

3. Unterrichtseinheit zur Wärmelehre

Wärmeenergie

Heiko Schröter

4. Juli 2021



Ziele für die heutige Unterrichtseinheit

Was verstehen wir unter Wärmeenergie und Wärmemenge?

- Was versteht man unter dem absoluten Nullpunkt, wie ist dieser energetisch gekennzeichnet?
- Wovon hängt die Längenausdehnung eines Körpers ab?
- Welcher Zusammenhang liegt zwischen der Längenausdehnung und der Volumenausdehnung vor?
- Warum ist Wasser als Ausdehnungsflüssigkeit in einem Flüssigkeitsthermometer ungeeignet?
- Welche Druckkraft resultiert aus der Erwärmung einer fest eingebauten Rohrleitung?

Temperatur, innere Energie, Wärme

Temperatur T

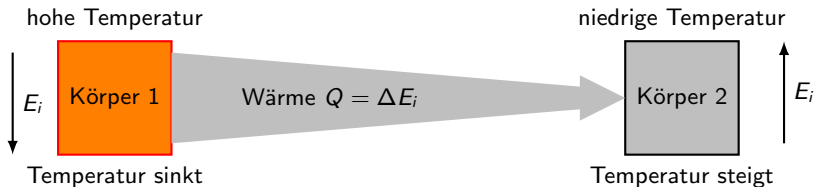
gibt an, wie kalt oder warm ein Körper ist.

innere Energie E_i

gibt an, welche Energie ein Körper aufgrund seiner Temperatur hat.

Wärme Q

gibt an, wie viel thermische Energie von einem Körper auf einen anderen übertragen wird.



Der Mechanismus der Wärmespeicherung I

Wärmeenergie (innere Energie)

Bei Zuführung von Wärmeenergie erhöht sich die Bewegungsenergie der Elementarbausteine und umgekehrt nimmt diese bei Wärmeabfuhr ab.

Obwohl jede Zuführung von Wärmeenergie die Bewegungsenergie der Moleküle vergrößert, ist feststellbar, dass es einen grundsätzlichen Unterschied gibt:

sensible Wärme →

Die zu- oder abgeführte Energie ändert die Körpertemperatur.

Der Mechanismus der Wärmespeicherung II

latente Wärme →

versteckte Wärme → Die zu- oder abgeführte Energie ändert den Aggregatzustand oder die Gitterstruktur des Körpers bei konstanter Temperatur.

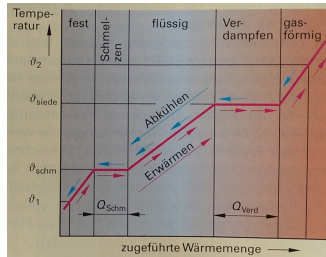
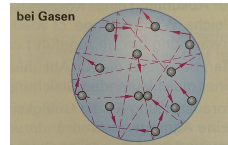
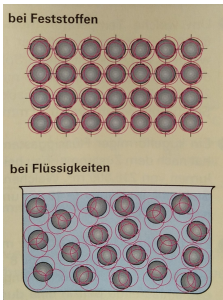


Abbildung: Temperaturverlauf bei Wärmezufuhr bzw. Wärmeabfuhr

Wärmeenergie und absoluter Nullpunkt I

Am absoluten Nullpunkt hat die Bewegungsenergie der Atome bzw. Moleküle ihren kleinst möglichen Wert.



Molekulare Wärmebewegung

Wärmeenergie und absoluter Nullpunkt II

3. Hauptsatz der Thermodynamik

Der absolute Nullpunkt kann niemals erreicht werden.

Diese Aussage aus dem Jahr 1906 wurde von Max Planck in der Quantentheorie bestätigt. Experimentell ist man heute in der Lage, sich dem absoluten Nullpunkt bis auf weniger als 10^{-6}K zu nähern.

Körper bei Wärmezufuhr oder Wärmeabgabe

Wird einem Körper Wärme zugeführt oder von ihm Wärme abgegeben, so kann das verschiedene Auswirkungen haben.

Die Temperatur des Körpers ändert sich.

$$\Delta T = \frac{Q}{c \cdot m}$$
$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Bei der Umwandlungstemperatur ändert sich der Aggregatzustand.

$$Q_s = m \cdot q_s$$

$$Q_v = m \cdot q_v$$

Wärmezufuhr oder Wärmeabgabe

Volumen bzw. Länge des Körpers ändert sich.

