

Anfängerpraktikum V206

## **Die Wärmepumpe**

Helena Nawrath  
helena.nawrath@tu-dortmund.de

Carl Arne Thomann  
arnethomann@me.com

Durchführung: 11. November 2014      Abgabe: 18. November 2014

TU Dortmund – Fakultät Physik

## 1 Ziel

Ziel des Versuches ist es, Wärme einem kalten Reservoir zu entziehen, diese einem warmen Reservoir hinzuzuführen und diese Maschine, die Wärmepumpe, zu charakterisieren. Hierzu wird die Gütezahl  $\nu$ , der Massedurchsatz  $\frac{\delta m}{\delta t}$  und die mechanische Leistung des verwandten Kompressors  $W_{\text{mech.}}$  bestimmt.

## 2 Theorie

Ohne von außen Arbeit aufzubringen, gleicht sich ein Temperaturunterschied zwischen zwei Reservoiren so aus, dass Wärme von dem warmen in das kalte Reservoir strömt. Weiter existiert nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik keine Maschine, deren einzige Wirkung darin besteht, Wärme von einem kalten in ein warmes Reservoir zu transportieren[2]. Die zusätzliche Arbeit  $A$ , die zur Unterhaltung dieses umgekehrten Wärmestromes erforderlich ist, wird nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik dem warmen Reservoir  $R_2$  neben der transportierten Wärme  $Q_2$  zugeführt. Es gilt

$$Q_1 = Q_2 + A. \quad (1)$$

Die Gütezahl  $\nu$  ist das Verhältnis dieser transportierten Energie  $Q_1$  und der hierzu aufgewandten Arbeit  $A$ ,

$$\nu = \frac{Q_1}{A}. \quad (2)$$

Die Änderung der Wärmemengen  $dQ$  ist für das wärmere Reservoir positiv, für das kältere Reservoir negativ. Mit der Annahme, dass sich die Temperaturen der Reservoire nicht ändern, kann die Wärmemenge mit der reduzierten Wärmemenge  $\int \frac{dQ}{T}$  beschrieben werden. Kann weiter die durch den Prozess aufgenommene Wärme  $Q_1$  durch einen umgekehrten Prozess wieder vollständig zu  $Q_2 + A$  zurückgewonnen werden, das heißt, dass die Wärme nicht aus dem idealen, isolierten System tritt, gilt

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (3)$$

Mit (3) gilt

$$\nu_{\text{ideal}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (4)$$

In einem realen System ist die Änderung  $dQ_1$  größer als die Änderung  $dQ_2$ , das heißt, dass die dem kühleren Reservoir entnommene Wärme nicht vollständig in das wärmere Reservoir übertragen wird. Es gilt für reale Systeme

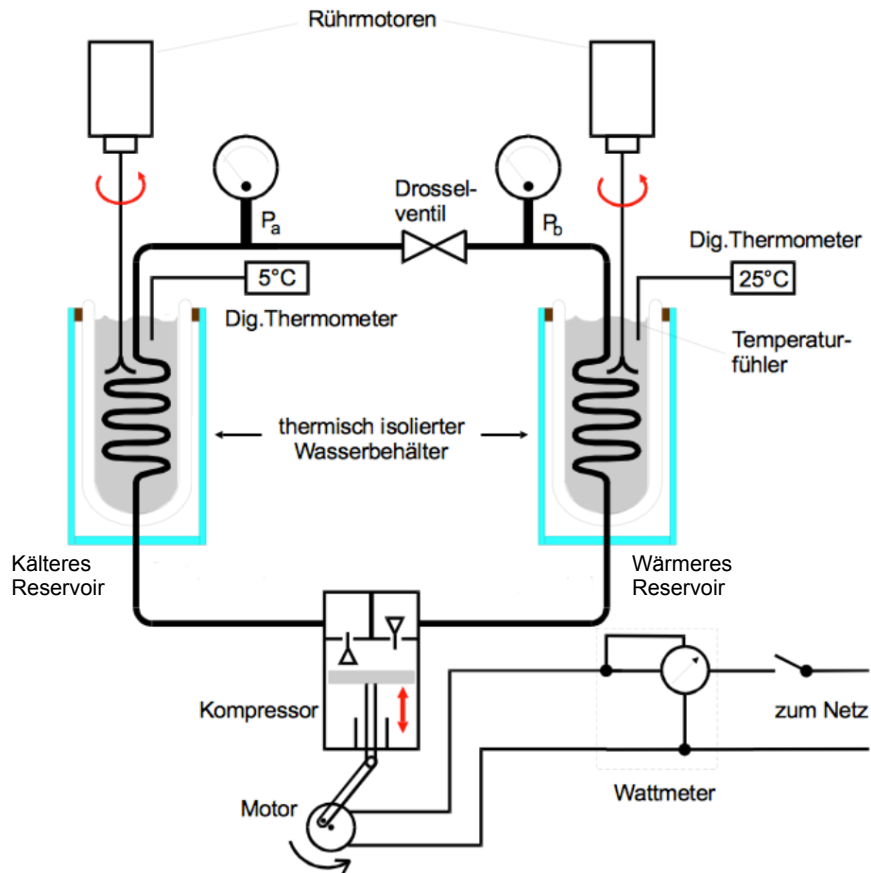
$$0 < \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}. \quad (5)$$

