$A(x) \Rightarrow B(x)$: aus der Aussage A folgt die Aussage B.

$A(x) \Leftarrow B(x)$: aus der Aussage B folgt die Aussage A.

$A(x) \Leftrightarrow B(x)$: aus der Aussage A folgt die Aussage B und umgekehrt, die Aussage A gilt genau dann, wenn auch die Aussage B gilt.

$\exists$: es existiert

$\exists!$: es existiert genau ein

$\forall$: für alle

$\Leftrightarrow$: genau dann

$\in$: Element

$\notin$: nicht Element

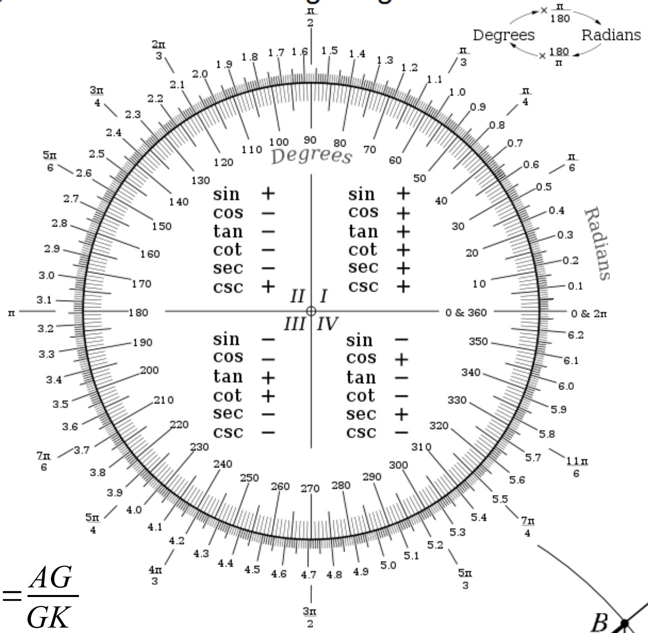
$\cap$: geschnitten

$\cup$: vereinigt

$\wedge$: logisches „und" (AND)

$\vee$: logisches „oder" (OR)

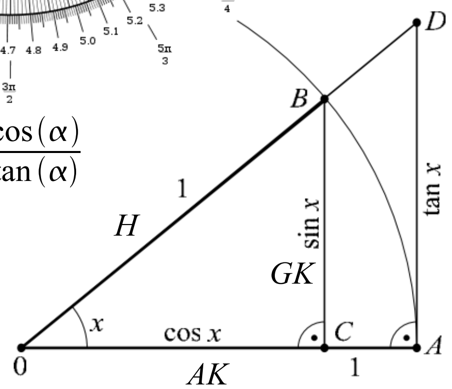
$\neg$: nicht (NOT)



Trigonometrie:

$$\sin()=\frac{GK}{H} \;;\; \cos()=\frac{AK}{H} \;;\; \tan()=\frac{GK}{AK} \;;\; \cot()=\frac{AG}{GK}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \;;\; \frac{a}{c}=\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} \;;\; \frac{b}{c}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma)} \;;\; \tan(\alpha)=\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \;;\; \cot(\alpha)=\frac{\cos(\alpha)}{\tan(\alpha)}$$



α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Bogenmass	0π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
Kosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
Tangens	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Pol-stelle	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	Pol-stelle	0

$$\sin(\alpha)=\frac{h_c}{b}$$

$$\mathrm{deg}=\mathrm{rad}\cdot\frac{180°}{\pi} \;;\; \mathrm{rad}=\mathrm{deg}\cdot\frac{\pi}{180°}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$$

$$a=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cdot\cos(\alpha)}$$
$$b=\sqrt{a^2+c^2-2ac\cdot\cos(\beta)}$$
$$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\gamma)}$$

$$\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)\pm\cos(\alpha)\cdot\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)\mp\sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)$$

