

Anfängerpraktikum V354

## **Gedämpfte und erzwungene Schwingungen**

Helena Nawrath  
helena.nawrath@tu-dortmund.de

Carl Arne Thomann  
arnethomann@me.com

Durchführung: 16. Dezember 2014      Abgabe: 6. Januar 2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

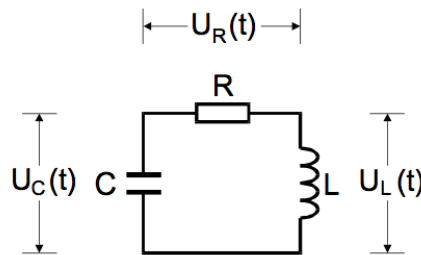
# 1 Zielsetzung

Ziel des Experimentes ist, anhand einer elektrischen Schaltung das Verhalten eines schwingfähigen Systems zu erkunden. Betrachtet werden eine freie Schwingung und eine erzwungene Schwingung jeweils mit Dämpfung.

## 2 Theorie

Kann ein schwingfähiges System, nachdem es angeregt wurde, ohne weiteren Einfluss von außen oszillieren, so handelt es sich um eine freie Schwingung. Bleibt der von außen gegebene Antrieb über lange Zeit erhalten, so handelt es sich um eine erzwungene Schwingung. [3]

### 2.1 Freie Schwingung mit Dämpfung



**Abbildung 1:** Schaltskizze eines freien Serienschwingkreises. [1]

Das System wird in Abbildung 1 gezeigt, die jeweiligen Spannungsabfälle und -quellen sind eingezeichnet. Nach der Zweiten Kirchhoffschen Regel ist in einer Masche die Summe aller Spannungen gleich Null. Daraus folgt für das System

$$U_R(t) + U_C(t) - U_L(t) = 0 \quad (1)$$

unter Beachtung der Stromrichtung der Komponenten. Mit den allgemeinen Formeln für die Spannung der jeweiligen Schaltkreiskomponenten,

$$U_R(t) = RI(t) \quad (2a)$$

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \quad (2b)$$

$$U_L(t) = -L \frac{dI(t)}{dt}, \quad (2c)$$

und der Substitution  $I = \frac{dQ(t)}{dt}$ , wird das System mit der Differentialgleichung für den Strom  $I(t)$  beschrieben. Es gilt

$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{LC} I(t) = 0. \quad (3)$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung ist

$$I(t) = A_1 \cdot e^{\omega_1 t} + A_2 \cdot e^{\omega_2 t} \quad (4)$$

mit der Abkürzung

$$\omega_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\underbrace{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}_{\text{Diskriminante}}} \quad (5)$$

Durch den Radikanten als Diskriminante sind drei Fälle möglich. Für  $\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC} < 0$  ist  $\omega$  in (5) komplex. Es ergibt sich

$$\omega_{3,4} = -\frac{R}{2L} \pm i\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (6)$$

und

$$I(t) = e^{-\frac{R}{2L} t} \left( A_1 \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} t\right) + A_2 \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} t\right) \right). \quad (7)$$

Es kommt zu einer Schwingung, deren Amplitude mit der Zeit abnimmt. Für die Schwingperiode gilt die Thomsonsche Schwingformel

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}; \quad (8)$$

die Zeit, in welcher die Amplitude auf den e-Teil des Anfangswertes absinkt, ist

$$T_{\text{ex}} = \frac{2L}{R}. \quad (9)$$

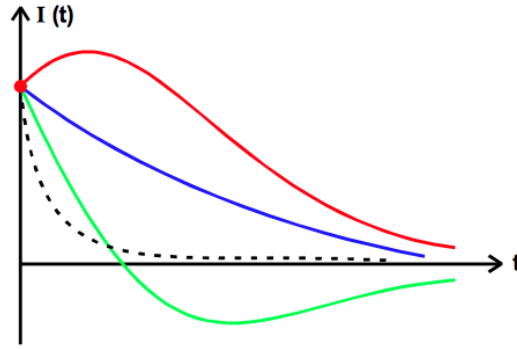
Für  $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$  verschwindet der Wurzelterm von  $\omega$  in (5). Die so vereinfachte Lösung heißt aperiodischer Grenzfall und beschreibt den ausgezeichneten Stromverlauf, der nach Auslenkung die Ruhelage - hier  $I(t) = 0 \quad \forall t$  - am Schnellsten wieder erreicht.

Zur allgemeinen Lösung für diesen Fall wird eine zusätzliche Fundamentallösung benötigt. Es gilt

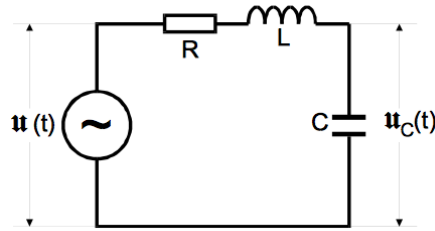
$$I(t) = A_1 e^{-\frac{R}{2L} t} + A_2 t e^{-\frac{R}{2L} t}. \quad (10)$$

Für  $\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC} > 0$  ist der Wurzelterm von  $\omega$  in (5) rein reell. Die so vereinfachte Lösung ist eine exponentielle Abnahme. Es gilt

$$I(t) = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t}. \quad (11)$$



**Abbildung 2:** Darstellung aller möglichen Stromverläufe. [1]



**Abbildung 3:** Schaltskizze eines Serienschwingkreises mit äußerer Anregung. [1]

## 2.2 Erzwungene Schwingung mit Dämpfung

In diesem System wird die Spannung  $U_C$ , die am Kondensator anliegt, betrachtet. Analog zu Abschnitt 2.1 beschreibt die Gleichung

$$U_R(t) + U_C(t) - U_L(t) = U(t) \quad (12)$$

mit der Generatorspannung  $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$  das System. Mit der Substitution  $I = \frac{dQ(t)}{dt}$  und den Gleichungen (2), wird das System mit der Differentialgleichung

