Anfängerpraktikum V206

Die Wärmepumpe

Helena Nawrath
helena.nawrath@tu-dortmund.de

Carl Arne Thomann
arnethomann@me.com

Durchführung: 11. November 2014

Abgabe: 18. November 2014

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Ziel

Ziel des Versuches ist es, eine Wärmepumpe zu charakterisieren, mit deren Hilfe Wärme einem kalten Reservoir entzogen und einem warmen Reservoir hinzugefügt werden kann. Hierzu wird die Güteziffer ν, der Massedurchsatz $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ und die mechanische Leistung des verwandten Kompressors $N_{\text{mech.}}$ bestimmt.

2 Theorie

Ohne von außen Arbeit aufzubringen, gleicht sich ein Temperaturunterschied zwischen zwei Reservoiren so aus, dass Wärme von dem warmen in das kalte Reservoir strömt. Weiter existiert nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik keine Maschine, deren einzige Wirkung darin besteht, Wärme von einem kalten in ein warmes Reservoir zu transportieren[9]. Die zusätzliche Arbeit A, die zur Unterhaltung dieses umgekehrten Wärmestromes erforderlich ist, wird nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik dem warmen Reservoir neben der transportierten Wärme Q_2 zugeführt. Es sei Q_1 die von dem warmen Reservoir aufgenommene Wärme mit

$$Q_1 = Q_2 + A. \tag{1}$$

Die Güteziffer ν [1] ist das Verhältnis der transportierten Energie Q_1 und der hierzu aufgewandten Kompressorarbeit A,

$$\nu = \frac{Q_1}{A}. \tag{2}$$

Die Änderung der Wärmemengen $\mathrm{d}Q$ ist für das wärmere Reservoir positiv, für das kältere Reservoir negativ. Mit der Annahme, dass sich die Temperaturen der Reservoire nicht ändern, kann die Wärmemenge mit der reduzierten Wärmemenge $\int \frac{\mathrm{d}Q}{T}$ beschrieben werden. Kann weiter die durch den Prozess aufgenommene Wärme Q_1 durch einen umgekehrten Prozess wieder vollständig zu $Q_2 + A$ zurückgewonnen werden, das heißt, dass die Wärme nicht aus dem idealen, isolierten System tritt, gilt

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \tag{3}$$

Mit (3) gilt für die Güteziffer

$$\nu_{\text{ideal}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \tag{4}$$

[1] Auch als *Coefficient of Performance* (COP) gemäß EN 14511 bekannt

In einem realen System ist die Änderung $\mathrm{d}Q_1$ größer als die Änderung $\mathrm{d}Q_2$, das heißt, dass die dem kühlem Reservoir entnommene Wärme nicht vollständig in das wärmere Reservoir übertragen wird. Daher gilt für reale Systeme

$$0 < \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \quad \text{und} \quad \nu_{\text{real}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \tag{5}$$

Für den Wert der realen Güteziffer ν gilt

$$\nu_{\text{real}} = \frac{\varDelta Q_1}{\varDelta t N_t} = (m_1 c_{\text{w}} + m_{\text{k}} c_{\text{k}}) \frac{\varDelta T_1}{\varDelta t N}. \tag{6}$$

In dieser Formel wird mit Hilfe des Differenzenquotienten $\frac{\varDelta T_1}{\varDelta t}$ die Wärmemenge $\varDelta Q_1$ berechnet, welche im Zeitintervall $\varDelta t$ dem ersten Reservoir zugeführt wird, und dies mit dem Kehrwert des Mittelwertes der Kompressorleistung $\bar{N}_{\text{Kompressor}}(t) = N$ multipliziert.

Zur Bestimmung des Massendurchsatzes $\frac{\varDelta m}{\varDelta t}$ wird die Änderung der Wärme im kälteren Reservoir betrachtet.

$$\frac{\varDelta Q_2}{\varDelta t} = (m_2 c_{\text{w}} + m_{\text{k}} c_{\text{k}}) \frac{\varDelta T_2}{\varDelta t} \tag{7}$$

Über die Verdampfungswärme L des Transportmittels ergibt sich die Formel

$$\varDelta Q_2 = L \frac{\varDelta m}{\varDelta t}. \tag{8}$$

Für die Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung $N_{\text{m.}}$ wird angenommen, dass das Transportmittel adiabatisch komprimiert wird.