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan(\alpha)\pm\tan(\beta)}{1\mp\tan(\alpha)\cdot\tan(\beta)}$$

$$\cot(\alpha\pm\beta)=\frac{\cot(\alpha)\cdot\cot(\beta)\mp1}{\cot(\beta)\pm\cot(\alpha)}$$

$$\sin(\alpha)+\sin(\beta)=2\cdot\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cdot\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

$$\sin(\alpha)-\sin(\beta)=2\cdot\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\cdot\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

$$\cos(\alpha)+\cos(\beta)=2\cdot\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\cdot\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

$$\cos(\alpha)-\cos(\beta)=2\cdot\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cdot\sin(\frac{\beta-\alpha}{2})$$

$$\sin(2\alpha) = 2\cdot\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)=1-2\sin^2(\alpha)=2\cos^2(\alpha)-1$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\cdot\tan(\alpha)}{1-\tan^2(\alpha)}$$

$$\sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)=\frac{1}{2}\cdot(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$$

$$\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)=\frac{1}{2}\cdot(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta))$$

$$\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \frac{1}{2}\cdot(\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta))$$

$$\sin(\alpha+\frac{\pi}{2}) = \cos(\alpha); \;\cos(\alpha-\frac{\pi}{2}) = \sin(\alpha)$$

$$\sqrt{1-\cos(\alpha)^2} = |\sin(\alpha)| \;//\; \sqrt{1-\sin(\alpha)^2} = |\cos(\alpha)|$$

Ungleichungen:

Grössenrelation wird umgekehrt wenn mit einer negativen zahl multipliziert wird.

Lösungsvorgehen bei Ungleichungen :

1.) **Alle** Terme auf eine Seite bringen und ev. vereinfachen.
2.) Gleichnamig machen und mit der anderen Seite (mit Null) vergleichen.
3.) Der Vergleich erfolgt so, dass zuerst alle Zahlen gesucht werden, bei denen der Nenner oder der Zähler Null ist. Diese Zahlen nennen wir **kritische Punkte**.
4.) Die kritischen Punkte werden auf der Zahlengeraden markiert; sie teilen diese in verschiedene Bereiche auf.
5.) Für jeden so erhaltenen Bereich auf der Zahlengeraden prüfen wir, ob die Faktoren im Zähler und im Nenner positiv oder negativ sind.
6.) Wir zählen nun die Anzahl der negativen Vorzeichen im Zähler und Nenner und vergleichen das Resultat mit Null.
7.) Zum Schluss prüfen wir noch, ob die kritischen Punkte zu den Lösungen gehören oder nicht.

1) $x > \frac{2}{x+1}$

2) $\frac{x(x+1)-2}{x+1} > 0$

3) $K = \{-2, -1, 1\}$

4/5/6)

- | + | - |+

--(-2)--(-1)--(0)--(1)--

7) $]-2,-1[\cup]1,\infty[$

Logarithmen:

$\log_b(a) \Rightarrow b^? = a$ $\quad \log_b(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(b)}$ $\quad y = \log_a(x) \Leftrightarrow x = a^y$ $\quad \log_b(b^a) = a$

$\log_e(x) = \log(x) = \ln(x)$; $\log_{10}(x) = lg(x)$ $\quad \exp_a(x) = a^x = e^{x\cdot\ln(a)} = b^{x\cdot\log_b(a)}$

$\log(x) + \log(y) = \log(x\cdot y)$ $\quad \exp_e(x) = e^x = 2.718\ldots^x = (\lim_{n\to\infty}(1+\frac{x}{n})^n)^x$

$\log(x^y) = y\cdot\log(x)$; $\log_a(1) = 0$

Potenzrechenregeln:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}$ $\quad a^0 = 1$ $\quad e^{\ln(x)} = x$

