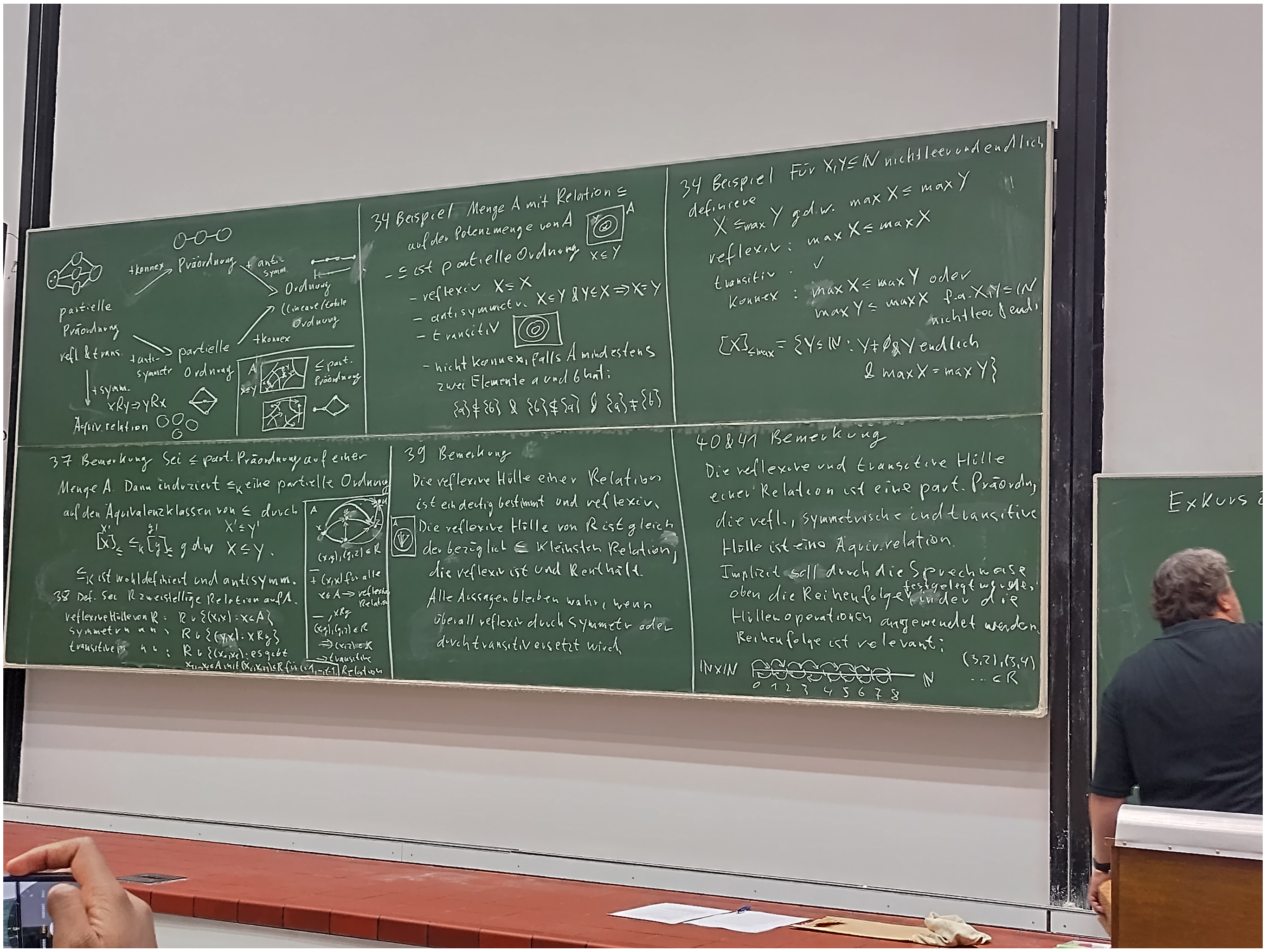
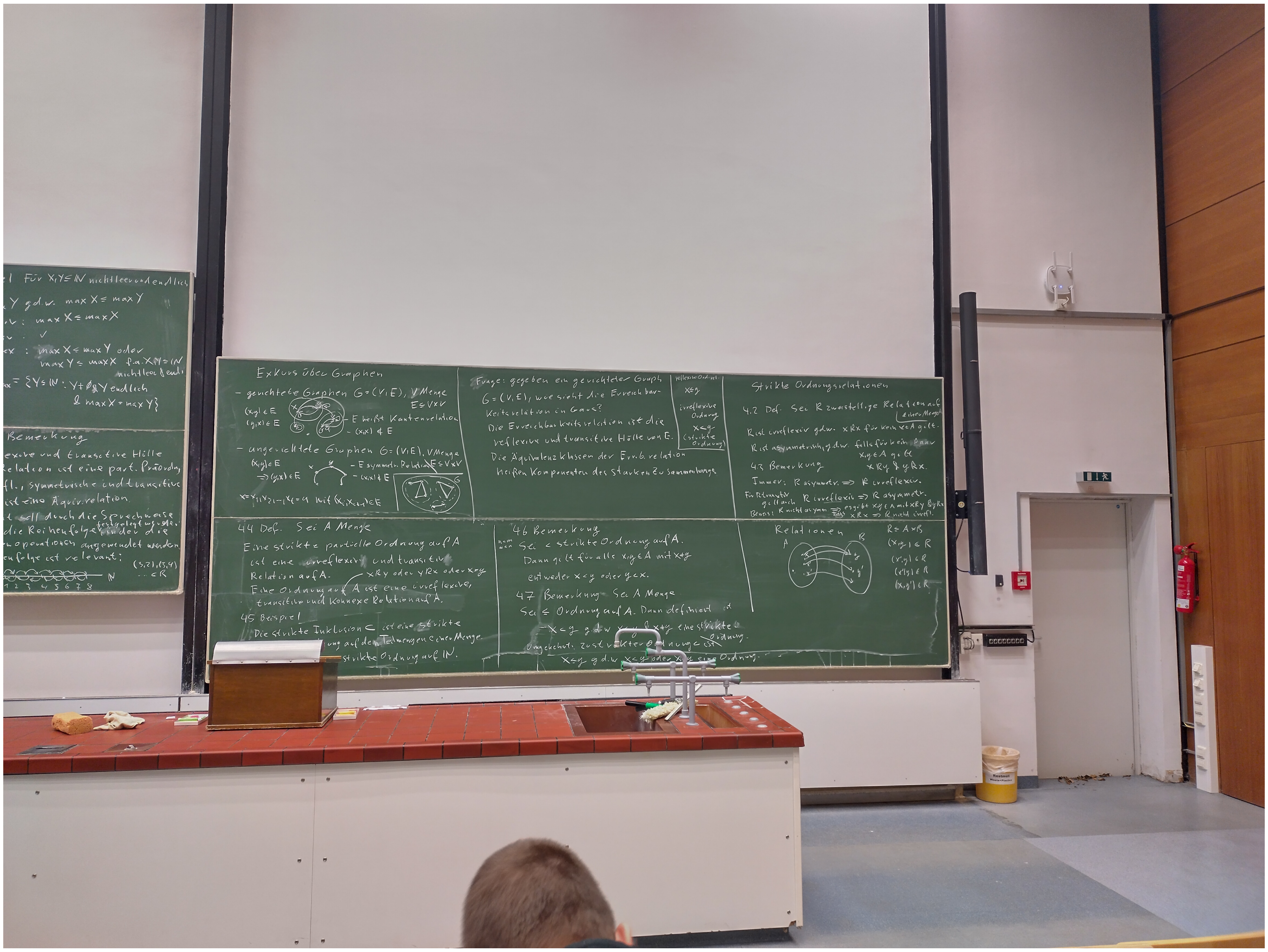
Tafelaufschrieb

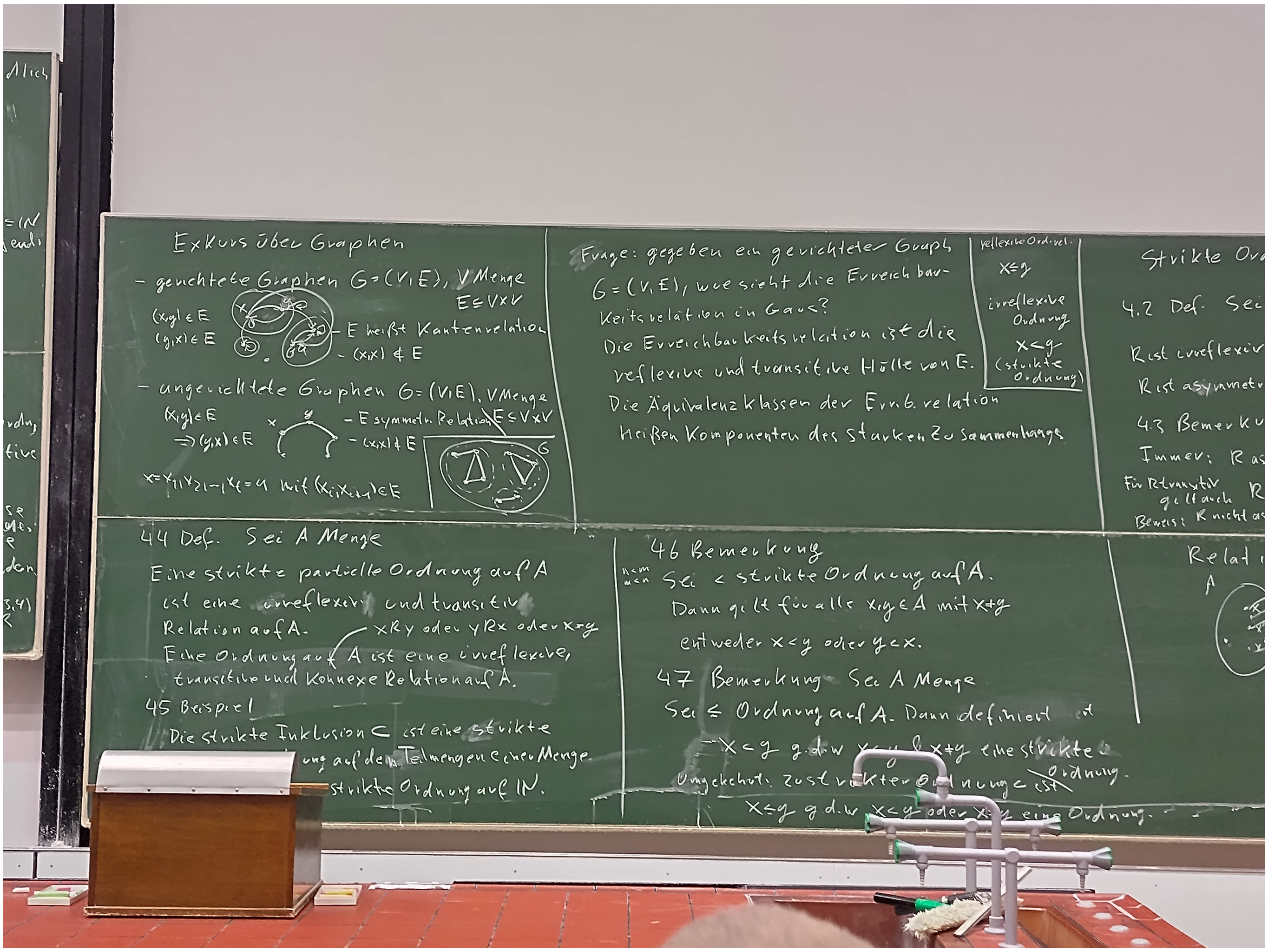
Tafel 1



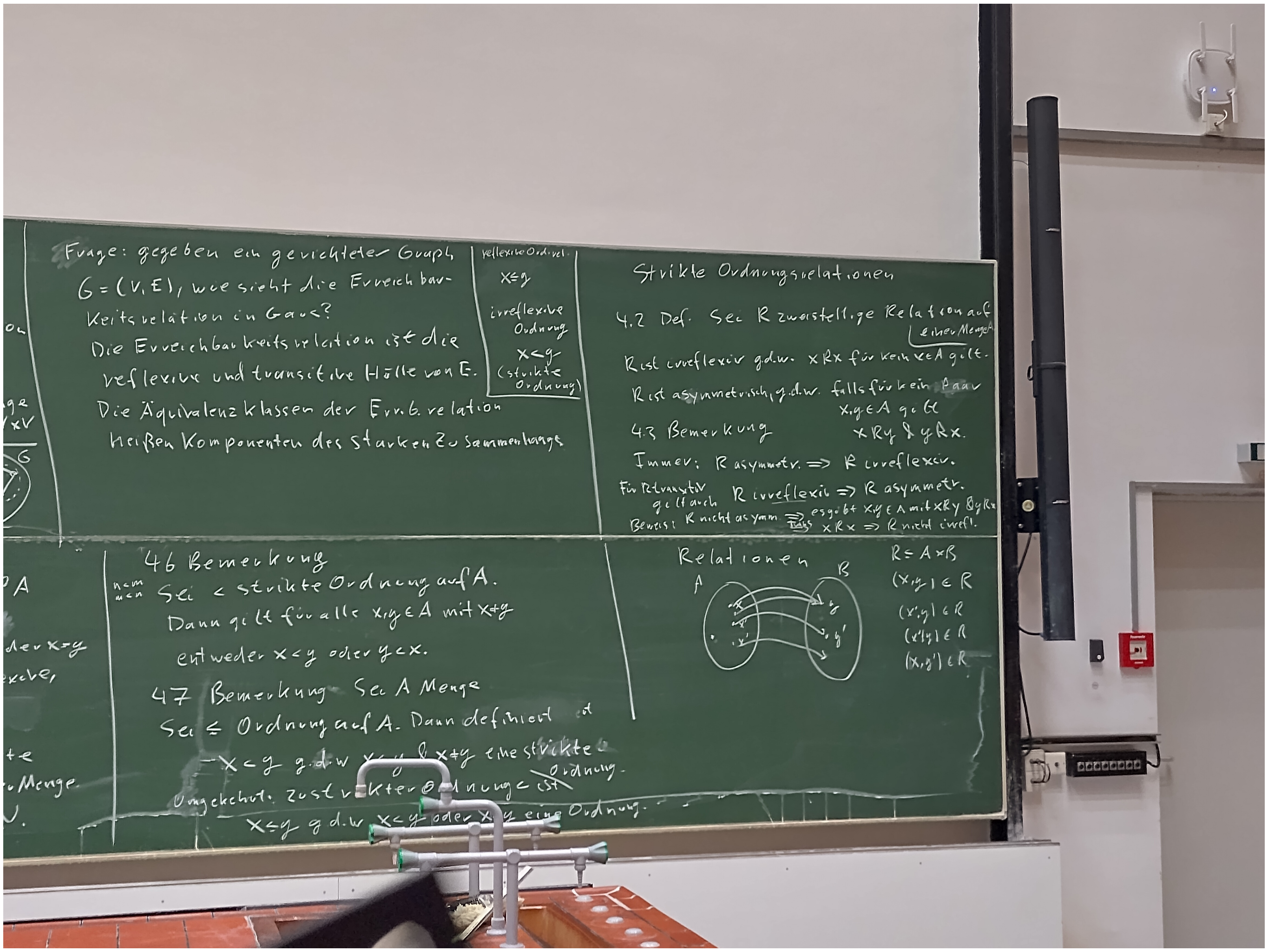
Tafel 2



Exkurs über Graphen
- gerichtete Graphen G=(V,E), V Menge
E ⊆ V×V
(x,y) ∈ E
(y,x) ∈ E
- E heißt Kantenrelation
- (x,x) ∉ E
- ungerichtete Graphen G=(V,E), V Menge
