Mathe für die Informatik I – WiSe 2017

Dr. Samuel Hetterich

Blatt 1 — Abgabe: Mo 30.10.2017, 10:00 Uhr

Aufgabe 1.1 — **4 Punkte**

Gegeben seien die folgenden Aussagen:

i) Jede natürliche Zahl ist von der Form $n = k - 2$ mit einer natürlichen Zahl k.

ii) Es gibt eine natürliche Zahl n, so dass für jede natürliche Zahl k das Ergebnis von $n + k$ die Zahl 5 ist.

a) Formulieren Sie die sprachlichen Aussagen in i) und ii) jeweils in symbolischer Notation, verwenden Sie den Allquantor und/oder den Existenzquantor.

b) Negieren Sie dann die jeweils erhaltene Symbolfolge $\mathcal{A}$ und vereinfachen Sie dann $\neg\mathcal{A}$.

Beachten Sie: Ob die Aussagen in i) oder ii) wahr oder falsch sind, ist hier nicht gefragt.

Aufgabe 1.2 — **4 Punkte**

Beweisen Sie, dass für Mengen A, B, C stets gilt:

i) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$

ii) $A \cap B = B \Leftrightarrow B \subset A$

Beachten Sie: Eine Zeichnung oder Skizze ist kein Beweis.

Aufgabe 1.3 — **4 Punkte**

Seien X und Y zwei nicht-leere Mengen und seien $f : X \to Y$ und $g : Y \to X$. Sei $f \circ g$ die Hintereinanderausführung von (erst) g und (dann) f, d.h. es gilt $f \circ g = f(g(x))$. Ferner sei id_X die *Identität auf* X so, dass für alle $x \in X$ gilt $id_X(x) = x$.
Sei nun $g \circ f = \mathrm{id}_X$. Zeigen Sie, dass f injektiv und g surjektiv ist.

Aufgabe 1.4 — **4 Punkte**

Beweisen Sie die folgende Aussage per vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n} (2k - 1) = n^2 \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

Beachten Sie: Es geht hier vor allem um einen formal korrekten Beweis, also nicht um eine Beweisskizze. (Sie müssen aber *nicht* begründen, warum das Verfahren "Vollständige Induktion" funktioniert.)
