

Anfängerpraktikum V354

## **Gedämpfte und erzwungene Schwingungen**

Helena Nawrath  
helena.nawrath@tu-dortmund.de

Carl Arne Thomann  
arnethomann@me.com

Durchführung: 16. Dezember 2014      Abgabe: 6. Januar 2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

# 1 Zielsetzung

## 2 Theorie

Geld ist ja bekanntlich im Portmonee. Da steckt man es rein und es kommt nicht da raus. Außer man kauft etwas davon, zum Beispiel Suppe. (In der Tüte oder nicht, dass ist in diesem Fall egal). Aber wie teuer ist Suppe?

Jeder kennt das berühmte Bild von einer Suppe. Es war aber nicht in einer Tüte, nein, nein, es war in einer (bunten bzw. roten) Dose! Und hätte man die Dose geöffnet? Hätte es jemand gemacht, man könnte es schreiben. Hat aber Keiner. Deswegen kann man es schwer sagen. Und Suppe: Man kann sie auch mit dem Geld bezahlen.

Das durchschnittliche Einkommen eines deutschen Haushaltes beträgt etwa 2700 €, nach Abzug aller relevanten und laufenden Kosten (Steuern, Miete et cetera) noch etwa 1350 €.

Man kann aber nicht alles das Geld für die Suppe (oder z.B. Trockenobst) ausgeben. Kann man natürlich, aber da gibt es ja noch andere Sachen.

Geld wächst ja bekanntlich auch nicht am Baum (genau wie Suppe), schon wieder etwas das auffällt. Aber Suppe kann man zumindest herstellen. Eine durchschnittliche Suppenküche stellt viel Suppe her, zum Beispiel um sie zu verkaufen oder zu vermieten. Aber wie wird die Suppe überhaupt zu Trockensuppe gemacht?

Die Suppe besteht bestimmt so aus 20% Wasser, vielleicht mehr. In der Tüte, da kommt noch Wasser zur Suppe rein, dann ist es Suppe. Also Wasser zum Suppenmehl. Typisch deutsch? Weit gefehlt, auch in China gibt es mittlerweile mehrere Prozent Suppe aus dem Kochbeutel. Auch in Norwegen oder Albanien.

Aber wieso eigentlich ausgerechnet Suppe? Warum nicht zum Beispiel Gänsebraten oder so was? Ganz einfach: Suppe enthält viele Vitamine. So wie Saft. Und die erstaunliche Parallele: Saft und Suppe kann man beides kalt essen. Es geht bei Suppe also vielmehr um die Temperatur (in °C oder Kelvin, aber nicht in Fahrenheit (oder so)). Probieren Sie es selber aus: Suppe ist ein Gericht, dass am besten kalt serviert wird.

Genauso wie Geld. Denn das gibt es (es ist also) meistens im Portmonee.

## 3 Durchführung

Ein Wanderurlaub im ehemaligen Jugoslawien. Klingt zunächst einmal furchtbar spannend, ist aber eigentlich der Gähner (=Langeweiler, langweilige Sache) überhaupt.

Jeder denkt: Alte Militärbaracken, Herrenausstatter wohin man schaut, vielleicht ein Museum für altertümliche Fahrstuhltechnik, klingt doch toll! Doch hält diese vorgefasste

Meinung einer genaueren Betrachtung nicht stand. Schon morgens im Hotel wird die Kehrseite der Medaille deutlich:

Aufzug defekt. Buffet unvollständig. Chinesische Loungemusik. Despotisches Hotelpersonal. Eierlikör ausverkauft. Französischer Kofferträger. Gewaltsamer Raubüberfall. Hasenzähnige Empfangsdame. Interplanetarer Schmugglerstützpunkt. Jodelmusikkorps nebenan. Kreditkarte gesperrt. Lilafarbener Teppichläufer. Monochromatisches Licht. Nucleophile Substitution. Ortsunkundige Japaner. Präsidentenleiche unübersehbar. Qualmender Ethanolofen. Resistiver Touchscreen. Systematische Tötungen. Trauriger Clown. Unerfreuliche Massenbegräbnisse. Verwanzte Matratzen. Wadenkrampffördernde Beleuchtung. X-Beinige Pianodame. Yorkshireterrier bellt. Bezahlung nur bar möglich (und nicht per EC-Karte, wie ich es sonst immer mache).