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = U_0 e^{i\omega t} \quad (13)$$

beschrieben. Die Lösung dieser inhomogenen Differentialgleichung setzt sich aus homogener und inhomogener Lösung zusammen. Es ist aus Abschnitt 2.1 bekannt, dass die homogene Lösung für große Zeiten gegen Null geht. Mithilfe des Ansatzes  $U_C(\omega, t) = \tilde{U}_\omega(\omega) \cdot e^{i\omega t}$ ,  $\tilde{U}_\omega(\omega) \in \mathbb{C}$  ist die komplexe Amplitude mit Phasenwinkel  $\arg(\tilde{U}_\omega) = \phi$  und Betrag  $|\tilde{U}_\omega| = U_\omega$ , ist die inhomogene Lösung

$$U_0 = -LC\omega^2 \tilde{U}_\omega(\omega) + i\omega RC \tilde{U}_\omega(\omega) + \tilde{U}_\omega(\omega). \quad (14)$$

$$U_\omega = U_0 \frac{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}{\left( \sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \right)^2} \quad (15a)$$

$$\tan(\phi) = \frac{\text{Im}(\tilde{U}_\omega)}{\text{Re}(\tilde{U}_\omega)} = \frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2} \quad (15b)$$

Aus (15a) und dem gewählten Ansatz folgt für die Amplitude der Lösungsfunktion der Differentialgleichung (13)

$$|U_C| = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}. \quad (16)$$

Bei der komplexen Amplitude  $\tilde{U}_\omega$  treten insbesondere die Sonderfälle

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \tilde{U}_\omega = 0 \quad (17)$$

und

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \tilde{U}_\omega = U_0 \quad (18)$$

auf. Weiter existiert eine Resonanzfrequenz  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  - die durch Dämpfung und Eigenfrequenz gegebene neue Schwingfrequenz des Systems. Bei Erregung des Systems mit  $\omega \approx \omega_0$  kommt es zur Resonanz; das System schwingt mit einer Spannungsamplitude  $U_{C,\max}$  größer als die Erregeramplitude  $U_0$ . Dabei ist die maximale Spannungsamplitude

$$U_{C,\max} = \frac{1}{\underbrace{\omega_0 RC}_{\text{Güte } q}} U_0. \quad (19)$$

Zur Charakterisierung des Resonanzverhaltens werden die Grenzwerte  $\omega_\pm$  betrachtet, bei welchen die Spannung  $U_C$  auf den  $1/\sqrt{2}$ -Teil des Maximalwertes  $U_{C,\max}$  abfallen. Für die so beschriebene Breite gilt im Falle schwacher Dämpfung bzw. im Schwingfall

$$2\pi\Delta f = \omega_+ - \omega_- \approx \frac{R}{L}. \quad (20)$$

Im Falle von Überdämpfung bzw. im Kriechfall wird die Breite der Resonanzkurve nicht betrachtet. Ausgehend von der Erregerspannung  $U_0$  fällt der Betrag der Spannung  $U_C$  mit  $\frac{1}{\omega^2}$  ab. Betrachtet wird außerdem die Phasenwinkel  $\phi$  zwischen der Kondensatorspannung  $U_C(t)$  und der Erregerspannung  $U(t)$ .

Für die Frequenz  $\omega^2 = \frac{1}{LC}$  besteht zwischen der Kondensatorspannung  $U_C$  und der Erregerspannung  $U$  ein Winkel von  $\phi = -\frac{\pi}{2}$ . Für große Frequenzen nähert sich die Phasenwinkel  $\phi$  dem stationären Wert  $\pi$  an.

## 3 Durchführung

### 3.1 Freie Schwingung mit Dämpfung

Im ersten Teil wird die freie, gedämpfte Schwingung mit einem Serienschwingkreis untersucht. Es wird die Zeitabhängigkeit der Kondensatorspannung  $U_C(\omega, t)$  betrachtet und

ihr Verlauf diskutiert. Hierzu wird eine Schaltung wie in Abbildung 3 angesetzt. Der Generator wird auf Rechteckspannung mit einer solch geringen Frequenz  $f$  eingestellt, dass innerhalb einer Periode des Generator das System frei oszillieren und abklingen kann, ehe es nach der Periodendauer  $\frac{1}{f}$  erneut angeregt wird. Die weiteren Systemparameter, etwa die Komponenten des Schwingkreises, werden so gewählt, dass die charakteristischen Verläufe sichtbar werden. Die Verläufe der Kondensatorspannung  $U_C(\omega, t)$  werden dargestellt und gespeichert.

Die systembeschreibende Abklingzeit  $T_{\text{ex}}$  wird an diesen Verläufen bestimmt und mit dem vorhergesagten Wert nach der Gleichung (9) verglichen.

Der aperiodische Grenzfall wird als Grenze zwischen Kriechfall und Schwingfall mittels Bisektion des Dämpfungswiderstandes  $R$  angenähert, wozu der Schwingkreis mit einem variablen Widerstand ausgestattet wird. Der auf diese Weise ermittelte Dämpfungswiderstand  $R_{\text{ap}}$  wird mit dem theoretischen Wert  $R_{\text{ap,t}}$  aus 2.1 verglichen.

