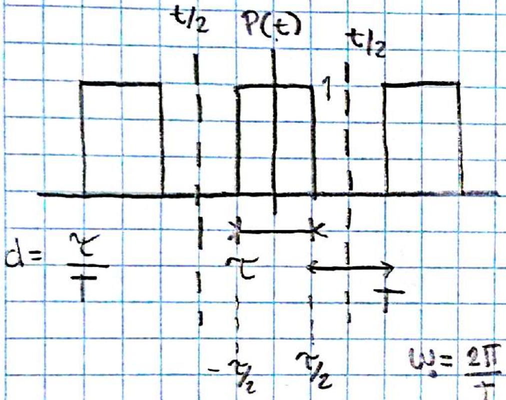
Hoja #16.

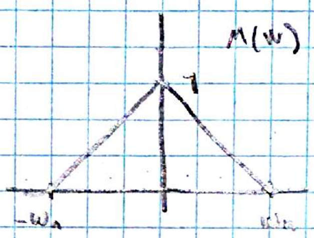
Iván Yosef Maldonado Arriaga
14003689
Sec. A.

1. la Señal $S(t)$ se genera multiplicado el mesaje $m(t)$, de bada limitada a B Hertz con una señal rectangular periodica par con un ciclo de trabajo $d = \tau / T$ y amplitud de 1 voltio.

a) Determine el espectro de $S(t)$ si $m(t) \leftrightarrow M(w)$ y $T < 1/2B$ segundos, asuma una función real y par para $M(w)$



$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$



$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} (1)\, e^{-jn\frac{2\pi}{T}t}\, dt$$

$$C_n = \frac{1}{T}\left[\frac{-T}{j2n\pi} e^{-\frac{j2n\pi}{T}t} \right]_{-\tau/2}^{\tau/2}$$

$$C_n = \frac{-1}{2jn\pi}\left[e^{-\frac{jn\pi\tau}{T}} - e^{\frac{jn\pi\tau}{T}} \right] ; \quad C_n = \frac{1}{n\pi} \sin(n\pi d)$$

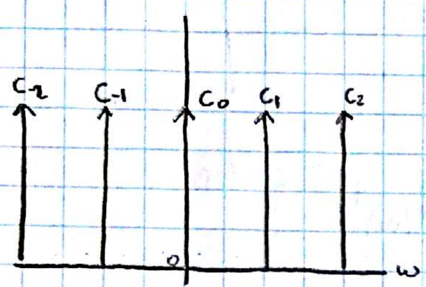
$$P(w) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \sin(n\pi d)\, \delta(\omega - n\omega_0)$$

$$P(\omega) = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi d) \quad y \quad \omega = n\frac{2\pi}{T}$$

$C_{-2} = -\sin(-2\pi d) = \sin(2\pi d)$, $\omega = -4\pi/T$
$C_{-1} = -2\sin(-\pi d) = 2\sin(\pi d)$, $\omega = -2\pi/T$
$C_0 = \{\text{Utilizado L'opital}\}\ \underline{2\cos(0\pi d)\pi d} = 2\pi d$, $\omega = 0$
$C_1 = 2\sin(\pi d) = 2\sin(\pi d)$, $\omega = 2\pi/T$
$C_2 = \sin(2\pi d) = \sin(2\pi d)$, $\omega = 4\pi/T$

$S(t) = m(t)P(t)$ y $m(t) \longleftrightarrow M(\omega)$ $\quad * \; F^{-1}[F_1(\omega) \otimes F_2(\omega)] = 2\pi f_1(t) f_2(t)$

$$m(t)P(t) \longleftrightarrow \frac{1}{2\pi}[M(\omega) \otimes P(\omega)]$$



$$= \frac{1}{2\pi}[M(\omega) \otimes (\ldots + C_{-2}\delta(\omega+2\omega_0) + C_{-1}\delta(\omega+\omega_0) + C_0\delta(\omega) + C_1\delta(\omega-\omega_0) + C_2\delta(\omega-2\omega_0) + \ldots)]$$

$$= \frac{1}{2\pi}[\ldots + M(\omega)\otimes C_{-2}\delta(\omega+2\omega_0) + M(\omega)\otimes C_{-1}\delta(\omega+\omega_0) + \ldots]$$

