

Anfängerpraktikum V301

Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Helena Nawrath
helena.nawrath@tu-dortmund.de

Carl Arne Thomann
arnethomann@me.com

Durchführung: 25. November 2014 Abgabe: 02. Dezember 2014

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand von realen Spannungsquellen bestimmt.

2 Theorie

Anders als bei idealen Spannungsquellen, die sich dadurch auszeichnen, ihre eingestellte Spannung U_{Soll} an den Klemmen trotz Belastung ohne Verluste aufrecht erhalten zu können, sinkt bei realen Spannungsquellen die Klemmspannung U_K , sobald Verbraucher elektrische Leistung beziehen. Die Spannung, die an den Klemmen anliegt, ohne dass Verbraucher angeschlossen sind, wird als Leerlaufspannung U_0 bezeichnet und fällt mit U_{Soll} einer idealen Spannungsquelle zusammen.

Zur Beschreibung des Spannungsverlustes wird ein Innenwiderstand R_I innerhalb der Spannungsquelle eingeführt, der fester Bestandteil einer realen Spannungsquelle ist. Die

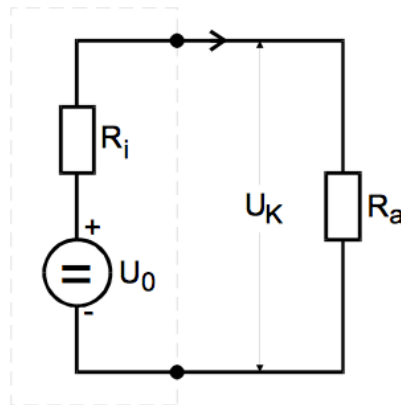


Abbildung 1: Skizze eines einfachen Schaltkreises mit Ersatzschaltbild der Spannungsquelle.

reale Spannungsquelle wird der Abbildung 1 gemäß als ideale Spannungsquelle mit U_{Soll} und dem Innenwiderstand R_I aufgefasst. Die Klemmspannung ist in Reihe nach Spannungsquelle und Innenwiderstand abgreifbar. Mit der zweiten Kirchhoffschen Regel gilt für die Klemmspannung

$$U_K = U_0 - R_I \cdot I \quad (1)$$

Die Annahme des Innenwiderstandes hat zur Folge, dass nicht beliebig hohe Leistungen von dem Verbraucher R_a aufgenommen und ebenfalls nicht beliebig hohe Leistungen von dem Spannungsgerät geliefert werden können. Die an den Verbraucher R_a abgegebene Leistung $N(R_a) = I^2 \cdot R_a$ lässt eine Leistungsoptimierung in R_a zu. Damit existiert für

eine gegebene Spannungsquelle mit bekanntem Innenwiderstand R_I ein optimaler Gesamtwiderstand $R_{a, \text{optimal}}$ des Verbrauchers, bei welchem die Leistung maximal wird.

3 Durchführung

Für die Bestimmung der Leerlaufspannung und die Innenwiderstände wird ein hochohmiges Spannungsmessgerät benutzt, sodass der Spannungsverlust und damit Messunsicherheiten durch das Messgerät klein ist. Der Innenwiderstand des Messgerätes beträgt $10 \text{ M}\Omega$. Zur Bestimmung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes werden zwei verschiedene Spannungsquellen benutzt.

3.1 Messung an einer Monozelle

Die Leerlaufspannung wird mit einem Voltmeter bestimmt. Hierzu wird zwischen Spannungsquelle und Messgerät kein Verbraucher geschaltet.