Also merke: Der Spruch „Im Norden geht die Sonne auf, im Süden nimmt sie Ihren Lauf, [...] Westen wird sie untergehen, usw.“, gilt nicht wenn man auf dem Mond (oder einem anderen Erdtrabanten) steht (oder sitzt, außer man liegt).

## 4 Auswertung

In diesem Versuch wird eine Schaltung – Gerät 1 – verwendet, welche aus verschiedenen Bauteilen besteht. Die in Tabelle ?? angegebenen Werte bestimmen maßgeblich die Eigenschaften der Schaltung.

Daten von Gerät 1		
Induktivität $L$	16,78 mH	$\pm 0,09$ mH
Kapazität $C$	2,066 nF	$\pm 0,006$ nF
Widerstand $R_1$	67,2 $\Omega$	$\pm 0,2$ $\Omega$
Widerstand $R_2$	682 $\Omega$	$\pm 1$ $\Omega$

**Tabelle 1:** Daten der in Gerät 1 verwendeten Bauteile.

Da alle Größen fehlerbehaftet sind fließen diese nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta u = \sqrt{\left(\frac{du}{dv} \Delta v\right)^2 + \left(\frac{du}{dw} \Delta w\right)^2} \quad (1)$$

in die folgenden Rechnungen ein. Alle Grafiken und Ausgleichsrechnungen werden mit PROGRAMM ausgeführt.

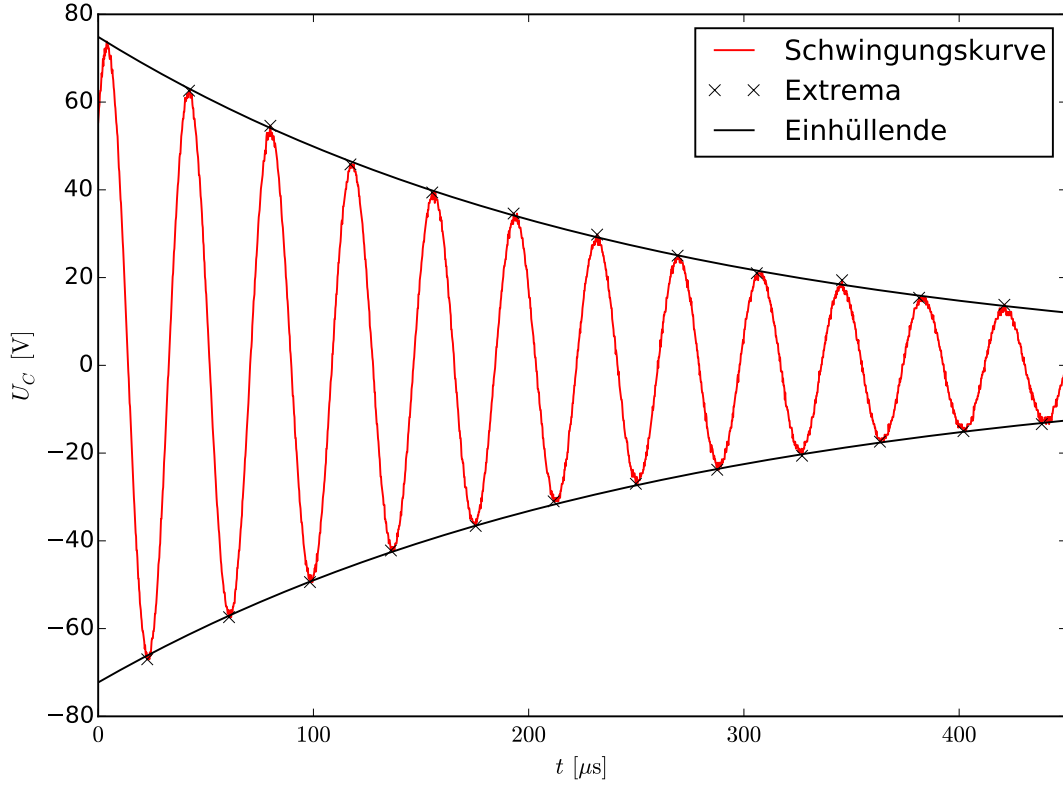
### 4.1 Zeitabhängigkeit der Spannungsamplitude und Dämpfungswiderstand