und analog

$$\nu_{\text{real}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (6)$$

### 3 Durchführung

Die verwendete Wärmepumpe ist in Abbildung 1 dargestellt. Durch das geschlossene



**Abbildung 1:** Schematischer Aufbau der Wärmepumpe [1]

System fließt eine Medium mit hoher Kondensationswärme, etwa eine Flüssigkeit der FCKW-Gruppe. Das Medium verdampft in der Kupferschlange im kälteren Reservoir bei geringem Druck  $p_k$  und wird im Kompressor adiabatisch komprimiert. Das Gas wird unter höherem Druck  $p_w$  zum warmen Reservoir geführt und kondensiert in dessen Kupferschlange unter Abgabe der aufgenommenen Energie  $Q_2 + A$ . Das Drosselventil sorgt für einen Druckunterschied im Kreislauf, sodass die Flüssigkeit erneut unter dem geringeren Druck  $p_w$  in der Kupferschlange des kälteren Reservoirs verdampft. Die Reservoirs und die Verbindungsleitungen sind thermisch isoliert, sodass das Wärmepumpensystem abgesehen durch die Kupferschlangen keine Wärme nach außen abgibt. Während der Messung wird der Inhalt der Reservoirs mittels Rührer durchmischt.

Der Kompressor bezieht Energie aus dem Netz, die Leistung  $P_{el}$  des Kompressors wird von einem Wattmeter angezeigt. Die Temperatur  $T_k$  und  $T_w$  der Reservoirs und die Drücke  $p_k$  und  $p_w$  in den Kupferschlangen ist per Anzeige ablesbar.

Es wird in den Reservoiren jeweils 3 Liter Leitungswasser mit gleicher Temperatur gefüllt und die Parameter  $p_k$ ,  $p_w$ ,  $T_k$ ,  $T_w$  sowie die Leistungsaufnahme des Kompressors  $P_{el}$  pro Minute aufgenommen.