E ⊆ V×V
(x,y) ∈ E ⇒ (y,x) ∈ E
- E symmetr. Relation
- (x,x) ∉ E
G
Frage: gegeben ein gerichteter Graph G=(V,E), wie sieht die Erreichbarkeitsrelation in G aus?
Die Erreichbarkeitsrelation ist die reflexive und transitive Hülle von E.
Die Äquivalenzklassen der Err.b.relation heißen Komponenten des starken Zusammenhangs
reflexive Ord.rel.
x≤y
irreflexive Ordnung
x<y
(strikte Ordnung)
Strikte Ordnungsrelationen
4.2 Def. Sei R zweistellige Relation auf einer Menge A
R ist irreflexiv g.d.w. xRx für kein x∈A gilt.
R ist asymmetrisch, g.d.w. falls für kein Paar x,y∈A gilt xRy & yRx.
4.3 Bemerkung
Immer: R asymmetr. ⇒ R irreflexiv.
Für R transitiv gilt auch
R irreflexiv ⇒ R asymmetr.
Beweis: R nicht asymm. ⇒ es gibt x,y ∈ A mit xRy & yRx
⇒ xRx ⇒ R nicht irrefl.
44 Def. Sei A Menge
Eine strikte partielle Ordnung auf A ist eine irreflexive und transitive Relation auf A.
Eine Ordnung auf A ist eine irreflexive, transitive und konnexe Relation auf A.
xRy oder yRx oder x=y
45 Beispiel
Die strikte Inklusion ⊂ ist eine strikte
Ordnung auf den Teilmengen einer Menge.
strikte Ordnung auf ℕ.
