6.2.2 空间直线及其方程

基础过关

一、求满足下列条件的直线方程：

（1）过点 $M_1(4,1,2), M_2(-3,5,-1)$.

（2）过点 $(2,-1,3)$ 且平行于直线 $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{5}$.

（3）过点 $(0,2,4)$ 且同时平行于平面 $x+2z=1$ 和 $y-3z=2$.

（4）过点 $(0,1,2)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$ 垂直相交.

（5）过点 $(-1,0,4)$, 且平行于平面 $3x-4y+z-10=0$, 又与直线 $\frac{x+1}{3}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}$ 相交.(要求写为点向式)

二、设两直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$ 和 $x+1=y-1=z$ 相交，求 λ 的值.

三、写出直线$\begin{cases} 2x+5z+3=0, \\ x-3y+z+2=0 \end{cases}$的对称式方程及参量方程.

四、确定下列各组中的直线和平面间的位置关系：

（1）$\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-4}$ 和 $x+y+z=3$;

（2）$\begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 和 $4x-2y+z-2=0$.

五、（1）设 M_0 是直线 $\boldsymbol{L}$ 外的一点，M 是直线上的任意一点，且直线 $\boldsymbol{L}$ 的方向向量为 $\boldsymbol{s}$, 证明：点 M_0 到直线 $\boldsymbol{L}$ 的距离为 $d=\dfrac{\left|\overrightarrow{M_0M}\times \boldsymbol{s}\right|}{|\boldsymbol{s}|}$.

（2）由此计算：点 $M_0(3,-4,4)$ 到直线 $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$ 的距离.

六、求下列投影直线的方程：

（1）直线 $\begin{cases} 2x-4y+z=0, \\ 3x-y-2z-9=0 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影直线；

（2）直线 $\begin{cases} 4x-y+3z-1=0, \\ x+5y-z+2=0 \end{cases}$ 在平面 $2x-y+5z-3=0$ 上的投影直线.

能力拓展

一、求通过直线 $\frac{x-2}{6}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+1}{3}$ 且与直线 $\begin{cases} x-y-4=0, \\ z-y+6=0 \end{cases}$ 平行的平面方程.

二、已知点 $P(1,0,-1)$ 与 $Q(3,1,2)$, 在平面 $x-2y+z=12$ 上求一点 M, 使得 $|PM|+|QM|$ 最小.

三、求直线 $\begin{cases} 3x-2y=24, \\ 3x-z=-4 \end{cases}$ 与平面 $6x+15y-10z=31$ 的夹角.

四、设矩阵$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$是满秩的，则直线$\dfrac{x-a_3}{a_1-a_2}=\dfrac{y-b_3}{b_1-b_2}=\dfrac{z-c_3}{c_1-c_2}$与直线

$\dfrac{x-a_1}{a_2-a_3}=\dfrac{y-b_1}{b_2-b_3}=\dfrac{z-c_1}{c_2-c_3}$ （　　　）

A 相交于一点　　　　B 重合　　　　C 平行但不重合　　　　D 异面

延伸探究

一、求异面直线$x-3=y-4=-z-1$与$\dfrac{x+4}{2}=\dfrac{y+1}{4}=-z$之间的距离，并求公垂线的方程（要求写为点向式）.

二、设点$A(2,-1,1)$, 两条直线$L_1:\begin{cases} x+2z+7=0, \\ y-1=0, \end{cases}$ $L_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{k}=\dfrac{z}{-1}$.

问是否存在过点A的直线L与两条已知直线L_1,L_2都相交？如果存在，请求出此直线的方程；如果不存在，请说明理由.