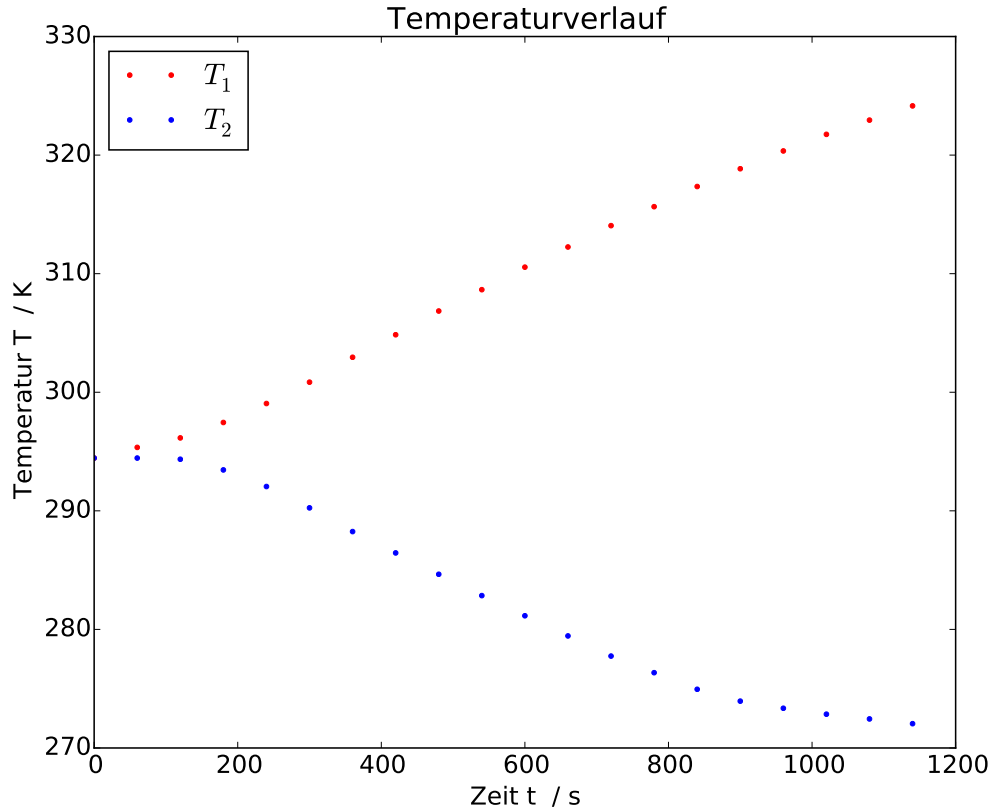
## 4 Auswertung

### 4.1 Temperaturverläufe

Zeit $t / \text{min}$	Temperaturen	
	$T_1 / \text{K}$	$T_2 / \text{K}$
0	294,45	294,45
1	295,35	294,45
2	296,15	294,35
3	297,45	293,45
4	299,05	292,05
5	300,85	290,25
6	302,95	288,25
7	304,85	286,45
8	306,85	284,65
9	308,65	282,85
10	310,55	281,15
11	312,25	279,45
12	314,05	277,75
13	315,65	276,35
14	317,35	274,95
15	318,85	273,95
16	320,35	273,35
17	321,75	272,85
18	322,95	272,45
19	324,15	272,05

**Tabelle 1:** Zeitabhängige Messung der Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ .

Die gemessenen Temperaturen  $T_1$  (rot) und  $T_2$  (blau) der Reservoirs werden gegen die Zeit  $t$  aufgetragen, um einen ersten Eindruck des Temperaturverlaufes innerhalb der Reservoirs zu gewinnen. Dabei ist Reservoir  $R_1$  das Behältnis, welches die Wärmemenge  $dQ_1$  aufnimmt und sich dabei erhitzt;  $R_2$  (blau) bezeichnet das kälter werdende Reservoir. Werden die Verläufe in einem gemeinsamen Diagramm dargestellt, so lassen sich diese untereinander vergleichen.



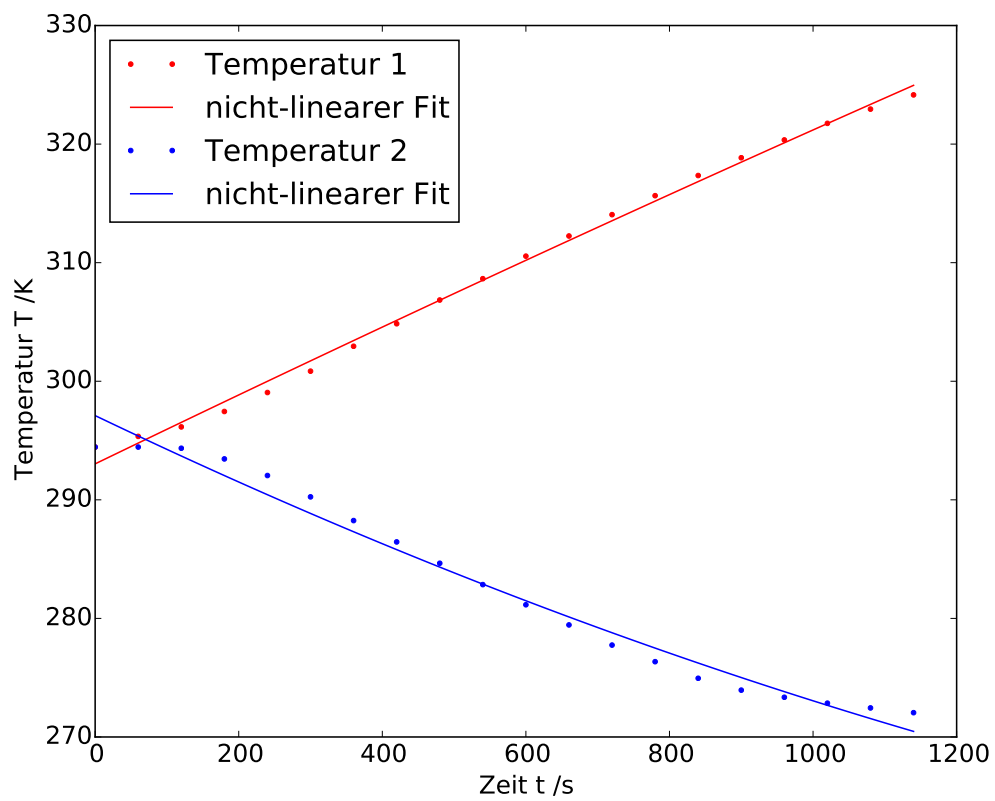
**Abbildung 2:** Entwicklung der Wassertemperatur in den Reservoiren  $R_1$  und  $R_2$ .