$t / \mu\text{s}$	$U_{C,\min} / \text{V}$	$t / \mu\text{s}$	$U_{C,\max} / \text{V}$
42	62,60	23	−67,00
80	54,60	61	−57,40
117	45,80	98	−49,40
155	39,40	136	−42,20
193	34,60	175	−36,60
232	29,80	212	−31,00
269	25,00	250	−27,00
306	21,00	288	−23,80
346	19,40	327	−20,60
381	15,40	363	−17,40
421	13,80	402	−15,00
457	11,40	438	−13,40

**Tabelle 2:** Extrema der Spannungswerte.

In Abbildung 1 ist die Amplitude der Kondensatorspannung  $U_C$  gegen die Zeit  $t$  aufgetragen, nachdem der Stromkreis durch einen elektrischen Impuls zur Schwingung angeregt

wurde. Mit den eingezeichneten Extremwerten der Spannung, angegeben in Tabelle 2 kann die Schwingungskurve berechnet werden. Die Einhüllende, die nur die Minima und Maxima mit der Schwingkurve gemein hat, zeigt den für den Schwingfall typischen zeitlichen Verlauf der Spannung. Diese nimmt mit der Zeit exponentiell ab. Dies wird noch



**Abbildung 1:** Verhalten der Spannung für den Schwingfall.

deutlicher, wenn die Schwingung halblogarithmisch aufgetragen wird. Dafür werden die Minima an der  $t$ -Achse gespiegelt. Durch lineare Regression kann mit

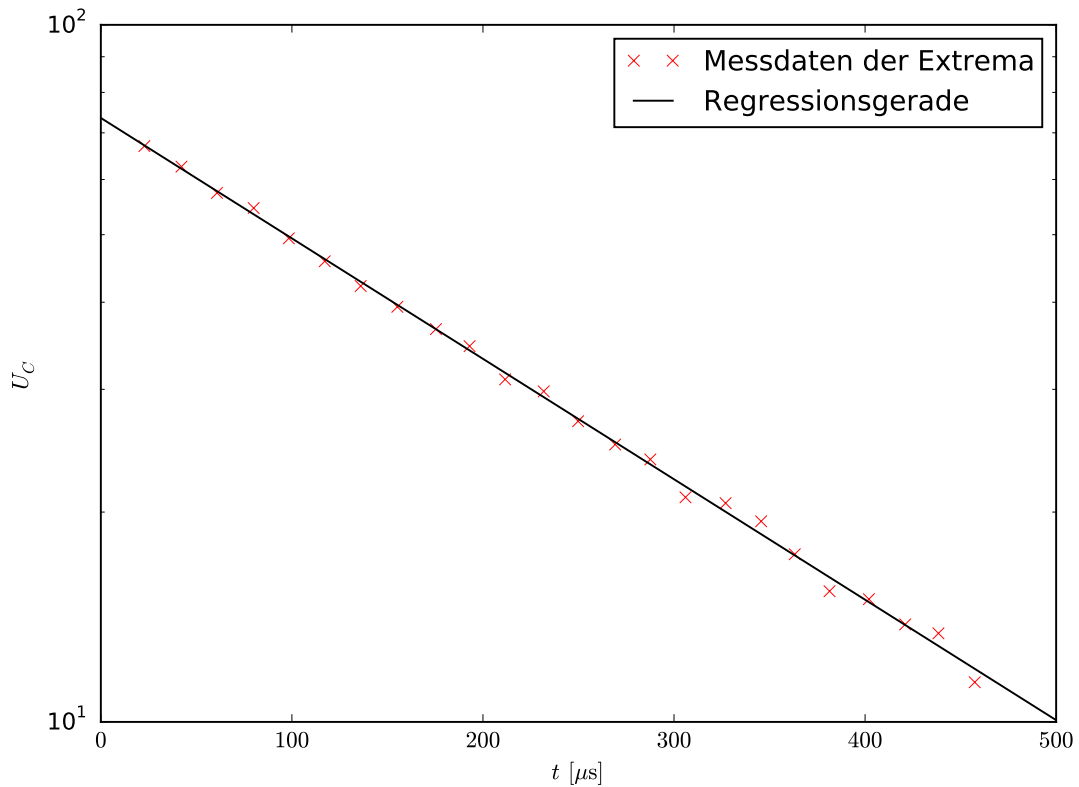
$$\ln U_C(t) = \underbrace{\left(-\frac{R}{2L}\right)}_m \cdot t + b \quad (2)$$

