

## § 7.1 多元函数的极限与连续      § 7.2 偏导数和全微分

一、填空题：

1. 函数  $z = \arcsin 2x + \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

2. 设三角形区域  $D$  由直线  $y=1, y=x, y=-x$  所围成, 则  $D$  可用 X 型和 Y 型区域两种形式分别表示为

$D = \rule{1.5cm}{0.4pt}, D = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

3. 函数  $z = \frac{1}{\sin x \cdot \sin y}$  在 \_\_\_\_\_ 处是间断的.

4.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}} = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

5.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2 - \sqrt{xy+4}}{xy} = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

6.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sin xy}{y} = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

7.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{x^2+y^2} \sin \frac{1}{x^2+y^2} = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

8.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{1-x+xy}{x^2+y^2} = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

9.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)e^{x^2y^2}} = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

10.  $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow a}} \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^{\frac{x^2}{x+y}} (a \neq 0) = \rule{1.5cm}{0.4pt}.$

二、讨论函数  $f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\ln(x^2+y^2), & x^2+y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$  在点  $(0,0)$  处的连续性.

三、选择题：

1. 二元函数  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$  在点  $(0,0)$  处( ).

- A. 连续, 偏导数存在      B. 连续, 偏导数不存在  
C. 不连续, 偏导数存在      D. 不连续, 偏导数不存在

2. 已知函数  $z = x^2 e^y + (x-1) \arctan \frac{y}{x}$ , 则  $z_x(1,0) = ( \quad )$ .

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 不存在

四、求下列函数的偏导数：

1.  $z = x^2 y - xy^3.$       2.  $z = \ln \cos(2x+y).$

3.  $u = \left(\frac{x}{y}\right)^z.$

4.  $u = \int_{xz}^{yz} e^{t^2} dt.$

五、求旋转曲面  $z = \sqrt{1+x^2+y^2}$  与平面  $x=1$  的交线在点  $(1,1,\sqrt{3})$  处的切线与  $y$  轴正向之间的夹角.

七、求函数  $z=5x^2+y^2$  当  $x=1, y=2, \Delta x=0.005, \Delta y=0.1$  时的全增量和全微分.

六、求下列函数的  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ :

1.  $z=x^4+y^4-4x^2y^2$ .

八、设二元函数  $z=xe^{x+y}+(x+1)\ln(1+y)$ , 求  $dz$  和  $dz|_{(1,0)}$ .

2.  $z=x\arcsin\sqrt{y}$ .

九、设二元函数  $f(x,y)=\begin{cases} (x^2+y^2)\cos\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0, \\ 0, & x^2+y^2=0. \end{cases}$

(1) 求  $f_x(0,0), f_y(0,0)$ ;

(2) 讨论  $f(x,y)$  在点  $(0,0)$  处是否可微.

3.  $z=e^{xy^2}$ .