$N_{\text{m.}}$ kann dadurch mithilfe der Gleichung

$$N_{\text{m.}} = \frac{\varDelta A}{\varDelta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\varDelta m}{\varDelta t} \tag{9}$$

berechnet werden, welche aus der Poissonschen Gleichung und der verrichteten Arbeit A hergeleitet werden kann. κ ist eine Konstante, die das Verhältnis der Molwärmen C_{p} und C_{v} beschreibt. ρ beschreibt die Dichte des gasförmigen Transportmediums und muss aus der Dichte unter Normalbedingungen, d.h. $T_{\text{N}} = 0°\text{C}$ und $p_{\text{N}} = 1\text{bar}$, berechnet werden. Die ideale Gasgleichung ergibt

$$\frac{p_{\text{N}} V}{T_{\text{N}}} = \frac{p_{\text{a}} V_2}{T_2}. \tag{10}$$

Es folgt

$$\rho = \frac{p_{\text{a}} T_{\text{N}}}{p_{\text{N}} T_2} \rho_{\text{N}}. \tag{11}$$

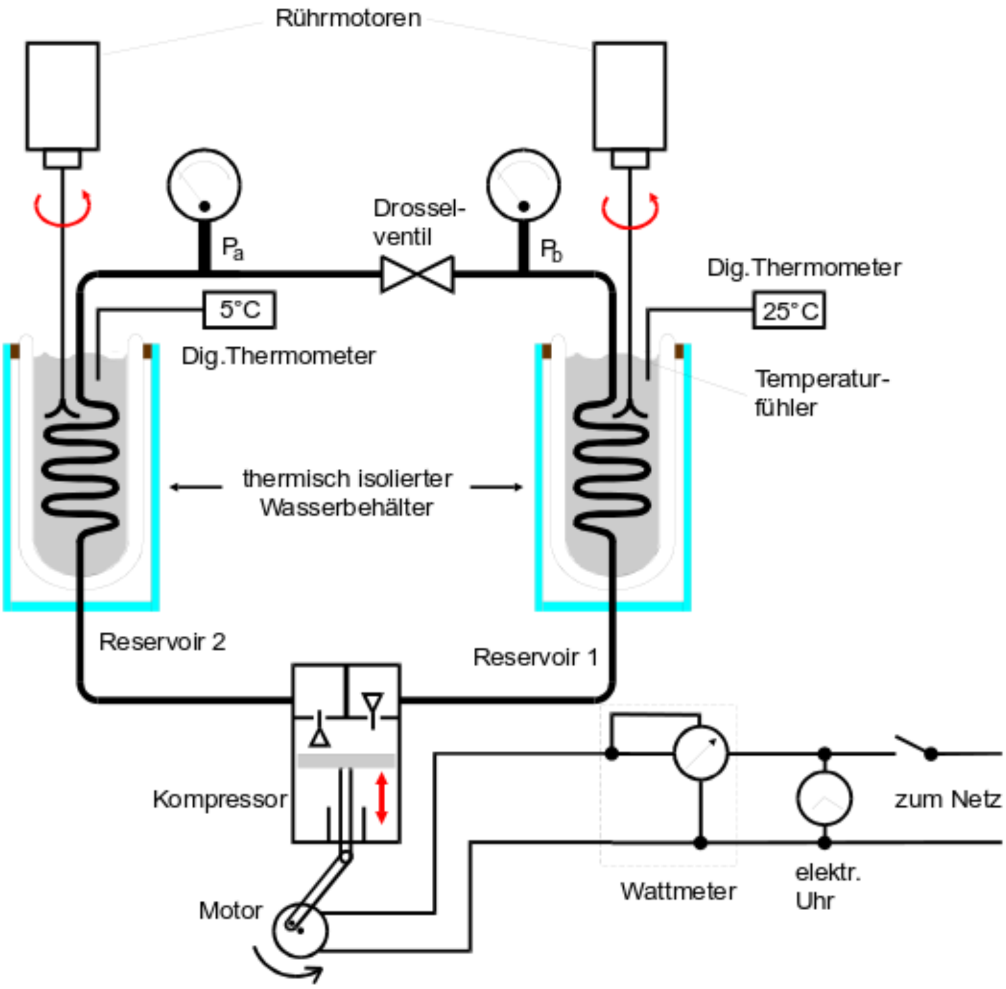

Abbildung 1: Schematischer Aufbau der Wärmepumpe [1] [11].