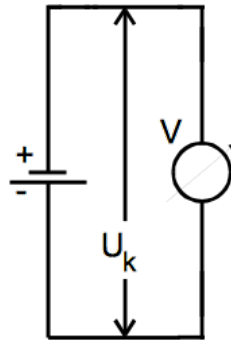
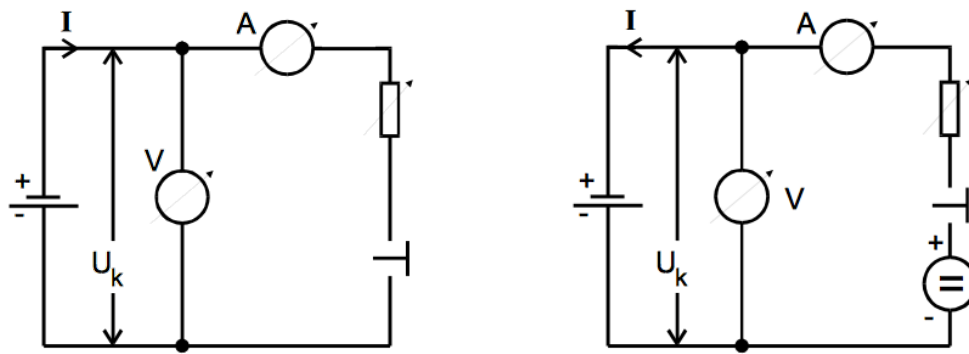


Abbildung 2: Schaltung zur Messung der Leerlaufspannung.

Anschließend wird die Spannung an den Klemmen U_K sowie der Strom I durch einen Verbraucher variablen Widerstandes R mit Volt- bzw. Amperemetern gemessen. Die Schaltung wird in Abbildung 3a gezeigt. Nach Schließen des Stromkreises werden die Werte von den Messgeräten abgelesen, der Widerstand R variiert und die Messung wiederholt, sodass insgesamt 10 Messwertpaare aufgenommen werden. Der Widerstand ist von $0\text{-}50 \text{ }\Omega$ zu wählen. Die Schaltung wird im Weiteren durch eine weitere, ideale Spannungsquelle erweitert. Diese wird gemäß Schaltskizze 3b so eingebaut, dass der Strom in umgekehrter Richtung als in Schaltung 3a fließt. Analog werden nach Einschwingen der Messgeräte die Klemmenspannung U_K und der Strom I aufgenommen, der Widerstand R variiert und der Vorgang wiederholt, bis 10 Messwertpaare aufgenommen werden.



(a) Schaltung ohne Gegenspannungsmethode. (b) Schaltung mit Gegenspannungsmethode.

Abbildung 3: Schaltung zur Messung des Innenwiderstandes.

3.2 Messung an einem Funktionsgenerator

Ähnlich zu 3.1 wird die Spannungsquelle mit einem ohmischen Verbraucher verbunden, wobei parallel zur Spannungsquelle ein Voltmeter und in Reihe zum Verbraucher ein Amperemeter geschaltet wird. Die Aufbauskitze ist 3a ähnlich. Für die erste Messung wird der Funktionsgenerator auf Sinusschwingung eingestellt, der Widerstand ist von $0,1\text{--}5\text{ k}\Omega$ zu wählen. Analog zu 3.1 werden die Klemmenspannung U_K und der Strom I aufgenommen, der Widerstand R variiert und der Vorgang wiederholt, bis 10 Messwertpaare aufgenommen werden. Der Funktionsgenerator wird auf Rechteckspannung umgestellt und das Verfahren wiederholt, wobei der Widerstand von $0,1\text{--}5\text{ k}\Omega$ gewählt wird.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung von Leerlaufspannung und Innenwiderstand

In Tabelle 1 sind Klemmenspannung U_k und Belastungsstrom I der Monozelle bei Gleich- und Gegenspannung, gemessen bei variablem Belastungswiderstand R_a , aufgetragen. Tabelle 2 enthält die Daten der Messung mit Rechteck- und Sinusspannungsquelle.

Monozelle		Monozelle mit Gegenspannung	
I / A	U_k / V	I / A	U_k / V
0,050	1,20	0,030	1,80
0,060	1,15	0,040	1,90
0,070	1,10	0,090	2,10
0,080	1,05	0,110	2,20
0,090	1,00	0,120	2,30
0,110	0,90	0,150	2,50
0,130	0,80	0,180	2,60
0,150	0,70	0,230	2,90
0,200	0,40	0,270	3,10
0,260	0,10	0,310	3,30

Tabelle 1: Messdaten der Monozelle und der Monozelle mit Gegenspannung.

