

# 5. Unterrichtseinheit zur Dynamik

## Energieerhaltungssatz

Heiko Schröter

27. April 2021

# Ziele für die heutige Unterrichtseinheit

## Energieerhaltungssatz

- Was besagt der Energieerhaltungssatz?
- Beispiel (In)elastischer Stoß
- Beispiel Pendel
- Beispielaufgabe
- Übungsaufgaben
- Überblick Energie, Kraft, Arbeit, Leistung, Potential, Feld

# Energieerhaltungssatz

## Beschreibung

Die Summe der Energien am Ende eines technischen Vorgangs ist genauso groß wie die Summe der Energien am Anfang und während des technischen Vorgangs zugeführten und abzüglich der abgeführten Energien.

$$W_{Ende} = W_{Anfang} + W_{zu} - W_{ab}$$

Innerhalb eines Systems kann Energie beliebig oft zwischen verschiedenen Energieformen hin und her gewandelt werden, die Summe aller Energien bleibt jedoch unverändert.

# Beispiel Fadenpendel

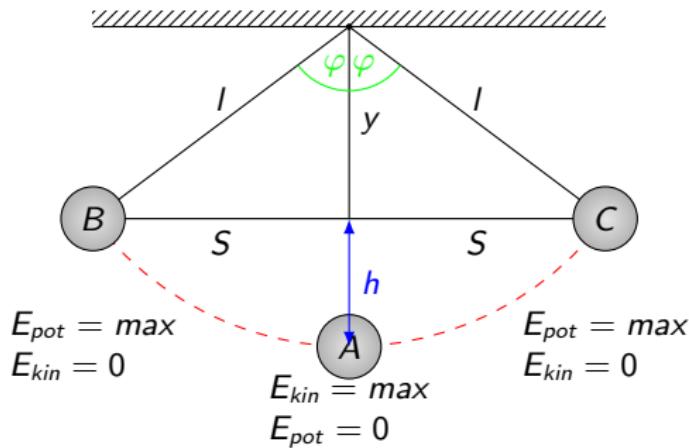


Abbildung: Energieumwandlung

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$$

# Beispiel Fadenpendel

## Energieerhaltung

Ohne Reibung, ohne Luftwiderstand

$$E_{kin} = E_{pot} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = m \cdot g \cdot \Delta h$$

# Beispielaufgabe Fadenpendel

Ein Pendel (Masse 100 g, Länge 1,5 m) wird um 15 cm ausgelenkt.  
Welche Geschwindigkeit hat es beim Durchqueren des  
Gleichgewichtspunktes?

# Beispielaufgabe Fadenpendel

Ein Pendel (Masse 100 g, Länge 1,5 m) wird um 15 cm ausgelenkt.  
Welche Geschwindigkeit hat es beim Durchqueren des  
Gleichgewichtspunktes?

**Lösung:**

$$E_{kin} = E_{pot} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$\Delta h = l - y \Rightarrow y = \sqrt{l^2 - s^2} \Rightarrow \Delta h = l - \sqrt{l^2 - s^2}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left( l - \sqrt{l^2 - s^2} \right)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2} \cdot \left( (1,5 \text{ m}) - \sqrt{(1,5 \text{ m})^2 - (0,15 \text{ m})^2} \right)}$$

$$v = 0,384 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 38,4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