eine Ausgleichsgerade

$$g(t) = (-3978.365 \pm 36.562) \frac{1}{s} t + (4.298 \pm 0.010) \quad (3)$$

durch die Messpunkte gelegt werden.  $m$  ist dabei die Steigung der Geraden und  $b$  der y-Achsenabschnitt. Damit lässt sich  $R_{\text{eff}} = (134 \pm 1)\Omega$  berechnen.

Die Abklingdauer  $T_{\text{ex}}$  wird aus dem negativen Kehrwert der Steigung  $m$  gebildet, sodass  $T_{\text{ex}} = (0.251 \pm 0.002)\text{s}$  ist. Der theoretische Wert  $T_{\text{ex,t}} = \frac{2L}{R}$  ergibt sich zu  $T_{\text{ex,t}} = (0.499 \pm 0.003)\text{s}$ .



**Abbildung 2:** Einhüllende der Schwingungskurve, aufgetragen auf halblogarithmischer Skala.

## 4.2 Aperiodischer Grenzfall im gedämpften Schwingkreis

Der Spannungsverlauf für den aperiodischen Grenzfall wird durch einen Widerstand von  $R_{\text{ap}} \approx 4500\Omega$  realisiert. Der Theoriewert ergibt sich aus der Formel  $R_{\text{ap,t}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  zu  $R_{\text{ap,t}} = (5700 \pm 15)\Omega$ . Zum Vergleich sind ebenfalls Schwing- und Kriechfall dargestellt.

## 4.3 Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Das Verhältnis der Spannungen  $\frac{U_C}{U_0}$  wird gegen die Frequenz  $f$  aufgetragen. Es ergibt sich eine Resonanzkurve, deren Maximum bei  $f_{\text{res}} \approx 26\text{kHz}$  liegt. Bei dieser Frequenz ist die Kondensatorspannung größer als die angelegte Spannung  $U_0$ . Für die Resonanzüberhöhung ergibt sich aus der Messung  $q = \frac{U_{C,\text{max}}}{U_0}$  der Wert  $q = 5.556$  bei einer maximalen Kondensatorspannung  $U_{C,\text{max}} = 160\text{V}$ . Theoretisch ergibt sich  $q_t = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L}{C}}$  zu  $q_t = 5 \pm 1$ .

