabilności są takie same jak wcześniej. Wszystkie siły normalne muszą być dodatnie, a wszystkie siły tarcia muszą być zgodne z Eq.5 i 6. Jest oczywiste, że stosunek nieliniowy musimy obliczyć. Stanowi to zasadniczą różnicę między ogólnym przypadkiem tarcia z jednej strony a przypadkiem 2-wymiarowym z tarcie, a także z trójwymiarową skrzynką bez tarcia.

3. Program

Istnieje kilka sposobów na wykonanie testu stabilności. Jedną ze strategii jest użycie równań liniowych i poszukiwanie rozwiązania, które jest stabilne. Jeśli istnieje takie rozwiązanie, wystarczy tylko podstawić wartości sił tarcia do nierówności typu

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq \mu N \quad (7)$$

Jeśli są spełnione, konfiguracja jest stabilna. Jeśli nie to mogą istnieć trzy powody.

- (i) siły tarcia i siły normalne zostały odrzucone jako statycznie zbędne w niespójny sposób,

Ryc.13 pokazuje taki przypadek. Jednak dzięki pewnej dodatkowej złożoności program można zmodyfikować go aby uniknąć takich przypadków.

- (ii) Ryc. 14 pokazuje patologiczny przypadek. Siły zostały odrzucone ale nadal inne siły mogą decydować o stabilności układu.

Normalna siła przy a lub b musi zostać odrzucona. Jeśli założymy, że b ma być przesunięty, blok 3 może nie przesunąć się do 2. Jeśli jednak normalna siła w punkcie b zostanie odrzucona, blok 3 dostanie dodatkowe obciążenie a, a nierówność będzie wskazywać "system niestabilny". Wydaje się niemożliwe, aby uniknąć tej pułapki i nadal mieć sprawny i szybki test. Jeżeli zachowana jest podstawowa strategia programu.

- (iii) Konfiguracja jest w rzeczywistości niestabilna - pożądany wynik.

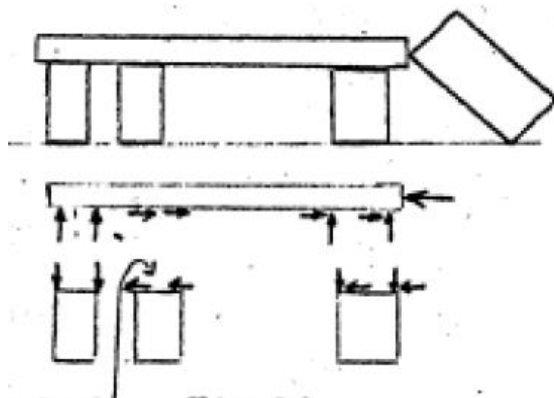


Fig. 13
F=0
because
N is discarded

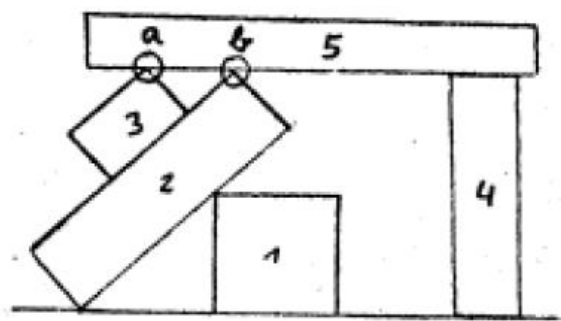


Fig. 14

Złożoność innych sposobów wykonywania testu stabilności wynika głównie z nieliniowości równania Eq.7. Uważam jednak, że ten wysiłek - ze strony programisty - i ten dodatkowy czas obliczeniowy - ze strony programu - nie jest tak naprawdę niezbędny, ponieważ górna granica sił tarcia podana równaniem Eq.6 jest dość surowym przybliżeniem relacji fizycznie złożonej. Parametr powierzchniowy μ ponadto nie jest dobrze zdefiniowany, ale zależy od każdego mikroskopowego zarysowania, które może, ale nie musi występować w danym miejscu. **W skrócie: jeśli można znaleźć rozsądne przybliżenie nieliniowości w Eq.7, nie pogorszy to ogólnej wydajności, ponieważ nie jest to pierwsze przybliżenie.**

Fig.15 shows the region for which $F_x^2 + F_y^2 \leq (\mu N)^2$.

