

4. Unterrichtseinheit zur Dynamik

Impuls und Kraftstoß

Heiko Schröter

21. April 2021

Ziele für die heutige Unterrichtseinheit

Impuls und Kraftstoß

- Was versteht man unter einem Impuls?
- Wie ist der Kraftstoß definiert?
- Wann tritt eine Änderung des Impulses ein?
- Beispielaufgabe zum Stoß
- Übungsaufgaben

Die Bewegungsgröße (Impuls)

Impuls

Unter der Bewegungsgröße bzw. dem Impuls p eines Körpers versteht man das Produkt seiner Masse m und seiner Geschwindigkeit v . Einheit: $\frac{\text{kg m}}{\text{s}}$.

$$p = m \cdot v \quad [p] = [m] \cdot [v] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

Beispiel Impuls einer fallenden Kugel



Abbildung: Bewegungsenergie fallender Kugeln

Kraftstoß und Impulsänderung

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\delta v}{\delta t} = \frac{v_t - v_0}{\delta t} = \frac{\delta p}{\delta t}$$

v_0 Geschwindigkeit vor der Impulsänderung

v_t Geschwindigkeit nach der Impulsänderung

Impulsänderung

Der Kraftstoß entspricht der Änderung des Impulses eines bewegten Körpers.

$$\Delta p = F \cdot \Delta t$$

Kraftstoß I :

$$I = \Delta p = F \cdot \Delta t = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$



Simulation mit Algadoo

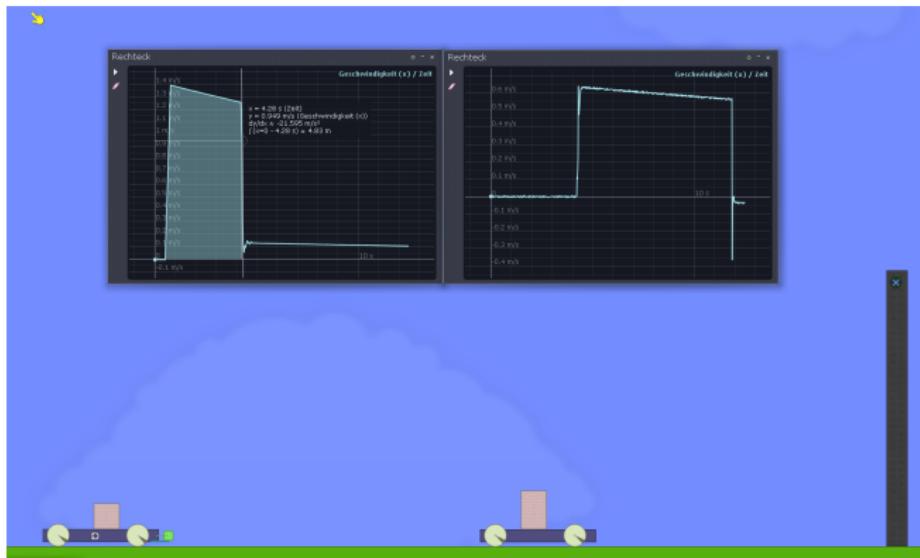


Abbildung: Beispiel Impulsänderung

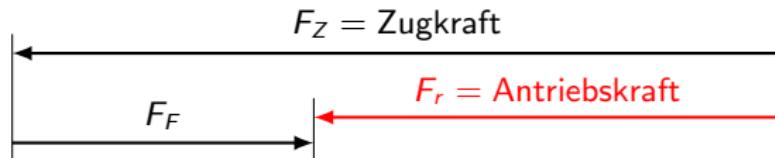
Beispielaufgabe Impulsänderung I

An einem Eisenbahnzug mit der Masse $m = 960\,000 \text{ kg}$ wirkt eine Zugkraft $F_Z = 120 \text{ kN}$. Die Gesamte Fahrwiderstandskraft (Reibung und Luftwiderstand) ist $F_F = 47,1 \text{ kN}$. Berechnen Sie

- die resultierende Kraft F_r ,
- v_t nach $t = 5 \text{ min}$ (horizontale Strecke und $v_0 = 0$).