Rechteckspannung		Sinusspannung	
$I_{\text{eff}} / A \cdot 10^{-3}$	U_k / V	$I_{\text{eff}} / A \cdot 10^{-3}$	U_k / V
1,0	260	0,72	0,20
1,1	255	0,38	0,25
1,2	245	0,36	0,27
1,4	235	0,32	0,30
1,6	230	0,27	0,33
1,9	215	0,22	0,35
2,2	190	0,14	0,40
2,7	160	0,11	0,42
3,5	115	0,10	0,44
4,1	80	0,09	0,45

Tabelle 2: Messdaten mit Rechteck- und Sinusspannung vom RC-Generator .

Trägt man die Messwerte der Spannung U_k gegen den Strom I auf, können Innenwiderstand R_i und Leerlaufspannung U_0 durch eine lineare Regressionsrechnung bestimmt werden.

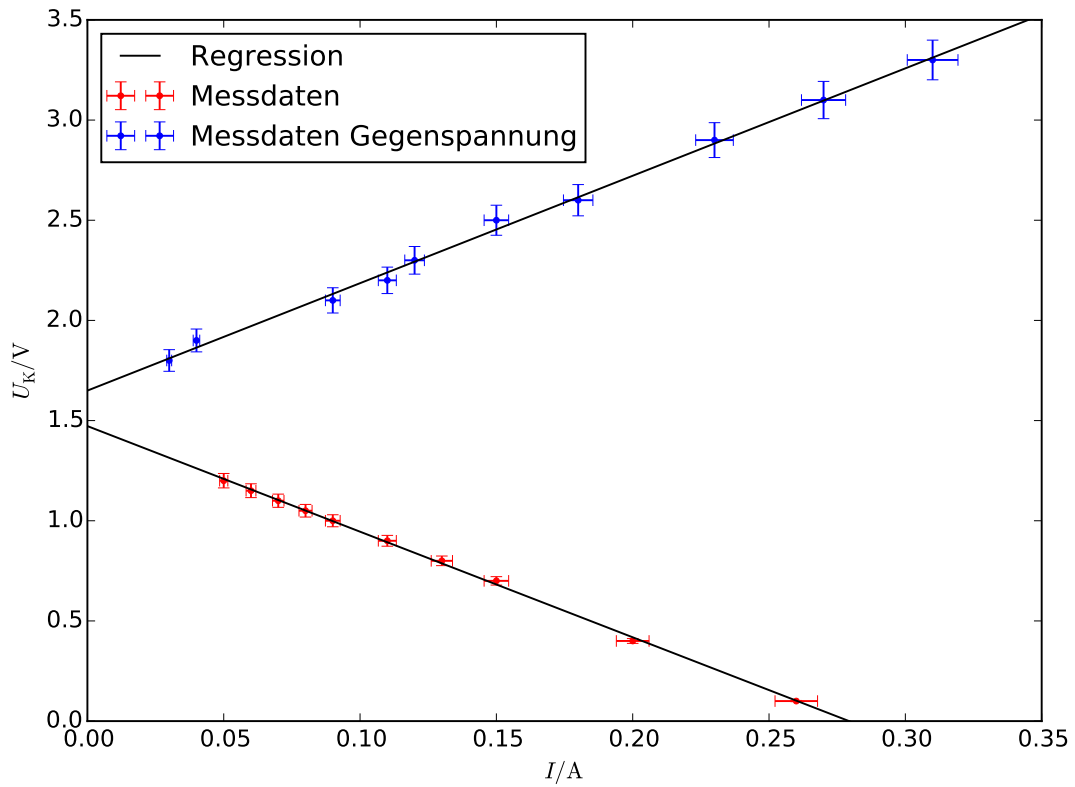


Abbildung 4: Messwerte und Regression von Messung an der Monozelle mit und ohne Gegenspannung.

