Hoja #15

Ivan Yosef Maldonado Arriaga
14003689
Sec. A.

1. Encuentre y grafique $P(\omega)$ si $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$

*Ayuda: $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$

\# Necesitamos obtener $P(\omega)$

°) Sabemos que $P(t)$ es una señal periodica por que

$$P(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

Donde: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ y $C_n = \frac{1}{T}\int_T P(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$

Desarollando $P(t)$

$$P(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$P(t) = \ldots + C_{-1} e^{-j\omega_0 t} + C_0 + C_1 e^{j\omega_0 t} + \ldots$$

$A \longleftrightarrow 2\pi A \delta(\omega)$ {transformada de fourier}

$e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow 2\pi \delta(\omega - \omega_0)$

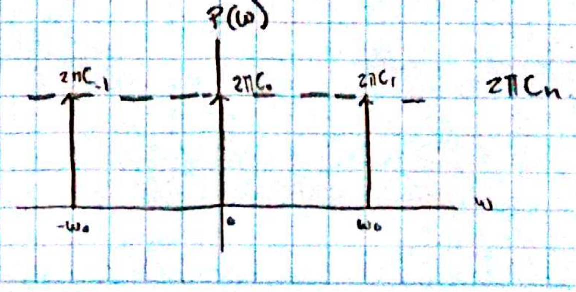
\# Cambiando del dominio del tiempo al dominio de frecuencia

$$P(\omega) = \ldots + 2\pi C_{-1} \delta(\omega+\omega_0) + 2\pi C_0 \delta(\omega) + 2\pi C_1 \delta(\omega - \omega_0) + \ldots$$

Entonces obtenemos que

$$P(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \delta(\omega + n\omega_0)$$

Grafica:



Buscamos C_n

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{T} P(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt \Rightarrow C_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$$

* Sabemos que

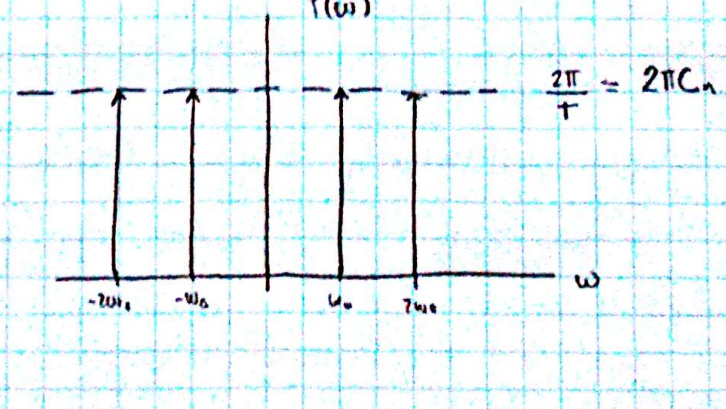
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)\Bigg|_{-\frac{T}{2}}^{T/2} = \delta(t) \Rightarrow C_n = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{T/2} \delta(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$$

$$\frac{1}{T}\, e^{-jn\omega_0 t}\Bigg|_{t=0} = \frac{1}{T} //$$

Entonces

$$P(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n\, \delta(\omega + n\omega_0)$$

$$P(\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega + n\omega_0)$$



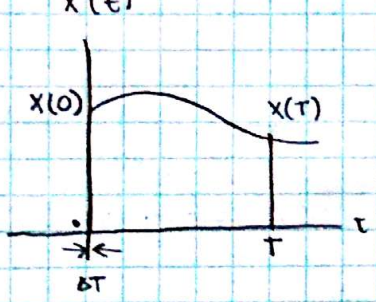
2. Encuentre la grafica de la transformada de Fourier de

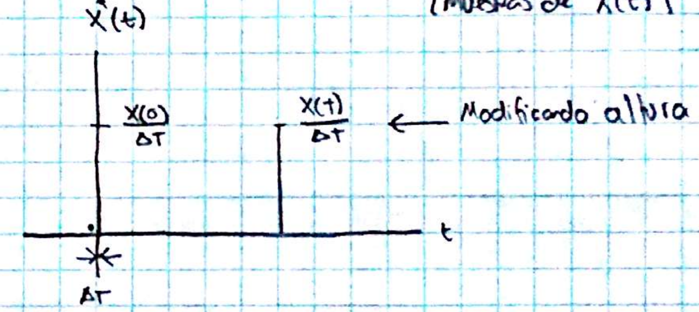
$$X^*(t) = X(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT).$$

Asuma que $X(\omega)$ es una función real y par,

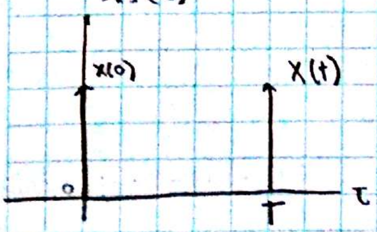
*Ayuda: Use la propiedad de multiplicación de la transformada de fourier.