3 Durchführung

Die verwendete Wärmepumpe ist in Abbildung 1 dargestellt. Durch das geschlossene System fließt eine Medium mit hoher Kondensationswärme, der Fluorchlorkohlenwasserstoff *R12*. Das Medium verdampft in der Kupferspirale im kälteren Reservoir bei geringem Druck p_{a} und wird im Kompressor adiabatisch komprimiert. Das Gas wird unter höherem Druck p_{b} zum warmen Reservoir geführt und kondensiert in dessen Kupferspirale unter Abgabe der aufgenommenen Energie $Q_2 + A$. Das Drosselventil sorgt für einen Druckunterschied im Kreislauf, sodass die Flüssigkeit erneut unter dem geringerem Druck p_{a} in der Kupferspirale des kälteren Reservoirs verdampft. Die Reservoire und die Verbindungsleitungen sind thermisch isoliert, sodass das Wärmepumpensystem abgesehen durch die Kupferspiralen keine Wärme nach außen abgibt. Während der Messung wird der Inhalt der Reservoire mittels Rührer durchmischt.

Der Kompressor bezieht Energie aus dem Netz, die Gesamtleistung $N_{\text{Kompressor}}$ wird von einem Wattmeter angezeigt. Die Temperatur T_1 und T_2 der Reservoire und die Drücke p_a und p_b in den Kupferspiralen ist per Messinstrumente ablesbar.

Es wird in die Reservoire jeweils 3 Liter Leitungswasser mit gleicher Temperatur gefüllt und die Parameter p_a, p_b, T_1, T_2 sowie die Leistungsaufnahme $N_{\text{Kompressor}}$ pro Minute aufgenommen, bis das wärmere Reservoir eine Temperatur von 50 °C erreicht.

4 Auswertung

4.1 Temperaturverläufe

Die gemessenen Temperaturen T_1 und T_2 der Reservoire werden gegen die Zeit t aufgetragen, um den Temperaturverlauf in den Reservoiren zu skizzieren. Dabei ist Reservoir R_1 das Behältnis, welches die Wärmemenge Q_1 aufnimmt und sich dabei erhitzt; R_2 bezeichnet das kälter werdende Reservoir.

Zeit	Temperaturen	
t/ min	T_1/ K	T_2/ K
0	294,45	294,45
1	295,35	294,45
2	296,15	294,35
3	297,45	293,45
4	299,05	292,05
5	300,85	290,25
6	302,95	288,25
7	304,85	286,45
8	306,85	284,65
9	308,65	282,85
10	310,55	281,15
11	312,25	279,45
12	314,05	277,75
13	315,65	276,35
14	317,35	274,95
15	318,85	273,95
16	320,35	273,35
17	321,75	272,85
18	322,95	272,45
19	324,15	272,05

Tabelle 1: Zeitabhängige Messung der Temperaturen T_1 und T_2.

Werden die Verläufe in einem gemeinsamen Diagramm dargestellt, so lassen sich diese untereinander vergleichen.