Es ergeben sich die Geradengleichungen mit berechneten Koeffizienten

$$U_k = (-5.27 \pm 0.06) \Omega \cdot I + (1.473 \pm 0.008) \text{ V} \quad \text{Monozelle} \quad (2)$$

$$U_k = (5.36 \pm 0.10) \Omega \cdot I + (1.650 \pm 0.018) \text{ V} \quad \text{Gegenspannung} \quad (3)$$

$$U_k = ((-58 \pm 1) \Omega \cdot I + (0.3189 \pm 0.0024) \text{ V} \quad \text{Rechteckspannung} \quad (4)$$

$$U_k = (-420 \pm 60) \Omega \cdot I + (0.455 \pm 0.018) \text{ V} \quad \text{Sinusspannung.} \quad (5)$$

Daraus können die in Tabelle 3 aufgetragenen Innenwiderstände und Leerlaufspannungen abgelesen werden. Aufgrund der zweifachen Messung mit der Monozelle kann ein Mittelwert der Werte gebildet werden.

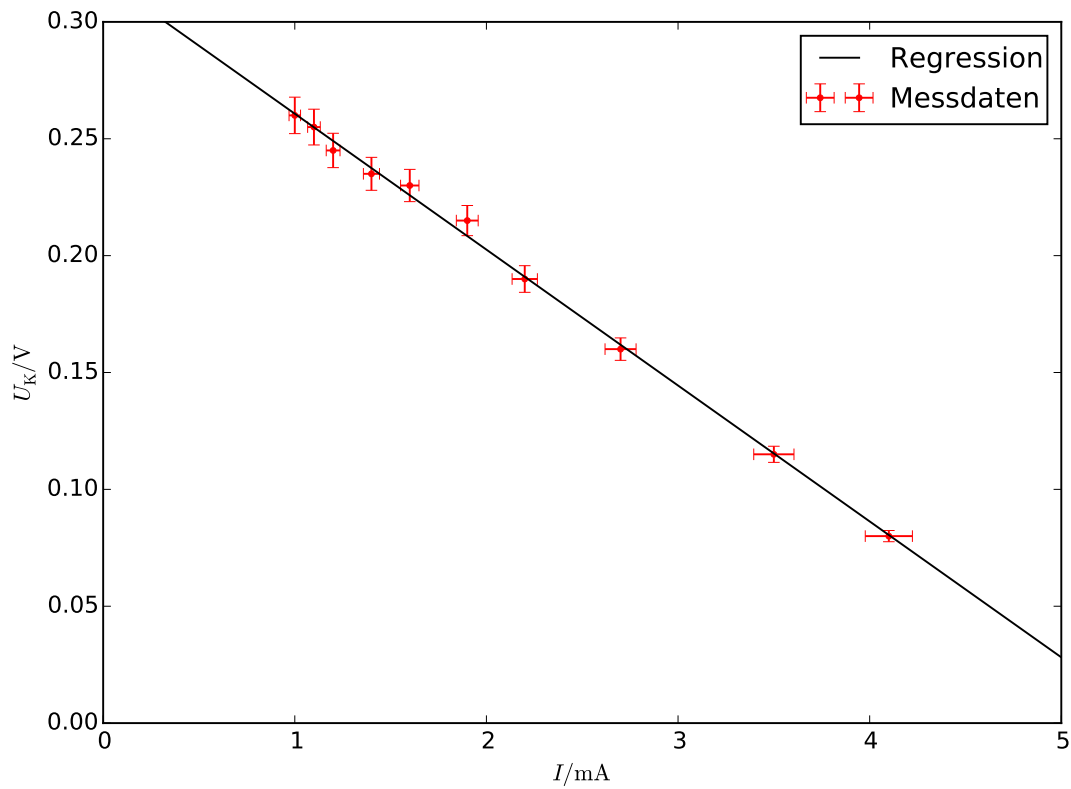


Abbildung 5: Messwerte und Regression bei Messung mit Recheckspannungsquelle.

Die direkte Messung über das Voltmeter ergibt eine Leerlaufspannung $U_0 = 1,5 \text{ V}$. Bei einem Eingangswiderstand $R_V = 10 \text{ M}\Omega$ ergibt sich der Fehler von $U_0 = (8.2992 \cdot 10^{-7}) \text{ V}$ durch

$$\Delta U_0 = \frac{R_i U_k}{R_V}. \quad (6)$$

Schaltet man das Amperemeter hinter das Voltmeter misst man dieses mit wegen dem Innenwiderstand. Jow.