# Beispiel realer Stoß

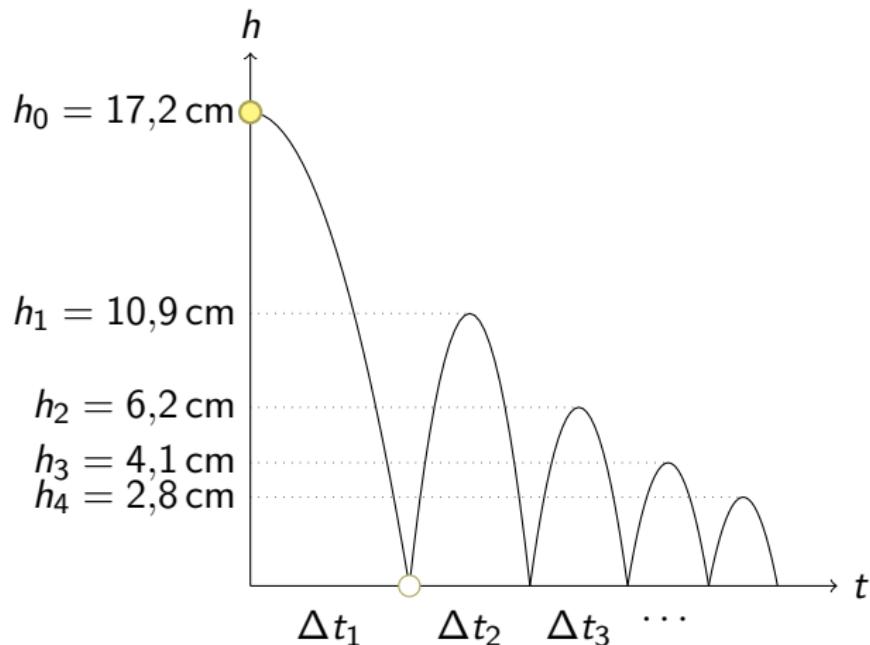
## Energiebilanz

$$\text{verlustfreier Stoß} \quad W_1 = W_2$$

$$\text{realer Stoß} \quad W_1 = W_2 + \Delta W$$

Die Endgeschwindigkeiten beim realen Stoß sind kleiner als beim vollkommen elastischen Stoß.

# Energieumwandlung beim realen Stoß



# Beispielaufgabe Stoß

Mit welcher Geschwindigkeit schlägt die Kugel beim ersten Aufschlag auf dem Boden auf, wenn die Kugel aus einer maximalen Höhe von 17,2 cm fällt? Welche Geschwindigkeit hat sie 10 cm über dem Boden?

# Beispielaufgabe Stoß

Mit welcher Geschwindigkeit schlägt die Kugel beim ersten Aufschlag auf dem Boden auf, wenn die Kugel aus einer maximalen Höhe von 17,2 cm fällt? Welche Geschwindigkeit hat sie 10 cm über dem Boden?

**Lösung:**

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,172 \text{ m}}$$

$$= 1,84 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6,61 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_x = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,072 \text{ m}}$$

$$= 1,19 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4,28 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

# Beispielaufgabe Feder

Eine Feder mit der Federkonstante  $D = 20 \text{ N cm}$  ist um 4 cm gestaucht.

- Wie viel Energie ist in der Feder gespeichert? Wie hoch könnte man einen Liter Wasser mit dieser Energie heben?
- Die Feder wird benutzt, um eine Metallkugel der Masse  $m = 30 \text{ g}$  senkrecht nach oben zu schießen. Welche Höhe erreicht die Kugel dabei?
- Die Kugel fällt nun wieder nach unten. Mit welcher Geschwindigkeit schlägt sie wieder auf dem Boden auf? Welche Geschwindigkeit hat sie 5 m über dem Boden?

## Lösung:

a)

$$E_{sp} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ N cm} \cdot (4 \text{ cm})^2 = 160 \text{ N cm} = 1,6 \text{ N m}$$

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 1,6 \text{ N m} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{1,6 \text{ N m}}{1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,163 \text{ m}$$

In der Feder sind  $1,6 \text{ N m}$  gespeichert. Mit dieser Energie könnte man einen Liter Wasser um  $16,3 \text{ cm}$  anheben.

b)

$$E_{sp} = E_{pot} \Rightarrow 1,6 \text{ N m} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$h = \frac{1,6 \text{ N m}}{0,03 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5,44 \text{ m}$$

Die Kugel erreicht eine Höhe von 5,44 m.

c)

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5,44 \text{ m}} = 10,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 37,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\begin{aligned}v_x &= \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5,44 \text{ m} - 5 \text{ m})} \\&= \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,44 \text{ m}} = 2,94 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}\end{aligned}$$

Die Kugel schlägt mit  $37,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  auf dem Boden auf, 5 m über dem Boden hat sie eine Geschwindigkeit von  $10,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