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$ $\quad \ln(e^x) = x$

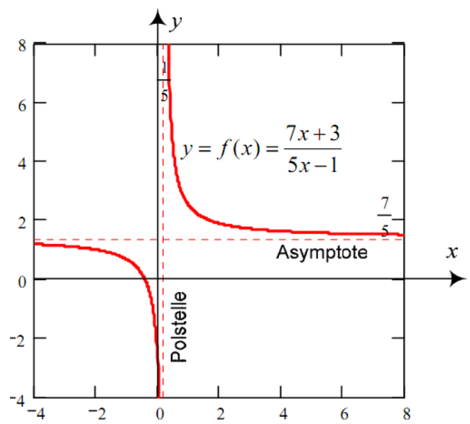
$a^m \cdot b^m = (a\cdot b)^m$ $\quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ $\quad \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$ $\quad \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$ $\quad 0^0 = 1$ $\quad e^{a\cdot\ln(x^b)} = (x^a)^b = x^{a\cdot b}$

Funktionen:

Unter einer Funktion f von A nach B verstehen wir eine Vorschrift, die jedem Element $x \in A$ genau ein Element $y \in B$ zuordnet.

Der **Definitionsbereich** einer Funktion f ist der **Bereich der x–Werte** (Argumente), für welche die Rechenvorschrift $x \to y = f(x)$ ausführbar ist.
Der **Funktionsbereich** (Wertebereich) ist die Menge der möglichen Werte der Funktion.
Das **Bild der Funktion** ist die Menge der Werte, welche durch $x \to y = f(x)$ erreicht werden können.

Eine Abbildung $f: A \to B, x \to y = f(x)$ heisst:
surjektiv, wenn jedes Element von B mindestens einen Partner in A hat.
injektiv (eindeutig), wenn unterschiedliche Elemente von A auch unterschiedliche Elem. in B haben.
bijektiv (eineindeutig), wenn sie injektiv und surjektiv ist.



Nullstellen (engl. roots): $\{(x, f(x)) | f(x) = 0\}$
Polstellen: Einpunktige Definitionslücke (Divisor ist Null)
Asymptote:
$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ Näherungswert für grosser Betrag von x.
$f^{-1}(x)$: Pol und Asymptote vertauscht

Lineare Funktion:

$f: R \to R, x \to y = f(x) = a \cdot x + b$

a = Steigung ; b = Verschiebung (y-Achsenabschnitt)

Betragsfunktion: Fallunterscheidung:

$$|x-1|=2$$
$$Fall\,1: \; x-1=2 \;\Rightarrow\; x_1=3$$
$$Fall\,2: \; -1\cdot(x-1)=-x+1=2 \;\Rightarrow\; x_2=-1$$

Wurzelfunktion: Nur für nicht-negative Argumente definiert!

Signumsfunktion: $sign(x)=\frac{|x|}{x}$

Transformationen: Parallelverschiebung um *a* nach *rechts* und *b* nach *oben*. $g(x)=f(x-a)+b$

Spiegelung an der x-Achse: y durch -y ersetzen: $g(x)=-f(x)$

gerade vs ungerade Funktionen:

Gerade Fkt: spiegelsymmetrisch zur y–Achse $f(-x)=f(x)$

Ungerade Fkt: spiegelsymmetrisch zum Nullpunkt $f(-x)=-f(x)$

Gerade ohne eine solche Symmetrieeigenschaft sind weder noch!

Rechenregeln:

$$u_1(x)\cdot u_2(x)=g(x) \qquad u_1(x)\pm u_2(x)=u(x) \qquad u_1(g_1(x))=g(x)$$
$$u_1(x)\cdot g_1(x)=u(x) \qquad g_1(x)\pm g_2(x)=g(x) \qquad g_1(u_1(x))=g(x)$$
$$g_1(x)\cdot g_2(x)=g(x) \qquad u_1(x)\pm g_1(x)=w(x) \qquad u_1(u_2(x))=u(x)$$
$$g_1(g_2(x))=g(x)$$

Spiegelung an der ... (Winkelhalbierenden):

Geraden y = x : $x \to y\,;\, y \to x$ / Geraden y = -x : $x \to -y\,;\, y \to -x$

Drehung um 90° Grad im ... an Nullpunkt:

Gegenuhrzeigersinn: $x \to y\,;\, y \to -x$ Uhrzeigersinn: $x \to -y\,;\, y \to x$

