Urnen

3 Urnen a 20 Kugeln: U_1: 4r 16w / U_2: 10r 10w / U_3: 20r 0w

1 Rote wird gezogen, mit welcher wahrscheinlichkeit ist es U_1:

$$\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{20}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{20}+\frac{1}{3}\cdot\frac{10}{20}+\frac{1}{3}\cdot 1}$$

2 Rote werden nacheinander gezogen, mit welcher wahrscheinlichkeit ist es U_1:

$$\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{20}\cdot\frac{4}{20}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{20}\cdot\frac{4}{20}+\frac{1}{3}\cdot\frac{10}{20}\cdot\frac{10}{20}+\frac{1}{3}\cdot 1\cdot 1}$$

Stoffgebiete - Prüfung

10 Stoffgebiete aus 20 gelernt, 4 werden ausgewählt. - Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass x ausgewählt werden:

0	1	2
$\frac{\binom{10}{4}}{\binom{20}{4}}$	$\frac{\binom{10}{1}\cdot\binom{10}{3}}{\binom{20}{4}}$	$\frac{\binom{10}{2}\cdot\binom{10}{2}}{\binom{20}{4}}$

Torten

Konditor stellt x Torten her. Herstellung kostet 8 CHF, der Verkaufspreis beträgt 20 CHF. Wahrscheinlichkeiten sind folgende:

x	0	1	2	3	4
P(x)	0.05	0.25	0.4	0.2	0.1

$$\begin{array}{lr} x = \text{produzierte Torten} & \\ E(x_0) = & 0 \\ E(x_1) = -8 * 0.05 + 0.95 * 12 = & 11 \\ E(x_2) = -16 * 0.05 + 0.25 * 4 + 0.7 * 24 = & 17 \\ E(x_3) = -24 * 0.05 + 0.25 * -4 + 0.4 * 16 + 0.3 * 36 = & 15 \end{array}$$

Kaputte Artikel

Hersteller	Marktanteil	defekt
A	50%	5%
B	30%	10%
C	20%	15%

Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat es in einem 6er-Pack genau ein defektes Stück?

Zuerst mischen, dann abfüllen:

$p = 0.5 \cdot 0.05 + 0.3 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.15 = 0.085 \to binopdf(1, 6, 0.085)$

Zuerst abfüllen, dann mischen:

$binopdf(1, 6, 0.05) \cdot 0.5 + binopdf(1, 6, 0.1) \cdot 0.3 + binopdf(1, 6, 0.15) \cdot 0.2$

Kindergeburt

Im Jahr 1983 wurden in der Stadt Zürich 2994 Kinder geboren. Davon waren 1562 Knaben. Geben Sie das Konfidenzintervall für die Wahrscheinlichkeit einer Knabengeburt an für $Q = 95\%$.

$$Q = 95\% \qquad \alpha = \frac{1+0.95}{2} \Rightarrow z_\alpha = norminv(\alpha) = 1.96$$

$$\left[\frac{1562}{2994} - \frac{1.96}{2994}\cdot\sqrt{\frac{1562\cdot(2994-1562)}{2994}}, \frac{1562}{2994} + \frac{1.96}{2994}\cdot\sqrt{\frac{1562\cdot(2994-1562)}{2994}}\right]$$

Werkstücken

Von 1000 Werkstücken einer Sendung erwiesen sich 30 als defekt. Bestimmen Sie das Konfidenzintervall für den Anteil der defekten Stücke in der Gesamtproduktion. Arbeiten Sie mir Q = 90%. Sie können die approximative Variante verwenden.

$$Q = 90\% \qquad \alpha = \frac{1+0.9}{2} \Rightarrow z_\alpha = norminv(\alpha) = 1.6449$$

$$\left[\frac{30}{1000} - \frac{1.6449}{1000}\cdot\sqrt{\frac{30\cdot(1000-30)}{1000}}, \frac{30}{1000} + \frac{1.6449}{1000}\cdot\sqrt{\frac{30\cdot(1000-30)}{1000}}\right]$$

Lose

Eine Losverkäuferin behauptet, dass in ihrem Lostopf 3000 Lose mit den Nummern 1, 2, 3, ... enthalten sind. Ich möchte dies überprüfen. Dabei kaufe ich 5 Lose und entscheide mich dagegen, falls alle Lose eine Zahl kleiner gleich 1600 tragen. (Ich bin der erste Kunde.)

