5. Unterrichtseinheit zur Dynamik

Energieerhaltungssatz

Heiko Schröter

26. April 2021

Energieerhaltungssatz

- Was besagt der Energieerhaltungssatz?
- Beispiel (In)elastischer Stoß
- Beispiel Pendel
- Beispielaufgabe
- Übungsaufgaben
- Überblick Energie, Kraft, Arbeit, Leistung, Potential, Feld

Beschreibung

Die Summe der Energien am Ende eines technischen Vorgangs ist genauso groß wie die Summe der Energien am Anfang und während des technischen Vorgangs zugeführten und abzüglich der abgeführten Energien.

$$W_{Ende} = W_{Anfang} + W_{zu} - W_{ab}$$

Innerhalb eines Systems kann Energie beliebig oft zwischen verschiedenen Energieformen hin und her gewandelt werden, die Summe aller Energien bleibt jedoch unverändert.

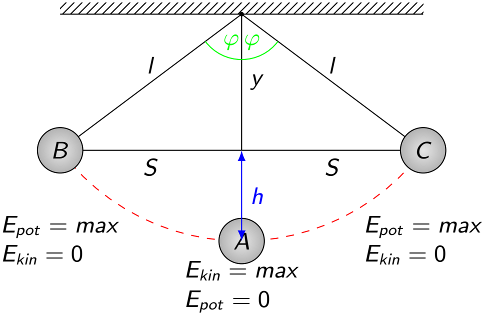


Abbildung: Energieumwandlung

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Energieerhaltung

Ohne Reibung, ohne Luftwiederstand

$$E_{kin} = E_{pot} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Ein Pendel (Masse 100 g, Länge 1,5 m) wird um 15 cm ausgelenkt. Welche Geschwindigkeit hat es beim Durchqueren des Gleichgewichtspunktes?

Ein Pendel (Masse 100 g, Länge 1,5 m) wird um 15 cm ausgelenkt. Welche Geschwindigkeit hat es beim Durchqueren des Gleichgewichtspunktes?

Lösung:

$$E_{kin} = E_{pot} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v^2 \quad = m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$\Delta h = l - y \Rightarrow y = \sqrt{l^2 - s^2} \Rightarrow \Delta h = l - \sqrt{l^2 - s^2}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(l - \sqrt{l^2 - s^2}\right)}$$

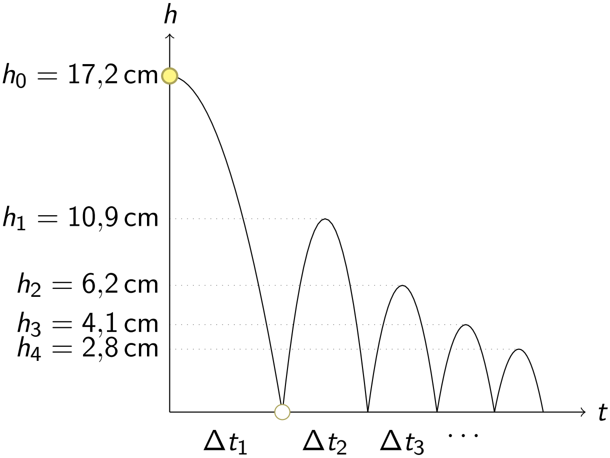
$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s}^2 \cdot \left((1{,}5\,\mathrm{m}) - \sqrt{(1{,}5\,\mathrm{m})^2 - (0{,}15\,\mathrm{m})^2}\right)}$$

$$v = 0{,}384\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 38{,}4\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Energiebilanz

$$\begin{aligned} \text{verlustfreier Stoß} \quad & W_1 = W_2 \\ \text{realer Stoß} \quad & W_1 = W_2 + \Delta W \end{aligned}$$

Die Endgeschwindigkeiten beim realen Stoß sind kleiner als beim vollkommen elastischen Stoß.


h
$h_0 = 17{,}2\,\mathrm{cm}$
$h_1 = 10{,}9\,\mathrm{cm}$
$h_2 = 6{,}2\,\mathrm{cm}$
$h_3 = 4{,}1\,\mathrm{cm}$
$h_4 = 2{,}8\,\mathrm{cm}$
t
Δt_1
Δt_2
Δt_3
$\cdots$

Mit welcher Geschwindigkeit schlägt die Kugel beim ersten Aufschlag auf dem Boden auf, wenn die Kugel aus einer maximalen Höhe von 17,2 cm fällt? Welche Geschwindigkeit hat sie 10 cm über dem Boden?