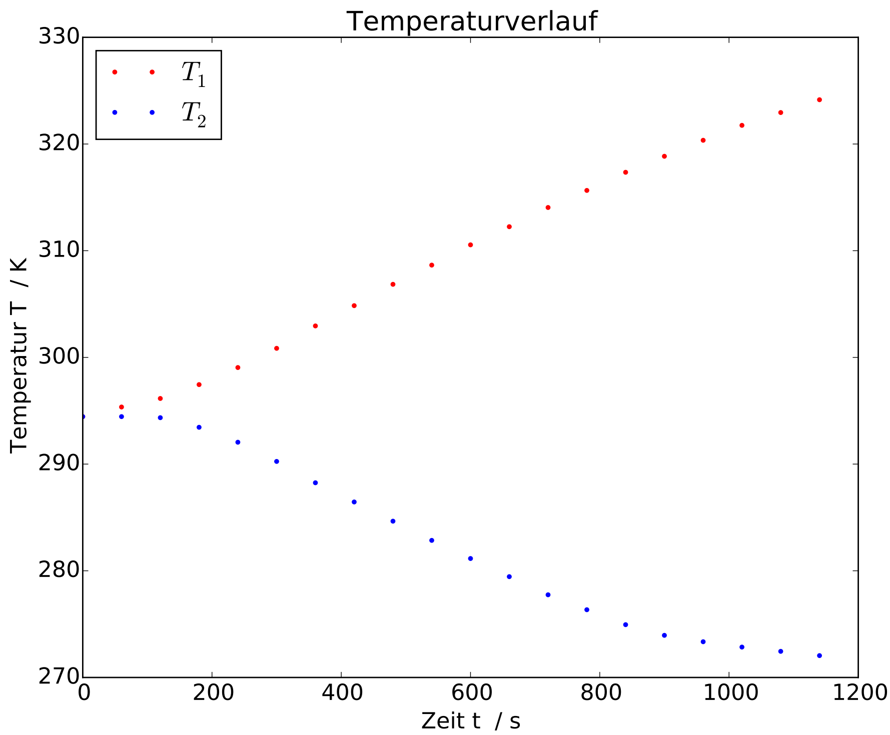

Abbildung 2: Entwicklung der Wassertemperatur in den Reservoiren R_1 und R_2.

Der Temperaturverlauf wird nicht hinreichend gut durch die Funktionenklasse

$$T_i(t) = A_i t^2 + B_i t + C_i, i = 1, 2 \tag{12}$$

genähert.

