Tittel

Andreas M. Kristensen

March 15, 2025

Her definerer vi hva kjernen, kokjernen og hva bildet til en overlapp-matching er.

La $\sigma : \mathcal{C} \to \mathcal{D}$ være en overlapp-matching dette betyr at hvis $\sigma(I) = J$ så har vi

- $I \cap J \neq \emptyset$
- I begrenser J over
- J begrenser I over

Kjernen til σ er definert ved det kommutative diagrammet

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{C} \arrow[dr, "\sigma"] & \\
\ker\sigma \arrow[u, "\gamma"] \arrow[r, "\emptyset"'] & \mathcal{D}
\end{tikzcd}$$

Dette betyr at $\sigma \circ \gamma = \emptyset$. Vi velger et intervall $I \in \mathcal{C}$, hvis σ ikke matcher I lar vi $I \in \ker\sigma$ og $\gamma(I) = I$, hvis $\sigma(I) = J$ slik at $I - J \neq \emptyset$ lar vi $I - J \in \ker\sigma$ og $\gamma(I - J) = I$.

Proposisjon 0.0.1. *γ er en overlapp-matching.*

Proof. For $K \in \ker\sigma$ må vi vise følgende:

1. $K \cap \gamma(K) \neq \emptyset$.
2. K begrenser $\gamma(K)$ over.
3. $\gamma(K)$ begrenser K under.

Vi starter med 1. Enten har vi at $K \in \mathcal{C}$ og σ ikke matcher K eller så er $K = I - J$ for en $I \in \mathcal{C}$ og $J = \sigma(I)$. Hvis K ikke er matchet av sigma, har vi at $\gamma(K) \cap K = K \cap K = K \neq \emptyset$. Hvis $K = I - J$ har vi at $K \cap \gamma(K) = (I - J) \cap \gamma(I - J) = (I - K) \cap I = I - J$ og siden vi $I - J \neq \emptyset$ per definisjon av intervallene i $\ker\sigma$, dermed er 1. tilfredstilt.

Siden K er enten $\gamma(K)$ eller den øvre delen av $\gamma(K)$ begrenser K $\gamma(K)$ over. For samme grunn begrenser $\gamma(K)$ K under. Dermed er γ en overlapp-matching. $\square$

Siden γ er en overlapp-matching og $\sigma \circ \gamma = \emptyset$ så er $\ker \sigma$ kjernen til

$$A \bullet B$$