Streckung in y–Richtung: $x \to x\,;\, y \to \frac{y}{a}$

Streckung in x–Richtung: $x \to \frac{x}{a}\,;\, y \to y$

Ellipse : $(x-\frac{x_0}{a})^2+(y-\frac{y_0}{b})^2=1$

Die quadratische Funktion:

$f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c \;\; ; \;\; a\neq 0$

a = Öffnung; b = Schnittpunkt mit y-Achse; c : Parabelscheitel bei (0,c)

Scheitel:

Verschiebung von $y=a\cdot x^2$ um s nach rechts und r nach oben:

$y=a\cdot(x-s)^2+r=a\cdot x^2-2as\cdot x+as^2+r$

Daraus folgt:

$a=a \;\; ; \;\; b=-2as \;\; ; \;\; c=as^2+r$

$s=\frac{-b}{2a} \;\; ; \;\; r=c-\frac{b^2}{4a}=\frac{4ac-b^2}{4a}$ Somit ist der **Scheitel** bei (s,r) bzw $(\frac{-b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$

Mitternachtsformel:

$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-ac}}{2a}$$

Satz von Vietà:

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$$
$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

Matlab:

```
% Einfaches Gleichungssystem lösen:
syms a b; % Variabeln
g1 = '2*a+2*b=27'; g2='a*b=45'; % Gleichungen
solved = solve(g1,g2,'a,b'); %Auflösung
solved.a, solved.b % Ausgabe der Lösungen
```

```
% Quadratische Gleichung lösen:
% Bsp: 2x^2+27x+90
syms x;
a = 2; b = 27; c=90;%Werte des Polynoms
g = a*x^2+b*x+c; % Nullstelle
solved = solve(g) %Auflösung
```

Nullstellen:

```
f = '<Formel>=0';
solve(f)
```

Inline-Funktion:

```
f = inline('x^2'); / f = inline(vectorize(f))
F(2) = 4;
```

Bestimmtes Integral:

```
>> f = inline(vectorize('x^2*sin(x)'));
>> a = 1; b = pi;
>> I = quad(f,a,b)
I =
   5.646360130400321
%Eine Zeile:
>> quad(inline(vectorize('x^-0.5')),0,1)
```

```
format compact -> genauer rechnen
sym('sqrt(2)') -> symbolisch
double(ans) -> numerisch
pretty(eq) -> verschönern
expand(eq) -> ausmultiplizieren
factor(eq) -> faktorisieren
[z,n]=numden(eq) -> gl. Nenner
simplify(eq)->vereinfachen
solve(eq,'x') -> nach x auflösen
solve(g1,g2,'x,y') -> Gl.sys
limit((1+1/x)^x,x,inf,'left')=e
diff(eq) -> ableiten
int(f) -> integrieren
taylor(f,n) -> (n-1)tes Taylorpolynom
subs(eq,x,123) -> Var. ersetzen
ezplot(eq) -> Graph zeichnen
fplot(eq,[-x,+x,-y,+y]) -> Grenze
semilogy(x,y) -> y-Achse logarithmisch
hold on -> Plot beibehalten
inline(vectorize(f));
```

```
help elfun : elementary functions
lookfor <wort>: hilfe durchsuchen
x = 1:2:9; -> x = [ 1 3 5 7 9 ]
x(2) -> 3
x.^2; x.*2; x./2; -> elementweise
```

Taylorreihe:

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n$$

Taylorapproximation:

$$f_N(x)=\sum_{n=0}^{N}\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n \overset{?}{\approx} f(x)$$

```
>> t = taylor(f,N+1,x0)
```

Polynomdivision:

$$\begin{aligned}
x^5+x^4-4x^3+x^2-x-2 &= (x^2+x+1)(x^3-5x+6)-2x-8\\
\underline{x^5+x^4+\ x^3} &\\
-5x^3+\ x^2-x &\\
\underline{-5x^3-5x^2-5x} &\\
6x^2+4x-2 &\\
\underline{6x^2+6x+6} &\\
-2x-8 &
\end{aligned}$$

$$\frac{x^5+x^4-4x^3+x^2-x-2}{x^2+x+1}=x^3-5x+6-\frac{2x+8}{x^2+x+1}$$

Binominalkoeffizient:

```
>> n = 52; k = 5;
>> (factorial(n))/(factorial(k)*factorial(n-k))
ans =
     2598960
```

