

Anfängerpraktikum V206

Die Wärmepumpe

Helena Nawrath
helena.nawrath@tu-dortmund.de

Carl Arne Thomann
arnethomann@me.com

Durchführung: 11. November 2014 Abgabe: 18. November 2014

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Ziel

Ziel des Versuches ist es, Wärme einem kalten Reservoir zu entziehen, diese einem warmen Reservoir hinzuzuführen und diese Maschine, die Wärmepumpe, zu charakterisieren. Hierzu wird die Gütezahl ν , der Massedurchsatz $\frac{\delta m}{\delta t}$ und die mechanische Leistung des verwandten Kompressors $W_{\text{mech.}}$ bestimmt.

2 Theorie

Ohne von außen Arbeit aufzubringen, gleicht sich ein Temperaturunterschied zwischen zwei Reservoirien so aus, dass Wärme von dem warmen in das kalte Reservoir strömt. Weiter existiert nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik keine Maschine, deren einzige Wirkung darin besteht, Wärme von einem kalten in ein warmes Reservoir zu transportieren[2]. Die zusätzliche Arbeit A , die zur Unterhaltung dieses umgekehrten Wärmestromes erforderlich ist, wird nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik dem warmen Reservoir R_2 neben der transportierten Wärme Q_2 zugeführt. Es gilt

$$Q_1 = Q_2 + A. \quad (1)$$

Die Gütezahl ν ist das Verhältnis dieser transportierten Energie Q_1 und der hierzu aufgewandten Arbeit A ,

$$\nu = \frac{Q_1}{A}. \quad (2)$$

Die Änderung der Wärmemengen dQ ist für das wärmere Reservoir positiv, für das kältere Reservoir negativ. Mit der Annahme, dass sich die Temperaturen der Reservoirie nicht ändern, kann die Wärmemenge mit der reduzierten Wärmemenge $\int \frac{dQ}{T}$ beschrieben werden. Kann weiter die durch den Prozess aufgenommene Wärme Q_1 durch einen umgekehrten Prozess wieder vollständig zu $Q_2 + A$ zurückgewonnen werden, das heißt, dass die Wärme nicht aus dem idealen, isolierten System tritt, gilt

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (3)$$

Mit (3) gilt

$$\nu_{\text{ideal}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (4)$$

In einem realen System ist die Änderung dQ_1 größer als die Änderung dQ_2 , das heißt, dass die dem kühleren Reservoir entnommene Wärme nicht vollständig in das wärmere Reservoir übertragen wird. Es gilt für reale Systeme

