

Aufgabenzettel 02

Gruppe 01

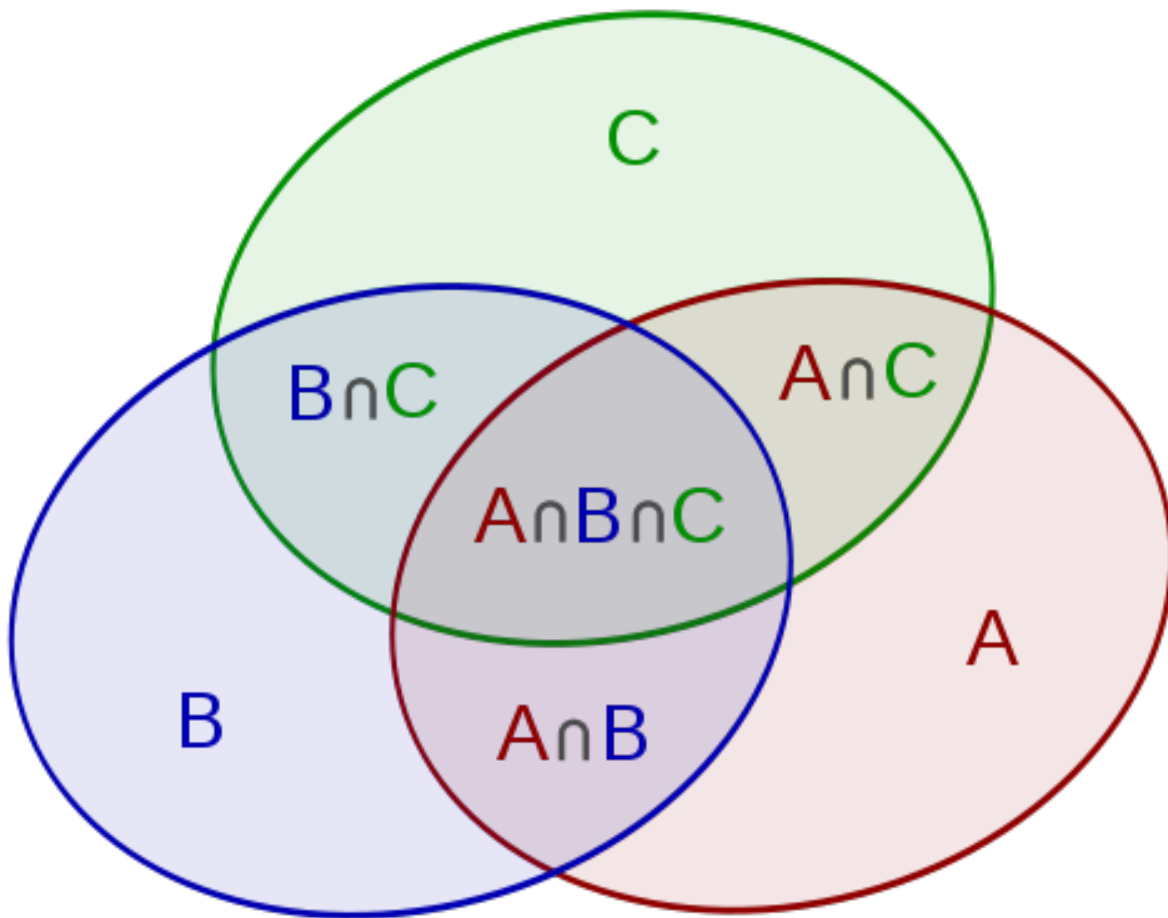
29.4.2020

Aufgabe 04 Mit Zettel und Bleistift - Wahrscheinlichkeiten

Grundlagen aus (Hedderich and Sachs 2018)

a) Verallgemeinern Sie den Additionssatz $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ für drei einander nicht ausschließende Ereignisse $P(A \cup B \cup C)$.

```
knitr::include_graphics("500px-Inclusion-exclusion.svg.png")
```



#Additionssatz für vereinbare Ereignisse

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

- b) Bedingte Wahrscheinlichkeiten: Bestimmen Sie die Eintrittswahrscheinlichkeit von Ereignis A unter der Bedingung, dass B bereits eingetreten ist $P(A|B)$ für die Fälle

- A und B sind unabhängig von einander: Dann gilt:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Daraus folgt:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) * P(B)}{P(B)} = P(A)$$

- A und B schließen einander aus
A und B haben keine gemeinsame Schnittmenge.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

Siehe Venn-Diagramme in (Hedderich and Sachs 2018)

c)Multiplikationssatz

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) * P(B | A) * P(C | A \cap B)$$

Während eines Fußballspiels zweier Mannschaften X und Y, schickt der Schiedsrichter im Abstand von jeweils 5 Minuten zufällig und völlig willkürlich drei Spieler mit der roten Karte vorzeitig vom Platz. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bloß eine Mannschaft betroffen ist?

- Jede Mannschaft besteht aus 11 Spielern, zu Beginn stehen also 22 Spieler auf dem Feld. Nach der ersten roten Karte 21 Spieler, 20 nach der zweiten etc.
- sind nur Spieler einer Mannschaft betroffen verändert sich das Verhältnis der Mannschaften von 11:11, zu 10:11, zu 9:11, zu 8:11.
- Da es zwei Pfade, je einer für jede Mannschaft, für das Ereignis, dass nur Spieler einer Mannschaft eine rote Karte bekommen, gibt, wird die Pfadwahrscheinlichkeit mit 2 multipliziert.

