

---

## HOJA DE TRABAJO NO. 4

---

### Instrucciones:

- Resuelva cada una de las cuestiones que se le presentan a continuación dejando constancia de todo procedimiento y razonamiento hecho.
  - Favor de entregar su trabajo en hojas tamaño carta debidamente engrapadas e identificadas con su nombre, número de carnet, fecha, curso y sección.
- 

### Serie 1 (Conceptos)

1. Demuestre que la *curvatura* en cada punto de una *recta* es cero.

### Serie 2 (Operatoria)

1. Dada la curva con ecuación  $y = x^2$  y el punto  $P(1, 1)$ .
  - a) Encontrar la ecuación de la *recta tangente* en el punto  $P$ .
  - b) Encontrar la ecuación de la *recta normal* al punto  $P$ .
  - c) Calcular la longitud de la *subtangente* y *subnormal*.
  - d) Encontrar el *radio* del centro de curvatura.
  - e) Encontrar la ecuación de la circunferencia *osculatriz* o círculo osculador.
  - f) Encontrar las ecuaciones paramétricas de la *evoluta*.
  - g) Utilice un software graficador para hacer un bosquejo de la curva y su evoluta.

**Nota: Recuerde parametrizar la función.**

2. Considere la curva con ecuaciones paramétricas  $C : \begin{cases} x = t^3 + t \\ y = 5t^3 - t, \end{cases}$  con  $-2 \leq t \leq 2$  y  $\hat{t} = \frac{1}{2}$ .
  - a) Encontrar la ecuación de la *recta tangente* en  $\hat{t}$ .
  - b) Encontrar la ecuación de la *recta normal* en  $\hat{t}$ .
  - c) Calcular la longitud de la *subtangente* y *subnormal*.
  - d) Encontrar el *radio* del centro de curvatura.
  - e) Encontrar la ecuación de la circunferencia *osculatriz* o círculo osculador.
  - f) Encontrar las ecuaciones paramétricas de la *evoluta*.
  - g) Utilice un software graficador para hacer un bosquejo de la curva y su evoluta.

**Respuestas.**

**Serie 2** (Operatoria)

1. a)  $y_t = 2x - 1.$

b)  $y_n = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x.$

c)  $S_T = \frac{1}{2}, S_N = 2.$

d)  $\rho = \frac{5^{3/2}}{2}.$

e)  $(x+4)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{5^3}{4}.$

f)  $\mathcal{E} : \begin{cases} h(t) = -4t^3 \\ k(t) = 3t^2 + \frac{1}{2}. \end{cases}$

2. a)  $y_t = \frac{11}{7}x - \frac{6}{7}.$

b)  $y_n = \frac{23}{44} - \frac{7}{11}x.$

c)  $S_T = \frac{7}{88}, S_N = \frac{11}{56}.$

d)  $\rho = \frac{18}{\left(\frac{85}{8}\right)^{3/2}}.$

e)  $\left(x + \frac{575}{576}\right)^2 + \left(y - \frac{667}{576}\right)^2 = \frac{\left(\frac{85}{8}\right)^3}{18^2}.$

$$B > \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

“Be greater than average”.