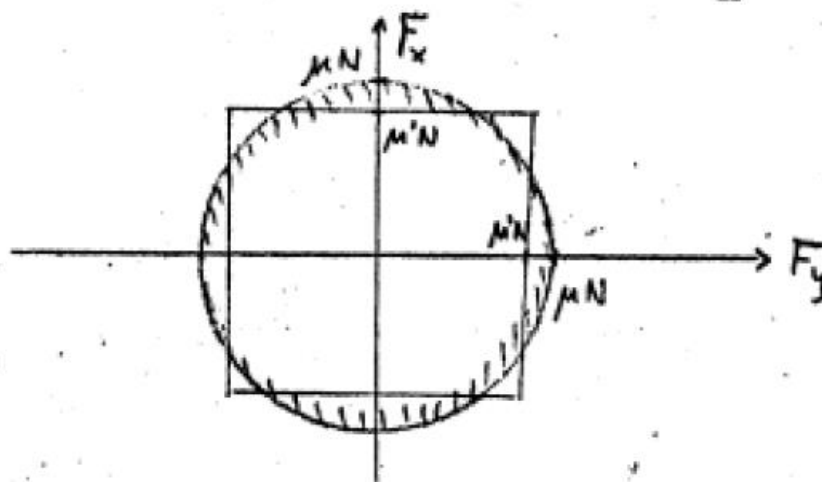


Fig.15

Jeśli przybliżamy okrąg do kwadratu to:

$$|F_x| \leq \mu' N \quad |F_y| \leq \mu' N$$

Teraz wracamy do ograniczenia liniowego i możemy zapisać tak, jak w rozdziale II

$$F_x + D_x^{(1)} = \mu' N \quad -F_x + D_x^{(2)} = \mu' N$$

$$F_y + D_y^{(1)} = \mu' N \quad -F_y + D_y^{(2)} = \mu' N$$

gdzie wszystkie D muszą być dodatnie, aby ograniczenia zostały spełnione.

Jeśli zamienimy każde F_i na $N_i - D_i^{(1)}$ i dodajemy równanie $D_i^{(1)} + D_i^{(2)} = 2$, Oryginalny program, jak opisano w rozdziale I, wykona test stabilności, a rozszerzenie do ogólnego przypadku z tarciami odbędzie się dość znośnie.

DODATEK

I. FUNKCJE DO ROZWIĄZYWANIA RÓWNAŃ STABILNOŚCI

Jako dane wejściowe przyjmuje zestaw równań w formacie zilustrowanym w przykładach na końcu sekcji II1. SUP1 rozdziela na nazwy zmiennych pojawiających się w równaniach, a także ich współczynniki. Współczynniki są przechowywane w macierzy, której elementy rzędowe są współczynnikami w kolejności odpowiadającego równania wyrażonego w postaci:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n + b_i = 0$$

(USTAWIENIE) Przenosi równania pośrednio do postaci pokazanej w iii) , poprzez zastosowanie odpowiednich operacji na macierzy współczynników. Wiersz odpowiadający przyczynowości rozwiązywanej dla zmiennej x_n w kategoriach zmiennych x_1, \dots, x_m wygląda następująco:

$$c_1, c_2, \dots, c_m, 0, \dots, 0, \pm 1, 0, \dots, 0, b$$

gdzie ± 1 pojawia się w n-tej kolumnie, a wartość b jest dodatnia. A ± 1 w n-tej kolumnie oznacza "ujemne" równanie.

(PĘTLA) Stosuje algorytm przedstawiony na stronie 6, Litery na polach na rysunku odpowiadają znacznikom w programie, jak podano w sekcji III, Program albo wysyła UNSTARLE, atom STABLE, albo CONTINUE. W tym drugim przypadku wskazano kolejną iterację programu LOOP.

(WYJŚCIE) Wyprowadza sformatowaną stan macierzy współczynników.

II. PRZYKŁAD

Równania odpowiadające tym przykładom znajdują się na końcu sekcji III.