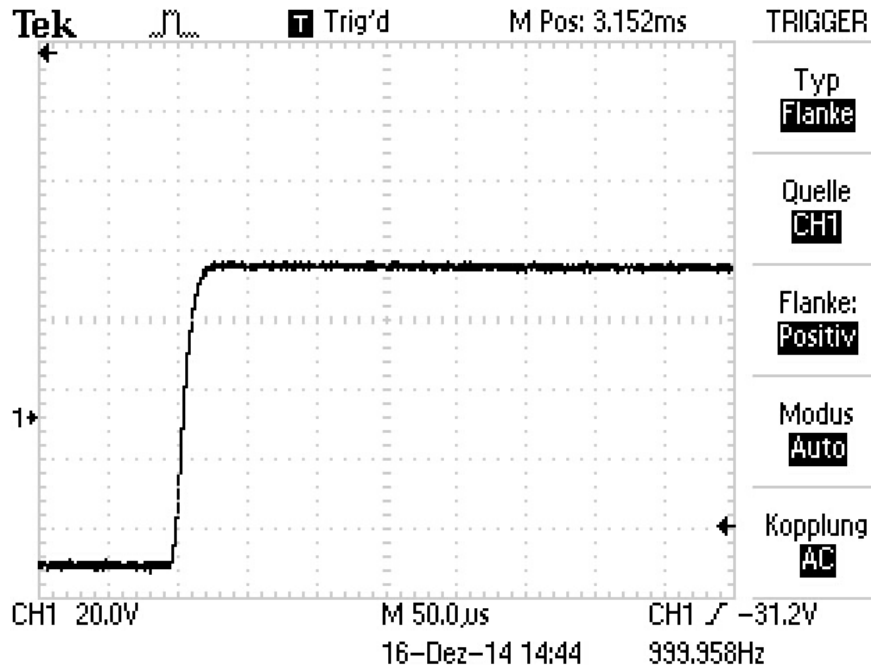
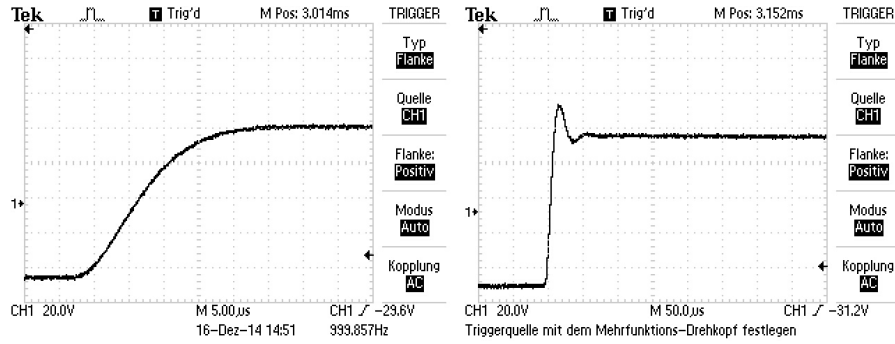


Abbildung 3: Screenshot des aperiodischen Grenzfalls.

Für die Breite der Resonanzkurve werden  $f_{\pm} = \frac{U_{C,\max}}{\sqrt{2}}$  berechnet und anschließend die Differenz  $f_{+} - f_{-}$  gebildet. Damit sind  $f_{+} = 29\text{kHz}$ ,  $f_{-} = 22\text{kHz}$  und  $\Delta f = 7\text{kHz}$ . Die theoretische Resonanzbreite ist  $\Delta f_t = (6500 \pm 40)\text{kHz}$ .

#### 4.4 Frequenzabhängigkeit der Phasendifferenz

In Tabelle ?? ist die frequenzabhängige Zeitdifferenz  $\Delta t$  zwischen den Nulldurchgängen der Sinusspannung des Frequenzgenerators und der Kondensatorspannung. Die Phase  $\varphi$  ist in Abbildung SPAAASS gegen die Frequenz aufgetragen. Phase und Zeitdifferenz sind über  $\varphi(f) = \Delta t f 2\pi$  verknüpft. Für große Frequenzen nähert sich die Phase dem stationären Wert  $\pi$  an. In der Abbildung ist zu erkennen, dass die Phasendifferenz erst langsam wächst, um mit zunehmender Frequenz schneller anzusteigen. Je näher die Frequenz an der Resonanzfrequenz liegt, desto steiler ist die Kurve. Es ist ersichtlich, dass um die Resonanzfrequenz die Kurve als linear angenähert werden kann. Die Linearität erstreckt sich über  $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$ . Dieser Bereich wird in Abbildung XY linear dargestellt.



