# Códigos de Hamming

Fecha:

| $S_i$ | $X_i$ Cod. Fuente |
|---|---|
| $S_0$ | 0000 |
| $S_1$ | 0001 |
| $S_2$ | 0010 |
| $S_3$ | ⋮ |
| $S_4$ | |
| $S_5$ | |
| ⋮ | |
| $S_{11}$ | 1011 |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 ↙ #3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | X | X | 0 | X | 0 | 1 | 0 | X |
| | 0 | | 0 | | 0 | | 0 | |
| | | X | 0 | | | 1 | 0 | |
| | | | | X | 0 | 1 | 0 | |
| $y_i^T$ → | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| | $P_1$ | $P_2$ | $D_1$ | $P_3$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ | |

#1 No usar los números $2^n$
$2^0=1$ $2^1=2$ $2^2=4$ $2^3=8$

#2 Elijo cualquiera ($S_2$)

#3 Borro columnas después del último dígito.

#4 Filas

#5 Sumamos los módulos 2 para encontrar el valor de "X."

#6 copio 2, salto 2.

#7 Suma módulo 2, para "X".

#8 copio 3, salto 3.

#9

$$y_i \rightarrow \boxed{\text{canal}} \rightarrow R_i = y_i + \overset{\text{ruido}}{n_i}$$

provocamos poner un error (3)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $R_i^T$ → | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| | 0 | | 1 | | 0 | | 0 | × no tiene paridad, tiene que ser par |
| | | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | × no paridad |
| | | | | 1 | 0 | 1 | 0 | ✓ 4 |
| | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | ← $y_i^T$ |
| | | | $D_1$ | | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ | |

Fecha:

Código (22, 17) de H.

codificar

10110110001111011

nota $k = 17$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | x | 1 | x | 0 | 1 | 1 | x | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | x | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

---

Regresando al ejercicio anterior

| 1* | 2* | 3* | 4* | 5* | 6* | 7* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x | x | 0 | x | 0 | 1 | 0 |

$\cdot \rightarrow 4$

$* \rightarrow 7$

$$d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{d_{4\times1}} \boxed{\phantom{xxx}} \xrightarrow{y_{7\times1}}$$

$y_{7\times1} = G_{7\times4} \, d_{4\times1}$ donde $G$ es la matriz generadora (de códigos).

Objetivo $\rightarrow$ especificar $G$.

**Matriz de chequeo de paridad par**

Intercambie

$S_{3\times1} = H_{3\times7} R_{7\times1}$

$3$: # de bit de paridad $P_1, P_2, P_3$.

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{array} \overset{S}{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}^{3\times1} = \overset{H}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}^{3\times7} \overset{R}{\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ D_1 \\ P_4 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix}}^{7\times1} \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array}$$

$S = Hr$ $\quad 0$

$= H(w \oplus e) = \cancel{Hw} \oplus He$

$S = He$

matriz identidad

$$\tilde{H} = \left[\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$= \left[ I_3 \mid P_{3\times4} \right]$$

$$G = \begin{bmatrix} P_{3\times4} \\ \hline I_4 \end{bmatrix}_{7\times4}$$

Fecha:

Ahora generamos $y$ $G$

$$\tilde{y}_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = y_i$$

allí obtenemos $y_i$.

últimas 4 posiciones tenemos $d$

$R \rightarrow$ es con error

$R = y$ si está correcta.

$R \neq y$ si está incorrecta.

$2^7 = 128$

$128 - 16 = 112$ errores detectables

$16$ símbolos $S_i$

Errores no detectables $= 2^4 - 1 = 15$

## Ejemplo #3 hoja de trabajo #14.

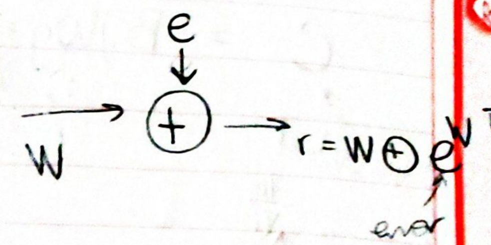
| $S_i$ | Cod. de fuente | Código de Canal |
|---|---|---|
| $S_0$ | 0000 | 0000000 |
| $S_1$ | 0001 | |
| ⋮ | | |
| $S_{15}$ | 1111 | |

$$W_{7\times1} = G_{7\times4}\, d_{4\times1}$$

$n \times k$

Demostrar que el síndrome de una palabra de código depende solamente del vector e.

$$r^T = W^T \oplus e^T$$




transmitida

recibida $W^T = (1011110)$

$r^T = (1001110)$

error $e^T = (0010000)$

Recordar

$S = Hr$ o $\boxed{S = He}$

$= H(W \oplus e) = \cancel{HW} \oplus He$

5) b)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{3\times1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{3\times7} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \end{pmatrix}_{7\times1}$$

vector más probable → el que tenga mínima cantidad de 1's.

→ Para no correr riesgo hay que pedir una retransmisión.

$e_1 \oplus e_3 \oplus e_5 \oplus e_7 = 1$

$e_2 \oplus e_3 \oplus e_6 \oplus e_7 = 1$

$e_4 \oplus e_5 \oplus e_6 \oplus e_7 = 0$

$e^T = (0010000)$