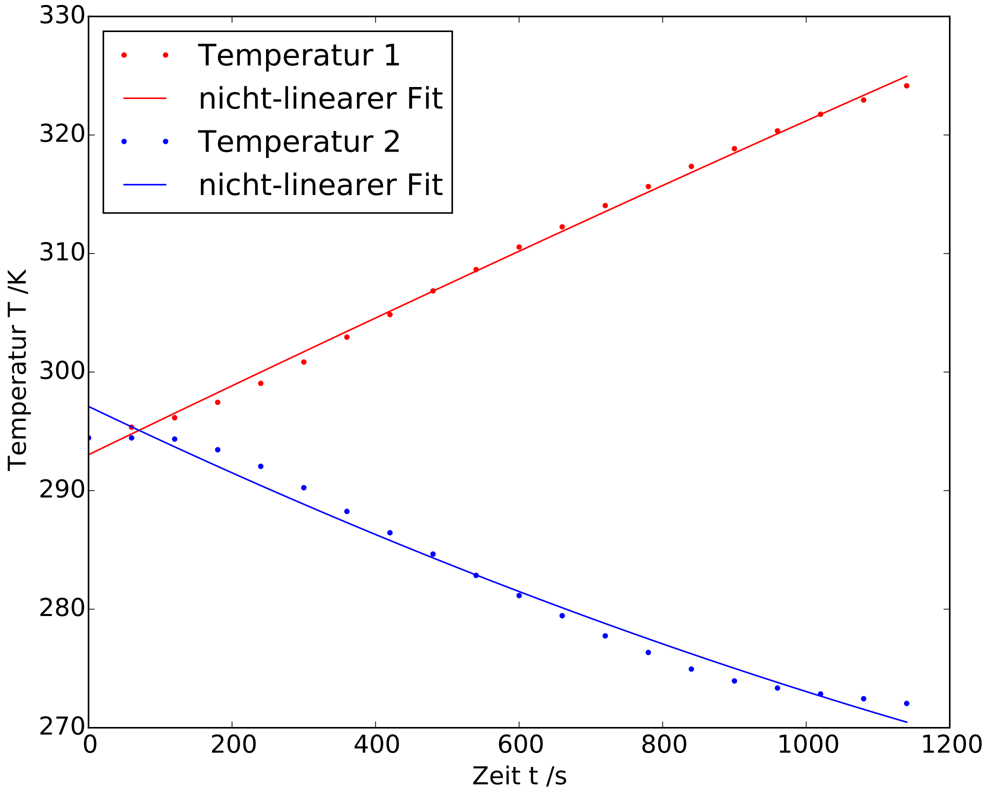

Abbildung 3: Annäherung der Kurven durch ein Polynom zweiter Ordnung.

Trotz zweiter Ordnung erscheint die Ausgleichskurve annähernd linear. Da schon anhand der Messwerte zu erkennen ist, dass diese einen Wendepunkt aufweisen, wird ein Polynom dritten Grades benutzt.

$$T_i(t) = A_i t^3 + B_i t^2 + C_i t + D_i, i = 1, 2 \tag{13}$$

Die Näherung beschreibt die Messwerte wesentlich besser (vgl. Abbildung 2, 3).

Es ergeben sich für $T_1(t)$ und $T_2(t)$ die Koeffizienten

$$A_1 = (-1.72 \pm 0.18) 10^{-8}\,\mathrm{K/s^3} \qquad A_2 = (3.39 \pm 0.25) 10^{-8}\,\mathrm{K/s^3} \tag{14}$$
$$B_1 = (2.82 \pm 0.31) 10^{-5}\,\mathrm{K/s^2} \qquad B_2 = (-5.30 \pm 0.43) 10^{-5}\,\mathrm{K/s^2} \tag{15}$$
$$C_1 = (0.0162 \pm 0.0015)\,\mathrm{K/s} \qquad C_2 = (-0.0033 \pm 0.0021)\,\mathrm{K/s} \tag{16}$$
$$D_1 = (294.11 \pm 0.19)\,\mathrm{K} \qquad D_2 = (294.98 \pm 0.27)\,\mathrm{K}. \tag{17}$$

Um den Differentialquotionenten $\frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t}$ mit $i = 1, 2$ für verschiedene Zeiten t_k mit $k = 1, ..., 4$ bestimmen zu können, wird die Funktion $T_i(t)$ nach der Zeit t abgeleitet und die Fehler der Gradienten mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$\frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t} = 3A_i t^2 + 2B_i t + C_i. \tag{18}$$