Suponemos una señal y su señal muestreado.

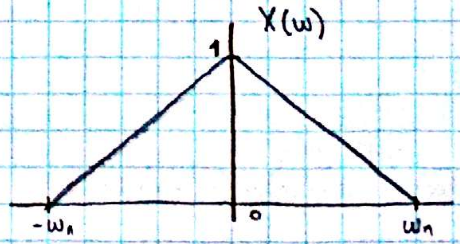




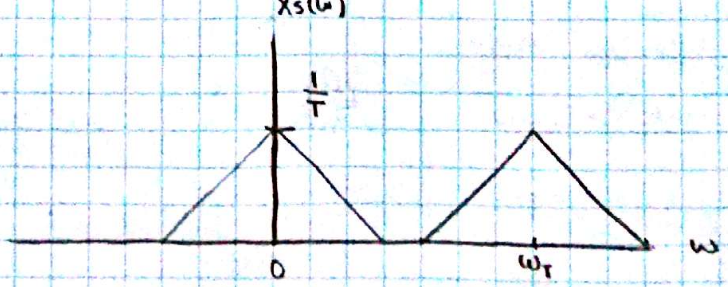
Cuando $\Delta T \to 0$



Si $X(\omega)$ es una funcion par y real la transformada de fourier es 0 apartir de ω_n.



Aplicado propiedad de multiplicacion obtenemos $X_s(\omega)$.

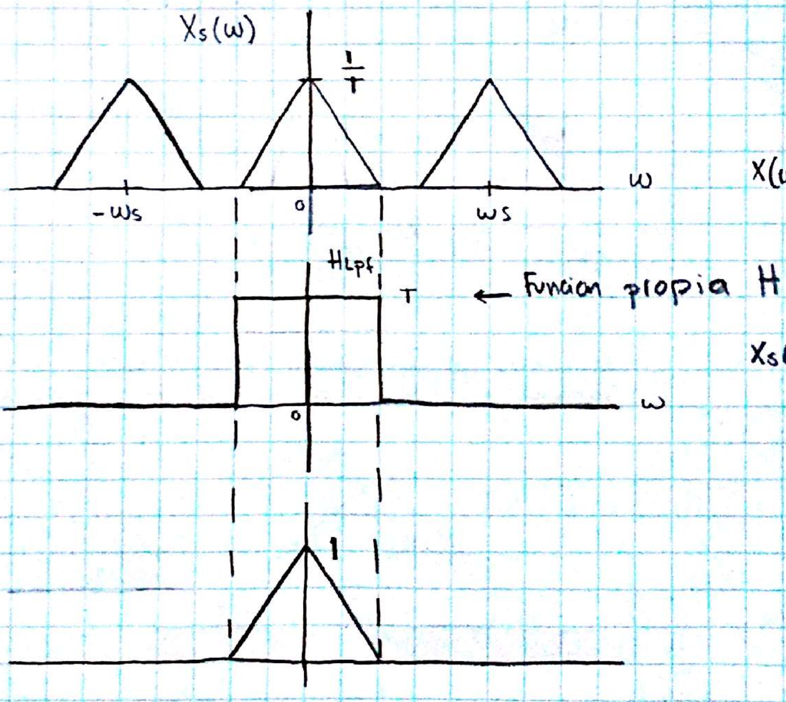


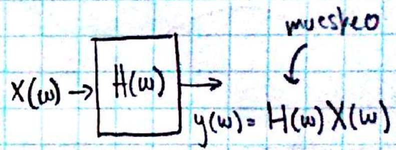
3. Pruebe que una Señal con banda limitada a B hertz, puede reconstruirse aparhr de sus muestras utilizando un filtro pasa bajas si el periodo de muestreo es $T < 1/2B$ segundos. Asuma muestreo ideal.

$T = \frac{1}{f}$ $\Rightarrow$ frecuencia de muestreo debe ser $f_m > 2B$

En un muestreo ideal

•) Asumir señal de muestreo:





como $X(t)$ es de banda limitada, entonces:

$$\omega_s - \omega_m > \omega_m$$

$$\omega_s > 2\omega_s$$

$$f_s > 2f_m$$

$$f_s > 2B$$

f_m - frecuencia maxima
en este caso B.

4. Justifíce las condiciones que se deben seguir, para que una señal continua en el tiempo pueda recuperarse apartir de sus muestras.

•) Se debe cumplir que la frecuencia de muestreo, (para la señal de muestreo), debe ser de mayor que 2 veces la frecuencia maxima.

$F_s > 2f_m$, para cumplir con el teorema de muestreo de Shannon.

•) la señal debe estar banda limitada.

> que una señal este banda limitada, quiere decir que su espectro. (distribución de amplitudes para cada frecuencia) es limitado. Es diferente de ∅ solo en un determinado intervalo de frecuencias.

esta propiedad nos permite diferencia valores dentro de la señal.