46 Bemerkung
Sei < strikte Ordnung auf A.
Dann gilt für alle x,y ∈ A mit x≠y
entweder x<y oder y<x.
47 Bemerkung Sei A Menge
Sei ≤ Ordnung auf A. Dann definiert
x<y g.d.w x≤y & x≠y eine strikte Ordnung.
Umgekehrt: zu strikter Ordnung <
x≤y g.d.w x<y oder x=y eine Ordnung.
Relationen
A
B
R ⊆ A×B
(x,y) ∈ R
(x',y) ∈ R
(x'',y) ∈ R
(x,y') ∈ R



Exkurs über Graphen
- gerichtete Graphen G=(V,E), V Menge
E⊆V×V
(x,y)∈E
(y,x)∈E
- E heißt Kantenrelation
- (x,x) ∉ E
- ungerichtete Graphen G=(V,E), V Menge
(x,y)∈E
⇒(y,x)∈E
- E symmetr. Relation E⊆V×V
- (x,x)∉E
G
x=x1,x2,…,xt=y mit (xi,xi+1)∈E
Frage: gegeben ein gerichteter Graph
G=(V,E), wie sieht die Erreichbarkeitsrelation in G aus?
Die Erreichbarkeitsrelation ist die
reflexive und transitive Hülle von E.
Die Äquivalenzklassen der Erreichb.relation
heißen Komponenten des starken Zusammenhangs
reflexive Ord.rel.
x≤y
irreflexive Ordnung
x<y
(strikte Ordnung)
Strikte Ord
4.2 Def. Sei
R ist irreflexiv
R ist asymmetr
4.3 Bemerku
Immer: R as
Für R transitiv gilt auch R
Beweis: R nicht as
44 Def. Sei A Menge
Eine strikte partielle Ordnung auf A
ist eine irreflexive und transitive
Relation auf A.
xRy oder yRx oder x=y
Eine Ordnung auf A ist eine irreflexive,
transitive und konnexe Relation auf A.
45 Beispiel
Die strikte Inklusion ⊂ ist eine strikte
…ung auf den Teilmengen einer Menge.
… strikte Ordnung auf ℕ.
46 Bemerkung
n<m
m<n
Sei < strikte Ordnung auf A.
Dann gilt für alle x,y∈A mit x≠y
entweder x<y oder y<x.
47 Bemerkung Sei A Menge
Sei ≤ Ordnung auf A. Dann definiert
x<y g.d.w. x≤y & x≠y eine strikte Ordnung.
Umgekehrt: zu strikter Ordnung < ist
x≤y g.d.w. x<y oder x=y eine Ordnung.
Relat
A



Frage: gegeben ein gerichteter Graph
G = (V, E), wie sieht die Erreichbarkeitsrelation in G aus?
Die Erreichbarkeitsrelation ist die reflexive und transitive Hülle von E.
Die Äquivalenzklassen der Erreichb.relation heißen Komponenten des starken Zusammenhangs
reflexive Ordnung
x≤y
irreflexive Ordnung
x<y
(strikte Ordnung)
Strikte Ordnungsrelationen
4.2 Def. Sei R zweistellige Relation auf einer Menge A
R ist irreflexiv g.d.w. xRx für kein x∈A gilt.
R ist asymmetrisch, g.d.w. falls für kein Paar x,y∈A gilt xRy & yRx.
4.3 Bemerkung
Immer: R asymmetr. ⇒ R irreflexiv.
Für R transitiv gilt auch R irreflexiv ⇒ R asymmetr.
Beweis: R nicht asymm. ⇒ es gibt x,y∈A mit xRy & yRx ⇒ (Trans) xRx ⇒ R nicht irrefl.
46 Bemerkung
Sei < strikte Ordnung auf A.
Dann gilt für alle x,y∈A mit x≠y entweder x<y oder y<x.
47 Bemerkung Sei A Menge
Sei ≤ Ordnung auf A. Dann definiert
x<y g.d.w x≤y & x≠y eine strikte Ordnung.
Umgekehrt: zu strikter Ordnung < ist
x≤y g.d.w x<y oder x=y eine Ordnung.
Relationen
A
B
x
x'
y
y'
R ⊆ A×B
(x,y) ∈ R
(x',y) ∈ R
(x',y) ∈ R
(x,y') ∈ R