$$0 < \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}. \quad (5)$$

und analog

$$\nu_{\text{real}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (6)$$

3 Durchführung

Die verwendete Wärmepumpe ist in Abbildung 1 dargestellt. Durch das geschlossene

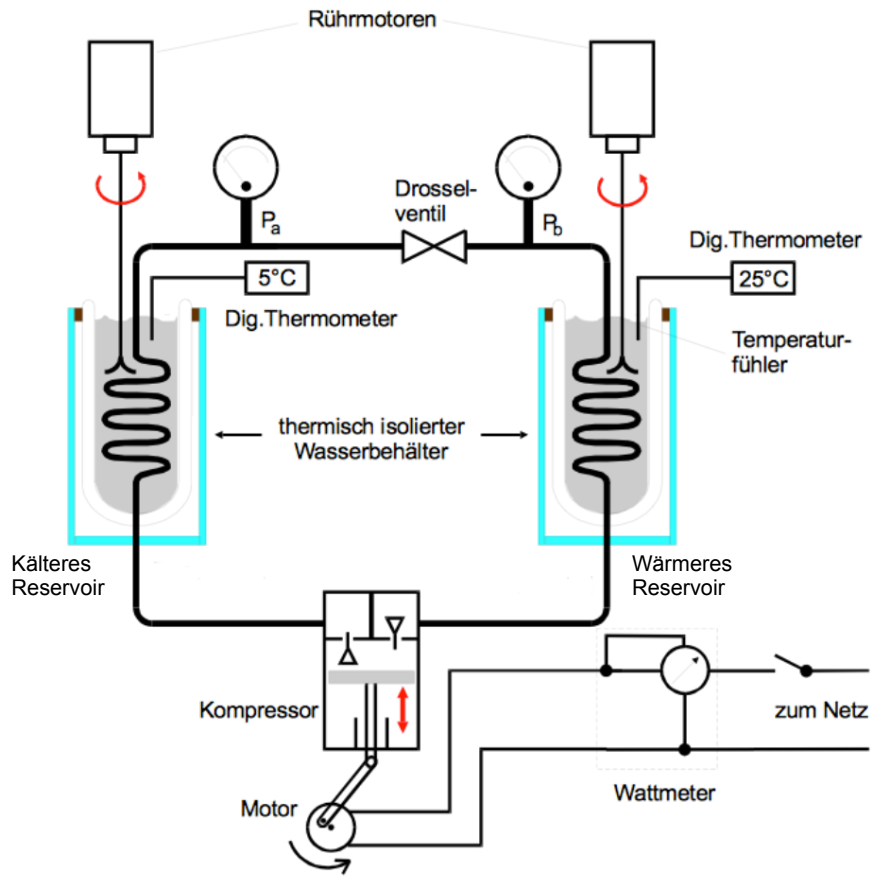


Abbildung 1: Schematischer Aufbau der Wärmepumpe [1]

System fließt eine Medium mit hoher Kondensationswärme, etwa eine Flüssigkeit der FCKW-Gruppe. Das Medium verdampft in der Kupferschlange im kälteren Reservoir bei geringem Druck p_k und wird im Kompressor adiabatisch komprimiert. Das Gas wird unter höherem Druck p_w zum warmen Reservoir geführt und kondensiert in dessen Kupferschlange unter Abgabe der aufgenommenen Energie $Q_2 + A$. Das Drosselventil sorgt für einen Druckunterschied im Kreislauf, sodass die Flüssigkeit erneut unter dem geringeren Druck p_w in der Kupferschlange des kälteren Reservoirs verdampft. Die Reservoirs und die Verbindungsleitungen sind thermisch isoliert, sodass das Wärmepumpensystem abgesehen durch die Kupferschlangen keine Wärme nach außen abgibt. Während der Messung wird der Inhalt der Reservoirs mittels Rührer durchmischt.

Der Kompressor bezieht Energie aus dem Netz, die Leistung P_{el} des Kompressors wird von einem Wattmeter angezeigt. Die Temperatur T_k und T_w der Reservoirs und die Drücke p_k und p_w in den Kupferschlangen ist per Anzeige ablesbar.

Es wird in den Reservoiren jeweils 3 Liter Leitungswasser mit gleicher Temperatur gefüllt und die Parameter p_k , p_w , T_k , T_w sowie die Leistungsaufnahme des Kompressors P_{el} pro Minute aufgenommen.

4 Auswertung

4.1 Temperaturverläufe

Zeit t/min	Temperaturen	
	T_1/K	T_2/K
0	294,45	294,45
1	295,35	294,45
2	296,15	294,35
3	297,45	293,45
4	299,05	292,05
5	300,85	290,25
6	302,95	288,25
7	304,85	286,45
8	306,85	284,65
9	308,65	282,85
10	310,55	281,15
11	312,25	279,45
12	314,05	277,75
13	315,65	276,35
14	317,35	274,95
15	318,85	273,95
16	320,35	273,35
17	321,75	272,85
18	322,95	272,45
19	324,15	272,05

Tabelle 1: Zeitabhängige Messung der Temperaturen T_1 und T_2 .

Die gemessenen Temperaturen T_1 (rot) und T_2 (blau) der Reservoirs werden gegen die Zeit t aufgetragen, um einen ersten Eindruck des Temperaturverlaufes innerhalb der Reservoirs zu gewinnen. Dabei ist Reservoir R_1 das Behältnis, welches die Wärmemenge dQ_1 aufnimmt und sich dabei erhitzt; R_2 (blau) bezeichnet das kälter werdende Reservoir. Werden die Verläufe in einem gemeinsamen Diagramm dargestellt, so lassen sich diese untereinander vergleichen.