Berechnen Sie den Fehler erster Art: (H_0 trifft zu wird aber verworfen)

$$P(F_1) = \frac{1600}{3000}\cdot\frac{1599}{2999}\cdot\frac{1598}{2998}\cdot\frac{1597}{2997}\cdot\frac{1596}{2996} = 0.043$$

Berechnen Sie den Fehler zweiter Art, wenn tatsächlich 2000 Lose im Topf sind. (H_0 trifft nicht zu wird aber angenommen)

$$P(F_2) = 1 - \frac{1600}{2000}\cdot\frac{1599}{1999}\cdot\frac{1598}{1998}\cdot\frac{1597}{1997}\cdot\frac{1596}{1996} = 0.6727$$

Berechnen Sie den Fehler zweiter Art, wenn tatsächlich 1000 Lose im Topf sind:

Da 1000 Lose im Topf und $H_0 = 3000$ Lose kann H_0 nicht eintreten $\to 0$

Verwerfungsbereich berechnen

$$H_0 : P(X) = 0.5 \qquad H_1 : P(X) \neq 0.5 \qquad n = 3000 \qquad k = 1578 \qquad \alpha = 0.01(\text{Irrtum})$$

$$X \sim Bin(3000, 0.5) \qquad \sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)} \qquad norminv(\frac{\alpha}{2}, 0, \sigma) = -70.541\ldots$$

Verwerfungsbereich:

$$[0, 1500 - 70,541\ldots,] \cup [1500 + 70.541\ldots, 3000]$$

Internet

Ein Internetprovider möchte im Fichtelgebirge eine Werbekampagne durchführen, da er vermutet, dass dort höchstens 40% der Haushalte mit langsamem Internetzugang wissen, dass ein schnellerer Zugang möglich ist. Um diese Vermutung zu testen, werden 50 Haushalte mit langsamem Internetzugang zufällig ausgewählt und befragt. Der Provider möchte möglichst vermeiden, dass die Werbekampagne auf Grund des Testergebnisses irrtümlich unterlassen wird.

Geben Sie die hierfür geeignete Nullhypothese an und bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von 5%:

Nullhypothese $H_0 : p \leq 0.4$ Alternativhypothese $H_1 : p > 0.4$.
$\Rightarrow \mathit{binoinv}(0.95, 50, 0.4) = 26$
Verwerfungsbereich: $[27 \ldots 50]$

Beschreiben Sie den Fehler 2. Art in Worten und berechnen Sie ihn für den Fall, dass 50% der Haushalte über die Internetzugangsmöglichkeiten bereits gut informiert sind:

Obwohl die Haushalte gut informiert sind, wird die Kampagne durchgeführt. $\Rightarrow$ $\mathit{binocdf}(26, 50, 0.5) = 66.4\%$.

Winzigweich

Die Software-Firma Winzigweich vermutet, dass mindestens 60% der Bewerber um eine freie Stelle eine Eignungsprüfung einem herkömmlichen Bewerbungsgespräch vorziehen würden.

Kann diese Vermutung (Nullhypothese) auf dem Signifikanzniveau von 5% abgelehnt werden, wenn bei einer Befragung von 200 zufällig ausgewählten Bewerbern nur 109 eine Eignungsprüfung bevorzugen?
$\Rightarrow \mathit{binoinv}(0.05, 200, 0.6) = 109$

Beschreiben Sie den Fehler 1. Art in Worten:
Obwohl mindestens 60% der Befragten eine Eignungsprüfung vorziehen, wird auf Grund des Tests vermutet, dass dem nicht so ist.