Entgegen der Anweisung der Anleitung werden die Verläufe nicht durch eine nicht - lineare Ausgleichsrechnung mit

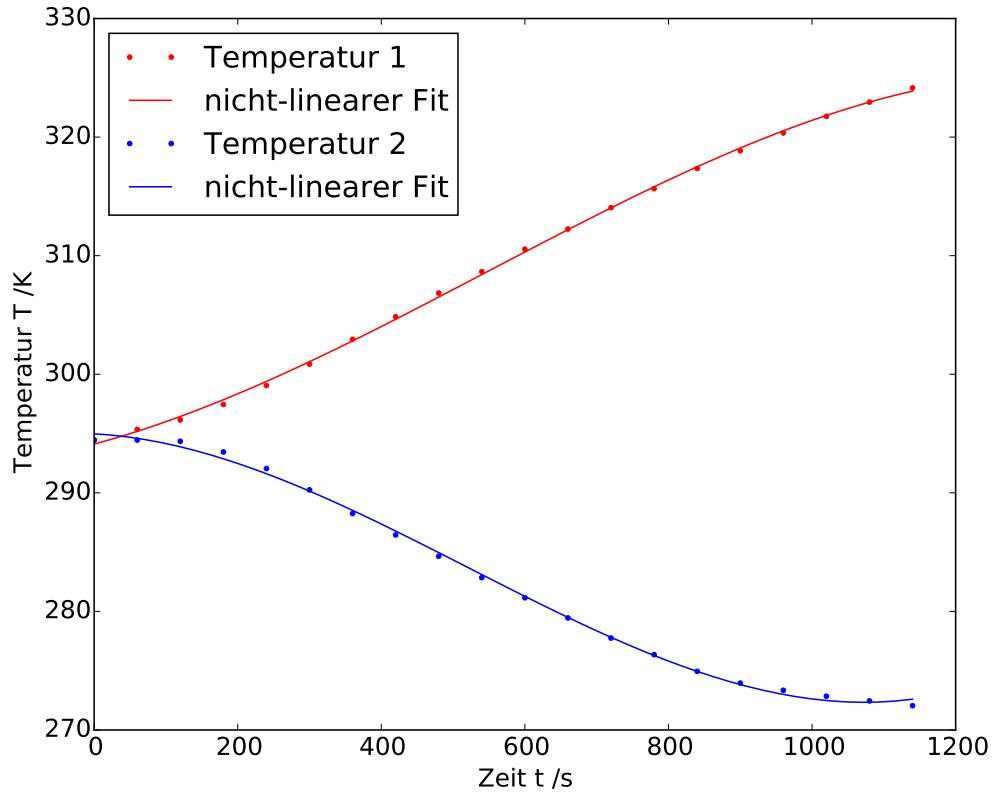
$$T_i(t) = A_i t^2 + B_i t + C_i, i = 1, 2 \quad (7)$$

– einem Polynom zweiten Grades mit den Konstanten  $A$ ,  $B$  und  $C$  – genähert. Trotz zweiter Ordnung erscheint der Fit annähernd linear. Da schon anhand der Messwerte zu erkennen ist, dass diese einen Wendepunkt aufweisen wird ein Polynom dritten Grades benutzt; die Messwerte liegen deutlich weniger von der Näherung entfernt ( vgl. Abbildung 2, 3).