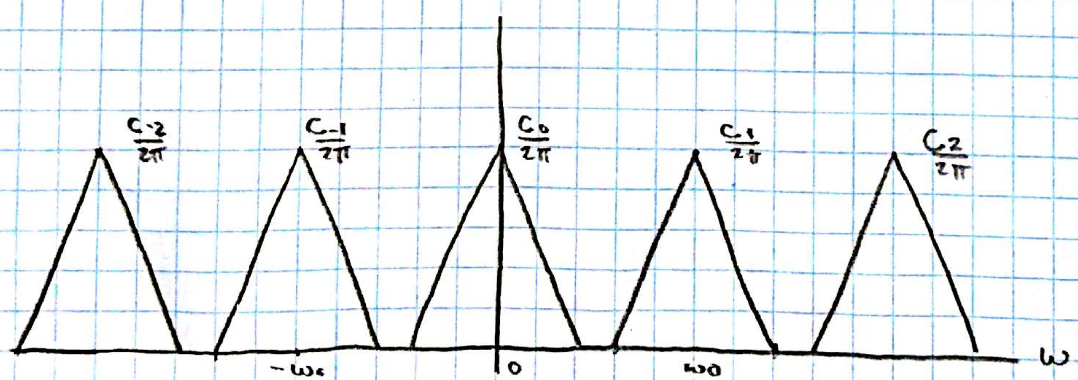
Desarrollando $M(\omega) \otimes C_{-2}\delta(\omega+2\omega_0)$

$$M(\omega) \otimes C_{-2}\delta(\omega-2\omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(n)\cdot C_{-2}\,\delta(\omega+2\omega_0-n)\,dn$$

$$= C_{-2}\int_{-\infty}^{+\infty} M(n)\,\delta(\omega+2\omega_0-n)\,dn \qquad n = \omega + 2\omega_0$$

$$= C_{-2}\,M(n)\Big|_{n=\omega+2\omega_0} \Rightarrow C_{-2}\,M(\omega+2\omega_0)$$

$$\Rightarrow S(\omega) = \ldots + \frac{C_{-2}}{2\pi}M(\omega+2\omega_0) + \frac{C_{-1}}{2\pi}M(\omega+\omega_0) + \frac{C_0}{2\pi}M(\omega) + \frac{C_1}{2\pi}M(\omega-\omega_0) + \frac{C_2}{2\pi}M(\omega-2\omega_0) + \ldots$$



b) Que propiedades debe poseer $m(t)$ para que $M(\omega)$ sea real? y par?

$m(t)$ debe ser par, continua y banda limitada.

$$\mathcal{F}\{m(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} m(t) e^{-i\omega t}\, dt$$

par　　Par　　　　　　par　　Impar.

$$= \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} m(t) \cos(\omega t)\, dt}_{\text{par}} + i \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} m(t) \sin(\omega t)\, dt}_{\text{Impar}}$$

$$M(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} m(t)\cos(\omega t)\, dt \leftarrow \text{Real y par.}$$

c) Puede recuperarse $m(t)$ apartir de $s(t)$ utilizado un filtro, pasa bajas?

Si $S(t)$ cumple con el teorema de muestreo de Nyquist. entonces. Entonces el filtro pasa bajas puede recuperar $m(t)$ ya que es una funcion propia de H que logra recuperar $m(t)$.

$$X(\omega) \longrightarrow \boxed{H(\omega)} \longrightarrow y(\omega) = H(\omega) X(\omega)$$

$$X_s(t) \longrightarrow \boxed{H_{LPF}} \longrightarrow X(t).$$

$\uparrow$ Fitro pasa bajas.

