1.1 Einleitung

1.1.1 Mathematik und Informatik

Die Informatik verwendet

- die mathematische Notation und Begriffsbildung
- die mathematische Denkweise
- mathematische Ergebnisse

Mathematische Methodologie:

1. Definition - *definiere Begriffe formal*
2. Satz - *formuliert whare Aussagen*
3. Beweis - *beweise diese Aussagen*

Beispiel: natürliche Zahlen $0, 1, 2, 3, \ldots$, Addition, Multiplikation, die Ordnung und deren Eigenschaften seien bereits definiert beziehungsweise bewiesen.

> z.B gilt $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ (Assoziativgesetz)

Definition: Es seien t und n natürliche Zahlen, t sei ungleich 0. Dann teilt t die Zahle n, falls es ein k gibt mit $n = k \cdot t$. Die Null teilt keine Zahl, auch nicht die Null.

t ist **Teiler** von n
n ist **Vielfaches** von t
(ganze Zahlen $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$ $2, 3, -2, -3$ teilen $6, -6$)

Für n ungleich 0 heißen 1 und n **triviale Teiler** von n.
Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl ungleich 0 und 1, die nur triviale Teiler hat. ($2, 3, 5, 7, 11, 13, \ldots$)

5 Lemma: Sei n ungleich 1 eine natürliche Zahl. Dann wird n von einer Primzahl geteilt.

Beweis: Für $n = 0$ oder n prim ist die Aussage klar. Wir können also annehmen: $n \neq 0, 1$ n nicht prim. Nach Definition der Primzahl hat n einen *nicht trivialen* Teiler.

Sei t der kleinste nicht triviale Teiler von n
Wir zeigen, dass t prim ist.

Falls t nicht prim wäre, hat t einen nicht trivialen Teiler t' es folgt $1 < t' < t < n$. Weiter ist t' Teiler von n da gilt: $n = k \cdot t$ und $t = k' \cdot t'$ dann folgt $n = k \cdot t = k \cdot (k' \cdot t') = (k \cdot k') \cdot t'$

WIDERSPRUCH!!!

Satz von Euklid Es gibt unendlich viele Primzahlen

Beweis: Wir nehmen an, es gäbe nur endlich viele Primzahlen $p_1, \ldots, p_t$. Sei $n = p_1, \ldots, p_t$. Dann wird n von alle $p_i, 1 = i \leq t$, geteilt, zum Beispiel gilt $n = (p_i, \ldots, p_t) \cdot p_1$

Somit wird $n+1$ durch kein p_i geteilt, dafür müsste gelten, dass p_i die Zahl $(n+1) - n = 1$ teilt.

WIDERSPRUCH: **Lemma 5**: $n+1$ hat keinen Teiler, der prim ist.

1.1.2 Mengenlehre

Menge $\widehat{=}$ Zusammenfassung von Objekten, den Elementen der Menge.
Schreibweisen für Mengen:
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ $U = \{1, 2, 3, \ldots\}$
$A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ $B = \{e, \ldots, m\}$

$1 \in \mathbb{N}, 1 \in U, 1 \notin A$

Gleichheit von Mengen (Extensionalitätsprinzip)

Definition: Mengen A und B sind *gleich*, falls beide Mengen dieselben Elemente enthalten.
A ist Teilmenge von B, falls jedes Element von A auch Element von B ist, Kurz: $A \subseteq B$
Es gibt eine leere Menge, geschrieben als $\{\}$ oder $\emptyset$ die keine Elemente enthalten. Für alle Mengen A gilt $\emptyset \leq A$.