

WST Vogt - Lösungen

Roland Hediger

17. Dezember 2013

Serie 5

Aufgabe 1

$$1) P(0 \leq X \leq 1) = \int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0)$$

$$f(x) = ax$$

$$F(x) = a \frac{x^2}{2}$$

$$\int = 0.5a - 0$$

$$0.5a - 0 = 1$$

$$0.5a = 1$$

(Gesamtfläche also $\lim \rightarrow \inf$ muss 1 sein.)

$$0.5 * 2 = 1$$

$$a = 2$$

2) Verteilungsfunktion zu F :

$$F(x) = \int f(x) = \int (2x) dx = 2(x^2/2) = x^2$$

Warum 0 $x \leq 0$ oder 1.

3)

$$a) P(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{3}{4}) = (3/4)^2 - (1/3)^2 = 65/144 = 0.451$$

$$b) P(X \leq 1/2) = F(1/2) - F(0) = 0.25$$

$$c) P(3/4 \leq X) = 9/16$$

Aufgabe 2

$$f(x) = 2x \text{ oder } 0 \text{ sonst}$$

$$F(x) = \frac{2x^3}{3}$$

$$E(x) = \frac{2}{3} \int x^3 = \frac{2}{3} * 1$$

Aufgabe 3

$$\text{normcdf}(x, 0, 1)$$

$$1. \text{ normcdf}(1, 0, 1)$$

$$2. 1 - (\text{normcdf}(0.5, 0, 1) - \text{normcdf}(-0.5, 0, 1))$$

$$3. \text{ normcdf}(1, 0, 1) - \text{normcdf}(-3, 0, 1)$$

Aufgabe 4

$$1. \text{ normcdf}(8, 2, 2) - \text{normcdf}(-4, 2, 2)$$

$$1. \text{ normcdf}(2, 1, 3)$$

$$1. \text{ normcdf}(1, -1, 4) - \text{normcdf}(-1, -1, 4)$$

Aufgabe 5

Erwartung : Innherhalb Qualitätsbereich : $E(x) = \mu$

Qualitätsbereich ist absolutwert. Deshalb liegt μ in der mitte (=0)

$$F(x) = P(X \leq x)P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) \quad (0.1)$$

Daraus folgt $P(-3.45 \leq X \leq 3.45) = \text{normcdf}(3.45, 0, 3) - \text{normcdf}(-3.45, 0, 3)$

Anzahl Stucke mit gewuchten Qualität = `ans` * 24 wo 24 die Ausführungen des Experiments sind.

Aufgabe 6

1. `normcdf(2.15, 2.1, 0.2)*100`
2. `(normcdf(2.3, 2.1, 0.2) - normcdf(1.9, 2.1, 0.2))*100`

Aufgabe 7

Wahrscheinlichkeit das 1 Person ≥ 130 hat : `1 - normcdf(130, 100, 15) = 0.22750`

1. `binocdf(2, 5, 0.022750)` für genau 2 personen
2. `binopdf(2, 5, person) + binopdf(3, 5, 0.022750) + binopdf(4, 5, 0.022750) + binopdf(5, 5, 0.022750)`

Aufgabe 8

1. Logischerweise soll dass `1 - normcdf(4.98, 5, 0.02)` Aber der Antwort ist `normcdf(4.98, 5, 0.02)`
2. `1 - normcdf(5.05, 5, 0.02)`
3. Absolutwert : $(P(5+0.03) - P(5-0.03)) = \text{normcdf}(5.03, 5, 0.02) - \text{normcdf}(4.97, 5, 0.02)$
= 0.86639 Antwort ist aber 1- gegebene Wert

Problem - habe nicht das Wort Ausschluss teil im Aufgabe gelesen. Deshalb isr 1- gegebene Wert richtig.

Aufgabe 9

Gewicht Grenze : Quantil : % gegeben $X \leq x$ wo x gesucht ist.

$$\text{norminv}(x, \mu, \sigma)$$

$$\text{norminv}((1-0.1), 80, 10) = 92.8155$$

Aufgabe 10

Standardisierung gemäss Folie - Bedeutung :

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (0.2)$$

Dieses wandelt den X in eine Normalverteilung um in eine X die in **Standardnormalverteilung** passt. Sehr hilfreich wenn parameter fehlen wie hier μ

Mittelwert = μ

$$P(z \leq 250) = 0,05$$

$$\text{norminv}(250, \mu, 8)$$

$$\text{Norminv der Standardnormalverteilung} = \text{norminv}(0.5) = z \quad P(0 \leq z) = 0.05$$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Solve for μ

$$\mu = ((z \times 8) \times -1) + 250$$

Aufgabe 11

$$P(X \leq 10\text{mm}) = 0.1736 \quad 1 - P(X \leq 13\text{mm}) = 0.1446 \quad p(0 \leq z1) = 0.1736$$

$$z1 = \text{norminv}(0.1736)$$

$$z1 = -0.94003$$

$$-0.94003 = \frac{10 - \mu}{\sigma}$$

$$P(X \leq 13\text{mm}) = 1 - 0.1446 = 0.85540$$

$$z2 = 1.0599$$

Lösen mit matrix Cramer Regel. (μ, σ, b)

$$\begin{pmatrix} -0.94003 & 1 & 10 \\ 1.0599 & 1 & 13 \end{pmatrix} \text{ Wo } (10, 13) \text{ Lösungsvektor ist.}$$

