WST Vogt - Lösungen

Roland Hediger

17. Dezember 2013

Serie 5

Aufgabe 1

1) $P(0 \leq X \leq 1) = \int_0^1 f(x)dx = F(1) - F(0)$
$f(x) = ax$
$F(x) = a\frac{x^2}{2}$
$\int = 0.5a - 0$
$0.5a - 0 = 1$
$0.5a = 1$
$\langle$ Gesamtfläche also $lim \to$ inf muss 1 sein.$\rangle$
$0.5 * 2 = 1$
$a = 2$

2) Verteilungsfunktion zu F :
$F(x) = \int f(x) = \int (2x)dx = 2(x^2/2) = x^2$
Warum 0 $x \leq 0$ oder 1.
3)

a) $P(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{3}{4}) = (3/4)^2 - (1/3)^2 = 65/144 = 0.451$

b) $P(X \leq 1/2) = F(1/2) - F(0) = 0.25$

c) $P(3/4 \leq X) = 9/16$

Aufgabe 2

$f(x) = 2x$ oder 0 sonnst
$F(x) = \frac{2x^3}{3}$
$E(x) = \frac{2}{3} \int x^3 = \frac{2}{3} * 1$

Aufgabe 3

```
 normcdf(x,0,1)
1. normcdf(1,0,1)
2. 1-(normcdf(0.5,0,1)-normcdf(-0.5,0,1))
3. normcdf(1,0,1)-normcdf(-3,0,1)
```

Aufgabe 4

```
1.normcdf(8,2,2)-normcdf(-4,2,2)
1.normcdf(2,1,3)
1.normcdf(1,-1,4)-normcdf(-1,-1,4)
```

Aufgabe 5

Erwartung : Innherhalb Qualitätsbereich : $E(x) = \mu$
Qualitätsbereich ist absolutwert. Deshalb liegt μ in der mitte (=0)

$$F(x) = P(X \leq X)P(a \leq X \leq B) = F(b) - F(a) \tag{0.1}$$

Daraus folgt $P(-3.45 \leq X \leq 3.45) =$ `normcdf(3.45,0,3)-normcdf(-3.45,0,3)`

Anzahl Stucke mit gewunchten Qualität = `ans * 24` wo 24 die Ausführungen des Experiments sind.

Aufgabe 6

1. `normcdf(2.15,2.1,0.2)*100`
2. `(normcdf(2.3,2.1,0.2)-normcdf(1.9,2.1,0.2))*100`

Aufgabe 7

Wahrscheinlichkeit das 1 Person $\geq$ 130 hat : `1-normcdf(130,100,15) = 022750`

```
1. binocdf(2,5,0.022750) für genau 2 personen
2. binopdf(2,5,person)+binopdf(3,5,022750)+binopdf(4,5,022750)+binopdf(5,5,022750)
```

Aufgabe 8

1. Logischerweise soll dass `1-normcdf(4.98,5,0.02)` Aber der Antwort ist `normcdf(4.98,5,0.02)`
2. `1-normcdf(5.05,5,0.02)`
3. Absolutwert : $(P(5+0.03) - P(5-0.03))$ = `normcdf(5.03,5,0.02)-normcdf(4.97,5,0.02) = 0.86639` Antwort ist aber 1- gegebene Wert

Problem - habe nicht das Wort Ausschlussteil im Aufgabe gelesen. Deshalb isr 1- gegebene Wert richtig.

Aufgabe 9

Gewicht Grenze : Quantil : % gegeben X $\leq$ x wo x gesucht ist.

norminv(x,μ, σ)

`norminv((1-0.1),80,10) = 92.8155`

Aufgabe 10

Standardisierung gemäss Folie - Bedeutzung :

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \tag{0.2}$$

Dieses wandelt den X in eine Normalverteilung um in eine X die in **Standardnormalverteilung** passt. Sehr hilfreich wenn parameter fehlen wie hier μ

Mittelwert = μ

$P(z \leq 250) = 0,05$
`norminv(250,`μ `8`
Norminv der Standardnormalverteilung = `norminv(0.5) = z` $P(0 \leq z) = 0.05$
$z = \frac{X-\mu}{\sigma}$
Solve for μ
$\mu = ((z \times 8) \times -1) + 250$

Aufgabe 11

$P(X \leq 10mm) = 0.1736$ $1 - P(X \leq 13mm) = 0.1446$ $p(0 \leq z1) = 0.1736$
$z1 = norminv(0.1736)$
$z1 = -0.94003$
$-0.94003 = \frac{10-\mu}{\sigma}$
$P(X \leq 13mm) = 1 - 0.1446 = 0.85540$
$z2 = 1.0599$

Lösen mit matrix Cramer Regel. (μ, σ, b)
$\begin{pmatrix} -094003 & 1 & 10 \\ 1.0599 & 1 & 13 \end{pmatrix}$ Wo (10,13) Lösungsvektor ist.

