I ¤ĂŕśÇŋĂĽĂ

jueves, 15 de julio de 2021 16:21

16003303 – Darwin Galicia

1. Responda las siguientes preguntas
   a. ¿Qué significa que un sistema sea lineal, continuo y determinístico?
   b. Describa las propiedades de los sistemas lineales
   c. ¿Qué es la ecuación Input-Output del Sistema?
   d. ¿Qué es función de transferencia del Sistema?
   e. ¿Qué es un sistema de estados?
   f. ¿Qué es un estado?
   g. ¿Qué es la matriz de estado del sistema?

a. Si un sistema es lineal, cumple el principio de superposición y ademas es invariante en el tiempo, los sistemas continuos son los que necesitan infinitos grados para ser definido y es determinístico por que producirá siempre la misma salida a partir de las mismas condiciones iniciales.

b. Son homogeneos (invariantes en el tiempo) y cumplen con superposición

c. Ecuación difierencial que relaciona la entrada con la salida.

d. Es el cociente entre la transformada de laplace de la salida y la transformada de laplace de la entrada.

e. Es una representación que permite tener multiples entradas y salidas, esta descrito por variables internas llamadas variables de estado.

f. Es una variable interna que describe al sistema

g. Es la matriz que multiplica a las variables de estado en las ecuaciones de estado.

2. Escriba el siguiente sistema en representación de estados
   a. $8\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} + x = 5u$

Orden 2, 2 ec. de orden 1

Variables de Estado

$$X_1 = X \qquad \dot{X}_1 = \dot{X} \qquad \dot{X}_1 = X_2$$
$$X_2 = \dot{X} \qquad \dot{X}_2 = \ddot{X} \qquad \dot{X}_2 = -\tfrac{3}{8} X_2 - \tfrac{1}{8} X_1 + \tfrac{5}{8} u$$

$$8\ddot{x}+3\dot{x}+x=5u$$

$$\ddot{x}=\frac{5u}{8}-\frac{3\dot{x}}{8}-\frac{x}{8}$$

Ec de Estado

$$=-\frac{3}{8}x_2-\frac{1}{8}x_1+\frac{5}{8}u$$

De forma $\dot{x}=Ax+Bu$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1/8 & -3/8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 5/8\end{bmatrix}u$$

Ec. de salida

De forma $y=Cx+Du$ $\qquad y=x \rightarrow y=x_1$

$$[y]=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}u$$

b. $4\frac{d^3x}{dt^3}+2\frac{d^2x}{dt^2}+7\frac{dx}{dt}+x=3u;\ y_1=\dot{x}$

Orden 3, 3 ec. de orden 1

Variables de Estado

$x_1=x$	$\dot{x}_1=\dot{x}$	$\dot{x}_1=x_2$
$x_2=\dot{x}$	$\dot{x}_2=\ddot{x}$	$\dot{x}_2=x_3$
$x_3=\ddot{x}$	$\dot{x}_3=\dddot{x}$	$\dot{x}_3=-1/2\,x_3-7/4\,x_2-1/4\,x_1+3/4\,u$

$$4\dddot{x}+2\ddot{x}+7\dot{x}+x=3u$$

$$\dddot{x}=-\frac{1}{2}\ddot{x}-\frac{7}{4}\dot{x}-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}u$$

$$=-\frac{1}{2}x_3-\frac{7}{4}x_2-\frac{1}{4}x_1+\frac{3}{4}u$$

Ec de Estado

De forma $\dot{x}=Ax+Bu$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-1/4&-7/4&-1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\3/4\end{bmatrix}u$$

Ec. de salida

De forma $y = Cx + Du$ $\qquad y_1 = \dot{x} \rightarrow y_1 = x_2$

$$[y_1] = [0 \;\; 1 \;\; 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}u$$

c. $8\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{dx}{dt}+x=5u;\;\; y_1=x,\; y_2=\dot{x}$

Orden 2, 2 ecuaciones de orden 1

Variables de Estado

$$x_1 = x \quad \Big| \quad \dot{x}_1 = \dot{x} \rightarrow \dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = \dot{x} \quad \Big| \quad \dot{x}_2 = \ddot{x} \rightarrow \dot{x}_2 = 5/8\,u - 1/8\,x_2 - 1/8\,x_1$$

$$8\ddot{x} + x_2 + x_1 = 5u$$

$$8\ddot{x} = 5u - x_2 - x_1$$

$$= \frac{5}{8}u - \frac{1}{8}x_2 - \frac{1}{8}x_1$$

Ec de Estado

De forma $\dot{x} = Ax + Bu$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\\-1/8&-1/8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\5/8\end{bmatrix}u$$

Ec. de salida

De forma $y = Cx + Du$

$$y_1 = x \rightarrow y = x_1$$

$$y_2 = \dot{x} \rightarrow y = x_2$$

$y_1 = x \longrightarrow y = x_1$

$y_2 = \dot{x} \longrightarrow y = x_2$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

d. $\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + x = 3u_1 + 2u_2;\ y_1 = x$

Orden 2, 2 ec de orden 1

$$\begin{array}{l|l} x_1 = x & \dot{x}_1 = \dot{x} \longrightarrow \dot{x}_1 = x_2 \\ x_2 = \dot{x} & \dot{x}_2 = \ddot{x} \longrightarrow \dot{x}_2 = 3u_1 + 2u_2 - 4x_2 - x_1 \end{array}$$

$$\ddot{x} + 4x_2 + x_1 = 3u_1 + 2u_2$$

$$\ddot{x} = 3u_1 + 2u_2 - 4x_2 - x_1$$

Ec de Estado

De forma $\dot{x} = Ax + Bu$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Ec. de salida

De forma $y = Cx + Du$

$y_1 = x \longrightarrow y_1 = x_1$

$$\begin{bmatrix} y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$