Beispielaufgabe Impulsänderung II

Lösung:



- a) Das Bild zeigt die zeichnerische Lösung. Danach ist:

$$F_r = F_Z - F_F = F_Z = 120 \text{ kN} - F_F = 47,1 \text{ kN} = F_F = 72,9 \text{ kN}$$

- b)

$$F_r \cdot t = m \cdot v_t - m \cdot v_0. \text{ Mit } v_0 = 0 : F_r \cdot t = m \cdot v_t.$$

$$\text{Somit: } v_t = \frac{F_r \cdot t}{m} = \frac{72\,900 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \cdot 60) \text{s}}{960\,000 \text{ kg}} = 22,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_t = 82 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

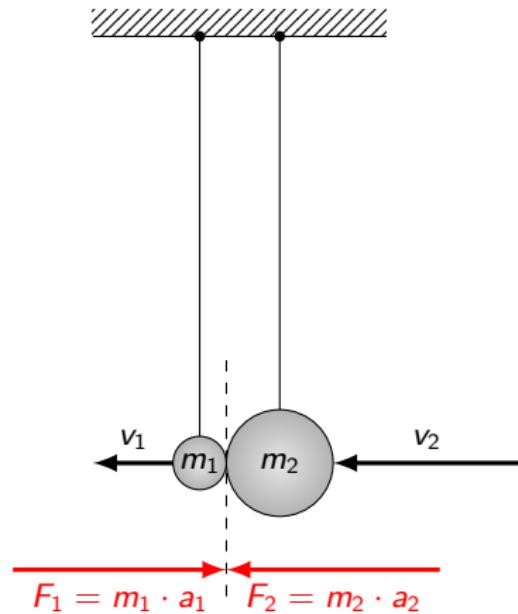
Impulserhaltung

Impulserhaltungssatz

Ist die Summe aller äußerer am Körper angreifenden Kräfte Null, dann ändert sich der Impuls des Körpers nicht.

$$\textbf{Impulserhaltung} \quad \Delta p = 0 = m \cdot v_t - m \cdot v_0$$

Der Stoß I



Der Stoß II

$$F_1 = -F_2$$

$$m_1 \cdot a_1 = -m_2 \cdot a_2 \rightarrow m_1 \cdot \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = -m_2 \cdot \frac{\Delta v_2}{\Delta t}$$

$$\curvearrowright m_1 \cdot \Delta v_1 = m_2 \cdot \Delta v_2 \rightarrow \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = -\frac{m_2}{m_1}$$

Stoß

Die Geschwindigkeitsänderungen beim Stoß zweier Massen sind entgegengesetzt gerichtet und verhalten sich umgekehrt proportional zu den Massen.

Der Stoß III

Impulserhaltungssatz

Beim Stoß ändert sich der Gesamtimpuls, d.h. die Summe aller Einzelimpulse in einem System bewegter Körper, nicht.

Der unelastische Stoß

Beim unelastischen, d.h. plastischen Stoß verformt sich mindestens einer der beiden Körper vollkommen plastisch.

Geschwindigkeit beider Massen nach einem unelastischen Stoß

$$v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

Beispielaufgabe unelastischer Stoß

Ein Körper mit der Masse $m_1 = 10 \text{ kg}$ bewegt sich mit $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf einen Körper mit der Masse $m_2 = 100 \text{ kg}$, der sich in Ruhe befindet, zu. Wie groß ist die gemeinsame Endgeschwindigkeit v , wenn sich die Masse m_1 vollkommen plastisch verhält?