2. En un sistema de comunicaciones se utiliza multiplexión por división de tiempo para transmitir 32 canales de voz. Asuma que por canal se toma 8,000 muestras cada segundo y cada muestra se codifica utilizado 8 bits.

a) Determine el ancho de banda del canal que permita la transmisión de los 32 canales de voz.

$$C = B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$$

\# transmitir 32 canales de voz.
\# por canal hay 8,000 muestras / segundo
\# cada muestra tiene 8 bits de codificación

•) Información por segundo.

$$8{,}000\ \frac{\text{muestras}}{s} \times 8\ \frac{\text{bits}}{\text{muestra}} = 64{,}000\ \text{bits/s}$$

$$C = 64{,}000\ \text{bits/s}$$

•) Necesito distinguir 32 canales de voz, entonces

$$\sqrt{\frac{S+N}{N}} = 32 = \sqrt{1024}$$

entonces $1+\frac{S}{N} = 1024$

$$64{,}000\ \text{bits/s} = B\log_2(1024)$$

$$64{,}000\ \text{bits/s} = B(10)$$

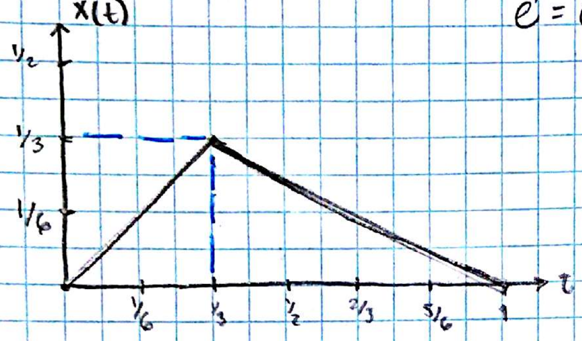
$$B = 6400\ Hz$$

$$B = 6.4\ kHz.$$

b) Explique como se puede recuperar un mesaje particular.

la información es enviada mediante pulsos por un canal, al llegar al receptor este interpreta los pulsos, mediante un filtro pasa bajas el cual recupera el mesaje enviado.

3. La señal $x(t)$ que se muestra se utiliza como la señal de ataque de un muestreador.



$e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x$

a) Se puede demostrar que

$$X(\omega) = \frac{1}{9} Sa^2\left(\frac{\omega}{6}\right) e^{-j\omega/3} + \frac{1}{18} Sa^2\left(\frac{\omega}{6}\right) e^{-j2\omega/3}$$

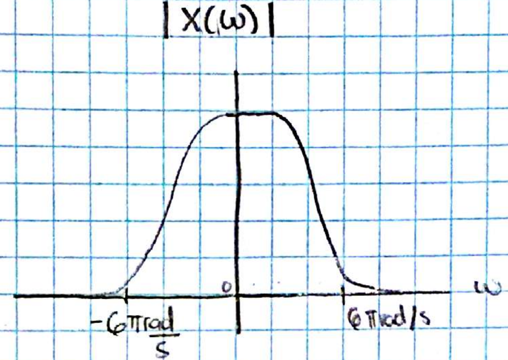
Donde $Sa(x) = \frac{\sin(x)}{x}$. Grafique $|X(\omega)|$ (magnitud del espectro de $x(t)$)

$$Re\{X(\omega)\} = \frac{1}{9} Sa^2\left(\frac{\omega}{6}\right)\cos\left(\frac{\omega}{3}\right) + \frac{1}{18} Sa^2\left(\frac{\omega}{6}\right)\cos\left(\frac{2\omega}{3}\right)$$

$$Im\{X(\omega)\} = -\frac{1}{9} Sa^2\left(\frac{\omega}{6}\right)\sin\left(\frac{\omega}{3}\right) - \frac{1}{18} Sa^2\left(\frac{\omega}{6}\right)\sin\left(\frac{2\omega}{3}\right)$$

$$|X(\omega)| = \sqrt{(Re\{X(\omega)\})^2 + (j\, Im\{X(\omega)\})^2}$$

b) Compute la frecuencia de Nyquist y el periodo de muestreo, correspondiente asumiendo que la mayor parte del contenido espectral está contenido, en el intervalo que va de 0 a 6π rad/s



$$\frac{2\pi}{1s} = 1\,Hz$$

$\omega_m = 6\pi$ rad/s

* Como me interesa el espectro, me interesa obtener el máximo valor de frecuencia

$$2\pi f_m = 6\pi$$

$$f_m = \frac{6\pi}{2\pi} \quad , \quad f_m = 3\,Hz \leftarrow \text{Frecuencia max.}$$

Frecuencia de Nyquist (rad/s).