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

Die innere Energie des Körpers ändert sich. Es wird Wärme ausgetauscht oder Arbeit verrichtet.

$$\Delta E_i = W + Q$$

Wärmeausdehnung fester Körper

Die Volumenänderung infolge einer Temperaturänderung beruht auf der Änderung der Bewegungsenergie und damit der Änderung der Schwingungsweite der Atome.

thermischer Längenausdehnungskoeffizient

Der thermische Längenausdehnungskoeffizient α ist stoffabhängig und temperaturabhängig. Er wird auch als Wärmedehnzahl oder linearer Ausdehnungskoeffizient bezeichnet.

Die Einheit von α ist:

$$\frac{m}{m \cdot ^\circ C} = \frac{m}{m \cdot K} = \frac{1}{K}$$

Berechnung der Längenausdehnung infolge einer Temperaturdifferenz

$$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

→ Wärmeausdehnung

$$l_2 = l_1 \pm l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

→ Endlänge

Beispielaufgabe 1 I

Eine Stahlschiene hat bei 10 °C eine Länge von 25 m. Welche Länge hat die Schiene bei $\alpha = 0,000\,012 \frac{\text{m}}{\text{mK}}$

- a) im Sommer bei 40 °C
- b) im Winter bei −5 °C
- c) Wie groß ist der gesamte Dehnbereich?

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 + l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 25 \text{ m} + 25 \text{ m} \cdot 0,000\,012 \frac{\text{m}}{\text{mK}} \cdot 30 \text{ K} \\ &= 25,009 \text{ m} \end{aligned}$$

Beispielaufgabe 1 II

b)

$$\begin{aligned}l_2 &= l_1 - l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 25 \text{ m} - 25 \text{ m} \cdot 0,000\,012 \frac{\text{m}}{\text{mK}} \cdot 15 \text{ K} \\&= 24,9955 \text{ m}\end{aligned}$$

c) Der gesamte **Dehnbereich** zwischen -5 °C und 40 °C beträgt somit $\Delta l_{\text{ges}} = 13,5 \text{ mm}$

Volumenausdehnung fester Körper I

Bei der thermischen Längenausdehnung dominiert eine Raumrichtung. Natürlich ist es auch so, dass sich der Körper in alle Raumrichtungen ausdehnt, und die Volumenausdehnung hat insbesondere bei kompakten Körpern bzw. Hohlkörpern Bedeutung. Hohlkörper (Gefäße) dehnen sich im gleichen Maß wie massive Körper (Vollkörper).

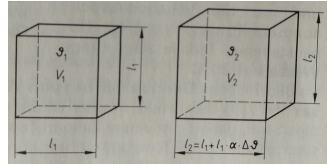
bei ϑ_1 : $V_1 = l_1^3$; **bei ϑ_2 :**

$$V_2 = l_2^3 = (l_1 + l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta)^3 = (l_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta))^3 = l_1^3 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)^3$$

Nach Berechnung des kubischen Binoms $(1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)^3$ ergibt sich:

$$V_2 = l_1^3 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta + 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta\vartheta)^2 + (\alpha \cdot \Delta\vartheta)^3) \rightarrow \text{genaue Formel!}$$

$$\text{Näherung: } V_2 = l_1^3 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta) = l_1^3 + l_1^3 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$$



Volumenausdehnung fester Körper II

Mit $l_1^3 = V_1$ wird

$$V_2 = V_1 + V_1 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$$

Berechnung der Volumenausdehnung infolge einer Temperaturdifferenz

$$\gamma = 3 \cdot \alpha$$

→Volumenausdehnungskoeffizient

$$V_2 = V_1 \pm V_1 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta$$

→Endvolumen

Die Einheit von γ ist: $\frac{m^3}{m^3 \cdot K}$

Wärmeausdehnung von Flüssigkeiten

Wegen der geringen Kohäsionskräfte dehnen sich Flüssigkeiten bei Temperaturveränderung stärker als feste Körper aus. Da sie keine feste Form haben, sind nur die Volumenausdehnungskoeffizienten γ wichtig.

Beispielaufgabe 2

Welchen Raum nehmen $2,5 \text{ m}^3$ Benzin von 10°C nach der Erwärmung durch Sonneneinstrahlung auf eine Temperatur von 45°C ein ($\gamma_{\text{Benzin}} = 0,001 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}$)? Welche technische Regel leitet sich hieraus für die Aufbewahrung von Flüssigkeiten in geschlossenen Behältern ab?