### 3.2 Erzwungene Schwingung mit Dämpfung

Im zweiten Teil wird die erzwungene, gedämpfte Schwingung untersucht. Gemessen wird die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung  $U_C(\omega, t)$  eines Serienschwingkreises sowie der Phasenwinkel  $\phi$  zwischen der Erregerspannung  $U(t)$  und der Kondensatorspannung  $U_C(\omega, t)$ .

Hierzu wird einerseits bei verschiedenen Erregerfrequenzen  $U(t)$  der Betrag der Kondensatorspannung  $U_C(\omega, t)$  und die Zeitdifferenz der Nulldurchgänge von Erregerspannung  $U(t)$  und von der Kondensatorspannung  $U_C(\omega, t)$  betrachtet. Weiter wird zur Charakterisierung des Resonanzverhaltens die Güte  $q$  und die Resonanzbreite  $\Delta f$  bestimmt.

## 4 Auswertung

Die in Tabelle 1 angegebenen Werte bestimmen maßgeblich die Eigenschaften der Schaltung.

Parameter des Schwingkreises		
Bauteil	Wert	Fehler
Induktivität $L$	16,78 mH	$\pm 0,09$ mH
Kapazität $C$	2,066 nF	$\pm 0,006$ nF
Widerstand $R_1$	67,2 $\Omega$	$\pm 0,2$ $\Omega$
Widerstand $R_2$	682 $\Omega$	$\pm 1$ $\Omega$

**Tabelle 1:** Daten des ersten Serienschwingkreises.

Da alle Größen fehlerbehaftet sind, fließen diese nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta u = \sqrt{\left(\frac{du}{dv}\Delta v\right)^2 + \left(\frac{du}{dw}\Delta w\right)^2} \quad (21)$$

in die folgenden Rechnungen ein.

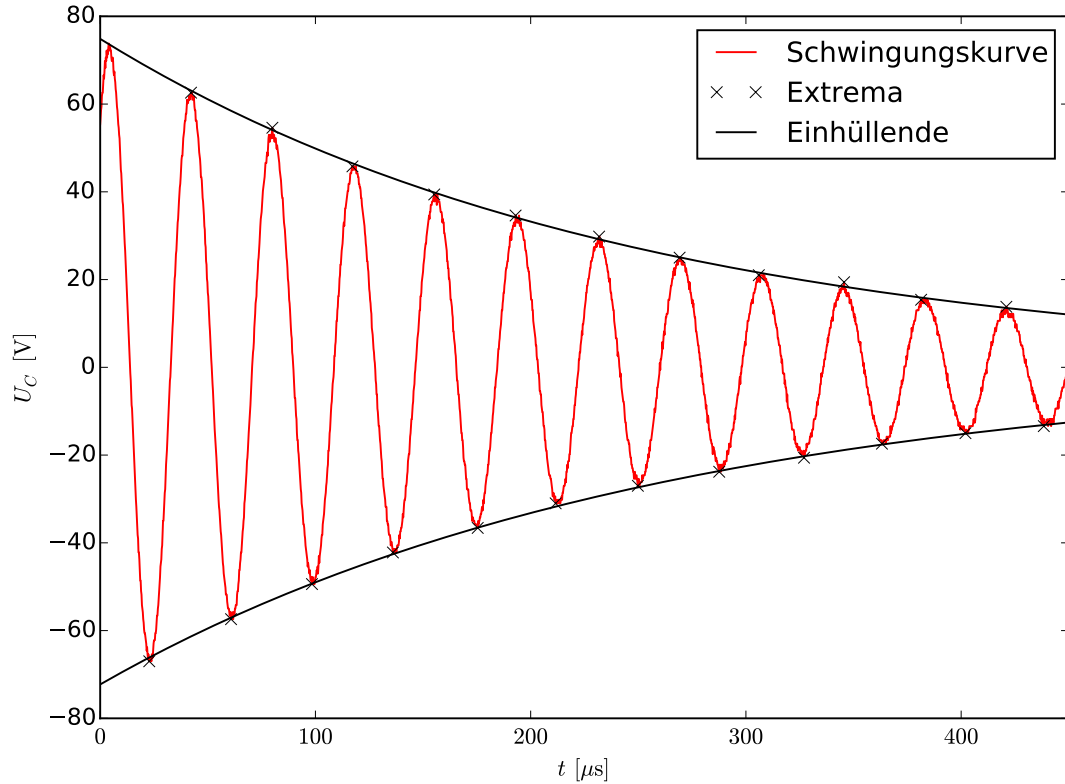
### 4.1 Zeitabhängigkeit der Amplitude einer gedämpften Schwingung

$t / \mu\text{s}$	$U_{C,\min} / \text{V}$	$t / \mu\text{s}$	$U_{C,\max} / \text{V}$
42	62,60	23	-67,00
80	54,60	61	-57,40
117	45,80	98	-49,40
155	39,40	136	-42,20
193	34,60	175	-36,60
232	29,80	212	-31,00
269	25,00	250	-27,00
306	21,00	288	-23,80
346	19,40	327	-20,60
381	15,40	363	-17,40
421	13,80	402	-15,00
457	11,40	438	-13,40