(a) Kriechfall.

(b) Schwingfall.

**Abbildung 4:** Schwing- und Kriechfall zum Vergleich.

$f$ /kHz	$U_C$ /V	$U_0$ /V	$f$ /kHz	$U_C$ /V	$U_0$ /V
10,0	48	44,0	28,0	136,0	40,8
11,0	52	44,0	28,5	128,0	41,6
12,0	54	44,0	29,0	118,0	41,6
13,0	58	44,0	29,5	108,0	41,6
14,0	60	44,0	30,0	100,0	41,6
15,0	64	44,0	30,5	94,0	41,6
16,0	66	44,0	31,0	88,0	42,4
17,0	72	44,0	32,0	76,0	43,2
18,0	78	44,0	33,0	66,0	43,2
19,0	84	44,0	34,0	56,0	43,2
20,0	92	43,2	35,0	49,0	43,2
20,5	96	43,2	36,0	44,8	43,2
21,0	102	43,2	37,0	40,8	43,2
21,5	108	43,2	38,0	36,8	43,2
22,0	114	43,2	39,0	33,6	43,2
22,5	120	42,4	40,0	30,8	43,2
23,0	128	42,4	41,0	28,4	43,2
23,5	136	42,4	42,0	26,4	43,2
24,0	142	42,4	43,0	24,4	43,2
24,5	150	42,4	44,0	22,8	43,2
25,0	156	41,6	45,0	21,6	43,2
25,5	158	41,6	46,0	20,0	43,2
26,0	160	41,6	47,0	18,8	43,2
26,5	158	40,8	48,0	18,0	43,2
27,0	152	40,8	49,0	16,8	43,2
27,5	144	40,8	50,0	16,0	43,2

**Tabelle 3:** Messdaten der Kondensator- und Generatorspannung zu verschiedenen Frequenzen.



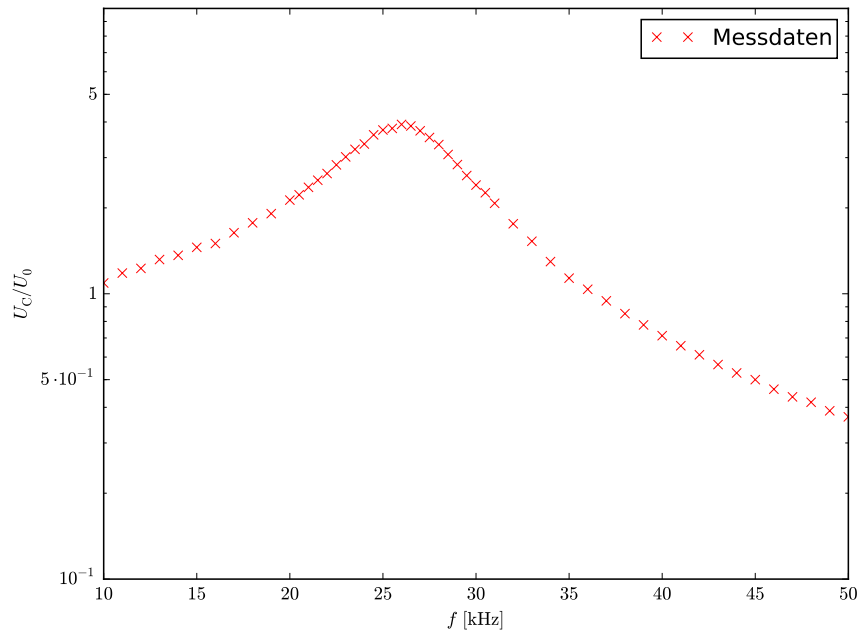


Abbildung 5: Screenshot des aperiodischen Grenzfalls.