Beispielaufgabe unelastischer Stoß

Ein Körper mit der Masse $m_1 = 10 \text{ kg}$ bewegt sich mit $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf einen Körper mit der Masse $m_2 = 100 \text{ kg}$, der sich in Ruhe befindet, zu. Wie groß ist die gemeinsame Endgeschwindigkeit v , wenn sich die Masse m_1 vollkommen plastisch verhält?

Lösung:

$$v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 100 \text{ kg} \cdot 0}{10 \text{ kg} + 100 \text{ kg}} = \frac{100 \frac{\text{kg m}}{\text{s}}}{110 \text{ kg}}$$
$$= 0,909 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Beispielaufgabe Feder

Eine Feder mit der Federkonstante $D = 20 \text{ N cm}$ ist um 4 cm gestaucht.

- Wie viel Energie ist in der Feder gespeichert? Wie hoch könnte man einen Liter Wasser mit dieser Energie heben?
- Die Feder wird benutzt, um eine Metallkugel der Masse $m = 30 \text{ g}$ senkrecht nach oben zu schießen. Welche Höhe erreicht die Kugel dabei?
- Die Kugel fällt nun wieder nach unten. Mit welcher Geschwindigkeit schlägt sie wieder auf dem Boden auf? Welche Geschwindigkeit hat sie 5 m über dem Boden?

Lösung:

a)

$$E_{sp} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ N cm} \cdot (4 \text{ cm})^2 = 160 \text{ N cm} = 1,6 \text{ N m}$$

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 1,6 \text{ N m} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{1,6 \text{ N m}}{1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,163 \text{ m}$$

In der Feder sind $1,6 \text{ N m}$ gespeichert. Mit dieser Energie könnte man einen Liter Wasser um $16,3 \text{ cm}$ anheben.

b)

$$E_{sp} = E_{pot} \Rightarrow 1,6 \text{ N m} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$h = \frac{1,6 \text{ N m}}{0,03 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5,44 \text{ m}$$

Die Kugel erreicht eine Höhe von 5,44 m.

c)

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5,44 \text{ m}} = 10,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 37,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\begin{aligned}v_x &= \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5,44 \text{ m} - 5 \text{ m})} \\&= \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,44 \text{ m}} = 2,94 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}\end{aligned}$$

Die Kugel schlägt mit $37,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf dem Boden auf, 5 m über dem Boden hat sie eine Geschwindigkeit von $10,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Überblick über Begriffe der Mechanik

Beschreibung

Energie	Kraft	Arbeit
Leistung	Potential	Feld

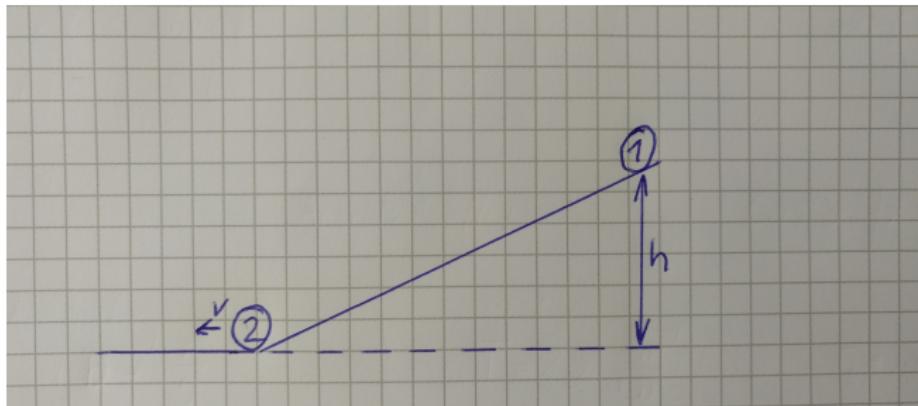
Am Beispiel der schießen Ebene.

Energie

Beschreibung

Unter Energie versteht man gespeicherte Arbeit, d.h. Fähigkeit eines Systems, Arbeit zu verrichten. Energie kann zwischen verschiedenen Energieformen hin- und her gewandelt werden, aber die Gesamtenergie bleibt dabei erhalten (Energieerhaltungssatz).