**Tabelle 2:** Extrema der Spannungswerte.

In Abbildung 4 ist die Amplitude der Kondensatorspannung  $U_C$  gegen die Zeit  $t$  aufgetragen, nachdem der Stromkreis durch einen elektrischen Impuls zur Schwingung angeregt wurde. Mit den eingezeichneten Extremwerten der Spannung, angegeben in Tabelle 2,

kann die Schwingungskurve berechnet werden. Die Einhüllende, die nur die Minima und Maxima mit der Schwingkurve gemein hat, zeigt den für den Schwingfall typischen zeitlichen Verlauf der Spannung. Diese nimmt exponentiell ab. Noch deutlicher wird es, wenn



**Abbildung 4:** Verhalten der Spannung für den Schwingfall. [2]

die Extremwerte halblogarithmisch aufgetragen werden. Dafür werden die Minima an der  $t$ -Achse gespiegelt. Ein linearer Zusammenhang ist erkennbar. Durch lineare Regression kann mit

$$\ln U_C(t) = \underbrace{\left(-\frac{R}{2L}\right)}_m \cdot t + b \quad (22)$$

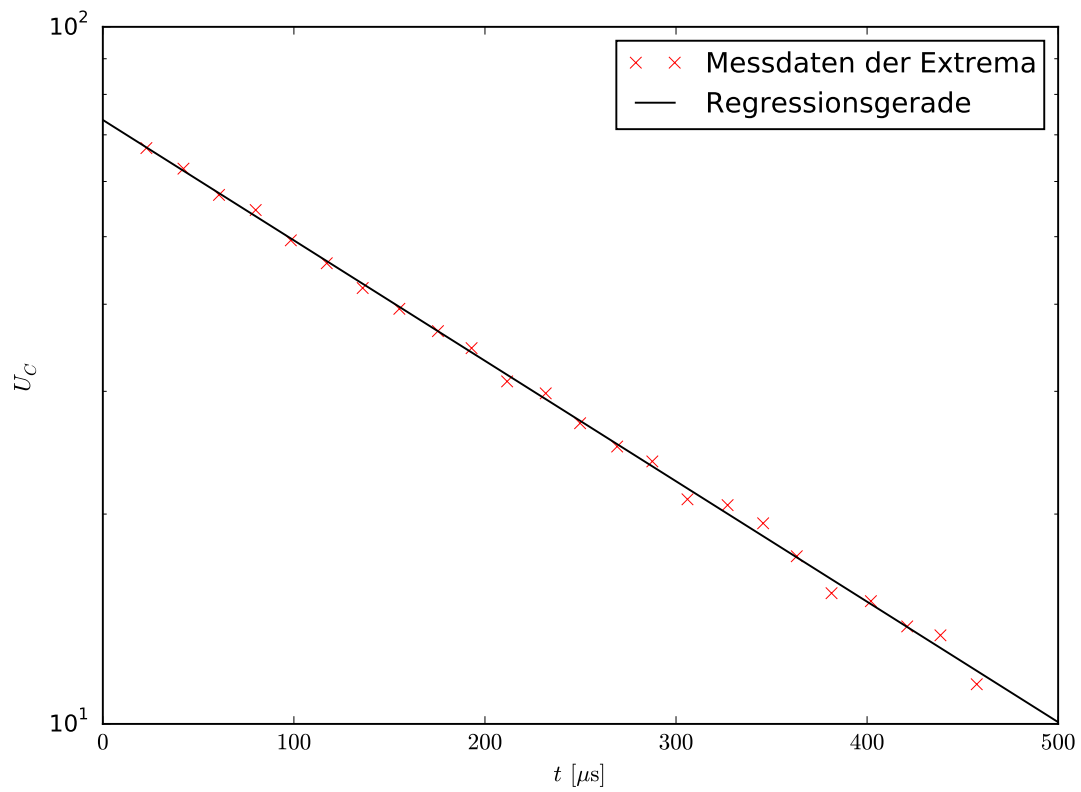
eine Ausgleichsgerade

$$g(t) = (-3978.365 \pm 36.562) \frac{1}{s} t + (4.298 \pm 0.010) \quad (23)$$

durch die Messpunkte gelegt werden.  $m$  ist dabei die Steigung der Geraden und  $b$  der y-Achsenabschnitt. Damit lässt sich  $R_{\text{eff}} = -2m/L = (134 \pm 1) \Omega$ , der für die in der Schaltung auftretende Dämpfungswiderstand, berechnen.

Die Abklingdauer  $T_{\text{ex}}$  wird aus dem negativen Kehrwert der Steigung  $m$  gebildet, sodass





**Abbildung 5:** Einhüllende der Schwingungskurve, aufgetragen auf halblogarithmischer Skala. [2]

$T_{\text{ex}} = (251 \pm 2) \mu\text{s}$  ist. Der theoretische Wert nach Gleichung (9) ergibt sich zu  $T_{\text{ex,t}} = (499 \pm 3) \mu\text{s}$ .

## 4.2 Aperiodischer Grenzfall im gedämpften Schwingkreis

Der Spannungsverlauf für den aperiodischen Grenzfall wird durch einen Widerstand von  $R_{\text{ap}} \approx 4500 \Omega$  realisiert. Der Theoriewert ergibt sich aus der Formel  $R_{\text{ap,t}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  zu  $R_{\text{ap,t}} = (5700 \pm 20) \Omega$ . Zum Vergleich sind ebenfalls Schwing- und Kriechfall dargestellt.

