Mathe für die Informatik II – SoSe 2018
Dr. Samuel Hetterich

Blatt 4 — Abgabe: Di 15.05.2018, 12:15 Uhr

Hinweis:
▶ Bewertet und korrigiert werden nur die Aufgaben 4.1 bis 4.4 - also müssen Sie nur Lösungen dieser Aufgaben einreichen. Die Präsenzaufgabe 4.5 wird in den Tutorien gelöst und besprochen - gerne können Sie sich darauf vorbereiten.

Aufgabe 4.1 — 6 Punkte

a) Nennen Sie alle Wörter in $(\mathbb{F}_2)^4$.

b) Nennen Sie einen Blockcode der Länge 4 über $\mathbb{F}_2$.

c) Wie viele unterschiedliche Blockcodes der Länge 4 gibt es über $\mathbb{F}_2$.

d) Nennen Sie den Hammingabstand der Wörter $(4, 1, 0, 0, 5, 0)$ und $(0, 1, 3, 1, 5, 2)$, also

$$\operatorname{dist}\left((4, 1, 0, 0, 5, 0), (0, 1, 3, 1, 5, 2)\right).$$

e) Wie viele Wörter in $(\mathbb{F}_3)^4$ haben Hammingabstand 2 von $(0, 1, 0, 1)$.

Aufgabe 4.2 — 7 Punkte

Sie $C = \{(1, 1, 1, 1), (1, 0, 0, 0), (2, 1, 0, 2), (2, 0, 2, 1)\}$ ein Code über $\mathbb{F}_3$. Beweisen Sie jeweils die Richtigkeit ihrer Antworten.

a) Für welche $k \in \mathbb{N}$ ist der Code C k-fehlererkennend?

b) Für welche $k \in \mathbb{N}$ ist der Code C k-fehlerkorrigierend?

c) Geben Sie einen Blockcode über $\mathbb{F}_3$ der Länge 5 an, der 2-fehlerkorrigierend ist.

d) Geben Sie einen Blockcode über $\mathbb{F}_3$ der Länge 5 an, der 1-fehlerkorrigierend aber nicht 2-fehlerkorrigierend ist.

e) Ist es möglich einen Blockcode zu konstruieren, der 10-fehlererkennend aber nur k-fehlerkorrigierend für $k \leq 4$ ist?

f) Ist es möglich einen Blockcode zu konstruieren, der 10-fehlererkennend und 8-fehlerkorrigierend ist?

g) Ist es möglich einen Blockcode der Länge 5 über $\mathbb{F}_2$ zu konstruieren, der 2-fehlerkorrigierend ist und mindestens drei Wörter enthält?

Aufgabe 4.3 — 4 Punkte

Sei $(\mathbb{F}_3)^2$ der zweidimensionale Vektorraum über dem endlichen Körper mit drei Elementen $\mathbb{F}_3$.

a) Finden Sie eine Basis des $(\mathbb{F}_3)^2$ - beweisen Sie, dass es sich dabei auch wirklich um eine Basis handelt.

b) Finden Sie einen eindimensionalen Untervektorraum des $(\mathbb{F}_3)^2$.

(Zur Erinnerung: Eine Basis eines Vektorraums V ist eine Menge von Vektoren $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, \ldots\}$, so dass jeder Vektor in V als Linearkombination der Vektoren in $\mathcal{B}$ dargestellt werden kann und die Vektoren in $\mathcal{B}$ linear unabhängig sind.)

Präsenzaufgabe 4.4 — 3 Zusatzpunkte

Es sei $C = \{(0, 1, 0, 1), (1, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 0), (1, 1, 1, 0)\} \subset (\mathbb{F}_2)^4$ ein Code. Wenden Sie zum dekodieren der folgenden Wörter das MLD-Verfahren an.

a) $w_1 = (0, 1, 1, 1)$

b) $w_2 = (0, 0, 1, 0)$

c) $w_3 = (1, 0, 1, 1)$