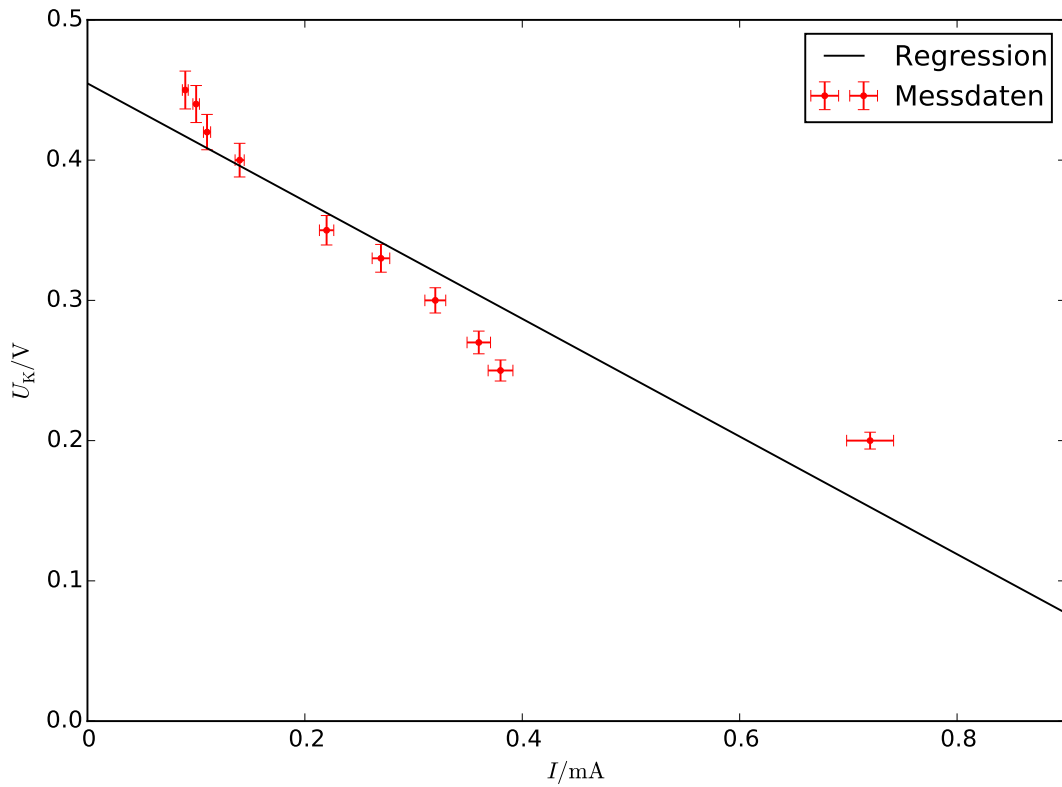


Abbildung 6: Messwerte und Regression bei Messung mit Sinusspannungsquelle.

4.2 Leistung

Die am Belastungswiderstand $R_a = \frac{U_k}{I}$ umgesetzte Leistung N der Monozelle bei Gleichspannung kann gegen diesen aufgetragen werden. Abbildung zeigt die Messpunkte mit durch die Unsicherheit bedingten Fehlerbalken, sowie die errechnete Theoriekurve, die sich aus den zuvor berechneten werden R_i und U_0 ergibt.

Mit den fehlerbehafteten Größen U_k und I ergeben sich mit der Gausschen Fehlerfortpflanzung die Fehler

$$\Delta R_a = \frac{U_k}{I} \sqrt{\left(\frac{\Delta U_k}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} \quad (7)$$

und

$$\Delta N = U_k I \sqrt{\left(\frac{\Delta U_k}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}. \quad (8)$$

Spannungsquelle	R_i / Ω	U_0 / V
Monozelle	5.27 ± 0.06	1.473 ± 0.008
Gegenspannung	5.4 ± 0.1	1.65 ± 0.02
Mittelwert	5.32 ± 0.08	1.56 ± 0.01
Rechteckspannung	58 ± 1	0.319 ± 0.003
Sinusspannung	420 ± 60	0.46 ± 0.02

Tabelle 3: Ergebnisse für Innenwiderstände und Leerlaufspannungen.