Die SI-Einheit der Energie E ist: $[E] = 1 \text{ N m} = 1 \text{ J} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$

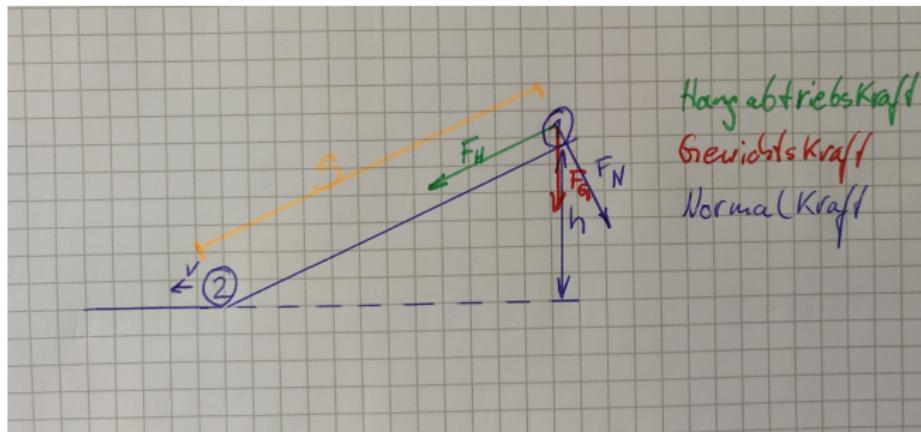


Kraft

Beschreibung

Eine Kraft ist durch ihre Größe (Stärke), ihre Richtung und ihren Angriffspunkt eindeutig bestimmt. Sie kann Körper verformen oder beschleunigen.

Die SI-Einheit der Kraft F ist: $[F] = 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$



Arbeit

Beschreibung

Arbeit ist das Produkt aus der wirkenden Kraft F und dem zurückgelegten Weg s des bewegten Körpers. Durch Arbeit kann Energie in eine andere Form gewandelt werden.

Die SI-Einheit der Arbeit W ist: $[W] = 1 \text{ N m} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} = 1 \text{ J}$

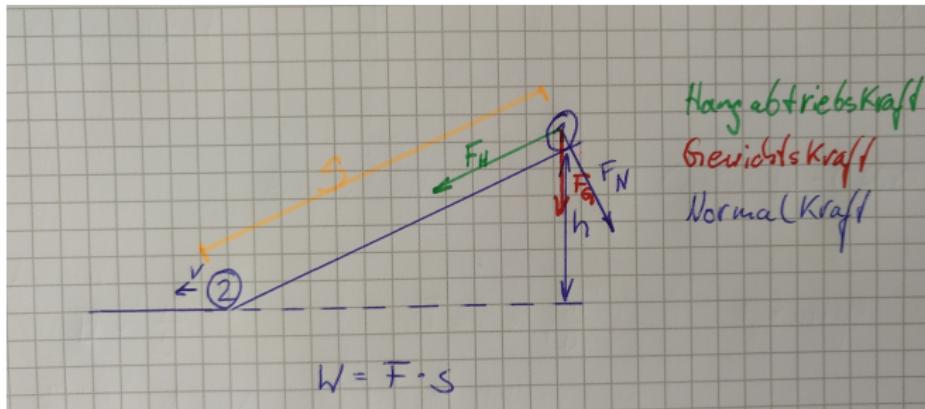


Abbildung: Arbeit an der schießen Ebene

Leistung

Beschreibung

Die mechanische Leistung ist gleich dem Quotienten aus der mechanischen Arbeit und der für die Verrichtung dieser Arbeit erforderlichen Zeit. Sie gibt an, in welchem Maß ein System Arbeit verrichten kann.

$$\text{SI-Einheit der Leistung } P: [P] = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = 1 \text{W}$$