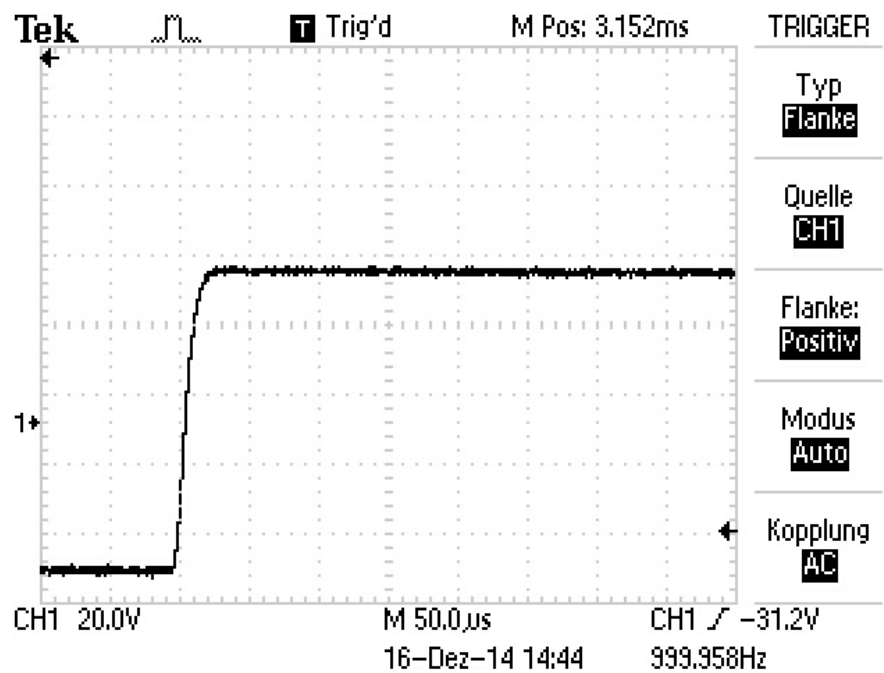
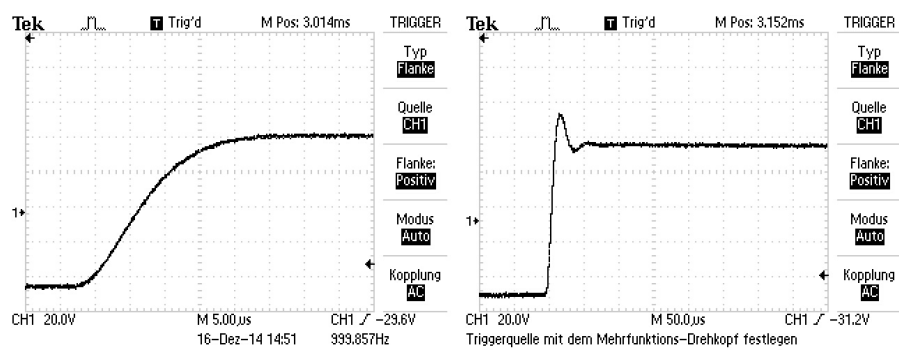


Abbildung 6: Screenshot des aperiodischen Grenzfalls.



(a) Kriechfall.

(b) Schwingfall.

Abbildung 7: Schwing- und Kriechfall zum Vergleich.

### 4.3 Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

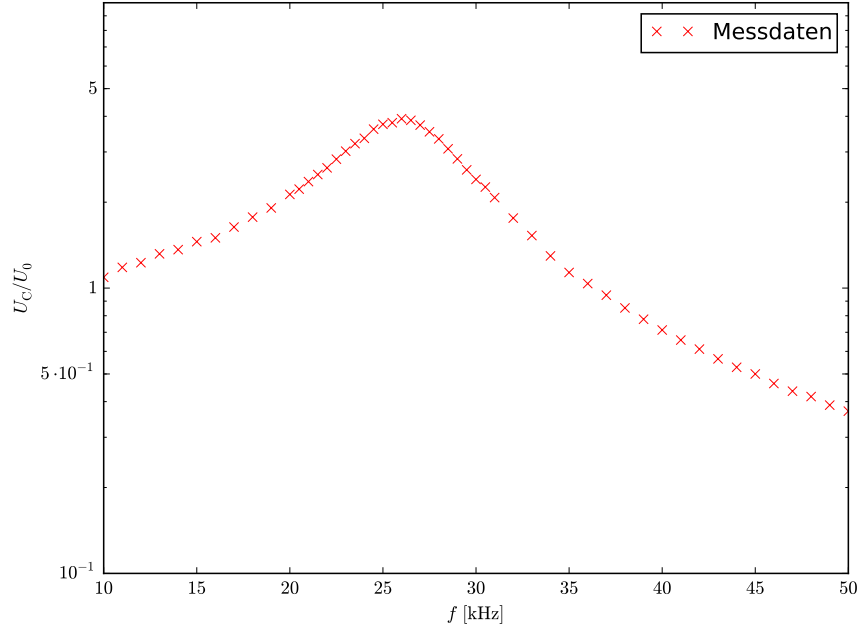
$f$ /kHz	$U_C$ /V	$U_0$ /V	$f$ /kHz	$U_C$ /V	$U_0$ /V
10,0	48	44,0	28,0	136,0	40,8
11,0	52	44,0	28,5	128,0	41,6
12,0	54	44,0	29,0	118,0	41,6
13,0	58	44,0	29,5	108,0	41,6
14,0	60	44,0	30,0	100,0	41,6
15,0	64	44,0	30,5	94,0	41,6
16,0	66	44,0	31,0	88,0	42,4
17,0	72	44,0	32,0	76,0	43,2
18,0	78	44,0	33,0	66,0	43,2
19,0	84	44,0	34,0	56,0	43,2
20,0	92	43,2	35,0	49,0	43,2
20,5	96	43,2	36,0	44,8	43,2
21,0	102	43,2	37,0	40,8	43,2
21,5	108	43,2	38,0	36,8	43,2
22,0	114	43,2	39,0	33,6	43,2
22,5	120	42,4	40,0	30,8	43,2
23,0	128	42,4	41,0	28,4	43,2
23,5	136	42,4	42,0	26,4	43,2
24,0	142	42,4	43,0	24,4	43,2
24,5	150	42,4	44,0	22,8	43,2
25,0	156	41,6	45,0	21,6	43,2
25,5	158	41,6	46,0	20,0	43,2
26,0	160	41,6	47,0	18,8	43,2
26,5	158	40,8	48,0	18,0	43,2
27,0	152	40,8	49,0	16,8	43,2
27,5	144	40,8	50,0	16,0	43,2

