Anfängerpraktikum V102

Drehschwingungen

Helena Nawrath
helena.nawrath@tu-dortmund.de

Carl Arne Thomann
arnethomann@me.com

Durchführung: 20. Januar 2015

Abgabe: 27. Januar 2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Zielsetzung

Elastische Konstanten charakterisieren das Verhalten eines Stoffes bei Krafteinwirkung. Sie funktionieren als Proportionalitätsfaktoren zwischen der pro Flächeneinheit angreifenden Kraft und der daraus resultierenden relativen Deformation – einer Gestalts- oder Volumenänderung. Ziel ist es, die elastischen Konstanten einer Metalllegierung zu bestimmen.

2 Theorie

Wirken Kräfte auf einen Körper ein, kann dies auf zwei Arten geschehen. Die Kraft greift an jedem Volumenelement an und ändert dadurch den Bewegungszustand des Körpers; versetzt ihn beispielsweise in eine Translations- oder Rotationsbewegung. Andererseits ist es möglich, dass sich die angreifende Kraft nur auf die Oberfläche des Körpers beschränkt und dazu führt, dass Gestalt und/oder Volumen sich ändern. Dabei wird die Kraft pro Flächeneinheit als Spannung definiert. Diese teilt sich in zwei Komponenten auf: die Normalkomponente σ bewirkt eine Längenänderung senkrecht, eine Tangentialspannung τ eine Längenänderung parallel zur Kraftrichtung auf eine Probe. Die Kräfte wirken nachweislich an der Oberfläche und jeder beliebigen Querschnittsfläche des Körpers.

In Festkörpern sind die Atome in einem Kristallgitter regelmäßg angeordnet und befinden sich mit ihren direkten Nachbarn in einem Gleichgewichtszustand, in dem sich die abstoßenden und anziehenden Kräfte grade zu Null addieren. Durch Krafteinwirkung muss ein neuer Zustand hergestellt werden. Dies wird realisiert indem der Abstand r_0 der Teilchen zueinander variiert wird und sich ein neuer Gleichgewichtszustand mit dem Abstand r_0' einstellt. Das Hooke'sche Gesetz

$$\sigma = E\frac{\Delta L}{L} \tag{1}$$

beschreibt für hinreichend kleine Kräfte an der Oberfläche einen linearen Zusammenhang zwischen der Spannung und der durch diese hervorgerufenen relative Deformation. Liegt eine elastische Deformation vor, so kehrt der Körper in seine Ausgangslage zurück, sobald die Krafteinwirkung vorbei ist - der Vorgang ist reversibel.

Betrachtet man unsymmetrische Kristalle mit richtungsabhängigen elektrostatischen Kräften müssen sehr viele Komponenten gemessen bzw. errechnet werden. Isotrope Körper, beispielsweise polykristalline Kristalle, zeichnen sich stattdessen durch richtungsunabhängige elastische Konstanten aus und können theoretisch durch zwei Konstanten beschrieben werden. Es erweist sich jedoch als zweckmäßig insgesamt vier Konstanten einzuführen. Der Schub- bzw. Torsionsmodul G beschreibt die Gestalts-, der Kompressionsmodul Q die Volumenelastizität. DerElastizitätsmodul E ist der Proportionalitätsfaktor aus Gleichung (1), μ die Poissonsche Querkontraktionszahl.

$$\mu = -\frac{\Delta B}{B}\frac{L}{\Delta L} \tag{2}$$

beschreibt die relative Längenänderung bei angreifender Normalspannung in Spannungsrichtung. Die genannten Module sind nicht unabhängig voneinander und stehen über

$$E = 2G(\mu + 1) \quad \text{und} \quad E = 3(1 - 2\mu)Q \tag{3}$$

in Beziehung.

2.1 Bestimmung des Schubmoduls G

Erfährt ein Probekörper ausschließlich Tangentialspannungen verformt er sich so, dass eine Scherung um den Winkel α auftritt. Nache Hooke ist mit

$$\tau = G\alpha \tag{4}$$

die Spannung proportional zum Scherungswinkel. Die Messung wird realisiert, indem ein einseitig fest eingespannter zylinderförmiger Draht um den Winkel ϕ verdreht wird. Dabei wirkt ein Drehmoment M. Die Schichten des Zylindermantels werden dabei um den Winkel α gedreht. Da das Drehmoment abhängig vom Hebelarm, also vom Probendurchmesser ist, werden im weiteren Verlauf infinitisemale Drehmomente dM betrachtet, die eine Kraft dK auf das Massenelement im Radius dr bewirken. Aus

$$\mathrm{d}M = r\mathrm{d}K \tag{5}$$

folgt mit (4) und $\tau = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}F}$

$$\mathrm{d}M = rG\alpha\mathrm{d}F. \tag{6}$$

Aus dem Zusammenhang $\alpha = \frac{r\phi}{L}$, dem Flächeninhalt des Kreisrings d$F = 2\pi r\mathrm{d}r$ und anschließender Integration über den Radius der Probe eine Formel für das Gesamtdrehmoment

$$M = \frac{\pi R^4 G}{2L}\phi = D\phi. \tag{7}$$

Wird an das freie Drahtende ein Körper mit Trägheitsmoment θ angehängt, kann der Draht ungedämpfte harmonische Schwingungen der Dauer $T = 2\pi\sqrt{\frac{\theta}{D}}$ ausführen. Es wirken zwei entgegengesetzte Drehmomente aufeinander. Je nach Form des Körpers ist M_T unterschiedlich, hier wird eine Kugel benutzt mit $\theta = \frac{2}{5}m_\mathrm{k}{R_\mathrm{k}}^2$. Damit ergibt sich

$$G = \frac{16\pi m_\mathrm{k}{R_\mathrm{k}}^2 L}{5T^2R^4}. \tag{8}$$

Der Vorteil der dynamischen Methode über die Messung der Schwingungsdauer ist die geringere Fehleranfälligkeit. Die Ergebnisse bei statischer Messung können durch eventuelle elastische Nachwirkungen verfälscht werden.

