

Inés Alarcón
16008450

tarea demostración

demostrar que $e^{At} = M e^{\lambda t} M^{-1} = \begin{bmatrix} \cos t + \sin t & -2 \sin t & 0 \\ \sin t & \cos t - \sin t & 0 \\ 0 & 0 & e^{3t} \end{bmatrix}$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1+i & 1-i & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} F_1 \leftrightarrow F_3 \\ F_2 \leftrightarrow F_3 \\ F_3 \leftarrow F_3 - (\frac{1-i}{2}) \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1+i & 1-i & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+i & | & \frac{1-i}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{F_3 \leftarrow (\frac{1-i}{2}) F_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1+i & 1-i & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & \frac{i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -\frac{i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & \frac{i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$e^{At} = M e^{\lambda t} M^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1+i & 1-i \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{0t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{3t} \cos t + i e^{3t} \sin t & 0 \\ 0 & 0 & e^{3t} \cos t - i e^{3t} \sin t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 \\ \frac{i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & (1+i) e^{3t} \cos t + i e^{3t} \sin t & (1-i) e^{3t} \cos t - i e^{3t} \sin t \\ 0 & e^{3t} \cos t + i e^{3t} \sin t & e^{3t} \cos t - i e^{3t} \sin t \\ e^{0t} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 \\ \frac{i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e^{3t} \cos t + e^{3t} \sin t & -2 e^{3t} \sin t & 0 \\ e^{3t} \sin t & e^{3t} \cos t - e^{3t} \sin t & 0 \\ 0 & 0 & e^{0t} \end{bmatrix} \quad // \quad \frac{1}{e^{3t}}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos t + \sin t & -2 \sin t & 0 \\ \sin t & \cos t - \sin t & 0 \\ 0 & 0 & e^{2t} \end{bmatrix}$$