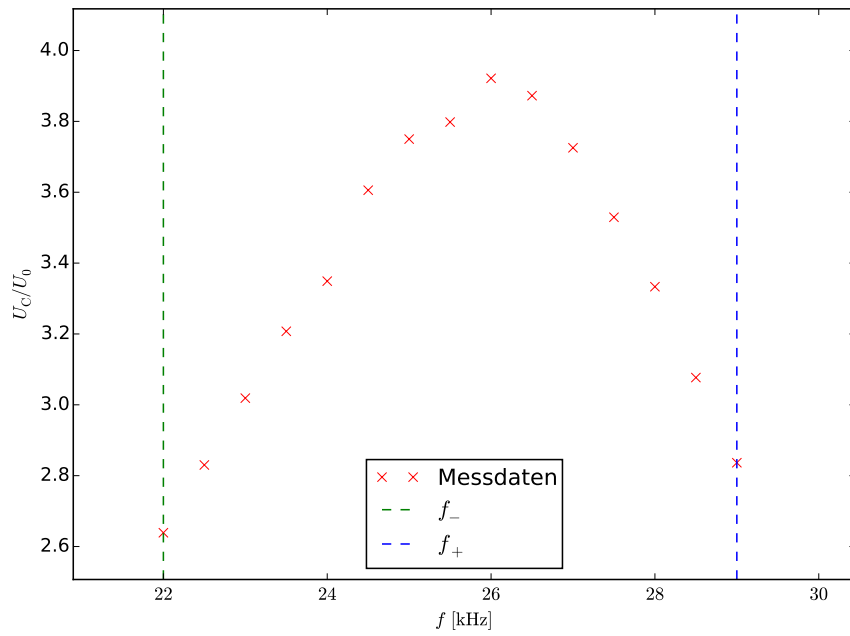


Abbildung 6: Screenshot des aperiodischen Grenzfalls.

$f$ /kHz	$\Delta t$ / $\mu$ s	$f$ /kHz	$\Delta t$ / $\mu$ s
10,0	2,0	28,0	11,6
11,0	2,0	28,5	11,8
12,0	2,0	29,0	12,4
13,0	2,4	29,5	12,2
14,0	2,4	30,0	12,8
15,0	2,8	30,5	13,0
16,0	2,8	31,0	12,4
17,0	2,8	32,0	12,6
18,0	3,2	33,0	12,4
19,0	3,2	34,0	12,6
20,0	3,6	35,0	12,2
20,5	4,0	36,0	11,8
21,0	4,0	37,0	11,6
21,5	4,2	38,0	12,0
22,0	4,6	39,0	11,6
22,5	4,8	40,0	11,4
23,0	5,4	41,0	11,4
23,5	5,4	42,0	11,2
24,0	6,0	43,0	11,0
24,5	6,4	44,0	10,8
25,0	7,6	45,0	10,4
25,5	8,2	46,0	10,2
26,0	9,2	47,0	10,2
26,5	9,6	48,0	9,6
27,0	10,4	49,0	9,6
27,5	11,2	50,0	9,6