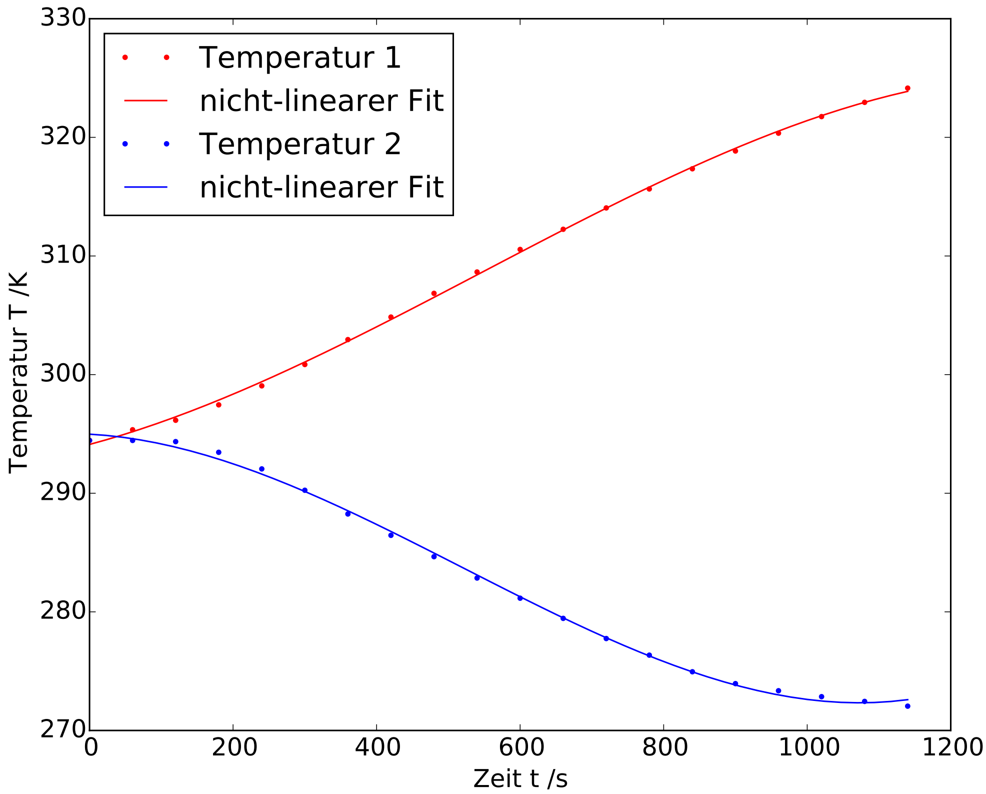

Abbildung 4: Annäherung der Kurven durch ein Polynom dritter Ordnung.

Zeit	Differentialquotienten	
$t/\,\mathrm{s}$	$\frac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t}/\,\mathrm{K/s}$	$\frac{\mathrm{d}T_2}{\mathrm{d}t}/\,\mathrm{K/s}$
120	$0{,}022 \pm 0{,}002$	$-0{,}015 \pm 0{,}002$
480	$0{,}032 \pm 0{,}004$	$-0{,}031 \pm 0{,}005$
840	$0{,}027 \pm 0{,}007$	$-0{,}021 \pm 0{,}009$
960	$0{,}023 \pm 0{,}008$	$-0{,}011 \pm 0{,}011$

Tabelle 2: Die Differentialqutienten von T_1 und T_2 zu vier verschiedenen Zeiten t_k, berechnet nach Gleichung (18).

4.2 Bestimmung der Güteziffer

Die reale Güteziffer ν wird mit Hilfe der Messreihe T_1 über (6) berechnet. Die Konstanten $c_\mathrm{w} = 4.183 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J/Kkg}$[2] und $m_\mathrm{k} c_\mathrm{k} = 660\,\mathrm{J/K}$ sind die Wärmekapazitäten des verwendeten Wassers und der kupfernen Spirale. Die Gesamtkapazität bei 3 l Wasservolumen ist $m_1 c_\mathrm{w} + m_\mathrm{k} c_\mathrm{k} = 13209\,\mathrm{J/K}$.

Die Fehlerangaben der werden berechnet mit

$$\sigma_\nu = \Delta\nu_\mathrm{real} = \sqrt{\left(\frac{(m_1 c_\mathrm{w} + m_\mathrm{k} c_\mathrm{k})\Delta\frac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t}}{N_t}\right)^2 + \left(\frac{(m_1 c_\mathrm{w} + m_\mathrm{k} c_\mathrm{k})\Delta T_1}{N_t^2 \Delta t}\Delta N_t\right)^2}, \tag{19}$$

wobei ΔN_t der mittlere Fehler von N_t ist (vgl. 2). Beides wird berechnet durch

$$N_t = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n}(N_k - N)^2, \tag{20}$$

$$\Delta N_t = \sqrt{\frac{\frac{1}{n-1}\sum_{k=0}^{n}(N_k)}{n}}. \tag{21}$$

Die ideale Güteziffer ν_ideal wird zum Vergleich nach Gleichung (4) zum Vergleich berechnet.

Zeit	Güteziffern	
$t/\,\mathrm{s}$	ν_real	ν_ideal
120	$0{,}873 \pm 0{,}081$	164,528
480	$1{,}252 \pm 0{,}159$	13,822
840	$1{,}057 \pm 0{,}275$	7,485
960	$0{,}900 \pm 0{,}314$	6,816

Tabelle 3: Die realen und idealen Güteziffern zu vier verschiedenen Zeiten t_k im Vergleich.