# Überblick über Begriffe der Mechanik

## Beschreibung

Energie	Kraft	Arbeit
Leistung	Potential	Feld

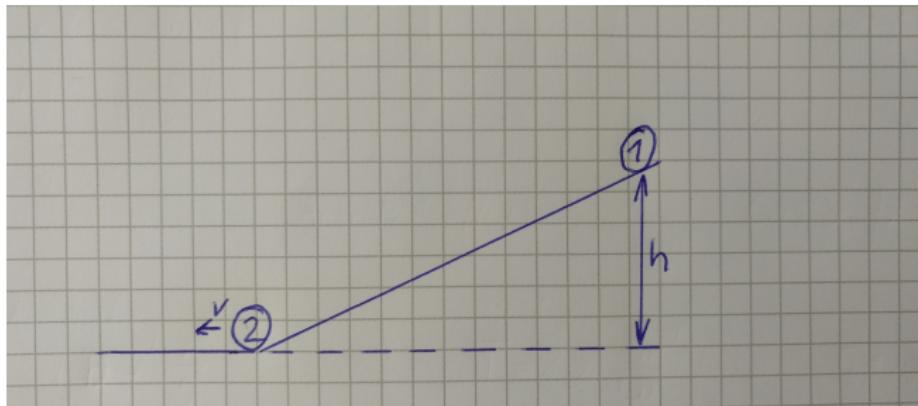
Am Beispiel der schießen Ebene.

# Energie

## Beschreibung

Unter Energie versteht man gespeicherte Arbeit, d.h. Fähigkeit eines Systems, Arbeit zu verrichten. Energie kann zwischen verschiedenen Energieformen hin- und her gewandelt werden, aber die Gesamtenergie bleibt dabei erhalten (Energieerhaltungssatz).

Die SI-Einheit der Energie  $E$  ist:  $[E] = 1 \text{ N m} = 1 \text{ J} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$

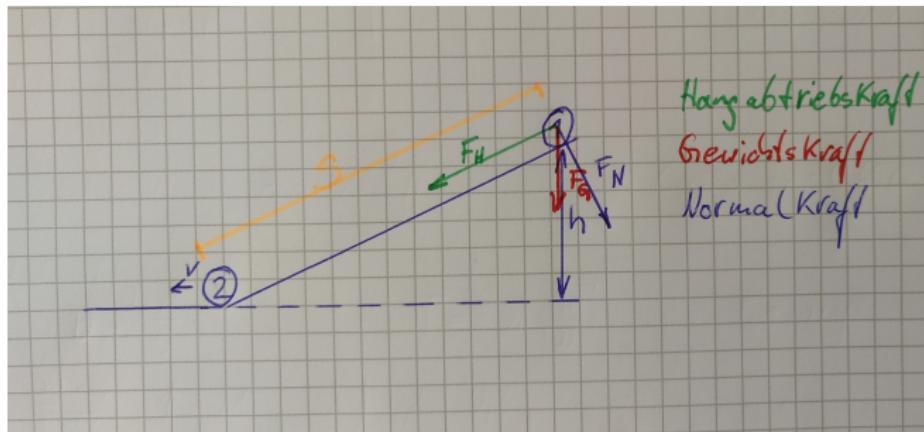


# Kraft

## Beschreibung

Eine Kraft ist durch ihre Größe (Stärke), ihre Richtung und ihren Angriffspunkt eindeutig bestimmt. Sie kann Körper verformen oder beschleunigen.

Die SI-Einheit der Kraft  $F$  ist:  $[F] = 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$



# Arbeit

## Beschreibung

Arbeit ist das Produkt aus der wirkenden Kraft  $F$  und dem zurückgelegten Weg  $s$  des bewegten Körpers. Durch Arbeit kann Energie in eine andere Form gewandelt werden.

Die SI-Einheit der Arbeit  $W$  ist:  $[W] = 1 \text{ N m} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} = 1 \text{ J}$