2.2 Bestimmung des Elastizitätsmoduls

Aus vorher genannten Gründen wird hier ebenfalls eine dynamische Messung der statischen vorgezogen. Sind Schallgeschwindigkeit c im Medium und dessen Dichte ρ bekannt, so kann das Elastizitätsmodul E über

$$E = c^2\rho \tag{9}$$

berechnet werden.

3 Durchführung

3.1 Bestimmung des Schubmoduls

Abbildung XY zeigt die Messapparatur. Am unteren Ende eines einseitig fest eingespannten Drahtes ist eine Kugel befestigt. Diese enthält einen Permanentmagneten, welcher vor Beginn der eigentlichen Messung parallel zum Draht ausgerichtet werden muss, damit Störungen vom Erdmagnetfeld ausgeschlossen werden. Dies geschieht über den Madenschraubknopf und angebrachte Makierungen. Die Periodendauer der Torsionsschwingung wird über eine elektronische Stoppuhr gemessen. Ein elektronisches Zählwerk soll die Schwingungen eines frequenzstabilen Quarzoszillators messen. Mit Schwingungsbeginn soll das Zählwerk starten; nach einer Periode enden. Dieser Vorgang wird realisiert über eine, durch eine Lichtschranke steuerbare, Torstufe. Das Licht einer Lampe wird zunächst durch eine Sammellinse gebündelt und anschließend durch einen Spalt auf den Spiegel am Torsionsdraht geworfen. Sobald der Lichtstrahl auf die Photodiode trifft, erzeugt diese ein elektrisches Signal, welches durch eine geeignete Schaltung auf die Torsteuerungs- und Rückstelleingänge des Zählwerks geleitet wird. Dies geschieht, sobald der Draht durch bewegen des Justierrades zu Schwingungen angeregt wird. Der Lichtstrahl wandert auf der Mattscheibe von einer Seite zur anderen und passiert dabei die Photodiode. Die Periodendauer T kann direkt am Zählwerk abgelesen werden, da die Schwingfrequenz ein dekadisches Vielfaches von 1 Hz beträgt. Zur Berechnung der Module müssen außerdem Drahtlänge und -durchmesser bekannt sein. Gemessen werden diese mit einer Micrometerschraube. Radius und Masse der angehängten Kugel sind angegeben.

4 Auswertung

Drahtdurchmesser	Drahtlängen	
d/ mm	l_1/ m	l_2/ m
0,190	0,551	0,500
0,189	0,551	0,510
0,191	0,550	0,500
0,193	0,551	0,520
0,195	0,551	0,520

Tabelle 1: Abmessungen des Drahtes.

T_G/ s
18,585
18,598
18,593
18,588
18,585
18,588
18,589
18,592
18,594
18,594
18,598

Tabelle 2: Schwingungsdauern zur Berechnung des Schubmoduls G.

Das unmenschlich, widerliche AA-Gesicht von Lars Hoffmann hat diesen PC verflucht, weil die Besitzerin sehr fies war. Nun wird zu einem Zeitpunkt t>1h sein Zorn auf dich herniederfahren.

Arne war's...

I / A	T_m / s
0,1	11,424
0,1	11,441
0,1	11,386
0,1	11,411
0,1	11,384
0,2	9,526
0,2	9,513
0,2	9,490
0,2	9,480
0,2	9,473
0,4	6,889
0,4	6,949
0,4	6,953
0,4	6,955
0,4	6,954
0,6	5,837
0,6	5,785
0,6	5,841
0,6	5,831
0,6	5,844
0,8	5,171
0,8	5,169
0,8	5,172
0,8	5,162
0,8	5,162

Tabelle 3: Schwingungsdauern zur Berechnung des magnetischen Moments G.

T_G / s
18,413
18,411
18,390
18,409
18,379
18,404
18,395
18,399
18,396
18,391

Tabelle 4: Schwingungsdauern zur Berechnung des Schubmoduls G.

5 Diskussion

Lesen Sie pünktlich zum Beginn der Vorweihnachtszeit die Kolumnen aus unserer neuen Rubrik "Eine heiße Sache - Das Bügeleisen im Wandel Zeit" In der ersten Ausgabe widmet sich Dr. Atmin dem Schwerpunkt "Südeuropäische Fabrikate des ausgehenden 19. Jahrhunderts"

Literatur

[1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1`. Version 1.3.1.

[2] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1`. Version 1.8.1.

[3] The GIMP Team. *GIMP: GNU Image Manipulation Program*. URL: `http://www.gimp.org/`. Version 2.8.10.

Die verwendeten Plots wurden mit *matplotlib*[1] und die Grafiken mit *GIMP*[3] erstellt und/oder bearbeitet. Die Berechnungen wurden mit Python-*Numpy*, [2] durchgeführt.