$$T = \frac{1}{f_s}$$

$f_s \geq 2B$

$f_s \geq 2\,(6\pi \text{ rad/s})$

$f_s \geq 12\pi \text{ rad/s}$

$f_s \geq 2 f_m$

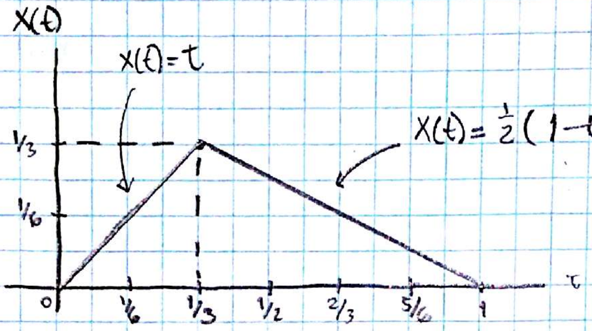
$f_s \geq 2\,(3\,Hz)$

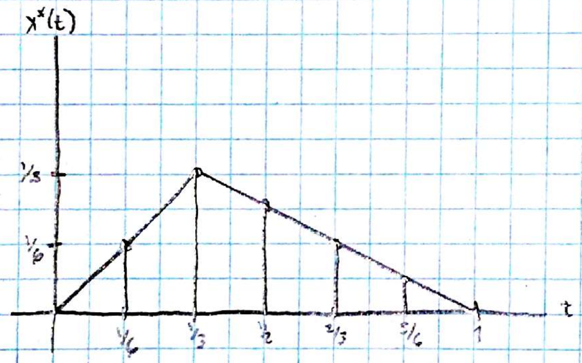
$f_s \geq 6\,Hz$

$$T = \frac{1}{6}$$

∴) se muestrea cada 1/6 segundos.

c) La señal $X(t)$ se muestra sin su filtrada. Dibuje la señal muestreada, $X^*(t)$, desde 0, hasta 1 segundo





$X^*(0) = 0$

$x^*(1/6) = 1/6 = 0.1667$

$x^*(1/3) = 1/3 = 0.3333$

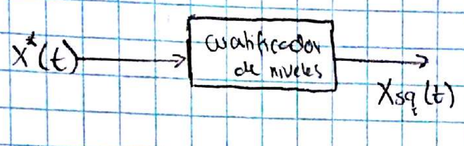
$x^*(1/2) = \frac{1}{2}(1-1/2) = 1/4 = 0.25$

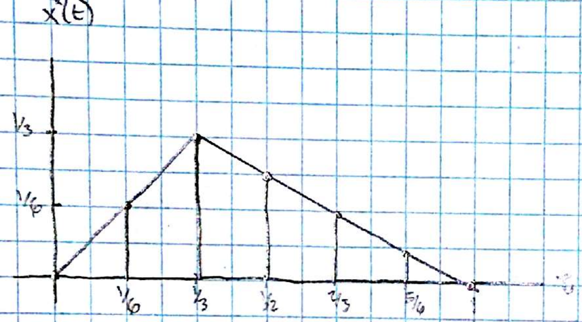
$x^*(2/3) = \frac{1}{2}(1-2/3) = 1/6 = 0.1667$

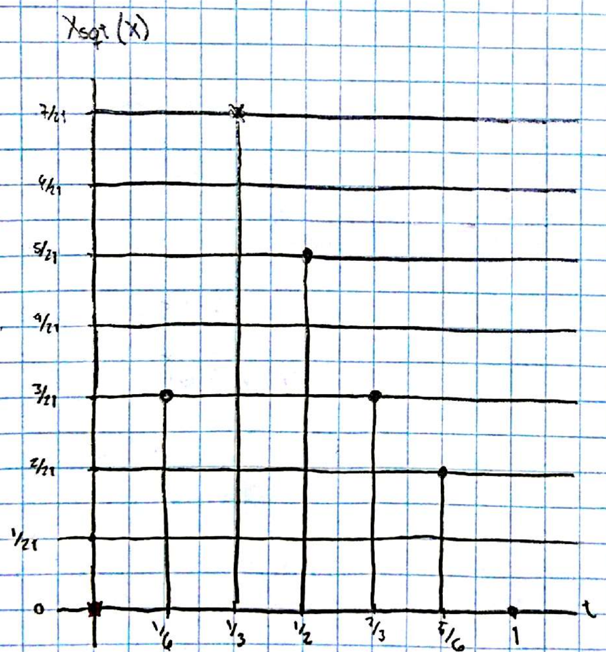
$x^*(5/6) = \frac{1}{2}(1-5/6) = 1/12 = 0.0833$

