10．3．1 周期为2π函数展开成傅里叶级数

基础过关

一、1．5．　2．$1-\frac{3}{\pi},-3+\frac{12}{\pi},\frac{1+(-1)^k}{2}.$　3．$\frac{1}{2\pi}(e^{-\pi}-e^{\pi}),\frac{1}{5\pi}(e^{-\pi}-e^{\pi}).$

4．$\frac{\pi^2}{2}.$　5．$\frac{2\pi}{3}.$　6．1.

二、$x^3=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n[\frac{12}{n^3}-\frac{2\pi^2}{n}]\sin(nx),x\in(-\pi,\pi),\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}=\frac{\pi^2}{32}.$

三、（1）正弦级数 $f(x)=\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{16k}{\pi(4k^2-1)^2}\sin(2kx),x\in[0,\pi],;$

（2）余弦级数 $f(x)=1-\frac{1}{2}\cos x+2\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2-1}\cos(nx),x\in[0,\pi].$

四、$f(x)=\frac{2}{\pi}-\frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{4k^2-1}\cos(2kx),x\in[-\pi,\pi].$

五、$1-x^2=1-\frac{\pi^2}{3}-4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos nx,x\in[0,\pi].\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}=\frac{\pi^2}{12}.$

六、$x^2=\frac{1}{3}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos(n\pi x),x\in[-1,1],$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6},\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}=\frac{\pi^2}{12}..$