§6.2 平面和空间直线的方程（续）§6.3 曲面和曲线的方程

一、填空题（一）

1. 过点$M_1(4,1,2),M_2(-3,5,-1)$的直线方程为 $\frac{x-4}{7}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z-2}{3}$.

2. 设直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$与直线$x+1=y-1=z$相交，则$\lambda=$ $\frac{5}{4}$.

3. 直线$\begin{cases}3x-y+2z=0,\\6x-3y+2z=0\end{cases}$与$z$轴的夹角为 $\arccos\frac{3}{\sqrt{10}}$. 最多直角

4. 过点$(2,-1,3)$且平行于直线$\frac{x-2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{5}$的直线方程为 $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{5}$.

5. 过点$(0,2,4)$且与平面$x+2z=1$和$y-3z=2$都平行的直线方程为 $\frac{x}{-2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-4}{1}$.

$\vec{s}=\vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&0&2\\0&1&-3\end{vmatrix}$

$=(-2,3,1)$

6. 过点$(0,1,2)$且与直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$垂直相交的直线方程为 $\frac{x}{-3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$. 垂直且共面

$\vec{s}=\vec{s}_1\times(\overrightarrow{M_0M_1}\times\vec{s}_1)$

二、写出直线$\begin{cases}2x+5z+3=0,\\x-3y+z+2=0\end{cases}$的对称式方程及参数方程.

先在直线上找一点，令$z=-1$，则$\begin{cases}2x=2\\x-3y=-1\end{cases}$，$\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=\frac{2}{3}\end{cases}$，∴有点$M_0(1,\frac{2}{3},-1)$

$\therefore\vec{s}=\vec{n}_1\times\vec{n}_2=(2,0,5)\times(1,-3,1)=3(5,1,-2)$

∴对称式方程：$\frac{x-1}{5}=\frac{y-\frac{2}{3}}{1}=\frac{z+1}{-2}$ $(=t)$

参数式方程：$x=1+5t$，$y=\frac{2}{3}+t$，$z=-1-2t$.

三、确定下列各组中的直线和平面间的位置关系：

1. $\frac{x-2}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-4}$和$x+y+z=3$;

$\vec{s}=(3,1,-4)$，$\vec{n}=(1,1,1)$

$\vec{s}\cdot\vec{n}=0$，故直线与平面平行

又直线上点$(2,-2,3)$满足平面方程，$x+y+z=3$

故直线在平面上.

如果线与面平行,还要确认是否在面上

2. $\begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 和 $4x-2y+z-2=0$.

$\vec{n_1}\times\vec{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -10 \end{vmatrix} = (-28, 14, -7)$

取 $\vec{s} = (-4, 2, -1)$

$\because \vec{n} = (4, -2, 1)$

$\therefore \vec{s} \parallel \vec{n}$

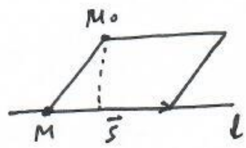
故直线垂直于平面.

四. 求点 $M_0(3,-4,4)$ 到直线 $\frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z-2}{1}$ 的距离.

$M(4,5,2)$ ， $\vec{s} = (2, -2, 1)$

$\overrightarrow{M_0M} = (1, 9, -2)$， $|\vec{s}| = \sqrt{2^2+(-2)^2+1^2} = 3$ ， $\overrightarrow{M_0M}\times\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 9 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (5, -5, -20)$

$\therefore d = \frac{|\overrightarrow{M_0M}\times\vec{s}|}{|\vec{s}|} = \frac{15\sqrt{2}}{3} = 5\sqrt{2}$



五、求直线 $\begin{cases} 2x-4y+z=0, \\ 3x-y-2z-9=0 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影直线的方程.

方法一：平面束

设过直线的平面束方程为 $2x-4y+z+\lambda(3x-y-2z-9)=0$

即 $(2+3\lambda)x+(-4-\lambda)y+(1-2\lambda)z-9\lambda=0$

则 $\vec{n}=(2+3\lambda, -4-\lambda, 1-2\lambda) \perp (0,0,1)$ $\therefore 1-2\lambda=0 \Rightarrow \lambda=\frac{1}{2}$

$\therefore$ 投影平面 $\frac{7}{2}x-\frac{9}{2}y=\frac{9}{2}$

$\therefore$ 投影直线 $\begin{cases} 7x-9y=9 \\ z=0 \end{cases}$

方法二. 消去 z 得投影面 $7x-9y=9$ $\therefore$ 投影直线 $\begin{cases} 7x-9y=9 \\ z=0. \end{cases}$

六、选择题

1. 方程 $x^2-\dfrac{y^2}{4}+z^2=1$ 表示（ A ）

A. 旋转双曲面　B. 双叶双曲线　C. 双曲柱面　D. 锥面

2. 二次曲面 $z=\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}$ 与平面 $y=h$ 相截，其截痕是空间中的（ B ）