Aufgabe 12

$$\mu = 8\sigma = 3$$

$$P(x \leq X \leq 10) = 0.7$$

$$f(10) - f(x) = 0.7$$

$$f(x) = f(10) - 0.7$$

$$f(x) = 0.047507$$

$$\text{norminv}(0.047507) = -1.6695$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$x = -1.6695 * 3 + 8 = 2.9915$$

Aufgabe 13

$\mu = E, \sigma = V$ für Normalverteilung.

$$1. \quad P(55 \leq X) = 0.33$$

$$1 - P(70 \leq X) = 0.05, P(70 \leq X) = 0.95$$

$$z_1 = \text{norminv}(0.33) = -0.43991$$

$z_2 = \text{norminv}(0.95) = 1.6449$ Lösen mithilfe von Standardisierungsformel und Cramer Regel wie oben.

Aufgabe 14

1. 1 wegen $\lambda = 1$
2. $\delta = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{1}{1^2}} = 1$
3. $P(T \leq 4) = \text{expcdf}(4, 1) = 0.982$
4. $P(2 \leq X \leq 5) = \text{expcdf}(5, 1/1) - \text{expcdf}(2, 1/1) = 0.12860 = 0.129$

Aufgabe 15

$\lambda = 0.02$

1. $P(X \geq 50) = 1 - P(X \leq 50) = 1 - \text{expcdf}(50, 1/0.02) = 0.3679$
2. $0 + 20 = 30 + 20$ kein gedächtnis. $\text{expcdf}(20)$

Aufgabe 16

- 1) $(0.2 * (1 - \text{expcdf}(2/60, 1/10))) + (0.3 * (1 - \text{expcdf}(2/60, 1/20))) + (0.5 * (1 - \text{expcdf}(2/60, 1/30)))$ Zeiteinheit in Stunden.
- 2) $(0.2 * (\text{expcdf}(1/120, 1/10))) + (0.3 * (\text{expcdf}(1/120, 1/20))) + (0.5 * (\text{expcdf}(1/120, 1/30)))$

Serie 6

Aufgabe 1

1. $0.6065 = 1 - \text{expcdf}(5, 10)$
2. $0.1738 = (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * (1 - \text{expcdf}(5, 5))$
3. $0.9450 = 1 - \text{expcdf}(5, 10) * \text{expcdf}(5, 20) * \text{expcdf}(5, 5)$
4. $0.6345 = (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * \text{expcdf}(5, 5) + (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * \text{expcdf}(5, 20) * (1 - \text{expcdf}(5, 5)) + \text{expcdf}(5, 10) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * (1 - \text{expcdf}(5, 5)) + (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * (1 - \text{expcdf}(5, 5))$

Aufgabe 2

1. $0.6065 = 1 - \text{expcdf}(5, 10)$
2. $0.1738 = (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * (1 - \text{expcdf}(5, 5))$
3. $0.9450 = 1 - \text{expcdf}(5, 10) * \text{expcdf}(5, 20) * \text{expcdf}(5, 5)$
4. $0.6345 = (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * \text{expcdf}(5, 5) + (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * \text{expcdf}(5, 20) * (1 - \text{expcdf}(5, 5)) + \text{expcdf}(5, 10) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * (1 - \text{expcdf}(5, 5)) + (1 - \text{expcdf}(5, 10)) * (1 - \text{expcdf}(5, 20)) * (1 - \text{expcdf}(5, 5))$

Aufgabe 3

1. $0.0234 = (1 - \text{poisscdf}(1, 3)) * \text{poisscdf}(4, 10)$
 2. $0.9032 = 1 - \text{poisscdf}(19, 26)$
2. 3 im schnitt 1 Stunde , 6 im Schnitt 2 Stunden. 20 im Schnitt Mobil daraus folgt $6+20 = 26$

Aufgabe 4

- Lösung.**
- $P(X + Y = 0) = P(X = 0, Y = 0) = P(X = 0) \cdot P(Y = 0) = (1 - p)^2 = \binom{2}{0} p^0 (1 - p)^{2-0} = \text{binopdf}(0, 2)$
 - $P(X + Y = 1) = P(X = 1, Y = 0) + P(X = 0, Y = 1) = P(X = 1) \cdot P(Y = 0) + P(X = 0) \cdot P(Y = 1) = 2p(1 - p) = \binom{2}{1} p^1 (1 - p)^{2-1} = \text{binopdf}(1, 2)$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} E_{\text{wurfel}} &= E(\text{Bin}(10, 1/6)) \\ &= 10 * 1/6 \\ E_{\text{zahl}} &= E(\text{Geo}) = 1 / \frac{1}{2} \\ E_{\text{gesamt}} &= 1 * 2 + 10/6 - 1 - 1 \text{ weil wir für nicht treffer suchen.} \end{aligned}$$