Każdy blok czterech jednostek kwadratowych na poniższych schematach (rysunki 16-19) ma jedną jednostkę masy. Punkt, w którym działają siły, oznaczamy literami A, B itd., Które są używane jako odpowiednie zmienne równania.

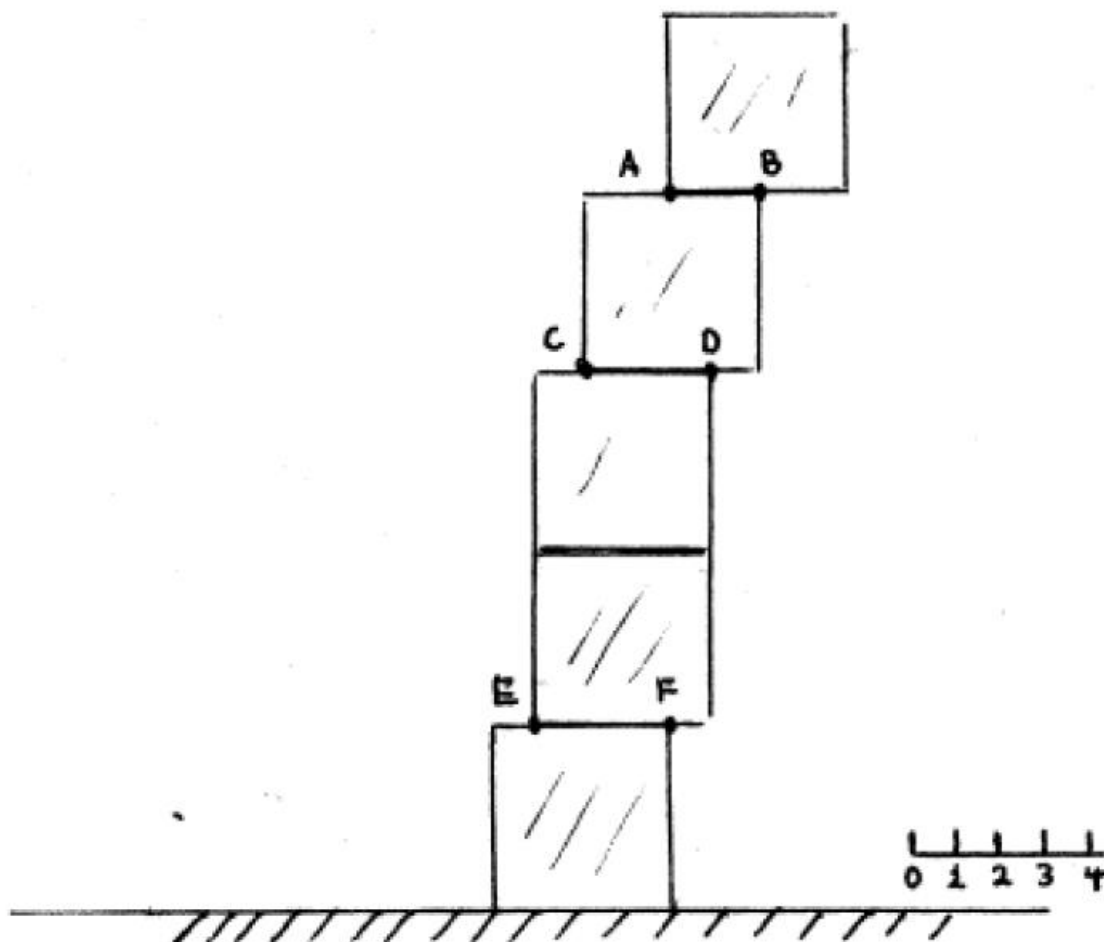


Figure 16

Równania siły (F) i momentu (M) dla sytuacji na rysunku 16 to:

F: $A+B=1$

M: $2A = 0$

F: $C+D = 2$

M: $6-3D = 0$

F: $F+E = 4$

M: $12-3D = 0$

Po wykonaniu programu SUP1 macierz współczynnika wynosi:

NIL	A	B	C	D	F	E	NIL
0	1.00	1.00	.00	.00	.00	.00	-1.00
0	2.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
0	.00	.00	1.00	1.00	.00	.00	-2.00
0	.00	.00	.00	-3.00	.00	.00	6.00
0	.00	.00	.00	.00	1.00	1.00	-4.00
0	.00	.00	.00	.00	-3.00	.00	12.00
NIL							

Po wykonaniu SETUP współczynniki są następujące:

NIL	A	B	C	D	F	E	NIL
2	.00	-1.00	.00	.00	.00	.00	1.00
1	1.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
3	.00	.00	1.00	.00	.00	.00	.00
4	.00	.00	.00	-1.00	.00	.00	2.00
6	.00	.00	.00	.00	.00	1.00	.00
5	.00	.00	.00	.00	-1.00	.00	4.00

Liczby w skrajnej lewej kolumnie pionowej są numerami zmiennych, które rozwiązano. Na przykład pierwsze równanie powyżej rozwiązano dla drugiej zmiennej, B.

Po wykonaniu LOOP wyprowadzany jest STABLE, ponieważ wszystkie równania zostały zredukowane do dodatnich:

NIL	A	B	C	D	F	E	NIL
2	.00	-1.00	.00	.00	.00	.00	1.00
1	-1.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
3	.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	.00
4	.00	.00	.00	-1.00	.00	.00	2.00
6	.00	.00	.00	.00	.00	-1.00	.00
5	.00	.00	.00	.00	-1.00	.00	4.00

Tak jak poprzednio, kwadratowe bloki mają masę jednostkową:

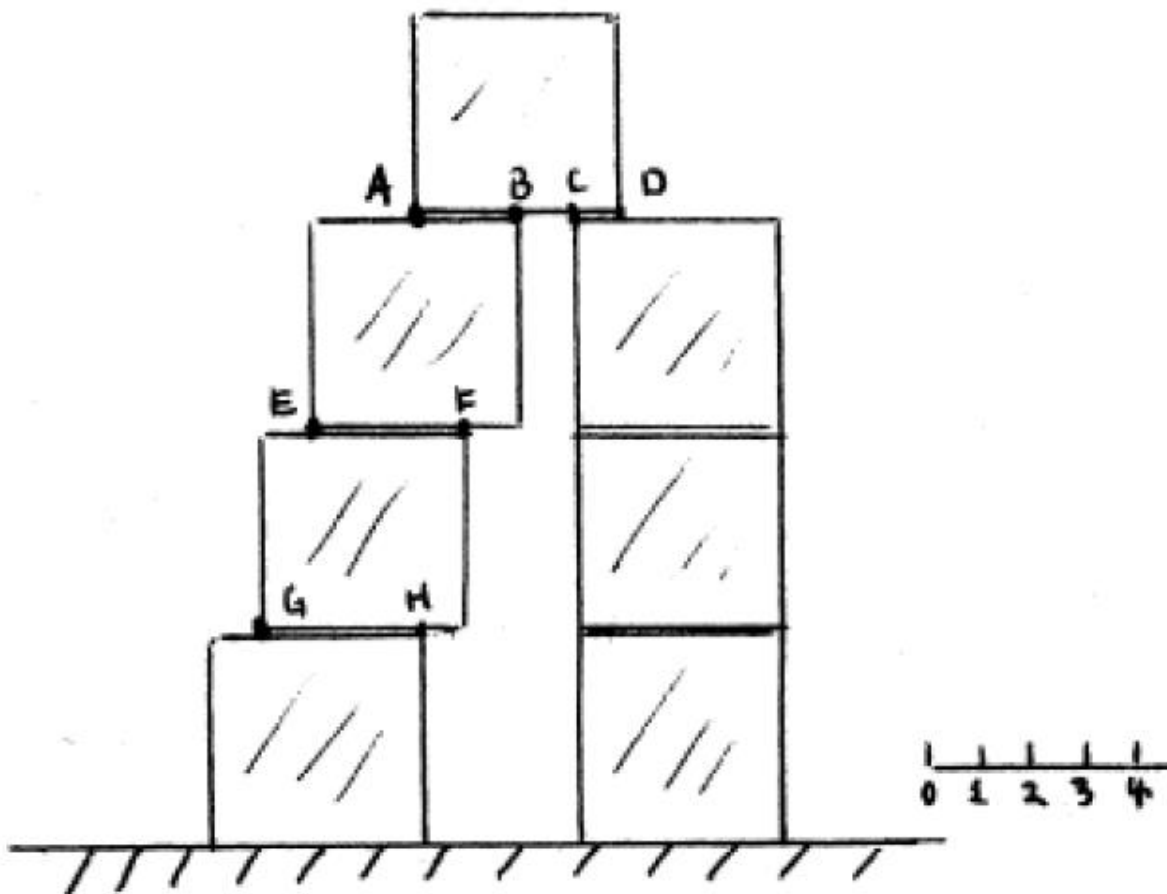


Figure 17.

Równania dla tej sytuacji to:

$$F: A + B + C + D = 1$$

$$M: 2 - 2B - 3C = 4D = 0$$

$$F: E + F = 1 + A + B$$

$$M: 3F - 2 - 2A - 4B = 0$$

$$F: G + H = 1 + E + F$$

$$M: E + 2 + 4F - 3H = 0$$

Wyniki zastosowania SUFI, SETUP i LOOP (trzy razy) są następujące:

NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
0	1.00	1.00	1.00	1.00	.00	.00	.00	.00	-1.00
0	.00	-2.00	-3.00	-4.00	.00	.00	.00	.00	2.00
0	-1.00	-1.00	.00	.00	1.00	1.00	.00	.00	-1.00
0	-2.00	-4.00	.00	.00	.00	3.00	.00	.00	-2.00
0	.00	.00	.00	.00	-1.00	-1.00	1.00	1.00	-1.00
0	.00	.00	.00	.00	1.00	4.00	.00	-3.00	2.00
NIL									

NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
3	-4.00	-2.00	-1.00	.00	.00	.00	.00	.00	2.00
4	-3.00	-1.00	.00	1.00	.00	.00	.00	.00	1.00
5	.33	-.33	.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	.33
6	.66	1.33	.00	.00	.00	-1.00	.00	.00	.66
7	.00	-.66	.00	.00	.00	.00	-1.00	.00	.33
8	.99	1.66	.00	.00	.00	.00	.00	-1.00	1.66
8									

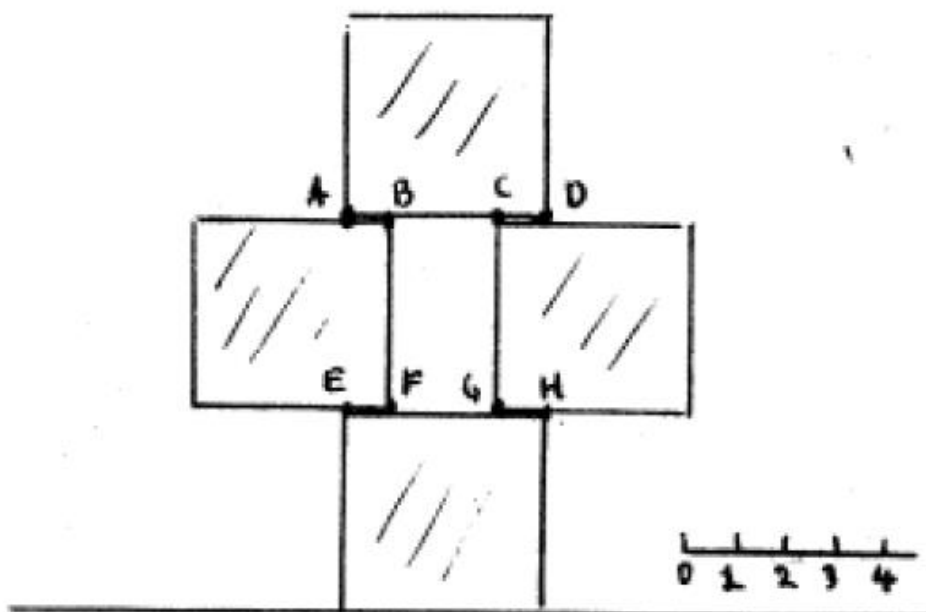
NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
2	.00	-1.00	.00	.00	.00	.00	-1.50	.00	.50
4	-3.00	.00	.00	1.00	.00	.00	1.50	.00	.49
5	.33	.00	.00	.00	-1.00	.00	.50	.00	.16
6	.66	.00	.00	.00	.00	-1.00	-2.00	.00	1.33
3	-4.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	3.00	.00	.99
8	.99	.00	.00	.00	.00	.00	-2.50	-1.00	2.50
8									

NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
1	-1.00	.00	.00	.33	.00	.00	.50	.00	.16
2	.00	-1.00	.00	.00	.00	.00	-1.50	.00	.50
5	.00	.00	.00	.11	-1.00	.00	.66	.00	.22
6	.00	.00	.00	.22	.00	-1.00	-1.66	.00	1.44
3	.00	.00	-1.00	-1.33	.00	.00	1.00	.00	.33
8	.00	.00	.00	.33	.00	.00	-1.99	-1.00	2.66
8									

NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
1	-1.00	.00	.00	.33	.00	.00	.50	.00	.16
2	.00	-1.00	.00	.00	.00	.00	-1.50	.00	.50
5	.00	.00	.00	.11	-1.00	.00	.66	.00	.22
6	.00	.00	.00	.22	.00	-1.00	-1.66	.00	1.44
3	.00	.00	-1.00	-1.33	.00	.00	1.00	.00	.33
8	.00	.00	.00	.33	.00	.00	-1.99	-1.00	2.66
8									

Pod koniec trzeciej iteracji program LOOP wysyła atom STABILNY.

Sytuacja wygląda następująco:



Warunki siły i momentu:

$$F: A+B+C+D = 1$$

$$M: 2A + B - C - 2D = 0$$

$$F: A+B+1 = R+F$$

$$M: A-E+2B-2F=0$$

$$F: C+D+1=G+H$$

$$M: 2C - 2G + D+H = 0$$

Stany macierzy współczynników po SUP1, SETUP i 2 iteracje LOOP:

NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
0	1.00	1.00	1.00	1.00	.00	.00	.00	.00	-1.00
0	2.00	1.00	-1.00	-2.00	.00	.00	.00	.00	.00
0	1.00	1.00	.00	.00	-1.00	-1.00	.00	.00	1.00
0	1.00	2.00	.00	.00	-1.00	-2.00	.00	.00	.00
0	.00	.00	1.00	1.00	.00	.00	-1.00	-1.00	1.00
0	.00	.00	2.00	1.00	.00	.00	-2.00	-1.00	.00
NIL									
NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
3	-4.00	-3.00	-1.00	.00	.00	.00	.00	.00	2.00
4	-3.00	-2.00	.00	1.00	.00	.00	.00	.00	1.00
5	1.00	.00	.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	2.00
6	.00	-1.00	.00	.00	.00	1.00	.00	.00	1.00
7	-4.00	-3.00	.00	.00	.00	.00	-1.00	.00	1.00
8	3.00	2.00	.00	.00	.00	.00	.00	-1.00	1.00
8									
NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
2	-1.33	-1.00	.00	.00	.00	.00	-.33	.00	.33
4	-.33	.00	.00	1.00	.00	.00	.66	.00	.33
5	1.00	.00	.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	2.00
6	1.33	.00	.00	.00	.00	1.00	.33	.00	.66
3	.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	1.00	.00	1.00
8	.33	.00	.00	.00	.00	.00	-.66	-1.00	1.66
8									
UNSTABLE									
NIL	A	B	C	D	E	F	G	H	NIL
2	-1.33	-1.00	.00	.00	.00	.00	-.33	.00	.33
4	-.33	.00	.00	1.00	.00	.00	.66	.00	.33
5	1.00	.00	.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	2.00
6	1.33	.00	.00	.00	.00	1.00	.33	.00	.66
3	.00	.00	-1.00	.00	.00	.00	1.00	.00	1.00
8	.33	.00	.00	.00	.00	.00	-.66	-1.00	1.66
8									

Po drugiej iteracji, element o nazwie UNSTABLE został wyprowadzony przez LOOP.