

# 1. Unterrichtseinheit zur Dynamik

## Drehmoment und Hebel

Heiko Schröter

27. Februar 2021

# Ziele für die heutige Unterrichtseinheit

## Drehmoment und Hebel

- Wie ist das Drehmoment definiert?
- Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit am Hebel Gleichgewicht herrscht?
- Wie ermittelt man den Hebelarm bei Kräften, die unter einem Winkel  $\alpha$  am Hebel angreifen?
- Was sind Beispiele für technische Anwendungen des Hebels?
- Beispiele für Berechnungen mit Drehmomenten und Hebelarmen?

# Dynamik I

Die Wirkung einer Kraft auf einen drehbar gelagerten Körper hängt von der Wirkungslinie der Kraft ab. Geht die Wirkungslinie durch den Drehpunkt, so bleibt der Körper in Ruhe. Trifft die Wirkungslinie nicht den Drehpunkt, dann wird der Körper in Drehung versetzt.

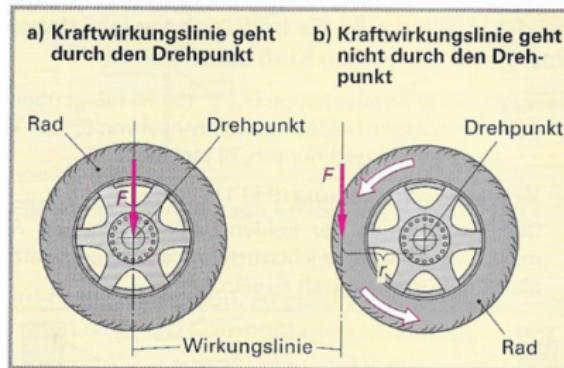


Abbildung: Wirkung einer Kraft auf einen drehbar gelagerten Körper

# Dynamik II

Die Stärke der Drehwirkung hängt von der Kraft  $F$  und dem senkrechten Abstand  $r$  (Hebelarm) der Wirkungslinie zum Drehpunkt ab. Diese Größe nennt man **Drehmoment  $M$** .

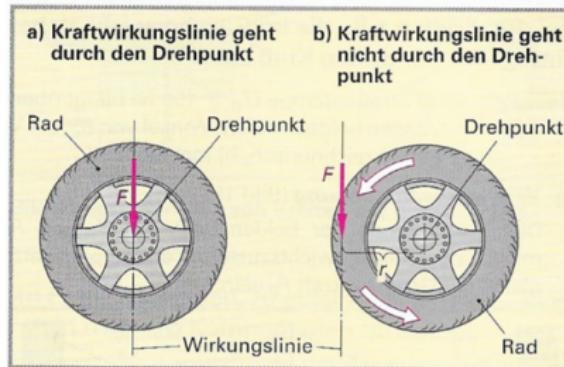


Abbildung: Wirkung einer Kraft auf einen drehbar gelagerten Körper

# Definition vom Drehmoment I

## Drehmoment

$$M = F \cdot r \quad (1)$$

- Die Einheit vom Drehmoment ist N m und das Formelzeichen ist  $M$ .  $[M] = [F] \cdot [r] = \text{N m}$
- Wirkt z.B. eine Kraft von 350 N im Abstand von 0,15 m zum Drehpunkt, so beträgt das Drehmoment

$$M = F \cdot r = 350 \text{ N} \cdot 0,15 \text{ m} = 52,5 \text{ N m.}$$

# Hebel und Drehmomentengleichgewicht I

Ein Hebel ist ein starrer Körper, der um eine feste Achse drehbar gelagert ist. Je nach Lage des Drehpunktes unterscheidet man in einseitige, zweiseitige sowie Winkelhebel. Am Hebel angreifende Kräfte versuchen ihn entweder links oder rechts herum zu drehen. Der Hebel bleibt in Ruhe (Gleichgewicht), wenn die linksdrehende Wirkung genau so groß ist wie die rechtsdrehende Wirkung.