Aufgabe 6

1) $400 + 4 \cdot 30 \mu_1 + \mu_2 \cdot 4$ 2)

`1-normcdf(530,520,sqrt(10^2+4*5^2))`

Unabhängige Zufallsvariablen Folie 7 3) a) Nicht gekater Anteil :

`0.1855 = normcdf (500, 520, sqrt(10**2 + 16 * 5**2))// ** = hoch etwas`

3 b) Nicht verkaufte anteil = a daraus folgt gekaufter Anteil ist 1- a) Bino Verteilung (n,1-a))

3c) $P(X \geq 100) = 90\%$ aber norminv funktioniert nur für \leq daraus folgt $1 - P(X \geq 100) = 10\%$
 $= \text{norminv}(0.1)$

μ und σ gegeben durch a)

Standardisierungsformel von oben: 4)

b) $X \sim \text{Bin}(n, 1 - 0.1855)$, $P(X \geq 100) \geq 0.9 \Leftrightarrow P\left(\frac{X - n \cdot 0.8145}{\sqrt{n \cdot 0.8145 \cdot 0.1855}} \geq \frac{100 - n \cdot 0.8145}{\sqrt{n \cdot 0.8145 \cdot 0.1855}}\right) \geq 0.9$. Wir erhalten (approximativ) $\frac{100 - n \cdot 0.8145}{\sqrt{n \cdot 0.1855(1 - 0.1855)}} = \text{norminv}(0.1)$, also $n = 129.7410$.

Tatsächlich ist $1 - \text{binocdf}(99, 130, 0.8145) > 0.9$. Oder Skript schreiben, welches n sukzessive erhöht.

`556.78 = norminv(0.95, 520, sqrt(10**2 + 16 * 5**2))`

Aufgabe 7

Tschebbycheff oder was auch immer :

$$P(|X - \mu| \geq k) \leq \frac{\sigma^2}{k^2} \quad (0.3)$$

$$P(|X - 100| \geq 20) \leq 0.2025$$

Serie 7

Aufgabe 1

$$z_a = z_\alpha$$

2994 Kinder 1562 Knaben. Sei $X = k$ wo $n = 2994$ dann ist $k = 1562$ Sei z_a das Quantil für

$$N(0, 1) \quad z_a = \text{norminv}(a) \quad a = \frac{1+Q}{2}$$

$$a = 1.95/2 = 0.97500$$

$$\text{norminv}(97.500) = z_a = 1.96$$

KonfidenzIntervall:

$$\left[\frac{k}{n} - \frac{z_a}{n} \sqrt{\frac{k(n-k)}{n}}, \frac{k}{n} + \frac{z_a}{n} \sqrt{\frac{k(n-k)}{n}} \right] \quad (0.4)$$

Aufgabe 2

$$z_a = z_\alpha \quad n = 1000$$

$$k = 30$$

$$a = 1.9/2$$

$$\text{norminv}(a) = z_a = 1.6449 \text{ Einsetzen im Interval Formel da oben.}$$

Aufgabe 3

1. Ja, Additionstheorem der Normalverteilung. 2. Nein, siehe 1. 3. Ja, Additionstheorem der Normalverteilung. 4. Nein, siehe 3.

Aufgabe 4

Verwerfungskriterium : 5 Löse aber jede Löse hat Zahl ≤ 1600

H_0 = Es gibt 3000 Löse 1. Fehler Erste Art : 3000 Löse aber Jede von 5 ≤ 1600 : Mehrstufige

Auswahlprozess = :

$$\pi n = 1596^{i=1600} \frac{L_i}{3000} \text{ Fehler 2 Art :}$$

2000 Löse : H_0 trifft nicht zu aber nicht verworfen das heisst 1 minus verworfen

$$\pi n = 1596^{i=1600} \frac{L_i}{2000}$$

3. Nicht möglich da Löse Anzahl zu wenig für Verwerfungskriterium ist. $P = 0$.

Aufgabe 6

12 Karten : Anzahl Treffer - Binomial Verteilung mit $p = 50\%$ für Treffer

H_0 = beliebig Raten Gesucht richtige Antworten damit H_0 ungültig mit Signifikanzniveau von

5%

$P(X \geq k) \leq 0.05$ ist das gleiche wie $P(X \leq k) \geq 0.95$
Konfidenzbereichgrenze.

Invers gefragt :

`binoinv(0.95,12,0.5) = 9`

9 ist an der Grenze des “Nicht glaubens” daher ist es nür erfüllt bei 9+1 Karte = 10.