Daraus folgt: $P(\text{TeamA} \cap \text{TeamA} \cap \text{TeamA}) = P(11/22) * P(10/21) * P(9/20) * 2$

```
P=(11/22)*(10/21)*(9/20)*2
print(P)
```

```
## [1] 0.2142857
```

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Team drei rote Karten in Folge bekommt beträgt ~21.42%

Aufgabe 05 Der Übungsdatensatz

```
#Daten laden
data <- read.delim("data/yingtan_20_v1.csv",
                  sep = ";",
                  dec = ",")
```

- a) In was für einer Datenstruktur wurde die geladene Datei in R abgelegt? Wie viele Beobachtungen und Variablen enthält sie? Von welchem Datentyp ist die Variable 'Ca_exch'?

```
#Datenstruktur
str(data)
```

```
## 'data.frame': 337 obs. of 9 variables:
## $ OBJECTID: int 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
## $ SAMPLING: chr "regular" "regular" "regular" "regular" ...
```

```
## $ EAST : num 490591 490591 490591 490741 490741 ...
## $ NORTH : num 3123240 3123390 3123540 3123390 3123540 ...
## $ C : num 0.599 0.647 0.527 0.812 0.756 ...
## $ Ca_exch : num 12.38 13.13 3.77 31.69 24 ...
## $ Mg_exch : num 3.2 4.77 1.45 7.72 8.33 ...
## $ K_exch : num 3.509 0.992 4.046 2.655 4.02 ...
## $ Na_exch : num 0.452 0.592 0.122 0.687 0.244 0.383 0.244 0 0 0.435 ...
```

```
str(data$Ca_exch)
```

```
## num [1:337] 12.38 13.13 3.77 31.69 24 ...
```

Die geladene Datei wurde als Data Frame angelegt und enthält 337 Beobachtungen sowie neun Variablen. Die Variable 'Ca_exch' ist als Typ numeric gespeichert.

- b) Sie haben sich mit dem Aufbau des Datensatzes vertraut gemacht und bemerkt, dass für zwei Standorte keine Messwerte vorliegen. Erstellen Sie ein neues Objekt `ljz`, in dem diese Proben nicht mehr auftauchen.

```
#NA definieren
is.na(data) <- data == -9999
#Entfernung von NA-Werten
ljz <- na.omit(data)
#ljz -> zeigt die neue Tabelle ohne NA-Werte an
```

- c) Beim Transfer der Laborergebnisse in die Messtabelle scheint bei den austauschbaren Na-Ionen ein Missgeschick passiert zu sein. Identifizieren Sie den fehlerhaften Wert und ersetzen Sie ihn durch die in R gängige NoData-Bezeichnung 'NA'. Fallen Ihnen zusätzliche Werte auf, die bei möglichen Rechenoperationen zu Problemen führen könnten? Begründen Sie ihre Wahl und beheben Sie das Problem auf angemessene Weise.

```
#Spalte mit Na-Ionen
ljz$Na_exch
#In Zeile 96 ist ein negativer Wert
#Diesen Wert, bzw. alle Werte < 0, als NA setzen
is.na(ljz[, "Na_exch"]) <- ljz$Na_exch < 0
#Außerdem gibt es in derselben Spalte einige Werte mit einer 0
#Da man nicht durch 0 teilen oder die Wurzel aus 0 berechnen kann,
#kann dies zu Problemen führen
is.na(ljz[, "Na_exch"]) <- ljz$Na_exch == 0
#ljz$Na_exch -> Anzeige der Spaltenwerte mit neuen NA-Werten
```

Aufgabe 06 Tinn R

- a) In R lassen sich Arbeitsschritte prima automatisieren. Stellen Sie sich vor, ihr Chef, der völlig zu Recht von R begeistert ist, möchte, dass Sie für ein neues Projekt aus dem ursprünglichen Datensatz nur die Standorte der Catena A extrahieren. Er verlangt von Ihnen ein R-Skript, das außerdem ...
- b) ... die Reihenfolge der Standorte nach abnehmender Ca-Ionenkonzentration sortiert.
- c) ... das Ergebnis in eine sinnvoll benannte CSV-Datei schreibt. Führen Sie die Schritte 6 a bis c in einer Pipe aus und binden Sie diese in ihr Protokoll ein. Speichern Sie die Pipe zusätzlich als .R-Skript in ihrem Kursordner ab und geben Sie im Protokoll den Befehl an, mit dem es sich in der Konsole ausführen lässt.

```
#Aus data Standorte der Catena A
#Reihenfolge nach abnehmender Ca-Ionenkonzentration
#als csv schreiben
library(dplyr)
```

```
catA <- dplyr::filter(data,  
                      SAMPLING == "catA") %>%  
  arrange(desc(Ca_exch)) %>%  
  write.table("data/catA.csv",  
             sep = ";",  
             dec = ",")
```

Öffnen des RSkripts mit der Funktion:

```
source(file = "catA.R")
```

Literatur

Hedderich, Jürgen, and Lothar Sachs. 2018. *Angewandte Statistik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-56657-2>.