Aufgabe 12

$\mu = 8\sigma = 3$
$P(x \leq X \leq 10) = 0.7$
$f(10) - f(x) = 0.7$
$f(x) = f(10) - 0.7$
`f(x) = 0.047507`
`norminv(0.047507) = -1.6695`
$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$
`x = -1.6695 * 3 + 8 = 2.9915`

Aufgabe 13

$\mu = E, \sigma = V$ für Normalverteilung.

1. $P(55 \leq X) = 0.33$
   $1 - P(70 \leq X) = 0.05, P(70 \leq X) = 0.95$
   $z_1 =$ `norminv(0.33) = -0.43991`

$z_2 =$ `norminv(0.95) = 1.6449` Lösen mithilfe von Standardisierungsformel und Cramer Regel wie oben.

Aufgabe 14

1. 1 wegen $\lambda = 1$
2. $\delta = \sqrt(V(X)) = \sqrt{\frac{1}{1^2}} = 1$
3. $P(T \leq 4) =$ `expcdf(4,1) = 0.982`
4. $P(2 \leq X \leq 5) =$ `expcdf(5,1/1)-expcdf(2,1/1) = 0.12860 = 0.129`

Aufgabe 15

$\lambda = 0.02$

1. $P(X \geq 50) = 1 - P(X \leq 50) =$ `1- expcdf(50,1/0.02)` $= 0.3679$
2. 0 + 20 = 30 +20 kein gedächnis. expcdf(20)

Aufgabe 16

```
1) (0.2*(1-expcdf(2/60,1/10))) + (0.3*(1-expcdf(2/60,1/20))) + (0.5*(1-expcdf(
2/60,1/30))) Zeiteinheit in Stunden.
2)(0.2*(expcdf(1/120,1/10))) + (0.3*(expcdf(1/120,1/20))) + (0.5*(expcdf(1/120,1/30)))
```

Serie 6

Aufgabe 1

1. 0.6065 = 1 − expcdf (5, 10)
2. 0.1738 = (1 − expcdf (5, 10) ∗ (1 − expcdf (5, 20) ∗ (1 − expcdf (5, 5))
3. 0.9450 = 1 − expcdf (5, 10) ∗ expcdf (5, 20) ∗ expcdf (5, 5)
4. 0.6345 = (1 − expcdf (5, 10)) ∗ (1 − expcdf (5, 20)) ∗ expcdf (5, 5) + (1 − expcdf (5, 10)) ∗ expcdf (5, 20) ∗ (1 − expcdf (5, 5)) + expcdf (5, 10) ∗ (1 − expcdf (5, 20)) ∗ (1 − expcdf (5, 5)) (1 − expcdf (5, 10)) ∗ (1 − expcdf (5, 20)) ∗ (1 − expcdf (5, 5)

Aufgabe 2

1. 0.6065 = 1 − expcdf (5, 10)
2. 0.1738 = (1 − expcdf (5, 10) ∗ (1 − expcdf (5, 20) ∗ (1 − expcdf (5, 5))
3. 0.9450 = 1 − expcdf (5, 10) ∗ expcdf (5, 20) ∗ expcdf (5, 5)
4. 0.6345 = (1 − expcdf (5, 10)) ∗ (1 − expcdf (5, 20)) ∗ expcdf (5, 5) + (1 − expcdf (5, 10)) ∗ expcdf (5, 20) ∗ (1 − expcdf (5, 5)) + expcdf (5, 10) ∗ (1 − expcdf (5, 20)) ∗ (1 − expcdf (5, 5)) (1 − expcdf (5, 10)) ∗ (1 − expcdf (5, 20)) ∗ (1 − expcdf (5, 5))

Aufgabe 3

1. 0.0234 = (1 − poisscdf (1, 3)) ∗ poisscdf (4, 10)
2. 0.9032 = 1 − poisscdf (19, 26)

2. 3 im schnitt 1 Stunde , 6 im Schnitt 2 Stunden. 20 im Schnitt Mobil daraus folgt 6+20 = 26

Aufgabe 4

Lösung.

- $P(X+Y=0) = P(X=0, Y=0) = P(X=0) \cdot P(Y=0) = (1-p)^2 = \binom{2}{0} p^0 (1-p)^{2-0} = \mathit{binopdf}(0,2)$
- $P(X+Y=1) = P(X=1, Y=0) + P(X=0, Y=1) = P(X=1) \cdot P(Y=0) + P(X=0) \cdot P(Y=1) = 2p(1-p) = \binom{2}{1} p^1 (1-p)^{2-1} = \mathit{binopdf}(1,2)$

Aufgabe 5

$E_{wurfel} =$ E(Bin(10,1/6))
$= 10 * 1/6$
$E_{zahl} =$ E(Geo) $= 1/\frac{1}{2}$
$E_{gesamt} = 1 * 2 + 10/6 - 1$ -1 weil wir für nicht treffer suchen.