A 双曲线　B 抛物线　C 椭圆　D 直线

七、填空题（二）

1. 一动点到坐标原点的距离等于它到点 $(2,3,4)$ 的距离的一半，则该动点的轨迹方程为

$(x+\frac{2}{3})^2+(y+1)^2+(z+\frac{4}{3})^2=(\frac{2}{3}\sqrt{29})^2$. 球面

2. xOy 平面上的双曲线 $4x^2-9y^2=36$ 绕 y 轴旋转所得的旋转面方程为 $4x^2+4z^2-9y^2=36$ 单叶双曲面

3. xOy 平面上的圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 绕 y 轴旋转所得的旋转面方程为 $x^2+y^2+z^2+3=4\sqrt{x^2+z^2}$ 轮胎形

4. yOz 平面上的直线 $2y-3z+1=0$ 绕 z 轴旋转所得的旋转面方程为 $4(x^2+y^2)=(3z-1)^2$ 圆锥面，顶点 $(0,0,\frac{1}{3})$

5. 根据方程填入图形名称

	平面解析几何中	空间解析几何中
$y=x+1$	直线	平行于 z 轴的平面
$x^2-y^2=1$	双曲线	双曲柱面.（母线平行于 z 轴）

6. 母线平行于 x 轴及 z 轴而且通过曲线 $\begin{cases}2y^2+z^2+4x-4z=0,\\ y^2+3z^2-8x-12z=0\end{cases}$ 的柱面方程分别为

$y^2+z^2-4z=0$ 和 ＿＿＿＿ （消去 x）

7. 曲线 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1,\\ x+y=0\end{cases}$ 的参数方程为 $x=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos t$，$z=\sin t$，$y=-\frac{1}{\sqrt{2}}\cos t$　$t\in[0,2\pi]$

投影曲线 $\begin{cases}2x^2 \\ y\end{cases}$

投影曲线 $\begin{cases}(x-1)^2+y^2=3\\ z=0\end{cases}$

8. 曲线 $\begin{cases}(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4,\\ z=0\end{cases}$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sqrt{3}\cos t\\ y=\sqrt{3}\sin t\\ z=0\end{cases}$　$t\in[0,2\pi]$

9. 根据曲线填入它们在三个坐标面上的投影曲线的方程

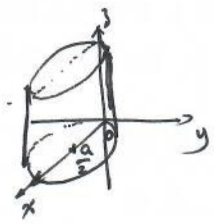
	在 xOy 面	在 yOz 面	在 zOx 面
$\begin{cases}z=x^2+y^2,\\ x+y+z=1;\end{cases}$	$\begin{cases}(x+\frac{1}{2})^2+(y+\frac{1}{2})^2=\frac{3}{2}\\ z=0\end{cases}$	$\begin{cases}z=(1-y-z)^2+y^2\\ x=0\end{cases}$	$\begin{cases}z=x^2+(1-x-z)^2\\ y=0\end{cases}$
$\begin{cases}x=\cos\theta,\\ y=\sin\theta,\\ z=2\theta.\end{cases}$	$\begin{cases}x^2+y^2=1\\ z=0\end{cases}$	$\begin{cases}x=\cos\frac{z}{2}\\ y=0\end{cases}$	$\begin{cases}y=\sin\frac{z}{2}\\ x=0\end{cases}$

10. 试在表中填入下列曲面所围成的立体在三个坐标面上的投影

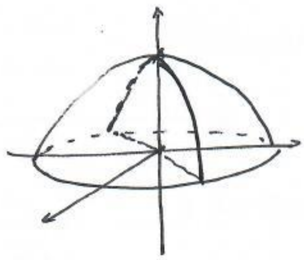
	在 xOy 面	在 yOz 面	在 zOx 面
$z=x^2+y^2$与 $z=2-x^2-y^2$	$\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$ $z=0$	$x=0$ $\{(y,z)\mid y^2\le z\le 2-y^2, -1\le y\le 1\}$	$y=0$ $\{(z,x)\mid x^2\le z\le 2-x^2, -1\le x\le 1\}$
$z=\sqrt{x^2+y^2}$与 $x^2+y^2=1,\ z=0$	$\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$ $z=0$	$\{(y,z)\mid -1\le y\le 1, 0\le z\le 1\}$ $x=0$	$\{(z,x)\mid 0\le z\le 1, -1\le x\le 1\}$ $y=0$

八、画出下列方程所表示的曲面或曲线：

1. $(x-\frac{a}{2})^2+y^2=(\frac{a}{2})^2$;



2. $\begin{cases} z=\sqrt{1-x^2-y^2}, \\ y=x. \end{cases}$



九、画出由平面 $x=0, z=0, x=1, y=2, z=\frac{y}{4}$ 所围成的立体的图形.