Differentialgleichung:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \downarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{df}{dx}(x)$$

$f(x)=x^2-3x+4$

$$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \frac{((x+\Delta x)^2-3(x+\Delta x)+4)-(x^2-3x+4)}{\Delta x}$$

$$= \frac{x^2+2\cdot\Delta x\cdot x+(\Delta x)^2-3x-3\Delta x+4-x^2+3x-4}{\Delta x}$$

$$= \frac{2\cdot\Delta x\cdot x+(\Delta x)^2-3\cdot\Delta x}{\Delta x}$$

$$= 2x+\Delta x-3 \Rightarrow \lim_{\Delta x\to 0} 2x+\Delta x-3 = \underline{\underline{2x-3}}$$

Kurvendiskussion:

- Umformen, dann **Definitionsbereich** bestimmen.
- **Symmetrien** (gerade, ungerade):
  - `subs(f,'x',[12,-12,1,-1])`
  - gerade Fkt: f(x) = f(-x)
  - ungerade Fkt: f(-x) = -f(x)
- **Nullstellen**: $f(x)=0$
  - `solve(f)`
- **Polstellen**: einpunktige Definitionslücken (Nenner = 0).
  - `[z,n]=numden(f); solve(n)`
- **Asymptote**:
  - deg(Z)≥deg(N) => Polynomdivision
  - Poly.anteil = Asymptote
  - Notation: $y \to \textbf{?} \quad (x \to \pm\infty)$
  - limit(f,x,inf) / limit(f,x,-inf)
- **Extremalpunkte**: $f'(x)=0$
  - `xtr = solve(diff(f))`
  - `subs(f,'x',xtr)`
  - `subs(diff(diff(f)),'x',xtr)`
    - f''(x)<0 : Maximum = Konkavbogen (nach unten offen)
    - f''(x)>0 : Minimum = Konvexbogen (nach oben offen)
- **Wendepunkte**: f''(x)=0; `solve(diff(diff(f)))`
- **In-/Sur-/Bijektiv:** Abhängig von Wertebereich!

Abszisse: x-Wert / Ordinate: y-Wert

Tangente durch $(x_0, f(x_0))$:

$$t(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$$

```
syms x tx;
t = f + diff(f)*(tx-x);
t = subs(subs(t,'x',x0),'tx',x)
```

Normale durch $(x_0, f(x_0))$:

$$n(x)=f(x_0)-\frac{x-x_0}{f'(x_0)}$$

```
syms x nx;
n = f - (nx-x)/diff(f);
n = subs(subs(n,'x',x0),'nx',x)
```

Differentialgleichung:

Ableitungsregeln:

Konstantenregel:

$[const]'=0$

$[a\cdot f]'=a\cdot f'$

Potenzregel:

$[x^a]'=a\cdot x^{a-1}$

$[x]'=[x^1]'=1\cdot x^{1-1}=1$

Summenregel:

$[f\pm g]'=f'\pm g'$

Produktregel:

$[f\cdot g]'=f'\cdot g+f\cdot g'$

Quotientenregel:

$[\frac{1}{g}]'=\frac{-g'}{g^2}$

$[\frac{f}{g}]'=\frac{f'\cdot g-f\cdot g'}{g^2}$

Kettenregel:

$[f\circ g]'=[f(g)]'=f'(g)\cdot g'$

$[f_1\circ\ldots\circ f_n]'=$
$f_1'(f_2\ldots f_n)\cdot f_2'(f_3\ldots f_n)\cdot\ldots\cdot f_n'$

Beispiele:

Konstantenregel:

$[\pi]'=0$

$[2\cdot x^2]'=2\cdot[x^2]'=4x$

Potenzregel:

$[x^5]'=5\cdot x^4$

$x'=1$

Summenregel:

$[x^2-x^3]'=2x-3x^2$

Produktregel:

$[x^2\cdot x^3]'=2x\cdot x^3+x^2\cdot 3x^2=5x^4$

Quotientenregel:

$(\frac{1}{x^2})'=\frac{-2x}{x^4}=-\frac{2}{x^3}$

$[\frac{x^2}{x^3}]'=\frac{2x\cdot x^3-x^2\cdot 3x^2}{x^6}=-\frac{1}{x^2}$

Kettenregel:

$[x^2\circ x^3]'=[(x^3)^2]'=2\cdot x^3\cdot 3\cdot x^2=6x^5$

$[\sin(\ln(x^2))]=\cos(\ln(x^2))\cdot\frac{1}{x^2}\cdot 2x$

Spezielle Fkt:

$\sin'(x)=\cos(x)$

$\cos'(x)=-\sin(x)$

$\tan'(x)=(\tan(x))^2+1$

$\exp'(x)=\exp(x)$

$\ln'(x)=\frac{1}{x}$

$[\sqrt{x}]'=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$[\sin^5(x)]'=5\cdot(\sin(x))^4\cdot\cos(x)$

$f^{-1}{}'\circ f=\frac{1}{f'}$

Intagration:

$$F'(x)=f(x)+C \quad // \quad \int f(x)dx=F(x)$$

Unbestimmtes Integral: Stammfunktion von einer Funktion. $\int f(x)dx=F(x)$

Bestimmtes Integral: Fläche von *a* bis *b* $\int\limits_a^b f(x)dx=\lim\limits_{N\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{N-1} f(x_k)\cdot\Delta x=F(b)-F(a)=\langle F(x)\rangle|_a^b$

Integral „von rechts nach links": $\int\limits_a^b f(x)dx=-\int\limits_b^a f(x)dx$;

Zusammenfassung: $\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx=\int_a^c f(x)dx$

Matlab:

```
>> quad(inline(vectorize('x^-0.5')),0,1) %
```

$\int_0^1 x^{-0.5}dx$

$$\int\limits_1^\infty f(x)dx=\lim_{M\to\infty}\int\limits_1^M f(x)dx=\lim_{M\to\infty} F(M)-F(1)$$

Uneigentliche Integrale: entweder Integrationsintervall oder Integrand ($f(x)$) unbeschränkt.
Uneig. Integral existiert (konvergiert), wenn Fläche endlich ist.

Integrationsregeln:

- Konstantenregel: $\int a\cdot f(x)\cdot dx=a\cdot\int f(x)\cdot dx$
- Summenregel: $\int[f(x)+g(x)]\cdot dx=\int f(x)\cdot dx+\int g(x)\cdot dx$
- Potenzregel: $\int x^\alpha\cdot dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$ // für $\alpha\neq-1$ $\quad \int x^{-1}dx=\ln(x)+C$
- Partielle Integration: (Produktregel: $[f\cdot g]'=f'\cdot g+f\cdot g'$)
  unbestimmt: $\int f'\cdot g=f\cdot g-\int f\cdot g'$ $\quad f$: leicht integrierbar; $\quad g$: leicht ableitbar
  bestimmt: $\int_a^b f(x)\cdot g(x)=F(b)\cdot g(b)-F(a)\cdot g(a)-\int_a^b F(x)\cdot g'(x)$
  Spezialfall: $\int f\cdot f'=\frac{f^2}{2}$; $\int \sin^n\cdot\cos=\frac{\sin^{n+1}}{n+1}$ // *für* $n>-1$
- Substitution: $\int_a^b f(\varphi(t))\cdot\varphi'(t)dt = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)dx$

$$\int x^{-1} = \int\frac{1}{x} = \ln(x)+C$$
$$\int x^n = \frac{x^{(n+1)}}{n+1}+C \quad |_{n\neq-1}$$
$$\int\sqrt{x} = \frac{2\cdot x^{3/2}}{3}+C$$
$$\int\sqrt[n]{x} = \frac{n\cdot x^{1/n+1}}{n+1}+C \,//\, n\neq-1$$

