

Taller de Matemática Computacional - TUDAI/TUARI
Trabajo Práctico 4 - 2024
Conteo

Ejercicios indispensables

1. Una empresa produce computadoras con:
 - 3 colores diferentes (negro, gris, plateado).
 - 2 tipos de procesadores.
 - 3 capacidades de memoria RAM.
 - 2 tipos de pantalla (HD y full HD).
 - 4 capacidades de disco duro.
 - a) ¿Cuántas computadoras diferentes se pueden producir?
 - b) ¿Cuántas computadoras diferentes, de color gris, se pueden producir?
 - c) ¿Cuántas computadoras diferentes de color negro y pantalla HD se pueden producir?
 - d) ¿Cuántas computadoras diferentes de color negro o gris se pueden producir?
2. En un lenguaje de programación los identificadores pueden comenzar con una letra (L), seguida o no de hasta 5 caracteres que pueden ser letras o dígitos (D). Considerando que existen 27 letras diferentes y 10 dígitos:
 - a) ¿Cuántos identificadores diferentes se pueden formar?
 - b) ¿Cuántos identificadores distintos se pueden formar que tengan la longitud máxima?
 - c) ¿Cuántos identificadores distintos se pueden formar de entre tres y seis caracteres?
3. Un examen consta de 20 preguntas, 9 de estas son de opción múltiple y cada una tiene 4 opciones diferentes de las cuales solamente una es correcta. Las restantes 11 preguntas son de “Falso” o “Verdadero”. **Nota:** Se supone que los alumnos responden todas y cada una de las preguntas.
 - a) ¿De cuántas maneras distintas se puede contestar el examen?
 - b) ¿De cuántas maneras diferentes se puede contestar el examen, de forma que todas las respuestas sean incorrectas?
 - c) ¿De cuántas maneras se puede contestar el examen, de forma que todas las respuestas sean correctas?
4. Se aplica un examen de opción múltiple que consta de 10 preguntas. Cada pregunta tiene 5 opciones diferentes, pero solamente una de esas opciones es correcta. **Nota:** Cada pregunta vale 10 puntos si es respondida correctamente y cero en caso contrario.
 - a) ¿De cuántas maneras diferentes es posible contestar el examen?
 - b) ¿De cuántas maneras diferentes se puede contestar el examen y que todas las respuestas estén equivocadas?
 - c) ¿De cuántas maneras se puede contestar el examen y que todas las respuestas sean correctas?
 - d) ¿De cuántas maneras es posible contestar el examen y que la calificación sea de 70 ?
5. En el sistema numérico “Trinario” solamente se admiten como dígitos válidos 0, 1 y 2 para formar cantidades.

- a) ¿Cuántas cantidades de cuatro cifras se pueden formar en el sistema trinario?
 - b) ¿Cuántas cantidades de dos cifras se pueden formar?
 - c) Elaborar un árbol que muestre las 9 cantidades de dos cifras que se pueden formar en el sistema trinario.
6. Consideremos el conjunto de las vocales (A, E, I, O, U).
 - a) ¿De cuántas maneras se pueden ordenar?
 - b) ¿Cuántas de esas palabras comienzan con la letra “E”?
 - c) ¿Cuántas palabras diferentes de 4 letras se pueden formar? **Nota: Sin repetir letras.**
 - d) ¿Cuántas palabras diferentes de 3 letras se pueden formar? **Nota: Sin repetir letras.**
 - e) ¿Cuántas palabras diferentes de cualquier tamaño se pueden formar? **Nota: Sin repetir letras.**
7. Se tiene una gran mesa circular y 10 computadoras diferentes (A, B, C, ..., J).
 - a) ¿De cuántas maneras distintas se pueden colocar las 10 computadoras alrededor de la mesa?
 - b) Si se desea que 3 de ellas siempre estén juntas, ¿De cuántas maneras se pueden colocar las computadoras alrededor de la mesa circular?
8. Se conectaran 18 computadoras, para formar una red circular.
 - a) ¿De cuántas formas distintas se pueden conectar?
 - b) Si 8 de ellas son de una marca determinada, ¿De cuántas maneras distintas se pueden conectar las 18 computadoras, si se desea que esas computadoras estén una seguida de otra?
9. Se invitó a los ganadores de medalla de “Oro”, “Plata” y “Bronce” de “Salto de garrocha”, “Lanzamiento de jabalina”, “Lanzamiento de bala” y “Salto en alto” a un evento para entregarles su medalla respectiva.
 - a) ¿De cuántas maneras se pueden sentar en una fila de 12 butacas si no se ponen restricciones?
 - b) ¿De cuántas maneras se pueden sentar si se acomodan por prueba (juntos los de salto en alto, juntos los de salto con garrocha, etc., sin importar que prueba se coloca primero)?
 - c) ¿De cuántas maneras se pueden sentar si se acomodan por metal (juntos los de medalla de oro, juntos los de medalla de plata, etc., sin importar si los bloques están al principio, en medio o al final)?
 - d) ¿De cuántas maneras se pueden sentar si se acomodan primero los de medalla de oro, después los de plata y finalmente los de bronce sin importar la prueba?
 - e) ¿De cuántas maneras se pueden sentar si primero se colocan los de salto de garrocha, después los de lanzamiento de jabalina, en la siguiente posición los de lanzamiento de bala y finalmente los de salto en alto.
10. Resolver las siguientes sumatorias.

$$\begin{aligned} a) & \sum_{i=1}^{10} i \\ b) & \sum_{h=1}^n 10 \\ c) & \sum_{i=1}^n 2i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) & \sum_{k=1}^n (3k + 1) \\ e) & \sum_{k=1}^n (6k - 5) \end{aligned}$$