## Hebelgesetz

Ein Hebel befindet sich im Gleichgewicht, wenn das Produkt aus Last  $F_L$  und Lastarm  $r_L$  gleich dem Produkt aus Kraft  $F_F$  und Kraftarm  $r_F$  ist.

$$F_L \cdot r_L = F_F \cdot r_F \quad (2)$$

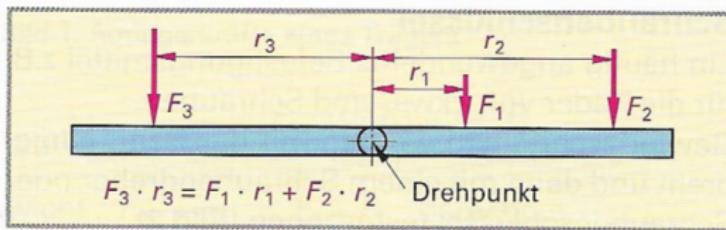
# Hebel und Drehmomentengleichgewicht II

## Beim Gleichgewicht

An einem Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die Summe der rechtsdrehenden Drehmomente gleich der Summe der linksdrehenden Drehmomente ist:

$$\sum M_r = \sum M_l \quad (3)$$

$$\sum \vec{M} = 0 \quad (4)$$



# Der wirksame Kraftarm

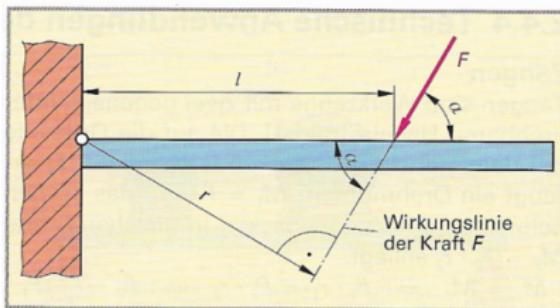


Abbildung: Wirksamer Kraftarm  $r$  des Drehmoments

Der wirksame Kraftarm  $r$  ist der senkrechte Abstand vom Drehpunkt zur Wirkungslinie der Kraft  $F$ . Für eine Kraft, die wie im Bild unter einem Winkel  $\alpha$  am Hebel angreift, gilt:

$$M = F \cdot r = F \cdot l \cdot \sin \alpha \quad (5)$$



# Technische Anwendungen des Hebels I

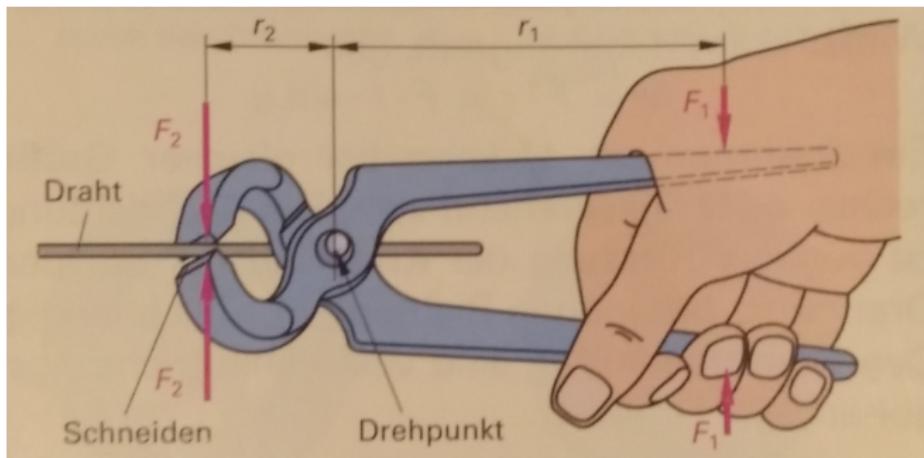


Abbildung: Hebel einer Kneifzange

$$M_1 = M_2 \Rightarrow F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 \Rightarrow F_2 = \frac{r_1}{r_2} \cdot F_1$$

