§7.3 复合函数和隐函数的偏导数

一、用链式法则求下列函数的导数或偏导数：

1. $z=u^v, u=x+2y, v=x-y$，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. $z=\frac{y}{x}, x=\mathrm{e}^t, y=1-\mathrm{e}^{2t}$，求$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$.

二、求下列复合函数的一阶偏导数：

1. $u=f(x,xy,xyz)$，求$\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y},\frac{\partial u}{\partial z}$.

2. $z=f\left(xy,\frac{x}{y}\right)+\varphi\left(\frac{y}{x}\right)$，其中 f,φ 均可微，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

三、设函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处可微，且 $f(1,1)=1,\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(1,1)}=2,\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(1,1)}=3$，$\varphi(x)=f(x,f(x,x))$，求$\left.\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\varphi^3(x)\right|_{x=1}$.

四、设函数 $z=f(x^2+y^2)$，其中 f 具有二阶导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

五、设函数 $z=yf(\mathrm{e}^x,xy)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

六、求下列方程所确定的隐函数 $y=f(x)$ 的一阶导数：

1. $x^2+xy-e^y=0$.　　2. $x^y=y^x$.

七、求方程 $z=e^{2x-3z}+2y$ 所确定的隐函数 $z=f(x,y)$ 的一阶偏导数.

八、已知 $x^2+y^2+z^2=4z$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

九、已知 $z+\ln z-\int_y^x e^{-t^2}\,dt=0$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

十、设 $u=f(x,y,z)$ 有连续的偏导数，$y=y(x)$ 和 $z=z(x)$ 分别由方程 $e^{xy}-y=0$ 和 $e^z-xz=0$ 所确定，求 $\frac{du}{dx}$.

十一、求由下列方程组所确定的隐函数的导数或偏导数：

1. $\begin{cases}x+y+z=0,\\ xyz=1,\end{cases}$ 求 $\frac{dz}{dx},\frac{dy}{dx}$.

2. $\begin{cases}u=f(ux,v+y),\\ v=g(u-x,v^2y),\end{cases}$ 其中 f,g 具有一阶连续偏导数，求 $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial v}{\partial x}$.