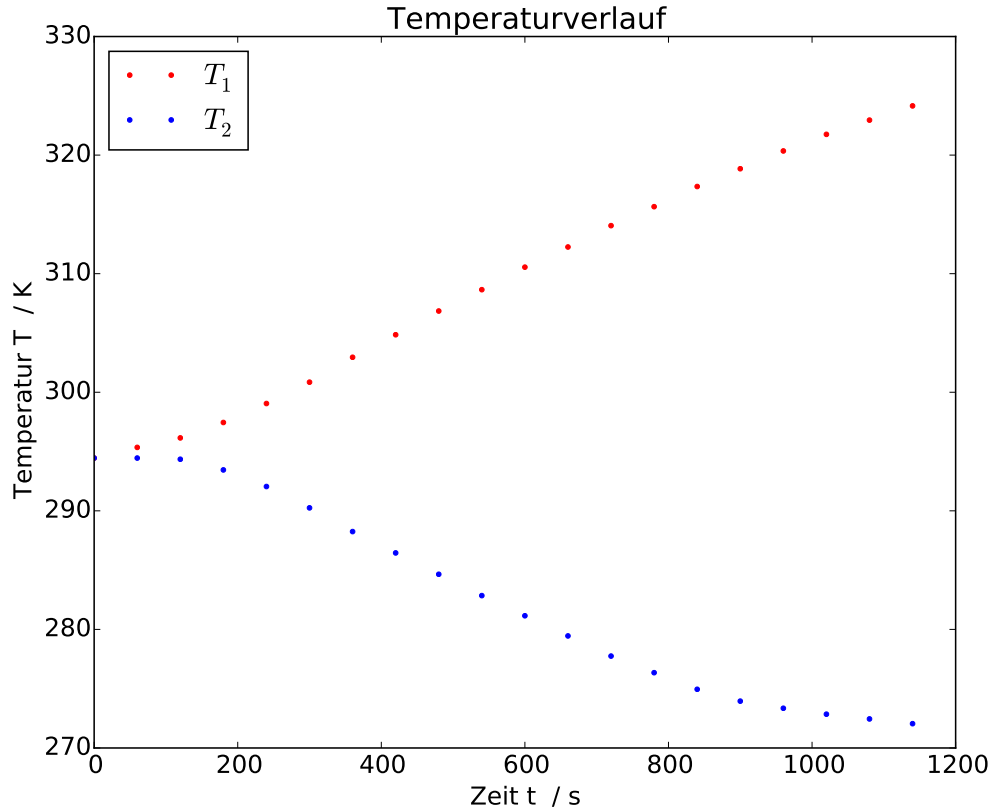


Abbildung 2: Entwicklung der Wassertemperatur in den Reservoiren R_1 und R_2 .

Entgegen der Anweisung der Anleitung werden die Verläufe nicht durch eine nicht - lineare Ausgleichsrechnung mit

$$T_i(t) = A_i t^2 + B_i t + C_i, i = 1, 2 \quad (7)$$

– einem Polynom zweiten Grades mit den Konstanten A , B und C – genähert. Trotz zweiter Ordnung erscheint der Fit annähernd linear. Da schon anhand der Messwerte zu erkennen ist, dass diese einen Wendepunkt aufweisen wird ein Polynom dritten Grades benutzt; die Messwerte liegen deutlich weniger von der Näherung entfernt (vgl. Abbildung 2, 3).