**Tabelle 4:** Messdaten der Phasendifferenz zu verschiedenen Frequenzen.

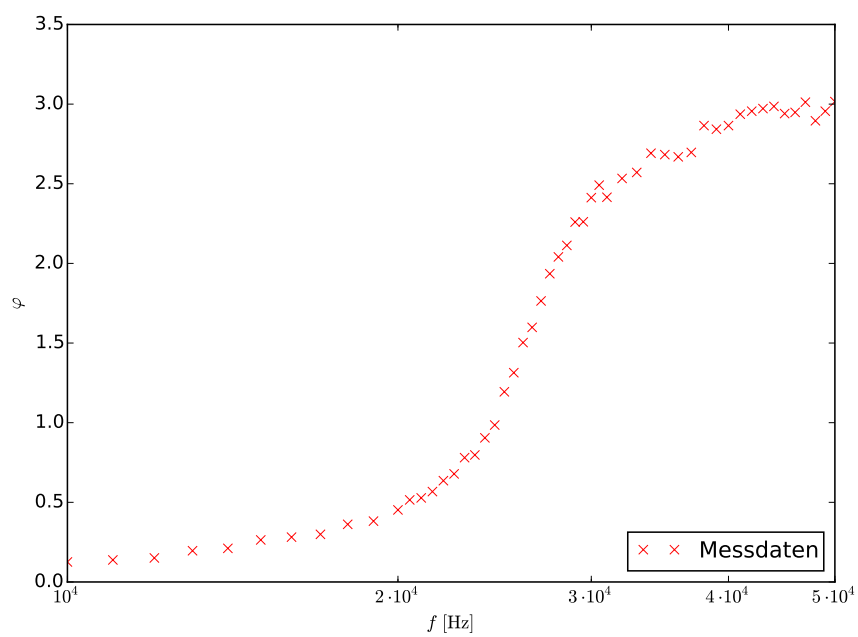


Abbildung 7: Screenshot des aperiodischen Grenzfalls.

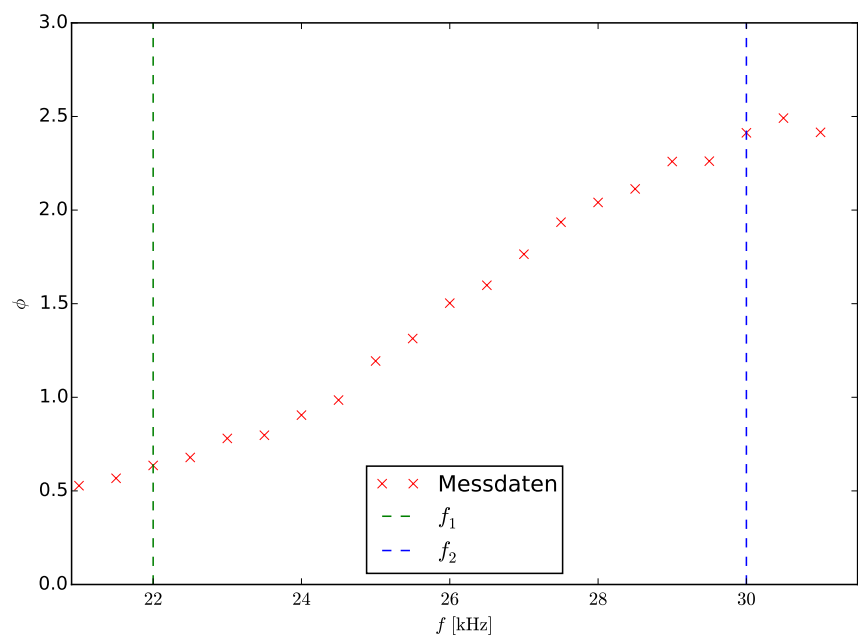


Abbildung 8: Screenshot des aperiodischen Grenzfalls.

## 5 Diskussion

Lesen Sie pünktlich zum Beginn der Vorweihnachtszeit die Kolumnen aus unserer neuen Rubrik "Eine heiße Sache - Das Bügeleisen im Wandel Zeit" In der ersten Ausgabe widmet sich Dr. Atmin dem Schwerpunkt "Südeuropäische Fabrikate des ausgehenden 19. Jahrhunderts"

## Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1>. Version 1.3.1.
- [2] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1>. Version 1.8.1.
- [3] The GIMP Team. *GIMP: GNU Image Manipulation Program*. URL: <http://www.gimp.org/>. Version 2.8.10.

Die verwendeten Plots wurden mit *matplotlib*[1] und die Grafiken mit *GIMP*[3] erstellt und/oder bearbeitet. Die Berechnungen wurden mit *Python-Numpy*, [2] durchgeführt.