Wärmeausdehnung von Flüssigkeiten

Lösung

$$V_2 = V_1 + V_1 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta$$

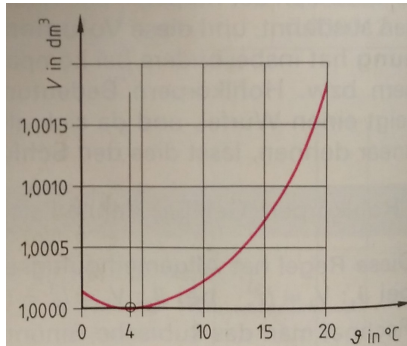
$$\begin{aligned} V_2 &= 2,5 \text{ m}^3 + 2,5 \text{ m}^3 \cdot 0,001 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}} \cdot 35 \text{ K} \\ &= 2,5 \text{ m}^3 + 0,0875 \text{ m}^3 = 2,5875 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Das Volumen hat also um 87,5 L zugenommen!

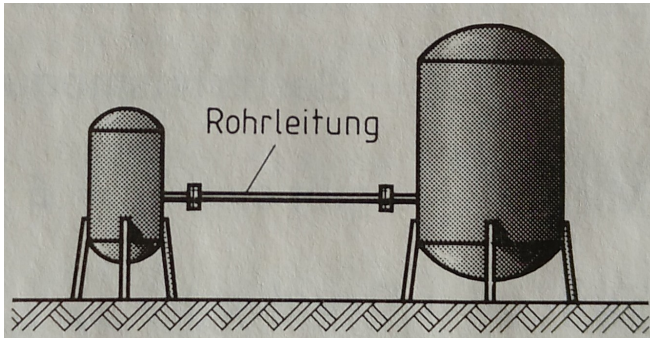
Anomalie des Wassers

Dehnverhalten von Wasser

Wasser hat bei 4 °C sein geringstes Volumen und damit seine größte Dichte $\rho = 1,00 \text{ kg dm}^{-3}$.



Wärmespannung



Wärmespannung

elastische Verlängerung Δl

Die **elastische Verlängerung** Δl eines Körpers ist der wirkenden Kraft F proportional. (Hooke'sches Gesetz)

Die elastische Verlängerung eines Körpers ist der Ausgangslänge l_1 proportional und der Querschnittsfläche A umgekehrt proportional.

$$\Delta l \sim \frac{F \cdot l_1}{A}$$

Eine Werkstoffkonstante, der **Elastizitätsmodul** E , berücksichtigt die Abhängigkeit vom verwendeten Werkstoff, und durch Versuche kann **im elastischen Bereich** bestätigt werden:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_1}{A \cdot E}$$

Wärmespannung

In der **Festigkeitslehre** ist der Quotient aus der Kraft F und dem Querschnitt A eine Größe, die als **mechanische Spannung** σ z.B. **Zugspannung** σ_z oder **Druckspannung** σ_d , bezeichnet wird.

$$\Delta l = \sigma \cdot \frac{l_1}{E}$$

nach Einsetzen der thermischen Längenausdehnung:

$$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta = \sigma \cdot \frac{l_1}{E}$$

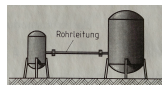
$$\text{Wärmespannung: } \sigma = \frac{E}{l_1} \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

$$\text{Zug- oder Druckkraft im Bauteil: } F = E \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta \cdot A$$

Die Wärmespannung und die daraus resultierende Zug- oder Druckkraft in einem Bauteil sind von der Bauteillänge unabhängig.

Wärmespannung

Die beiden Behälter im Bild sind mit einer Stahlrohrleitung mit dem Außendurchmesser $D = 200 \text{ mm}$ und dem Innendurchmesser $d = 190 \text{ mm}$ verbunden.



Bei der verwendeten Stahlqualität kann von $E = 215\,000 \text{ N mm}^{-2}$ und $\alpha = 0,000\,012 \text{ m m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ausgegangen werden. Nach spannungsfreiem Einbau erwärmt sich die Leitung um $\Delta\vartheta = 70 \text{ °C}$. Wie groß ist die Druckkraft F in der Leitung?

Lösung:

$$F = E \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta \cdot A$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot (200^2 - 190^2) \text{ mm}^2 = 3063 \text{ mm}^2$$

$$F = 215\,000 \text{ N mm}^{-2} \cdot 0,000\,012 \text{ m m}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 70 \text{ K} \cdot 3063 \text{ mm}^2$$

$$F = 553 \text{ kN}$$