$$\int\sin(x)=-\cos(x)+C$$
$$\int\cos(x)=\sin(x)+C$$
$$\int\tan(x)=-\ln(\cos(x))+C$$
$$\int|x|=sign(x)+C$$
$$\int e^x=e^x+C$$

$$e^x=\exp(x)$$
$$e^{\ln(x)}=\ln(e^x)=\ln(\exp(x))=x\cdot\ln(e)=x$$
$$\exp(a+b)=e^{a+b}=\exp(a)\cdot\exp(b)$$
$$a\cdot\log_x(b)=\log_x(b^a)$$
$$\exp(|x|)=e^{|x|}$$
$$\cancel{[\exp(|x|)]'=|x|\cdot e^{(|x|-1)}}$$
$$[\exp(|x|)]'=\exp(|x|)\cdot sign(x)$$

$$\int\frac{a\cdot x^{-1}}{y}=\frac{a\cdot\ln(x)}{y}+C$$
$$\int\frac{a\cdot x^n}{y}=\frac{a\cdot x^{(n+1)}}{(n+1)\cdot y}+C \quad |\ n\neq-1$$
$$\int\frac{y}{a\cdot x}=\frac{y\cdot\ln(x)}{a}+C$$
$$\int\frac{y}{a\cdot x^n}=\frac{-y}{a\cdot(n-1)\cdot x^{(n-1)}}+C \quad |\ n\neq1$$

$$\Leftarrow integrieren/ableiten\Rightarrow$$
$$\frac{x^4}{24}\Leftrightarrow\frac{x^3}{6}\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}\Leftrightarrow\boldsymbol{x}\Leftrightarrow 1\Leftrightarrow 0$$
$$\frac{x^4}{24y}\Leftrightarrow\frac{x^3}{6y}\Leftrightarrow\frac{x^2}{2y}\Leftrightarrow\frac{x}{y}\Leftrightarrow\frac{1}{y}\Leftrightarrow 0$$
$$x\cdot y\cdot(\ln(x)-1)\Leftrightarrow y\cdot\ln(x)\Leftrightarrow\boldsymbol{\frac{y}{x}}\Leftrightarrow-\frac{y}{x^2}\Leftrightarrow\frac{2y}{x^3}$$
$$\frac{x(2x^2-9x+24)}{6}\Leftrightarrow x^2-3x+4\Leftrightarrow\boldsymbol{2\cdot x-3}\Leftrightarrow 2\Leftrightarrow 0$$
$$\boldsymbol{e^x}\Leftrightarrow\boldsymbol{e^x}$$
$$\boldsymbol{e^{-x}}\Leftrightarrow\boldsymbol{-e^{-x}}$$
$$\frac{(x^2\cdot|x|)}{6}\Leftrightarrow\frac{(x\cdot|x|)}{2}\Leftrightarrow\boldsymbol{|x|}\Leftrightarrow sign(x)\Leftrightarrow 2\cdot dirac(x)$$
$$\cos(x)\Leftrightarrow-\sin(x)\Leftrightarrow-\cos(x)\Leftrightarrow\sin(x)\Leftrightarrow\cos(x)$$

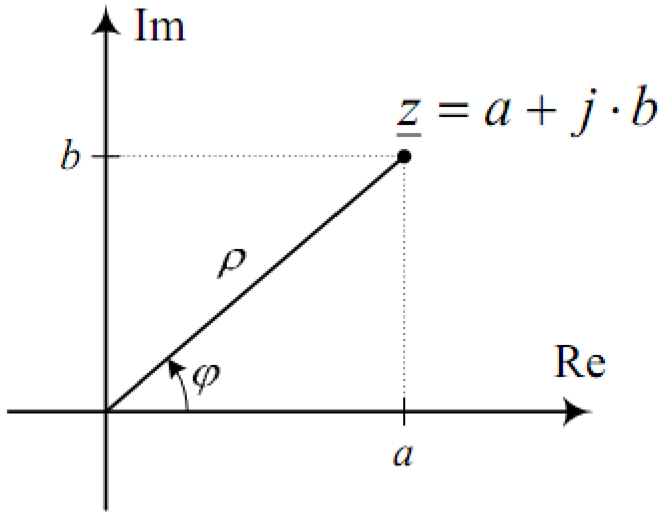
Komplexe Zahlen: $\underline{z}=a+i\cdot b$