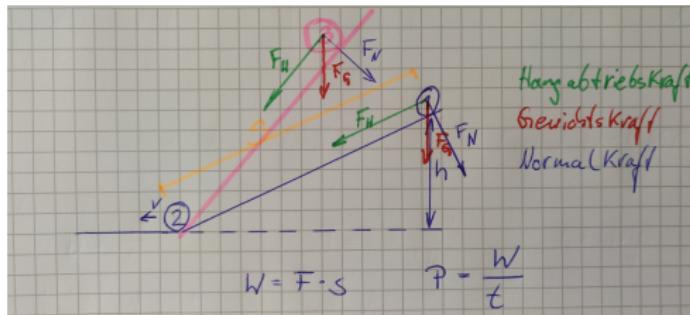


Abbildung: Leistung an der schießen Ebene

Potential

Beschreibung

Das Potential, das ein Körper in einem Feld hat, beschreibt, wie viel Arbeit das Feld an ihm verrichten kann. Das Potential hängt vom gewählten Bezugspunkt ab.

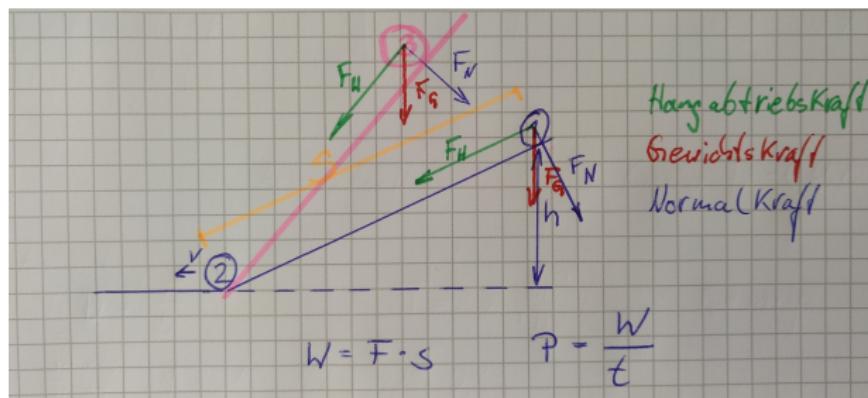


Abbildung: Potential an der schießen Ebene

Feld

Beschreibung

Ein "Feld" nennt man einen Bereich im Raum, in dem auf einen Körper eine Kraft wirkt. z.B. das Gravitationsfeld der Erde.

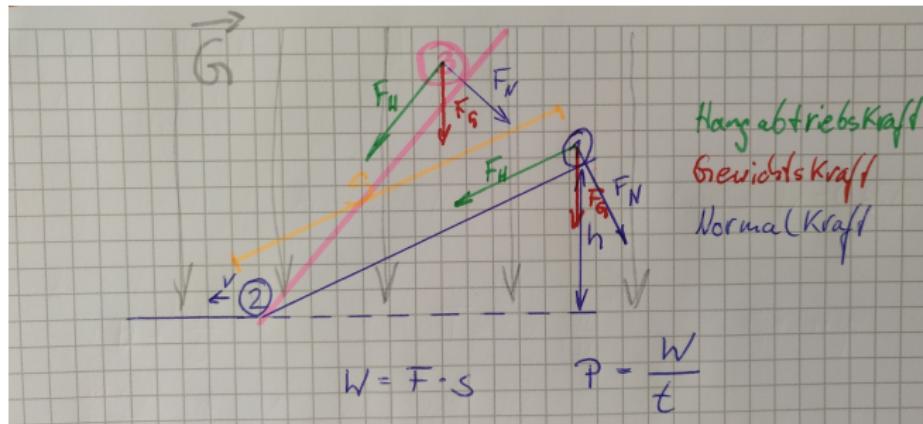


Abbildung: Gravitationsfeld an der schießen Ebene