$$T_i(t) = A_i t^3 + B_i t^2 + C_i t + D_i, i = 1, 2 \quad (8)$$



**Abbildung 3:** Annäherung der Kurven durch ein Polynom zweiter Ordnung.



**Abbildung 4:** Annäherung der Kurven durch ein Polynom dritter Ordnung.

Es ergeben sich für  $T_1(t)$  und  $T_2(t)$  die Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (-1.72 \pm 0.18)10^{-8} \text{K/s}^3 \\
 B_1 &= (2.82 \pm 0.31)10^{-5} \text{K/s}^2 \\
 C_1 &= (0.0162 \pm 0.0015) \text{K/s} \\
 D_1 &= (294.11 \pm 0.19) \text{K}
 \end{aligned} \tag{9}$$

und

$$\begin{aligned}
 A_2 &= (3.39 \pm 0.25)10^{-8} \text{K/s}^3 \\
 B_2 &= (-5.30 \pm 0.43)10^{-5} \text{K/s}^2 \\
 C_2 &= (-0.0033 \pm 0.0021) \text{K/s} \\
 D_2 &= (294.98 \pm 0.27) \text{K}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Um den Differentialquotienten  $\frac{dT_i}{dt}$  mit  $i = 1, 2$  für verschiedene Zeiten  $t_k$  mit  $k = 1, \dots, 4$  bestimmen zu können, wird die Funktion  $T_i(t)$  nach der Zeit  $t$  abgeleitet und die Fehler der Gradienten mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\frac{dT_i}{dt} = 3A_i t^2 + 2B_i t + C_i. \quad (11)$$

Zeit $t/s$	Differentialquotienten	
	$\frac{dT_1}{dt} / \text{K/s}$	$\frac{dT_2}{dt} / \text{K/s}$
120	$0,022 \pm 0.002$	$-0,015 \pm 0.002$
480	$0,032 \pm 0.004$	$-0,031 \pm 0.005$
840	$0,027 \pm 0.007$	$-0,021 \pm 0.009$
1080	$0,017 \pm 0.009$	$0,001 \pm 0.013$

**Tabelle 2:** Die Differentialquotienten von  $T_1$  und  $T_2$  zu vier verschiedenen Zeiten  $t_k$ , berechnet nach Gleichung (11).

## 4.2 Bestimmung der Gütezahl

Die reale Gütezahl  $\nu$  wird mit Hilfe der Messreihe  $T_1$  über den Differenzenquotienten  $\frac{\Delta T_1}{\Delta t}$ , die Wärmemenge  $\Delta Q_1$ , welche im Zeitintervall  $\Delta t$  dem ersten Reservoir zugeführt wird, multipliziert mit dem Kehrwert des Mittelwertes der Kompressorleistung  $N_{\text{el}}$ , berechnet mit

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t N_{\text{el}}} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t N_{\text{el}}}. \quad (12)$$

Die Konstanten  $m_1 c_w = 4.18310^{-3} \text{ J/Kkg}$  und  $m_k c_k = 660 \text{ J/K}$  sind die Wärmekapazitäten des verwendeten Wassers und der kupfernen Heizspirale. Die Gesamtkapazität bei 3L Wasservolumen ist  $m_1 c_w + m_k c_k = 13209 \text{ J/K}$ .

Die ideale Gütezahl  $\nu_{\text{ideal}}$  wird nach Gleichung (4) zum Vergleich ebenfalls berechnet.

## 5 Diskussion

### Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V101: Das Trägheitsmoment*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf> (besucht am 11.11.2014).
- [2] Dieter Gerthsen C.; Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer Verlag, 2010.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1>. Version 1.3.1.
- [4] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001. URL: <http://www.scipy.org/>. Version 0.14.0.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>. Version 2.4.5.



- [6] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1>. Version 1.8.1.
- [7] The GIMP Team. *GIMP: GNU Image Manipulation Program*. URL: <http://www.gimp.org/>. Version 2.8.10.

Die verwendeten Plots wurden mit *matplotlib*[3] und die Grafiken mit *GIMP*[7] erstellt sowie die Berechnungen mit *Python-Python-Numpy*, [6], *Python-Scipy*[4] und *Python-uncertainties*[5] durchgeführt.