**Tabelle 3:** Messdaten der Kondensator- und Generatorspannung zu verschiedenen Frequenzen.

Das Verhältnis der Spannungen  $\frac{U_C}{U_0}$ , deren Werte in Tabelle 3 gelistet sind, wird gegen die Frequenz  $f$  halblogarithmisch aufgetragen. Es ergibt sich eine Resonanzkurve, deren Maximum bei  $f_{\text{res}} \approx 26 \text{ kHz}$  liegt. Bei dieser Frequenz ist die Kondensatorspannung um ein Vielfaches größer als die angelegte Spannung  $U_0$ . Für die Resonanzüberhöhung  $q = \frac{U_{C,\text{max}}}{U_0}$ , auch Güte genannt, ergibt sich aus der Messung der Wert  $q_1 = 5,556 \approx 5,56$  bei einer maximalen Kondensatorspannung  $U_{C,\text{max}} = 160 \text{ V}$ . Theoretisch ergibt sich  $q_{1,t} = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L}{C}}$  zu  $q_{1,t} = 4,18 \pm 0,01$ .

Für die Breite der Resonanzkurve werden die Grenzfrequenzen  $f_{\pm} = \frac{U_{C,\text{max}}}{\sqrt{2}}$  berechnet.

Es ergeben sich zwei Lösungen, deren Differenz  $\Delta f = f_+ - f_-$  anschließend gebildet wird. Damit sind  $f_+ = 29 \text{ kHz}$ ,  $f_- = 22 \text{ kHz}$  und  $\Delta f = 7 \text{ kHz}$ . Die theoretische Resonanzbreite ist  $\Delta f_t = \frac{R_2}{L \cdot 2\pi} = (6.5 \pm 0.04) \text{ kHz}$ . Damit kann die Gütezahl erneut bestimmt werden



**Abbildung 8:** Resonanzkurve der erzwungenen Schwingungen in halblogarithmischer Skala.[2]

nach

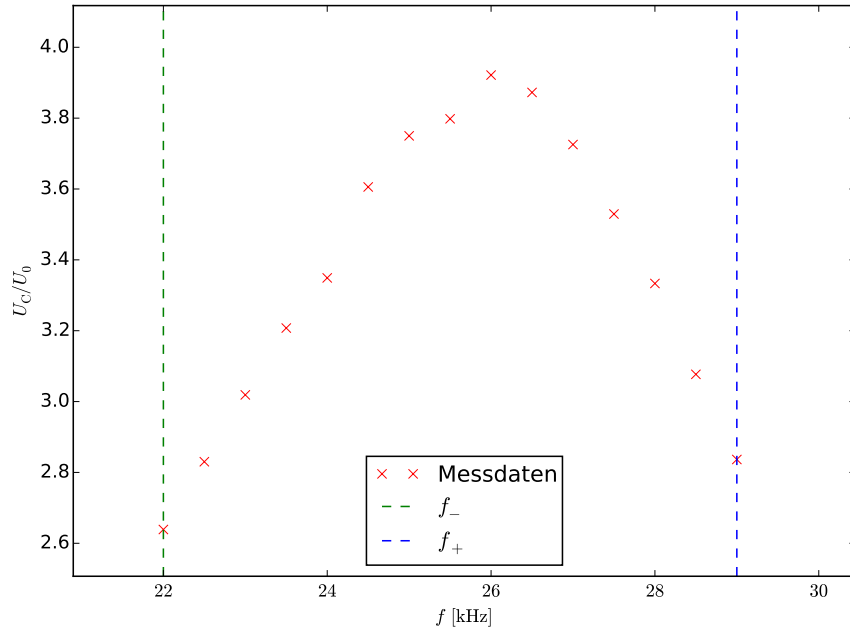
$$\frac{f_{\text{res}}}{\Delta f}. \quad (24)$$

Es ergeben sich  $q_2 = 3,71$  und  $q_{2,t} = 4,00 \pm 0,02$ . Der Fehler  $\Delta q_{2,t} = 0,02$  wird nach Gleichung (21) bestimmt durch

$$\Delta q_{2,t} = \sqrt{\left(f_{\text{res}} \frac{2\pi}{R_2} \Delta L\right)^2 + \left(f_{\text{res}} \frac{2\pi L}{R_2^2} \Delta R_2\right)^2}. \quad (25)$$

#### 4.4 Frequenzabhängigkeit der Phasendifferenz

In Tabelle 4 ist die frequenzabhängige Zeitdifferenz  $\Delta t$  zwischen den Nulldurchgängen der Sinusspannung des Frequenzgenerators  $U(t)$  und der Kondensatorspannung  $U_C(\omega, t)$  aufgetragen. Die Phase  $\varphi$  ist in Abbildung 10 gegen die Frequenz aufgetragen. Phase und Zeitdifferenz sind über  $\varphi(f) = 2\pi \Delta t f$  verknüpft. Für große Frequenzen nähert sich die Phase dem stationären Wert  $\pi$  an.