# Technische Anwendungen des Hebels II

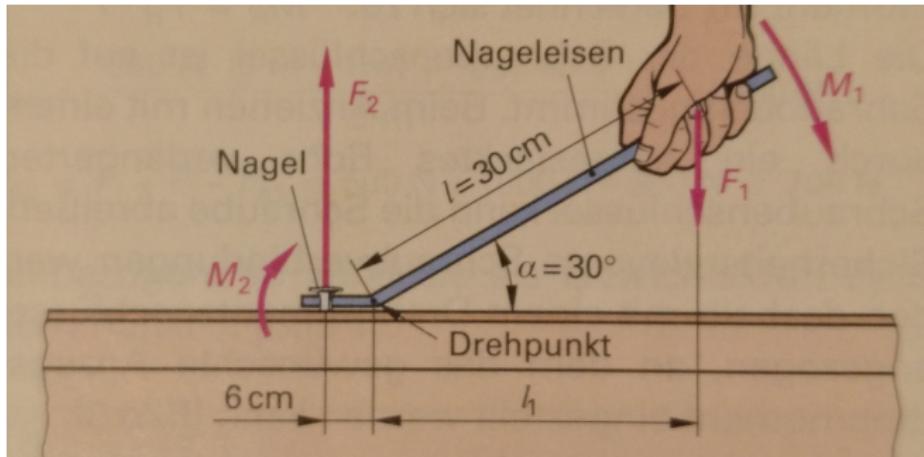


Abbildung: Ziehen von Nägeln mit dem Nageleisen

$$M_2 = M_1 \Rightarrow F_2 \cdot l_2 = F_1 \cdot l \cdot \cos \alpha \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1 \cdot \cos \alpha}{l_2}$$