11. Resolver las siguientes productorias.

$$\begin{aligned} a) & \prod_{i=1}^{10} i \\ b) & \prod_{h=1}^n 10 \\ c) & \prod_{i=1}^n 2i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) & \prod_{k=1}^6 (3k + 1) \\ e) & \prod_{k=1}^5 (6k - 5) \end{aligned}$$

12. Escribir las siguientes sumas y productos en función de sumatorias y productorias, según corresponda.

$$a) 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$b) 2 + 4 + 6 + 8$$

$$c) 1 + 3 + 5 + 7$$

$$d) 10^3$$

$$e) 10!$$

$$f) 10! + 9! + 8! + 7! + 6! + 5! + 4! + 3! + 2! + 1!$$

$$g) 101 * n$$

h) $x=0; i = 1;$
while ($i \leq 4$) **do**;
 $x = x + i;$
 $i = i + 1;$
end while;

i) $x=x_0; j = 1;$
while ($j \leq n$) **do**;
 $x = x * j;$
 $j = j + 1;$
end while;

13. Consideremos el siguiente programa:

```
a = 0
x = 4
while a < 5 do
  a = a + 3
  b = 13
  y = 2
  while b ≥ 4 do
    x = 3 * x - y
    b = b - 2
    y = y - 4
  end while
end while
print(a, b, x, y)
```

a) ¿Cuántas veces se ejecuta la instrucción $x = 3 * x - y$.

b) ¿Cuáles son los resultados de a, b, x, y que se imprimen al final.

Ejercicios importantes

1. Resolver las siguientes sumatorias.

$$\begin{aligned} a) & \sum_{k=1}^n k(k + 1) \\ b) & \sum_{k=1}^n (2k - 1)^2 \end{aligned}$$

$$c) \sum_{k=1}^4 1/k$$

2. Resolver las siguientes productorias.

a) $\prod_{k=1}^4 k(k+1)$

c) $\prod_{k=1}^4 1/k$

b) $\prod_{k=1}^5 (2k-1)^2$

3. Una fábrica produce gaseosas de 4 sabores diferentes (naranja, cola, uva y lima-limón). Si para cada uno de ellos se tienen 3 presentaciones distintas (lata, botella de vidrio y botella de plástico) además de que las presentaciones en botella de vidrio y plástico pueden tener 3 capacidades diferentes (600 cm³, 1.5 litros, 2.25 litros) y las de lata solamente de 354 cm³. Cuántos productos diferentes se producen en total?

4. El examen de ingreso de la carrera TUDAI consta de 80 preguntas de opción múltiple. **Nota:** Considere que si la pregunta se deja sin responder, la respuesta es incorrecta.

a) Si cada una de las 80 preguntas tiene 5 opciones distintas, ¿de cuántas maneras puede contestar un alumno que se presenta al examen de ingreso?

b) Si 40 de las preguntas tienen 4 opciones distintas y las otras 40 preguntas son de “Falso” o “Verdadero”, ¿de cuántas maneras diferentes puede contestar el alumno que presenta el examen?

5. El examen de TMC consta de 10 preguntas, y cada pregunta consta de 5 opciones diferentes pero solamente una de ellas es correcta. **Nota:** Considere que si la pregunta se deja sin responder, la respuesta es incorrecta.

a) ¿De cuántas maneras diferentes es posible contestar el examen?

b) ¿De cuántas formas distintas se puede contestar el examen para sacar una calificación de 100 ?

c) ¿De cuántas maneras diferentes se puede contestar el examen y sacar 0 de calificación?

d) ¿De cuántas maneras es posible contestar el examen y que la calificación sea mínimo de 70 ?

6. En el sistema hexadecimal se utilizan los dígitos conocidos (0,1,2,..., 9) y las primeras letras del alfabeto (A, B, C, D, E y F) para representar cantidades.

a) ¿Cuántas cantidades diferentes de cuatro cifras se pueden formar en el sistema hexadecimal?

b) ¿Cuántas cantidades distintas de siete cifras se pueden representar, si se desea que todas esas cifras comiencen con la letra F y terminen con la letra D?

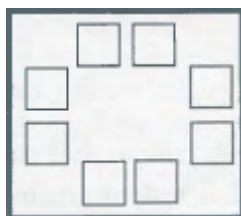
7. Se tienen seis letras (A, B, C, D, E, F).

a) ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar?

b) Si se desea que las letras B y F siempre estén juntas, ¿de cuántas maneras se pueden acomodar?

8. ¿De cuántas formas diferentes es posible colocar 8 computadoras en una gran mesa de forma cuadrada, como se indica en la figura?

9. Un entrenador de fútbol tiene una plantilla de 22 jugadores.



- a) ¿De cuántas maneras diferentes puede conformar su equipo de 11 titulares, considerando que todos pueden jugar en cualquier posición?
- b) ¿De cuántas maneras diferentes puede estructurar el equipo de 11 titulares, si la plantilla tiene 3 arqueros, 6 defensores, 8 mediocampistas y 5 delanteros, y considerando que el equipo de titulares debe tener un arquero, 4 defensores, 3 mediocampistas y 3 delanteros?
10. Consideremos el siguiente programa. ¿Cuántas veces se ejecuta la instrucción: Imprimir ('Hola', $a * b * w$)?

```

a = l
x = 4
while x ≥ a do
  b = 5
  y = 8
  while y > b do
    c = 0
    w = 7
    while c < w do
      print("Hola", a * b * w)
      w = w - 2
    end while
    b = b + l
  end while
  x = x - l
end while

```