

### 7.4.2 方向导数与梯度

#### 基础过关

一、求下列函数在指定点  $M_0$  处沿指定方向  $l$  的方向导数：

(1)  $z = xe^{xy}$ ,  $M_0(-3, 0)$ ,  $l$  为从点  $(-3, 0)$  到点  $(-1, 3)$  的方向；

(2)  $u = x \arctan \frac{y}{z}$ ,  $M_0(1, 2, -2)$ ,  $l = (1, 1, -1)$ .

二、求函数  $z = x^2 - y^2$  在点  $M(1, 1)$  沿与  $x$  轴正向组成角  $\alpha = 60^\circ$  的方向  $l$  上的方向导数.

三、设  $\mathbf{n}$  是曲面  $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$  在点  $P(1, 1, 1)$  处的指向外侧的法向量，求函数

$u = \frac{\sqrt{6x^2 + 8y^2}}{z}$  在点  $P$  处沿方向  $\mathbf{n}$  的方向导数.

四、求二元函数  $u = x^2 - xy + y^2$  在点  $(-1,1)$  沿哪个方向变化得最快？沿哪个方向  $u$  的值不变？

### 能力拓展

一、若函数  $f(x,y)$  在点  $P_0(2,0)$  处沿指向点  $P_1(2,-2)$  方向的方向导数等于 1，沿指向原点方向的方向导数等于 -3, 求该函数  $f$  在点  $P_0$  处沿指向点  $P_2(2,1)$  方向的方向导数.