Mit welcher Geschwindigkeit schlägt die Kugel beim ersten Aufschlag auf dem Boden auf, wenn die Kugel aus einer maximalen Höhe von 17,2 cm fällt? Welche Geschwindigkeit hat sie 10 cm über dem Boden?

Lösung:

$$E_{pot} = E_{kin} \quad \Rightarrow \quad m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}172\,\mathrm{m}}$$

$$= 1{,}84\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 6{,}61\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

$$v_x = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}072\,\mathrm{m}}$$

$$= 1{,}19\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4{,}28\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Eine Feder mit der Federkonstante $D = 20\,\mathrm{N\,cm}$ ist um $4\,\mathrm{cm}$ gestaucht.

a) Wie viel Energie ist in der Feder gespeichert? Wie hoch könnte man einen Liter Wasser mit dieser Energie heben?

b) Die Feder wird benutzt, um eine Metallkugel der Masse $m = 30\,\mathrm{g}$ senkrecht nach oben zu schießen. Welche Höhe erreicht die Kugel dabei?

c) Die Kugel fällt nun wieder nach unten. Mit welcher Geschwindigkeit schlägt sie wieder auf dem Boden auf? Welche Geschwindigkeit hat sie $5\,\mathrm{m}$ über dem Boden?

Lösung:

a)

$$E_{sp} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot 20\,\mathrm{N\,cm} \cdot (4\,\mathrm{cm})^2 = 160\,\mathrm{N\,cm} = 1{,}6\,\mathrm{N\,m}$$

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 1{,}6\,\mathrm{N\,m} = 1\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{1{,}6\,\mathrm{N\,m}}{1\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 0{,}163\,\mathrm{m}$$

In der Feder sind 1,6 N m gespeichert. Mit dieser Energie könnte man einen Liter Wasser um 16,3 cm anheben.

b)

$$E_{sp} = E_{pot} \Rightarrow 1{,}6\,\mathrm{N\,m} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$h = \frac{1{,}6\,\mathrm{N\,m}}{0{,}03\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 5{,}44\,\mathrm{m}$$

Die Kugel erreicht eine Höhe von 5,44 m.

c)

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5{,}44\,\mathrm{m}} = 10{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 37{,}2\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

$$v_x = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (5{,}44\,\mathrm{m} - 5\,\mathrm{m})}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}44\,\mathrm{m}} = 2{,}94\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 10{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Die Kugel schlägt mit $37{,}2\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ auf dem Boden auf, 5 m über dem Boden hat sie eine Geschwindigkeit von $10{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

Beschreibung

Energie	Kraft	Arbeit
Leistung	Potential	Feld

Am Beispiel der schiefen Ebene.

Beschreibung

Unter Energie versteht man gespeicherte Arbeit, d.h. Fähigkeit eines Systems, Arbeit zu verrichten. Energie kann zwischen verschiedenen Energieformen hin- und her gewandelt werden, aber die Gesamtenergie bleibt dabei erhalten (Energieerhaltungssatz).

Die SI-Einheit der Energie E ist: $[E] = 1\,\mathrm{N\,m} = 1\,\mathrm{J} = 1\,\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}$

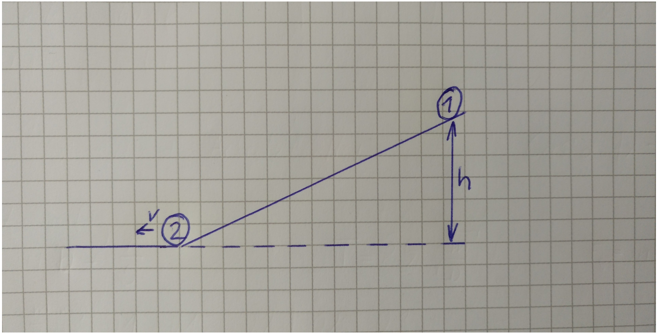


Abbildung: Energie an der schiefen Ebene

Beschreibung

Eine Kraft ist durch ihre Größe (Stärke), ihre Richtung und ihren Angriffspunkt eindeutig bestimmt. Sie kann Körper verformen oder beschleunigen.