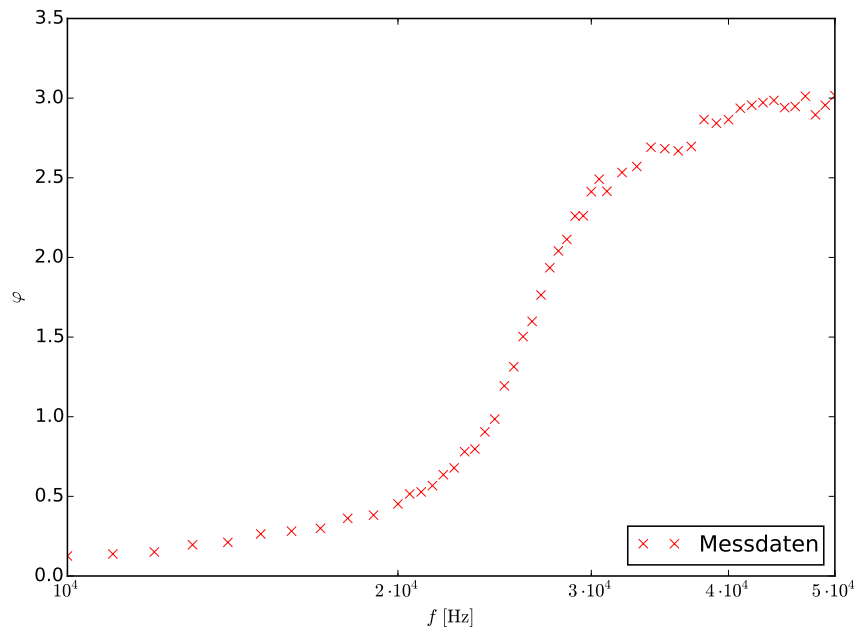


**Abbildung 9:** Lineare Darstellung des Spannungsverhältnissen in Abhängigkeit der Frequenz zwischen den Grenzfrequenzen.[2]

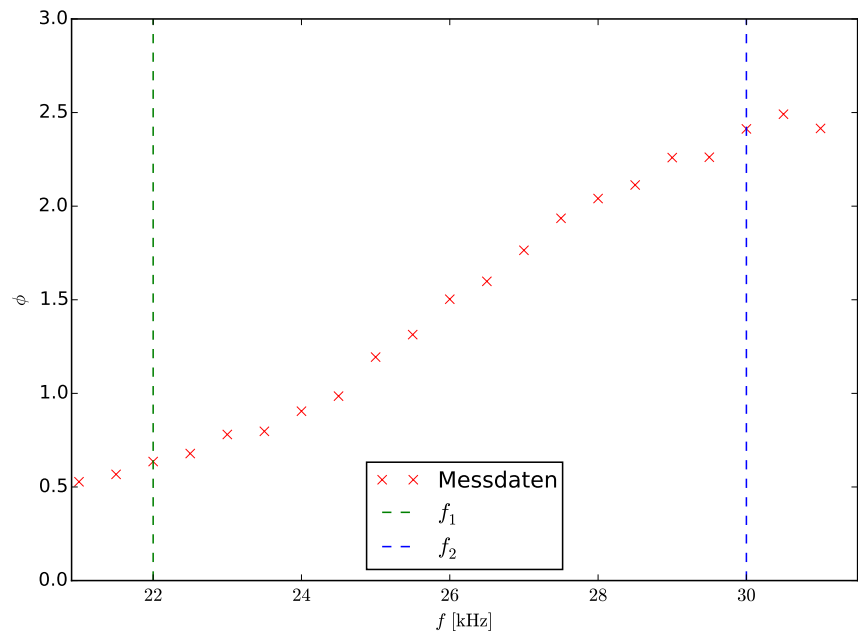
In der Abbildung 10 ist zu erkennen, dass die Phasendifferenz erst langsam wächst, um mit zunehmender Frequenz schneller anzusteigen. Je näher die Frequenz an der Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}} \approx 26 \text{ kHz}$  liegt, desto steiler ist die Kurve. Es ist ersichtlich, dass um die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}} \approx 26 \text{ kHz}$  die Kurve als linear angenähert werden kann, wie in Abbildung 11 gezeigt. Die Linearität erstreckt sich über  $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$ , was den Frequenzen  $f_1 = 22 \text{ kHz}$  und  $f_2 = 30 \text{ kHz}$  entspricht. Nach Formel (24) ergibt sich  $q_3 = 3,25$ . Der Verlauf scheint ein logistisches Wachstum zu beschreiben.

$f$ /kHz	$\Delta t$ / $\mu$ s	$f$ /kHz	$\Delta t$ / $\mu$ s
10,0	2,0	28,0	11,6
11,0	2,0	28,5	11,8
12,0	2,0	29,0	12,4
13,0	2,4	29,5	12,2
14,0	2,4	30,0	12,8
15,0	2,8	30,5	13,0
16,0	2,8	31,0	12,4
17,0	2,8	32,0	12,6
18,0	3,2	33,0	12,4
19,0	3,2	34,0	12,6
20,0	3,6	35,0	12,2
20,5	4,0	36,0	11,8
21,0	4,0	37,0	11,6
21,5	4,2	38,0	12,0
22,0	4,6	39,0	11,6
22,5	4,8	40,0	11,4
23,0	5,4	41,0	11,4
23,5	5,4	42,0	11,2
24,0	6,0	43,0	11,0
24,5	6,4	44,0	10,8
25,0	7,6	45,0	10,4
25,5	8,2	46,0	10,2
26,0	9,2	47,0	10,2
26,5	9,6	48,0	9,6
27,0	10,4	49,0	9,6
27,5	11,2	50,0	9,6

