10．3．1 周期为2π函数展开成傅里叶级数

基础过关

一、填空题

1．$f(x)$满足收敛定理条件，其傅里叶级数的和函数为$s(x)$，已知$f(x)$在点$x=0$处左连续，且$f(0)=-1, s(0)=2$，则$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=$__________________ ．

2．设$f(x)=\begin{cases}1+\dfrac{x}{\pi}, -\pi\le x<0\\ 1-\dfrac{x}{\pi}, 0\le x\le\pi\end{cases}$展成以$2\pi$为周期的傅里叶级数的和函数为$s(x)$，

则$s(-3)=$____________，$s(12)=$__________，$s(k\pi)=$___________ $(k\in\mathbf{Z})$．

3． $f(x)=e^x\cos x$在$[-\pi,\pi]$上的傅里叶系数$a_0=$_____，$b_1=$_____ ．

4．以2π为周期的函数$f(x)$在一个周期$[-\pi,\pi]$上的表达式为$f(x)=\begin{cases}-1, -\pi\le x\le0\\ 1+x^2, 0<x<\pi\end{cases}$，则其傅里叶级数在点$x=\pi$处收敛于____________ ．

5． $f(x)=\pi x+x^2\ (-\pi<x<\pi)$的傅里叶展开式中系数$b_3=$____________．

6．设$x^2=\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n\cos nx, (-\pi\le x\le\pi)$，则$a_2=$____________．

二、把函数$f(x)=x^3$在$[-\pi,\pi]$上展开成傅里叶级数，若已知$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2n-1}=\dfrac{\pi}{4}$，试求$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$的和．

三、将函数 $f\left(x\right)=x\sin x$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上分别展开成

（1）正弦级数；

（2）余弦级数.

四、将函数 $f\left(x\right)=\left|\sin x\right|$ 在 $\left[-\pi,\pi\right]$ 上展开为傅里叶级数.

五、将函数 $f\left(x\right)=1-x^2$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 展开成余弦级数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^{n-1}}{n^2}$ 的和.

六、将函数 $f\left(x\right)=x^2$ 在 $\left[-1,1\right]$ 上展开成傅里叶级数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2},\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^{n-1}}{n^2}$.