# Technische Anwendungen des Hebels III

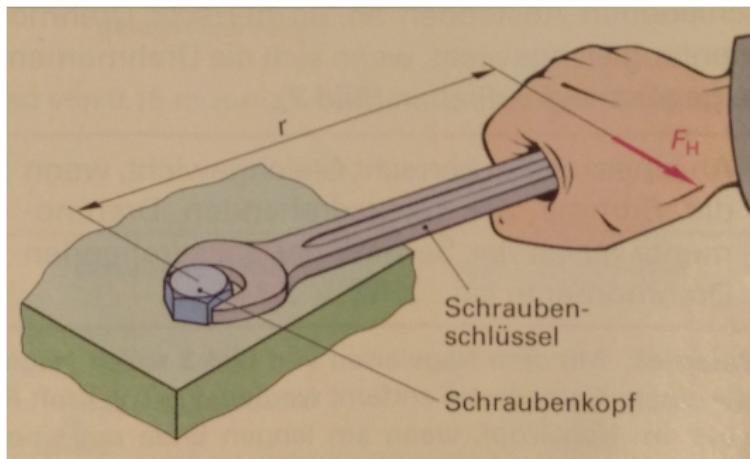


Abbildung: Hebelwirkung beim Anziehen einer Schraube

$$M_A = F_H \cdot r$$

$M_A$  Anzugsdrehmoment

# Technische Anwendungen des Hebels IV

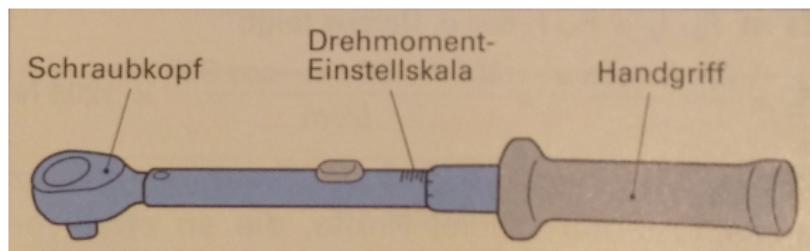


Abbildung: Drehmomentenschlüssel

$$M_A = F_H \cdot r$$

# Anwendungen des Hebels am Zahnradgetriebe

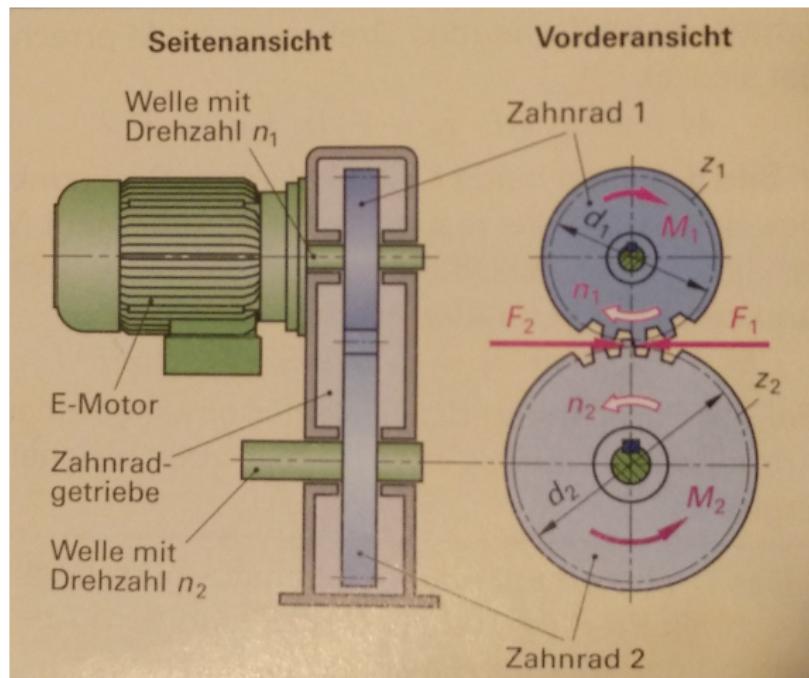


Abbildung: Hebelwirkung beim Zahnradgetriebe

# Anwendungen des Hebels am Zahnradgetriebe

$$F_1 = F_2 = F$$

$$M_1 = F \cdot r_1 \quad \Rightarrow F = \frac{M_1}{r_1}$$

$$M_2 = F \cdot r_2 \quad \Rightarrow F = \frac{M_2}{r_2}$$

$$\frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} \quad \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

# Übung - Drehmoment und Hebel

1. Berechnen Sie das Moment beim Anziehen einer Schraube mit einer Kraft von 120 N bei einem wirksamen Hebelarm von 180 mm.
2. Eine Schraube M20 darf höchstens mit einem Moment von 145 N m angezogen werden. Berechnen Sie die zulässige Kraft bei einer Schlüssellänge (Hebellänge) von 220 mm, wenn der Winkel zwischen Kraftrichtung und Hebel  $80^\circ$  beträgt.
3. Auf eine Antenne wirkt eine Windkraft von 200 N. Das zulässige Moment an der Einspannstelle beträgt 680 N m. In welchem Abstand von der Einspannstelle darf die Antenne höchstens montiert werden?
4. Ein 10 t-Kran hat ein zulässiges Lastmoment von 2 MN m. Berechnen Sie die maximale Ausladung.

## Lösung - Drehmoment und Hebel I

1. Berechnen Sie das Moment beim Anziehen einer Schraube mit einer Kraft von 120 N bei einem wirksamen Hebelarm von 180 mm.

$$M = F \cdot r_0 = 120 \text{ N} \cdot 0,180 \text{ m} = 21,6 \text{ N m}$$

2. Eine Schraube M20 darf höchstens mit einem Moment von 145 N m angezogen werden. Berechnen Sie die zulässige Kraft bei einer Schlüssellänge (Hebellänge) von 220 mm, wenn der Winkel zwischen Kraftrichtung und Hebel  $80^\circ$  beträgt.

$$r_0 = r \cdot \sin 80^\circ = 220 \text{ mm} \cdot 0.9848 = 217 \text{ mm}$$

$$F = \frac{M}{r_0} = \frac{145 \text{ N m}}{0,217 \text{ m}} = 668 \text{ N}$$

## Lösung - Drehmoment und Hebel II

3. Auf eine Antenne wirkt eine Windkraft von 200 N. Das zulässige Moment an der Einspannstelle beträgt 680 N m. In welchem Abstand von der Einspannstelle darf die Antenne höchstens montiert werden?

$$r_0 = \frac{M}{F} = \frac{680 \text{ N m}}{200 \text{ N}} = 3,4 \text{ m}$$

4. Ein 10 t-Kran hat ein zulässiges Lastmoment von 2 MN m. Berechnen Sie die maximale Ausladung ( $g \approx 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ).

$$r_0 = \frac{M}{F} = \frac{2,0 \text{ MN m}}{10 \text{ t} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = \frac{2\,000\,000 \text{ N m}}{10\,000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 20 \text{ m}$$

# Übung - Drehmoment und **Hebel** I

5. Bei der Ventilsteuering eines Kraftfahrzeuges greift der Steuernocken (siehe Abbildung) am Kipphebel an. In welchem Abstand  $r_2$  vom Drehpunkt des Kipphebels muss der Steuernocken angebracht werden, wenn die Kraft des Nockens 600 N und die Öffnungskraft der Ventilfeder 480 N betragen?