Alle Messpunkte liegen trotz abgebildeter Standardabweichung in ungefähr gleicher Entfernung unter der Theoriekurve. Daraus kann auf einen systematischen Fehler geschlossen werden.

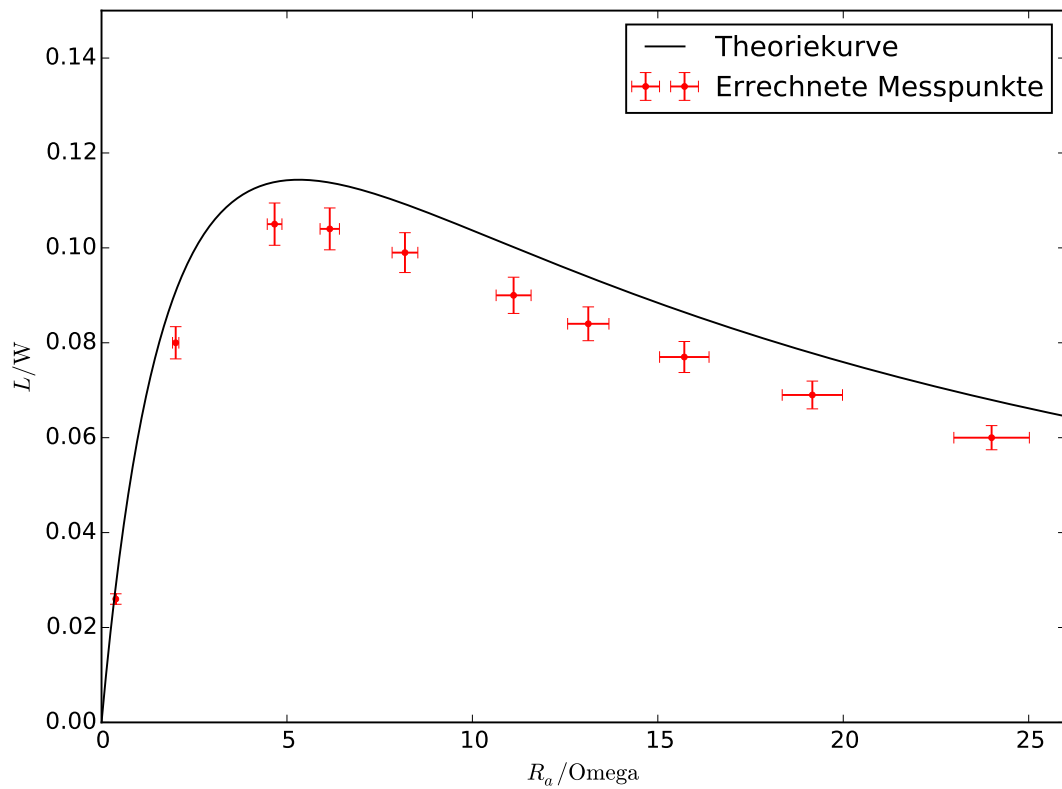


Abbildung 7: Messwerte mit Fehlerbalken und Theoriekurve der am Belastungswiderstand abfallenden Leistung.

5 Diskussion

”Wir sind toll.”

Lars Hoffmann, 2014



Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1>. Version 1.3.1.
- [2] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001. URL: <http://www.scipy.org/>. Version 0.14.0.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>. Version 2.4.5.
- [4] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1>. Version 1.8.1.
- [5] The GIMP Team. *GIMP: GNU Image Manipulation Program*. URL: <http://www.gimp.org/>. Version 2.8.10.

Die verwendeten Plots wurden mit *matplotlib*[1] und die Grafiken mit *GIMP*[5] erstellt sowie die Berechnungen mit Python-*Python-Numpy*, [4], *Python-Scipy*[2] und *Python-uncertainties*[3] durchgeführt.