**Tabelle 4:** Messdaten der Phasendifferenz zu verschiedenen Frequenzen.



**Abbildung 10:** Messdaten der Phasendifferenz zu verschiedenen Frequenzen. [2]



**Abbildung 11:** Messdaten der Phasendifferenz zu verschiedenen Frequenzen, linearer Anteil. [2]

## 5 Diskussion

### 5.1 Freie Schwingung

Im Fall der gedämpften Schwingung fällt die Spannung exponentiell mit der Zeit ab. Die einhüllende Exponentialfunktion in Abbildung 2 stimmt gut mit den Messwerten überein. Der Dämpfungswiderstand  $R_{\text{eff}} = (134 \pm 1) \Omega$  weist eine Abweichung von 99.40% vom Gerätewiderstand  $R_1 = (67.2 \pm 0.2) \Omega$  auf. Vergleich von gemessener und theoretischer Abklingdauer ergibt eine Abweichung von 49.70% bei  $T_{\text{ex}} = (251 \pm 2) \mu\text{s}$  und  $T_{\text{ex,t}} = (499 \pm 3) \text{s}$ .

Der aperiodische Grenzfall wird bei einem gemessenen Widerstand von  $R_{\text{ap}} = 4500 \Omega$  realisiert. Der theoretisch ermittelte Widerstand  $R_{\text{ap,theo}} = 5700 \Omega$  weicht um 26.67% ab.

Der relativ große Fehler wird durch in der Rechnung nicht betrachtete Leitungs-, Bauteil- und Generatorinnenwiderstände hervorgerufen. Unter Berücksichtigung dieser Widerstände würde sich für den Gesamtwiderstand ein größerer Wert ergeben und der Fehler minimiert.

### 5.2 Erzwungene Schwingung

Die Güten  $q_1 = 5,56$  und  $q_{1,t} = (4,18 \pm 0,01)$  unterscheiden sich um 32,92%. Der Theoriewert weist eine relative Abweichung von 0,24% auf. Zwischen der experimentell bestimmten und theoretisch errechneten Resonanzüberhöhung liegt eine relativ große Abweichung vor, was auf die vielen, in die Rechnung einfließenden, fehlerbehafteten Größen zurückgeführt werden kann. Wegen der nicht-konstanten Amplitude  $U_0$  lässt sich der Maximalwert der Kondensatorspannung  $U_C(t)$  nur ungenau bestimmen.

Die Schärfe der Resonanz wird über die Resonanzbreite dargestellt. Die Abweichung von 7.69% zwischen  $\Delta f = 7 \text{ kHz}$  und  $\Delta f_t = 6.5 \text{ kHz}$  ist trotz der Tatsache gering, dass  $f_+$  und  $f_-$  sich durch Auswählen der Messwerte ergeben, zugehörig zu den Bruchteilen der Maximalspannung. Das heißt, dass die Genauigkeit durch die Auflösung der Messwertbestimmung und der Genauigkeit der Messwerte gegeben ist. Experimentell ermittelte und theoretisch berechnete Güte unterscheiden sich um 7,82%, wobei der theoretische Wert eine geringe relative Abweichung von 0,5% aufweist. Bei geringen Frequenzen – gegenüber der Resonanzfrequenz – tritt ein kleiner Phasenunterschied auf, der mit steigender Frequenz zunimmt.

Auch hier stimmt die experimentelle Tatsache mit dem theoretischen arctan-Zusammenhang überein. Eine lineare Darstellung im Resonanzbereich gelingt gut; an den Rändern ergeben sich geringe Abweichungen durch einen etwas zu groß gewählten Resonanzbereich. Die auf verschiedene Arten bestimmten Güten liegen zwischen 5,6 und 3,25. Dabei unterscheiden sich die theoretisch errechneten Güten  $q_{1,t} = 4,18 \pm 0,01$  und  $q_{2,t} = 4,00 \pm 0,02$  nur um 4,5%. Die Abweichung des experimentell bestimmten Wertes  $q_2 = 3,71$  von  $q_{1,t}$



und  $q_{2,t}$  liegt in einem annehmbaren Rahmen.  $q_3$  und  $q_1$  weichen stärker von den Theoriewerten ab.

### 5.3 Zusammenfassung

Das Verhalten von Schwingungen kann elektrisch anhand eines Serienschwingkreises mithilfe eines Oszilloskops und eines Funktionsgenerators mit hoher Fehlersicherheit untersucht werden. Die beschriebenen Eigenschaften gelten allgemein für freie und erzwungene Schwingungen, die Erkenntnisse dieses Experimentes sind auf mechanische Systeme übertragbar.

### Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V354: Gedämpfte und erzwungene Schwingungen*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V354.pdf> (besucht am 02.01.2015).
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1>. Version 1.3.1.
- [3] Horst Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Hanser Verlag, 2011.
- [4] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1>. Version 1.8.1.
- [5] The GIMP Team. *GIMP: GNU Image Manipulation Program*. URL: <http://www.gimp.org/>. Version 2.8.10.

Die verwendeten Plots wurden mit *matplotlib*[2] und die Grafiken mit *GIMP*[5] erstellt und/oder bearbeitet. Die Berechnungen wurden mit *Python-Numpy*, [4] durchgeführt.