$$T_i(t) = A_i t^3 + B_i t^2 + C_i t + D_i, i = 1, 2 \quad (8)$$

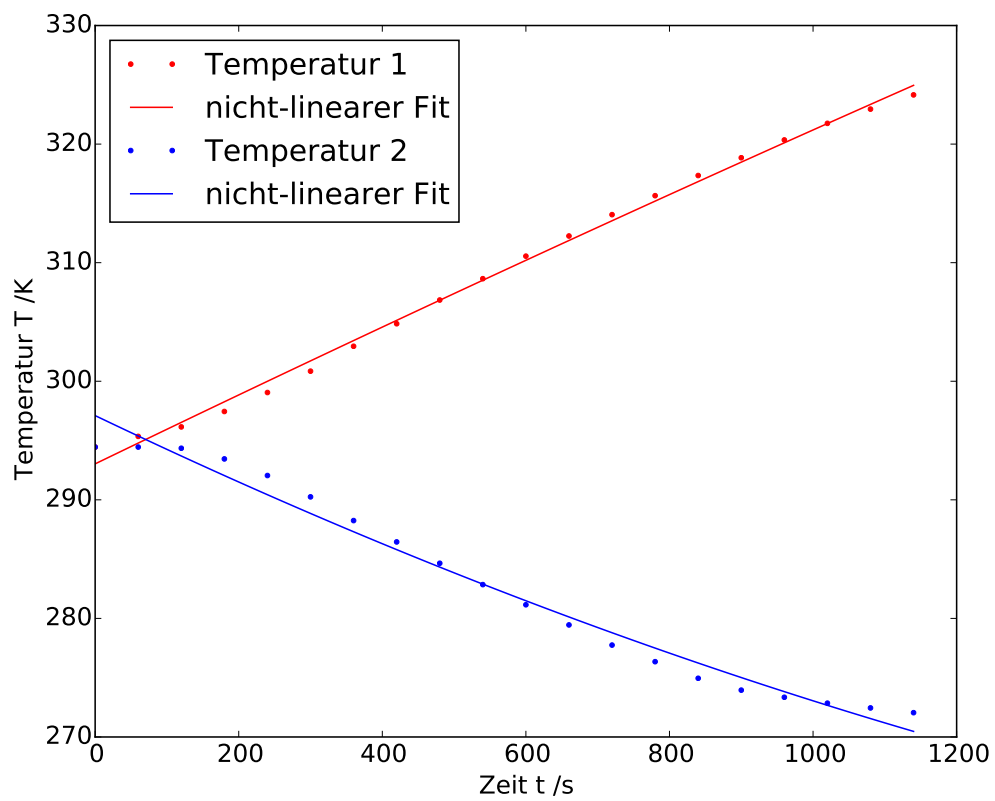


Abbildung 3: Annäherung der Kurven durch ein Polynom zweiter Ordnung.

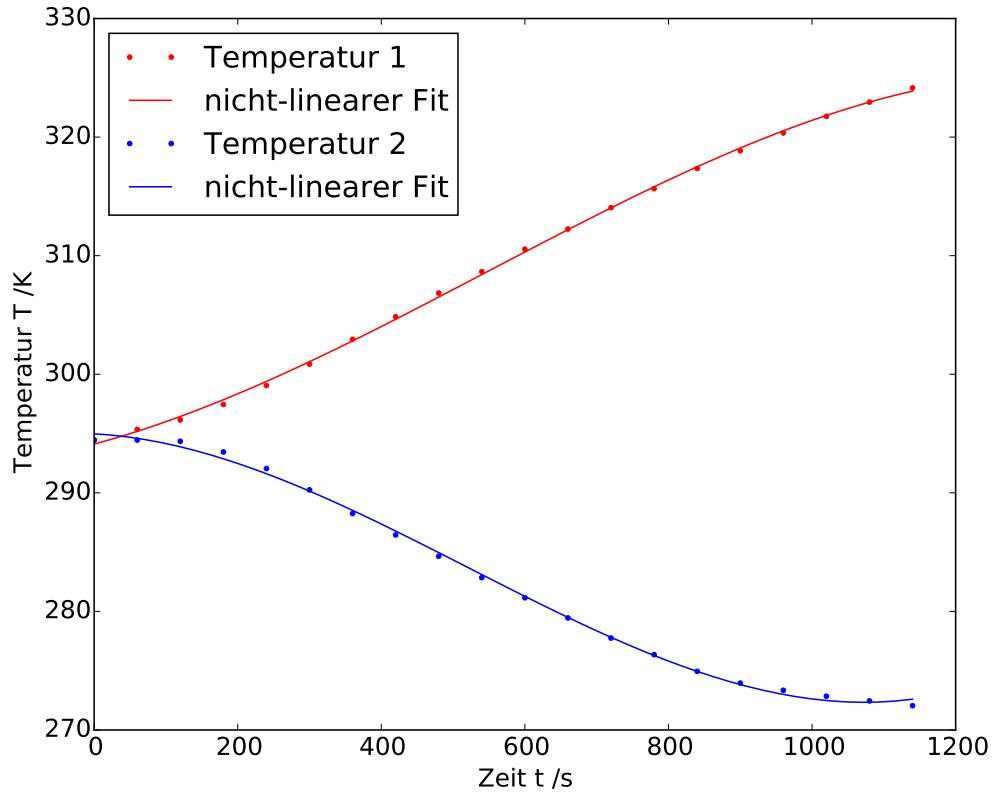


Abbildung 4: Annäherung der Kurven durch ein Polynom dritter Ordnung.