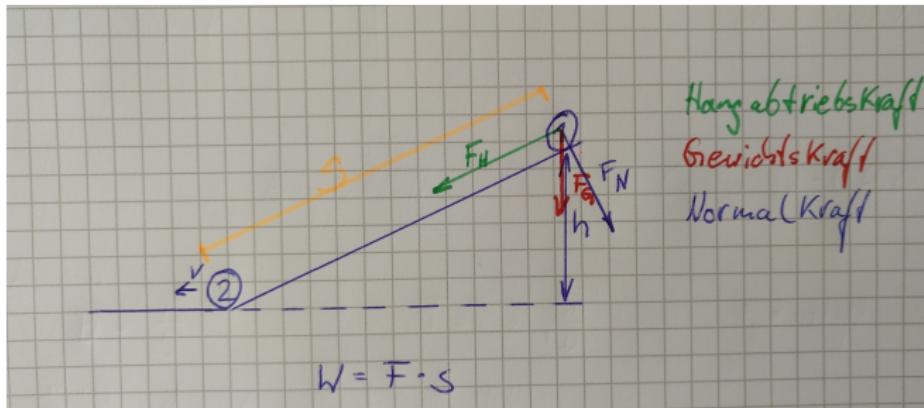


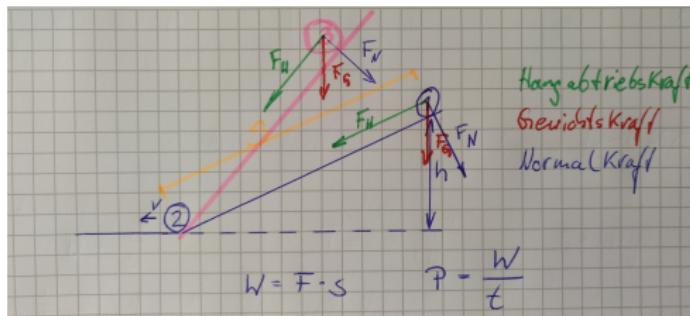
Abbildung: Arbeit an der schießen Ebene

## Leistung

## Beschreibung

Die mechanische Leistung ist gleich dem Quotienten aus der mechanischen Arbeit und der für die Verrichtung dieser Arbeit erforderlichen Zeit. Sie gibt an, in welchem Maß ein System Arbeit verrichten kann.

$$\text{SI-Einheit der Leistung } P: [P] = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = 1 \text{W}$$



## Abbildung: Leistung an der schießen Ebene

# Potential

## Beschreibung

Das Potential, das ein Körper in einem Feld hat, beschreibt, wie viel Arbeit das Feld an ihm verrichten kann. Das Potential hängt vom gewählten Bezugspunkt ab.

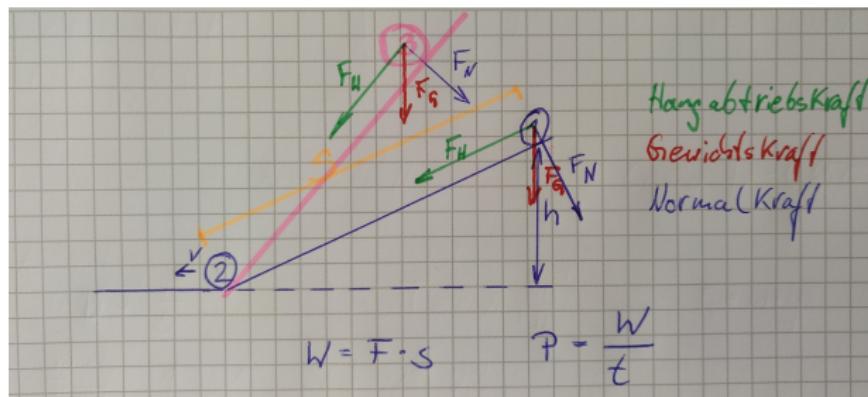
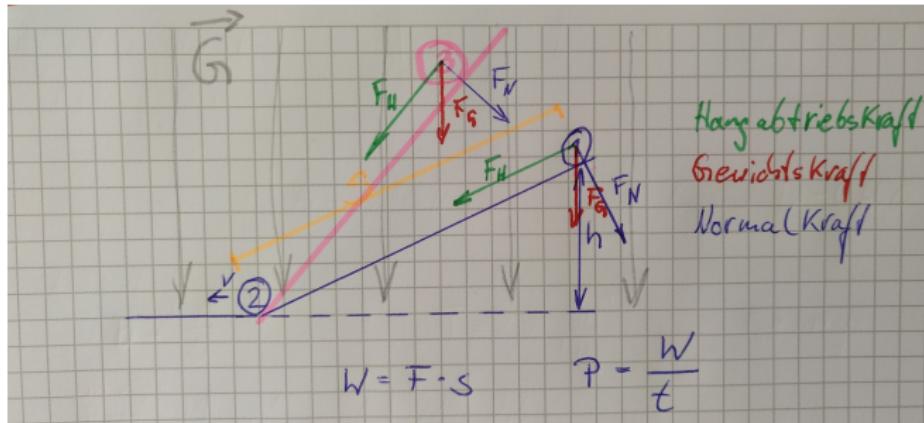


Abbildung: Potential an der schießen Ebene

# Feld

## Beschreibung

Ein "Feld" nennt man einen Bereich im Raum, in dem auf einen Körper eine Kraft wirkt. z.B. das Gravitationsfeld der Erde.



## Abbildung: Gravitationsfeld an der schiefen Ebene