$x^*(1) = \frac{1}{2}(1-1) = 0$

d) la señal $x^*(t)$ se conecta a un circuito retenedor de orden 0 y la Salida del circuito se conecta a un ADC serial. Asuma que los niveles de cualificación estan dados por $a_i = \frac{i}{21}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, 7$ (8 niveles). Muestre los valores de la señal cualificada $X_{sq}(t)$.







$7/21 = 0.33$

$6/21 = 0.2857$

$5/21 = 0.2380$

$4/21 = 0.1904$

$3/21 = 0.1428$

$2/21 = 0.095$

$1/21 = 0.047$

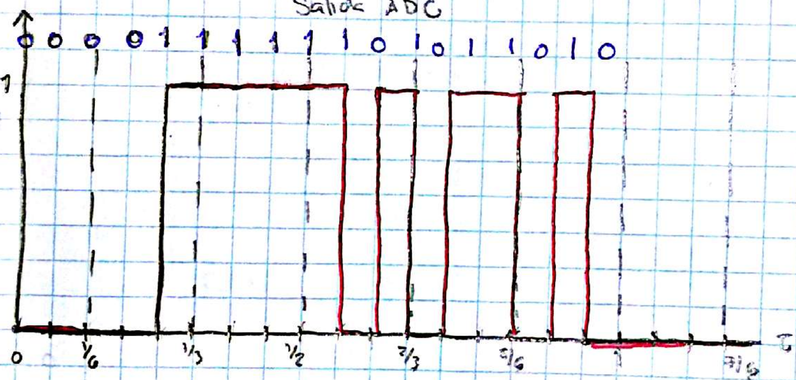
$0/21 = 0$

e) Dibuje una señal de salida del convertidor ADC serial, si se utiliza un codigo de 3 digitos binarios por cuantificacion de nivel,

R) Son 8 niveles. entonces

codigo	nivel	valor
0 0 0	0	0, 1
0 0 1	1	
0 1 0	2	5/6
0 1 1	3	1/6, 2/3
1 0 0	4	
1 0 1	5	1/2
1 1 0	6	
1 1 1	7	1/3

Salida ADC



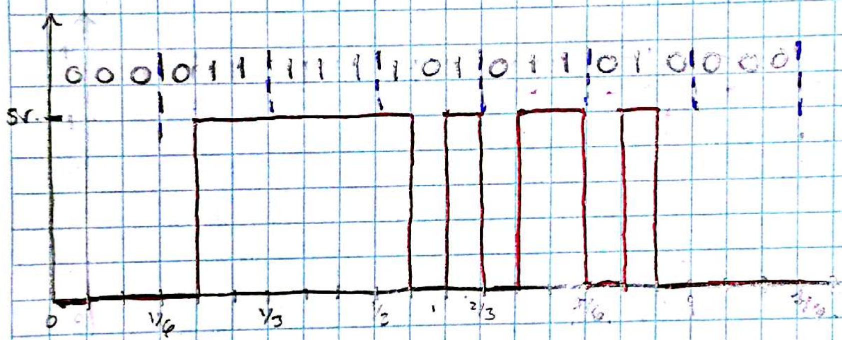
---- linea punteada representa los bajos.

4. la figura 1 muestra la salida de un ADC serial, El convertidor utiliza un código de 3 digitos binarios por nivel de cuatificación. Pibuje la señal de salida asumiendo que los valores están dados por

$$a_i = \frac{i}{21},\quad i = 0, 1, 2, \dots, 7, \text{ (8 niveles)}$$

*3 digitos binarios por nivel de cuatificacion
* Señal de salida? (Salida de DAC)

Recibo:



1/6 → 3

DAC de 3 bits. puede representar 2^3 valores = 8 valores (0 − 7).