$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$

a heisst Realteil; b heisst Imaginärteil mit $a=\mathrm{Re}(z)=\Re(z); b=\mathrm{Im}(z)=\Im(z)$

Betrag („Länge") $\rho=|\underline{z}|$
Argument (Phase, „Winkel") $\varphi=arg(\underline{z})$

$$
\begin{aligned}
a &= \rho\cdot\cos(\varphi)\\
b &= \rho\cdot\sin(\varphi)\\
\rho &= \sqrt{a^2+b^2} = |a+i\cdot b|\\
\varphi &= \arctan(\frac{b}{a})+\frac{\pi}{2}\cdot(1-sign(a)) = arg(a+i\cdot b)\\
\underline{z} &= a + i\cdot b\\
&= \rho\cdot\cos(\varphi)+i\cdot\rho\cdot\sin(\varphi)\\
&= \rho\cdot(\cos(\varphi)+i\cdot\sin(\varphi))\\
&= \rho\cdot cis(\varphi)\\
&= \rho\cdot e^{i\cdot\varphi}
\end{aligned}
$$



Matlab (beide identisch):

```
>> cis = inline(cos(x)+i*sin(x))
>> cis = inline(exp(i*x))
Alternative für angle (geht auch symbolisch!):
>> arg = inline(atan(imag(x)/real(x))+(1-(real(x))/abs(real(x)))/2*pi)
```

```
Skript  => Matlab
cis(φ)  => inline(exp(i*x))
arg(z)  => angle(z)
z*      => conj(z)
Im(z)   => imag(z)
Re(z)   => real(z)
```

Formel von de Moivre:
$cis(\varphi)^n=cis(n\cdot\varphi)=\cos(n\cdot\varphi)+i\cdot\sin(n\cdot\varphi)$

Rechenregeln:

$$
\begin{aligned}
\underline{z}_1+\underline{z}_2 &= (a_1+a_2)+i\cdot(b_1+b_2)\\
\underline{z}_1-\underline{z}_2 &= (a_1-a_2)+i\cdot(b_1-b_2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\underline{z}_1\cdot\underline{z}_2 &= (a_1a_2-b_1b_2)+i\cdot(a_2b_1+a_1b_2)\\
\underline{z}_1\cdot\underline{z}_2 &= \rho_1\cdot\rho_2\cdot e^{i\cdot(\varphi_1+\varphi_2)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z^* &= \Re(z)-\Im(z)\\
z\cdot z^* &= a^2+b^2=|z|^2\\
z+z^* &= 2a=2\cdot\Re z
\end{aligned}
$$

Matlab: conj(z)

$$
\begin{aligned}
\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} &= \frac{(a_1a_2+b_1b_2)+i\cdot(a_2b_1-a_1b_2)}{a_2^2+b_2^2}\\
\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} &= \frac{\rho_1}{\rho_2}\cdot e^{i\cdot(\varphi_1-\varphi_2)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(z_1+z_2)^* &= z_1^*+z_2^*\\
(z_1-z_2)^* &= z_1^*-z_2^*\\
(z_1\cdot z_2)^* &= z_1^*\cdot z_2^*\\
(z_1/z_2)^* &= z_1^*/z_2^*
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z^n &= \rho^n\cdot e^{n\cdot i\cdot\varphi}\\
\sqrt[n]{z} &= \sqrt[n]{\rho}\cdot e^{\frac{i\cdot\varphi}{n}}
\end{aligned}
$$

$$i^2 = -1$$