Es ergeben sich für $T_1(t)$ und $T_2(t)$ die Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (-1.72 \pm 0.18)10^{-8} \text{K/s}^3 \\
 B_1 &= (2.82 \pm 0.31)10^{-5} \text{K/s}^2 \\
 C_1 &= (0.0162 \pm 0.0015) \text{K/s} \\
 D_1 &= (294.11 \pm 0.19) \text{K}
 \end{aligned} \tag{9}$$

und

$$\begin{aligned}
 A_2 &= (3.39 \pm 0.25)10^{-8} \text{K/s}^3 \\
 B_2 &= (-5.30 \pm 0.43)10^{-5} \text{K/s}^2 \\
 C_2 &= (-0.0033 \pm 0.0021) \text{K/s} \\
 D_2 &= (294.98 \pm 0.27) \text{K}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Um den Differentialquotienten $\frac{dT_i}{dt}$ mit $i = 1, 2$ für verschiedene Zeiten t_k mit $k = 1, \dots, 4$ bestimmen zu können, wird die Funktion $T_i(t)$ nach der Zeit t abgeleitet und die Fehler der Gradienten mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\frac{dT_i}{dt} = 3A_i t^2 + 2B_i t + C_i. \quad (11)$$

Zeit t/s	Differentialquotienten	
	$\frac{dT_1}{dt} / \text{K/s}$	$\frac{dT_2}{dt} / \text{K/s}$
120	0,022±0.002	−0,015±0.002
480	0,032±0.004	−0,031±0.005
840	0,027±0.007	−0,021±0.009
1080	0,017±0.009	0,001±0.013

Tabelle 2: Die Differentialquotienten von T_1 und T_2 zu vier verschiedenen Zeiten t_k , berechnet nach Gleichung (11).

4.2 Bestimmung der Gütezahl

Die reale Gütezahl ν wird mit Hilfe der Messreihe T_1 über den Differenzenquotienten $\frac{\Delta T_1}{\Delta t}$, die Wärmemenge ΔQ_1 , welche im Zeitintervall Δt dem ersten Reservoir zugeführt wird, multipliziert mit dem Kehrwert des Mittelwertes der Kompressorleistung N_{el} , berechnet mit

$$\nu_{\text{real}} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t N_{\text{el}}} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t N_{\text{el}}}. \quad (12)$$

Die Konstanten $m_1 c_w = 4.18310^{-3} \text{ J/Kkg}$ und $m_k c_k = 660 \text{ J/K}$ sind die Wärmekapazitäten des verwendeten Wassers und der kupfernen Heizspirale. Die Gesamtkapazität bei 3L Wasservolumen ist $m_1 c_w + m_k c_k = 13209 \text{ J/K}$.

Die Fehlerangaben der werden berechnet mit

$$\Delta \nu_{\text{real}} = \sqrt{\left(\frac{(m_1 c_w + m_k c_k) \frac{dT_1}{dt}}{N_t} \right)^2 + \left(\frac{(m_1 c_w + m_k c_k) \Delta T_1}{(N_t)^2 \Delta t} \Delta N_t \right)^2} \quad (13)$$

Dabei ist ΔN_t der mittlere Fehler von N_t , dem Mittel der Kompressorleistung der Zeiten t (gvl. 2. Beides wird berechnet durch

$$N_t = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n (N_k - N)^2 \quad (14)$$

$$\Delta N_t = \sqrt{\frac{\frac{1}{n-1} \sum_{k=0}^n (N_k)}{n}}. \quad (15)$$

Die ideale Gütezahl ν_{ideal} wird nach Gleichung (4) zum Vergleich ebenfalls berechnet.

5 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V101: Das Trägheitsmoment*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf> (besucht am 11.11.2014).
- [2] Dieter Gerthsen C.; Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer Verlag, 2010.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1>. Version 1.3.1.
- [4] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001. URL: <http://www.scipy.org/>. Version 0.14.0.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>. Version 2.4.5.
- [6] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1>. Version 1.8.1.
- [7] The GIMP Team. *GIMP: GNU Image Manipulation Program*. URL: <http://www.gimp.org/>. Version 2.8.10.

Die verwendeten Plots wurden mit *matplotlib*[3] und die Grafiken mit *GIMP*[7] erstellt sowie die Berechnungen mit *Python-Python-Numpy*, [6], *Python-Scipy*[4] und *Python-uncertainties*[5] durchgeführt.