4.3 Bestimmung des Massendurchsatzes

Zeit	Druck	
t/ min	p_a/ bar	p_b/ bar
0	1,00	1,00
1	2,40	7,00
2	2,60	7,00
3	2,85	7,50
3	3,00	7,75
5	3,20	8,00
6	3,20	8,50
7	3,20	9,00
8	3,20	9,50
9	3,20	9,75
10	3,20	10,00
11	3,20	10,50
12	3,20	11,00
13	3,20	11,25
14	3,20	11,50
15	3,20	12,00
16	3,20	12,50
17	3,20	12,75
18	3,20	13,00
19	3,20	13,25

Tabelle 4: Gemessene Drücke $\tilde{p}_a$, $\tilde{p}_b$, zu denen 1bar Außendruck addiert wurde.

Dem Reservoir wird durch das verdampfende Gas die Wärmemenge Q_2 entzogen. Dabei wird die Verdampfungswärme L verbraucht, welches über die Dampfdruckkurve des verwendeten Gases Dichlordifluormethan bestimmt wird. Wie in der Versuchsanleitung V203 beschrieben, wird der Druck p_b gegen den Kehrwert der Temperatur T_1 aufgetragen. Da die Manometer den Außendruck von 1bar nicht berücksichtigen, muss dieser zuvor noch zu den Messwerten addiert werden, wie in Tabelle 5 geschehen. Mit linearer Regression werden anschließend Steigung μ und y-Achsenabschnitt b der Gerade bestimmt.

$$\ln(p_b) = \mu\frac{1}{T} + b = -\frac{L}{R}\frac{1}{T} + b \tag{22}$$

R ist die allgemeine Gaskonstante.

Die Steigung ist $\mu = -(2.093 \pm 0.050)10^3\,\mathrm{K}$, der Achsenabschnitt $b = (9.080 \pm 0.163)$. Damit L die Einheit J/kg besitzt, wird durch die molare Masse $M = 120.9\,\mathrm{g/mol}$ des Gases dividiert. Der Fehler der allgemeinen Gaskonstante $\mathrm{R} = (8.314 \pm 9.1\cdot 10^{-7})\,\mathrm{J/molK}$ wird dabei vernachlässigt, der Fehler von L entspricht also dem Fehler von μ. Daraus ergibt sich $L = \frac{|\mu|\mathrm{R}}{M} = 143.913 \pm 0.050 \cdot 10^3\,\mathrm{J/g}$.