Aufgabe 6

1) 400+4*30 $\mu_1 + \mu_2 * 4$ 2)

```
1-normcdf(530,520,sqrt(10^2+4*5^2)
```

Unabhängige Zufallsvariablen Folie 7 3) a) Nicht gekater Anteil :

```
0.1855 = normcdf (500, 520, sqrt(10**2 + 16 * 5**2 ))// ** = hoch etwas
```

3 b) Nicht verkaufte anteil = a daraus folgt gekaufter Anteil ist 1- a) Bino Verteilung (n,1-a))
3c) P(X $\geq$ 100) = 90% aber norminv funktioniert nur fur $\leq$ daraus folgt 1- P(X$\geq$ 100) = 10% = norminv(0.1)
μ und σ gegeben durch a)
Standardisierungsformel von oben: 4)

b) $X \sim Bin(n, 1-0.1855)$, $P(X \geq 100) \geq 0.9 \Leftrightarrow P(\frac{X-n\cdot 0.8145}{\sqrt{n\cdot 0.8145\cdot 0.1855}} \geq \frac{100-n\cdot 0.8145}{\sqrt{n\cdot 0.8145\cdot 0.1855}}) \geq 0.9$. Wir erhalten (approximativ) $\frac{100-n\cdot 0.1855}{\sqrt{n\cdot 0.1855(1-0.1855)}} = norminv(0.1)$, also $n = 129.7410$. Tatsächlich ist $1 - \mathit{binocdf}(99, 130, 0.8145) > 0.9$. Oder Skript schreiben, welches n sukzessive erhöht.

```
556.78 = norminv(0.95, 520, sqrt(10**2 + 16 * 5**2 ))
```

Aufgabe 7

Tschebbycheff oder was auch immer :

$$P(|X-\mu|) \geq k) \leq \frac{\sigma^2}{k^2} \tag{0.3}$$

$P(|X-100| \geq 20) \leq 0.2025$

Serie 7

Aufgabe 1

$z_a = z_\alpha$
2994 Kinder 1562 Knaben. Sei $X = k$ wo $n = 2994$ dann ist $k = 1562$ Sei z_a das Quantil für $N(0,1)$ $z_a = \text{norminv(a)}$ $a = \frac{1+Q}{2}$
$a = 1.95/2 = 0.97500$
$\text{norminv}(97.500) = z_a = 1.96$

KonfidenzIntervall:

$$[\frac{k}{n} - \frac{z_a}{n}\sqrt{\frac{k(n-k)}{n}}, \frac{k}{n} + \frac{z_a}{n}\sqrt{\frac{k(n-k)}{n}}] \tag{0.4}$$

Aufgabe 2

$z_a = z_\alpha$ $n = 1000$
$k = 30$
$a = 1.9/2$
norminv(a) $=z_a = 1.6449$ Einsetzen im Interval Formel da oben.

Aufgabe 3

1. Ja, Additionstheorem der Normalverteilung. 2. Nein, siehe 1. 3. Ja, Additionstheorem der Normalverteilung. 4. Nein, siehe 3.

Aufgabe 4

Verwerfungskriterium : 5 Löse aber jede Löse hat Zahl ¿ 1600
H_0 = Es gibt 3000 Löse 1. Fehler Erste Art : 3000 Löse aber Jede von 5 ¡ 1600 : Mehrstüfige Auswahlprozess = :
$\pi n = 1596^{i=1600} \frac{l_i}{3000}$ Fehler 2 Art :
2000 Löse : H_0 trifft nicht zu aber nicht verworfen das heisst 1 minus verworfen
$\pi n = 1596^{i=1600} \frac{l_i}{2000}$

3. Nicht möglich da Löse Anzahl zu wenig für Verwerfungskriterium ist. P = 0.

Aufgabe 6

12 Karten : Anzahl Treffer - Binomial Verteilung mit p = 50% für Treffer
H_0 = beliebig Raten Gesucht richtige Antworten damit H_0 ungültig mit Signifikanznouveau von

5%

$P(X \geq k) \leq 0.05$ ist das gleiche wie $P(X \leq k) \geq 0.95$
Konfidenzbereichgrenze.

Invers gefragt :
`binoinv(0.95,12,0.5) = 9`
9 ist an der Grenze des “Nicht glaubens” daher ist es nür erfüllt bei 9+1 Karte = 10.