Examen

sábado, 27 de febrero de 2021 9:23

1. (15 pts.) Responda las siguientes preguntas (verdadero/falso):

1) Si $r^2 = 1$ entonces FRM=FRP.	Verdadero Falso
2) El coeficiente de determinación mide el grado de asociación entre dos o mas variables.	Verdadero Falso
3) Heterocedasticidad implica que $var(u_i \| X_i)$ es constante.	Verdadero Falso
4) En el modelo MCO, el numero de observaciones debe ser mayor que el numero de parámetros por estimar.	Verdadero Falso
5) La linea de regresión nunca pasa por las medias muestrales.	Verdadero Falso

2. (15 pts.) Responda únicamente 3 de las siguientes preguntas:

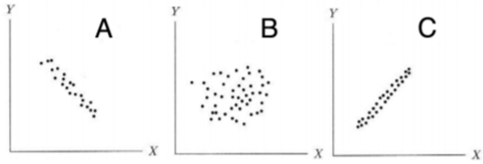
(a) ¿Cuál es la diferencia entre la función de regresión poblacional y la función de regresión muestral? Explique brevemente (tres oraciones máximo).

(b) ¿Cuál es la diferencia entre estimador puntual y estimador de intervalo?

(c) ¿Es el modelo de regresión $Y_i = \beta_1 + 2\beta_2^3 X_i + u_i$ lineal? (si/no, explique)

(d) ¿Cual es la diferencia entre $\hat{Y}$ y Y ?

(e) Para cada uno de los diagramas de disperción, determinar si el coeficiente de correlación r de Pearson es positivo, negativo o igual a cero.



a) FRP es una predición, que utiliza toda la población
FRM es un modelo estimado, que usa solo una muestra de la población

c) Falso, esto debido al B_2^3 hace que el modelo no sea lineal

e) Negativo
cero
Positivo

3. (15 pts.) Se utilizaron 6 muestras diferentes, de una misma población, para determinar las siguientes FRM's. Determinar la FRP. (Aproximar sus resultados a 2 dígitos)

Muestra	FRM
1	$\hat{Y} = 2.5X_1 + 3X_2 + 8$
2	$\hat{Y} = 2.8X_1 + 1.87X_2 + 7.1$
3	$\hat{Y} = 2.3X_1 + 3.1X_2 + 8.2$
4	$\hat{Y} = 3X_1 + 2X_2 + 6$
5	$\hat{Y} = 2X_1 + 4X_2 + 10$
6	$\hat{Y} = 2.75X_1 + 3.23X_2 + 7$

$$\beta_x = \frac{\sum \hat{\beta}_x}{n} \qquad n = 6$$

$$\beta_3 = \frac{\sum \hat{\beta}_3}{n} = \frac{2.5 + 2.8 + 2.3 + 3 + 2 + 2.75}{6} = 2.6$$

$$\beta_2 = \frac{\sum \hat{\beta}_2}{n} = \frac{3 + 1.87 + 3.1 + 2 + 4 + 3.23}{6} = 2.9$$

$$\beta_1 = \frac{\sum \hat{\beta}_1}{n} = \frac{8 + 7.1 + 8.2 + 6 + 10 + 7}{6} = 7.7$$

$$\therefore\ Y = \beta_1 x + \beta_2 X_2 + U_i$$
$$= 2.6X_1 + 2.9X_2 + 7.7$$

4. (10 pts.) Demuestre 2 de los enunciados presentados a continuación.

(a) Demuestre que el punto $(\bar{X}, \bar{Y})$ siempre pertenece a la recta de regresión.

(b) Demuestre que $\bar{Y} = \bar{\hat{Y}}$, recuerde que $\sum(X_i - \bar{X}) = 0$.

(c) Sean $\hat{\beta}_{XY}$ y $\hat{\beta}_{YX}$ las pendientes de la regresión de Y sobre X y de X sobre Y, respectivamente. Demuestre que

$$\hat{\beta}_{XY}\hat{\beta}_{YX} = r^2$$

Donde r es el coeficiente de correlación entre X y Y.

a) $(\bar{X}, \bar{Y})$ pertenece a la recta de regresión

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i \qquad // \Sigma$$

$$\Sigma Y_i = n\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \Sigma X_i \qquad \times 1/n$$

$$y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_1 \qquad // \Sigma$$

$$\Sigma y_i = n\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \Sigma x_1 \qquad * 1/n$$

$$\frac{1}{n}\Sigma y_1 = \hat{\beta}_1 + \frac{\hat{\beta}_2 \Sigma x_1}{n}$$

si:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\Sigma y_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\Sigma x_i$$

entonces

$$\bar{y} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \bar{x}$$ pertenece a la recta

b) $\bar{y} = \bar{\hat{y}}$

$$u_i = y_1 - E(y|x_i)$$
$$= y_1 - \bar{y} \qquad * \Sigma$$

$$\Sigma u_i = \Sigma(y_1 - \hat{y}) \qquad // 1/n$$

$$\frac{1}{n}\Sigma u_i = \frac{1}{n}\Sigma(y_1 - \hat{y}) = 0$$

$$\therefore \bar{y} - \bar{\hat{y}} = 0 \rightarrow \bar{y} = \bar{\hat{y}}$$

5. (15 pts.) Complete la siguiente tabla y demuestre que $\hat{\beta}_1 = 2.4067$ y $\hat{\beta}_2 = 0.115$ son los estimadores MCO.

	X	Y	y	x	xy	x^2
	1	3	0.134	-3	-0.402	9
	2	1.87	-0.996	-2	1.992	4
	3	3.1	0.234	-1	-0.234	1
	4	2	-0.866	0	0	0
	5	4	1.134	1	1.134	1
	6	3.23	0.364	2	0.728	4
	7	2.87	0.004	3	0.012	9
Σ	28	20.066	0.008	0	3.23	28
μ	4	2.866				

Recuerde que $y_i = Y_i - \bar{Y}$ y $x_i = X_i - \bar{X}$.

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{3.23}{28} = \underline{\underline{0.115}}$$

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X} = 2.866 - 0.115(4) = 2.4\underline{\underline{067}}$$