

### 6.3.1 旋转面、柱面和二次曲面

#### 基础过关

##### 一、选择

1. 方程  $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$  表示 ( )

- A. 旋转双曲面    B. 双叶双曲线    C. 双曲柱面    D. 锥面

二、一动点到坐标原点的距离等于它到点  $(2,3,4)$  的距离的一半，求该动点的轨迹方程，它表示什么曲面？

三、写出下列曲线绕指定轴旋转所生成的旋转曲面的方程：

(1)  $xOy$  平面上的双曲线  $4x^2 - 9y^2 = 36$  绕  $y$  轴旋转；

(2)  $xOy$  平面上的圆  $(x-2)^2 + y^2 = 1$  绕  $y$  轴旋转；

(3)  $yOz$  平面上的直线  $2y - 3z + 1 = 0$  绕  $z$  轴旋转；

四、指出下列方程在平面解析几何和在空间解析几何中分别表示什么图形：

(1)  $y = x + 1$ ;

(2)  $x^2 - y^2 = 1$ .

五、画出下列方程所表示的曲面：

(1)  $(x - \frac{a}{2})^2 + y^2 = (\frac{a}{2})^2$ ;

(2)  $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$ ;

(3)  $y^2 - z = 0$ .

六、画出由平面  $x=0, z=0, x=1, y=2, z=\frac{y}{4}$  所围成的立体的图形.

七、画出由曲面  $z=0, z=3, x-y=0, x-\sqrt{3}y=0, x^2+y^2=1$  所围成的立体的图形（在第一卦限内）.

#### 能力拓展

一、求以直线  $L: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$  为对称轴，半径为 2 的圆柱面方程.

### 延伸探究

一、椭球面  $S_1$  是椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  绕  $x$  轴旋转而成，圆锥面  $S_2$  是由过点  $(4, 0)$  且与椭圆

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  相切的直线绕  $x$  轴旋转而成.

(1) 求  $S_1$  及  $S_2$  的方程；

(2) 求  $S_1$  与  $S_2$  之间的立体体积.