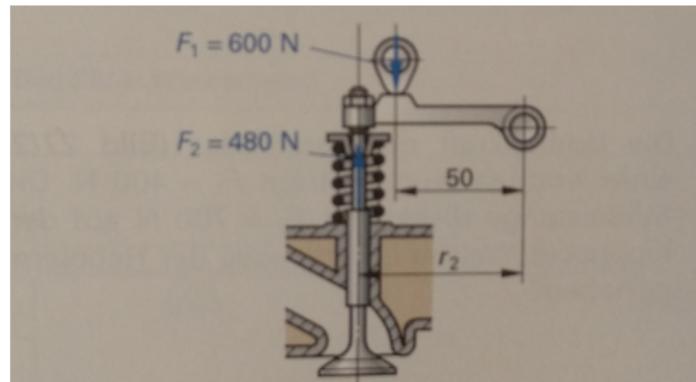


Abbildung: Ventilsteuering

# Übung - Drehmoment und **Hebel** II

6. Die Fußkraft an einem Bremspedal beträgt  $F_1 = 300 \text{ N}$ . Der Winkel zwischen  $\vec{F}_2$  und dem Hebelarm beträgt  $45^\circ$ . Berechnen Sie die Kraft  $F_2$  der Kolbenstange (siehe Abbildung).

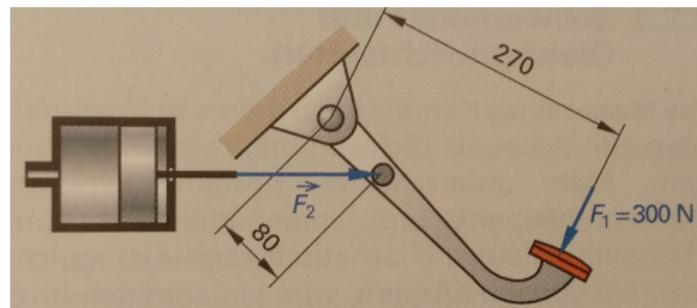


Abbildung: Bremspedal

# Lösung - Drehmoment und **Hebel** I

5. Bei der Ventilsteuерung eines Kraftfahrzeugs greift der Steuernocken (siehe Abbildung) am Kipphebel an. In welchem Abstand  $r_2$  vom Drehpunkt des Kipphebels muss der Steuernocken angebracht werden, wenn die Kraft des Nockens 600 N und die Öffnungskraft der Ventilfeder 480 N betragen?

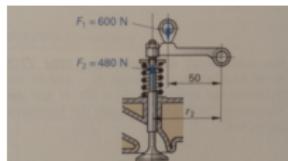


Abbildung: Ventilsteuерung

$$r_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{F_2} = \frac{600 \text{ N} \cdot 50 \text{ mm}}{480 \text{ N}} = 62,5 \text{ mm}$$

# Lösung - Drehmoment und **Hebel II**

6. Die Fußkraft an einem Bremspedal beträgt  $F_1 = 300 \text{ N}$ . Der Winkel zwischen  $\vec{F}_2$  und dem Hebelarm beträgt  $45^\circ$ . Berechnen Sie die Kraft  $F_2$  der Kolbenstange (siehe Abbildung).

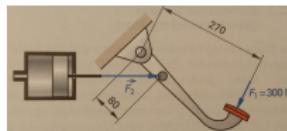


Abbildung: Bremspedal

$$r_{01} = r_1 = 270 \text{ mm}; r_{02} = r_2 \cdot \sin 45^\circ = 80 \text{ mm} \cdot 0.7071 = 56,7 \text{ mm}$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot r_{01}}{r_{02}} = \frac{300 \text{ N} \cdot 270 \text{ mm}}{56,7 \text{ mm}} = 1429 \text{ N}$$