

Datenstrukturen (DS)

Sommersemester 2018

Prof Dr. Ulrich Meyer
Manuel Penschuck
Alex Schickedanz



Institut für Informatik
Algorithm Engineering

Übung 1

Ausgabe: 17.04.2018

Abgabe: 01.05.2018

Bitte beachten Sie, dass der Abgabetermin ein Feiertag ist an dem keine Vorlesung stattfindet. Sie können Ihre Lösungen **bis 2.5. um 08:00** im Briefkasten neben Raum 312 (RM 11-15) abgeben. Ihre Antworten sind stets zu begründen, solange Sie nicht im Aufgabentext davon befreit werden. Nicht vergessen die **Gruppennummer** auf die Abgabe zu schreiben und mehrseitige Abgaben zu **tackern**.

Aufgabe 1.1. Zusammenhänge asymptotischer Beziehungen

(6 · 6 Punkte)

Es seien $f, f_1, f_2, g, g_1, g_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ monotone Funktionen, die Laufzeiten bestimmen. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- a) $f_1 = \Omega(g_1), f_2 = \Omega(g_2) \Rightarrow f_1 + f_2 = \Omega(g_1 + g_2)$.
- b) $f_1 = \Theta(g_1), f_2 = \Theta(g_2) \Rightarrow f_1 \cdot f_2 = \Theta(g_1 \cdot g_2)$.
- c) $f = \mathcal{O}(g) \Rightarrow 2^f = \mathcal{O}(2^g)$.
- d) $f(n) = g(\frac{n}{2}) \Rightarrow f = \Omega(g)$.
- e) $f = \mathcal{O}(f_1), f_1 = \Omega(f_2) \Rightarrow f = \mathcal{O}(f_2)$.
- f) $f = o(f_1), f_1 = \mathcal{O}(f_2) \Rightarrow f = o(f_2)$.

Aufgabe 1.2. Asymptotische Notation

(5 · 6 Punkte)

Bestimmen Sie für jedes der folgenden Paare, ob $f = \mathcal{O}(g)$, $f = o(g)$, $f = \Omega(g)$, $f = \omega(g)$ oder $f = \Theta(g)$ gilt. Eine kurze Begründung ist notwendig. Es genügt, die Beziehung so exakt wie möglich beschreiben, zum Beispiel müssen Sie im Fall $f = \Theta(g)$ nicht auch $f = \mathcal{O}(g)$ und $f = \Omega(g)$ angeben.

- a) $f(n) = \log(n), g(n) = \log(n^5 \log n)$
- b) $f(n) = \sqrt[5]{n}, g(n) = 3^{\log_{27} n}$
- c) $f(n) = 2n^3, g(n) = \begin{cases} n^2 & \text{falls } n > 10000, \\ 3n^4 & \text{falls } n \leq 10000. \end{cases}$
- d) $f(n) = 2^{100}n, g(n) = n^{1.1}$
- e) $f(n) = \frac{\log_2 n}{\log_5 n}, g(n) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2}$

Bitte wenden!

Aufgabe 1.3.

(12 + 8 + 14 Punkte)

a) Ist stets $f(2n) = \Theta(f(n))$?

Falls die Antwort *Ja* ist, dann beweise die Aussage, falls *Nein*, dann begründe deine Antwort durch ein Gegenbeispiel.

b) Zeige $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = o(n)$

(i) mithilfe eines Integrals.

(ii) ohne Verwendung eines Integrals.