Die SI-Einheit der Kraft F ist: $[F] = 1\,\mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$

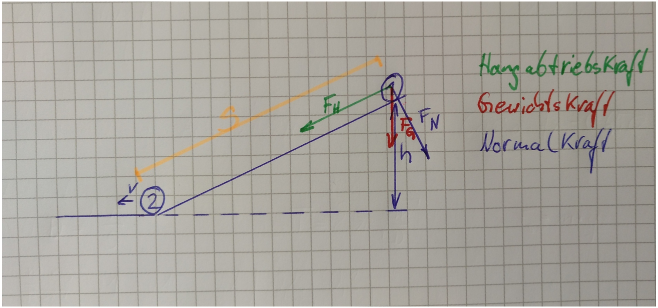


Abbildung: Kräfte an der schiefen Ebene

Wirkt die Kraft entlang eines Weges, so kann sie Energie übertragen bzw. Arbeit verrichten.

Beschreibung

Arbeit ist das Produkt aus der wirkenden Kraft F und dem zurückgelegten Weg s des bewegten Körpers. Durch Arbeit kann Energie in eine andere Form gewandelt werden.

Die SI-Einheit der Arbeit W ist: $[W] = 1\,\mathrm{N\,m} = 1\,\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}} = 1\,\mathrm{J}$

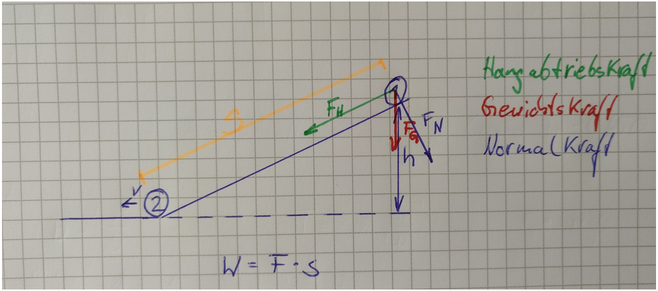


Abbildung: Arbeit an der schiefen Ebene

Beschreibung

Die mechanische Leistung ist gleich dem Quotienten aus der mechanischen Arbeit und der für die Verrichtung dieser Arbeit erforderlichen Zeit. Sie gibt an, in welchem Maß ein System Arbeit verrichten kann.

SI-Einheit der Leistung P: $[P] = 1\,\frac{\mathrm{N\,m}}{\mathrm{s}} = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^3}} = 1\,\mathrm{W}$

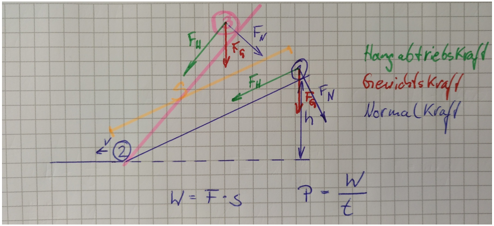


Abbildung: Leistung an der schiefen Ebene

Je mehr Energie ein System pro Sekunde umwandeln kann, desto größer ist seine Leistung.

Beschreibung

Das Potential, das ein Körper in einem Feld hat, beschreibt, wie viel Arbeit das Feld an ihm verrichten kann. Das Potential hängt vom gewählten Bezugspunkt ab.

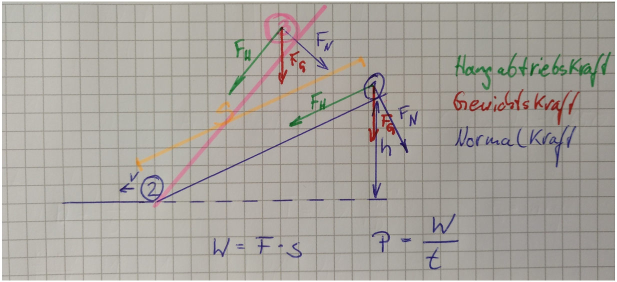


Abbildung: Potential an der schiefen Ebene

Beschreibung

Ein "Feld" nennt man einen Bereich im Raum, in dem auf einen Körper eine Kraft wirkt. z.B. das Gravitationsfeld der Erde.

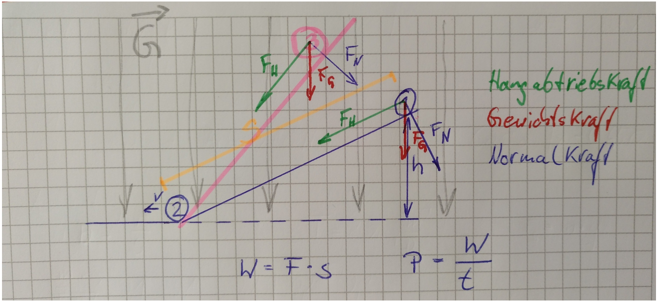


Abbildung: Gravitationsfeld an der schiefen Ebene