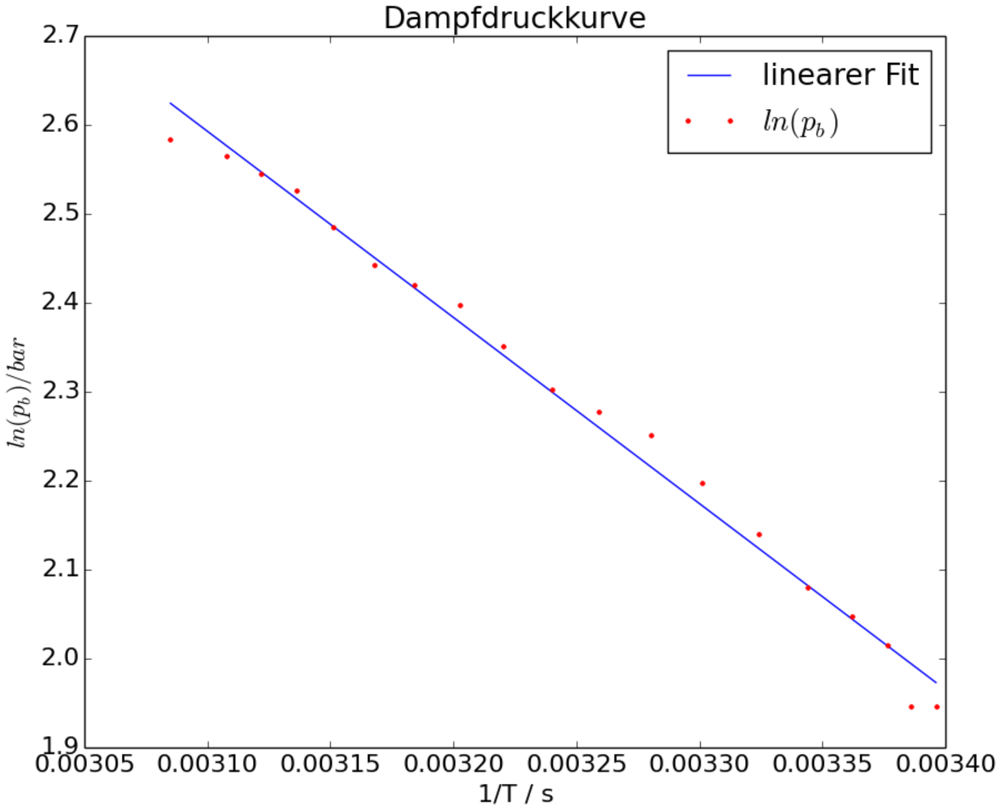

Abbildung 5: Dampfdruckkurve des Gases Dichlordiflourmethan.

Der Massendurchsatz $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ wird berechnet mit den Gleichungen (7),(8). Der Fehler wird ebenfalls nach Gauß berechnet mit dem Fehler der Verdampfungswärme ΔL und dem Fehler des Differentialquotienten $\Delta \frac{\mathrm{d}T_2}{\mathrm{d}t}$.

$$\sigma_m = \sqrt{\left(\frac{(m_2 c_\mathrm{w} + m_\mathrm{k} c_\mathrm{k}) \Delta \frac{\mathrm{d}T_2}{\mathrm{d}t}}{L}\right)^2 + \left(\frac{(m_2 c_\mathrm{w} + m_\mathrm{k} c_\mathrm{k}) \Delta T_2}{L^2 \Delta t} \Delta L\right)^2} \tag{23}$$

Zeit t/ s	Massendurchsatz $\frac{\Delta m}{\Delta t}$/ g/s
120	$1{,}4 \pm 0{,}5$
480	$3{,}0 \pm 0{,}1$
840	$2{,}0 \pm 0{,}1$
1080	$1{,}0 \pm 0{,}1$

Tabelle 5: Massendurchsätze zu verschiedenen Zeiten.

4.4 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung

Die mechanische Kompressorleistung wird mit Formel (9) bestimmt. Die Konstante κ beträgt in diesem Fall $\kappa = 1.14$. Die Dichte des Transportmediums kann über Gleichung (11) zu jeder beliebigen Temperatur T_2 berechnet werden.

Zeit	Dichte	Kompressorleistungen		Wirkungsgrad
t/ s	ρ/ kg/m^3	$N_{\mathrm{m.}}$/ W	$N_{\mathrm{el.}}$/ W	
120	13,294	$25 \pm 9.$	175	0,142
480	16,920	55 ± 20	205	0,268
840	17,517	43 ± 20	210	0,204
960	17,619	26 ± 30	210	0,124

Tabelle 6: Elektrische und mechanische Kompressorleistung im Vergleich.

Die Fehler werden analog wie zu den vorherigen Kapiteln nach Gauß berechnet.

$$\Delta N_{\mathrm{m.}} = \frac{1}{\kappa - 1}\left(p_{\mathrm{b}} \sqrt[\kappa]{\frac{p_{\mathrm{a}}}{p_{\mathrm{b}}}} - p_{\mathrm{a}}\right)\frac{1}{\rho}\sigma_m \tag{24}$$

5 Diskussion

5.1 Effizienz der Wärmepumpe

Die Güteziffer der verwandten Wärmepumpe beträgt im Mittel 1.0205. Die relative Unsicherheit von 10.725% ist Maß dafür, dass die zur Berechnung des Wertes benötigten Größen des Versuches stark schwanken. Das Verhältnis zwischen der realen und idealen Güteziffer zeigt, dass der Wärmeverlust durch die Isolierung der Verbindungsleitungen nicht ausreichend klein ist oder dass die Kupferspirale in den Reservoiren nicht vollständig in die Flüssigkeit eintaucht. Dies bewirkt, dass ein wesentlicher Teil der Wärme Q_2 an die Umgebung abgegeben wird und das System verlässt.

5.2 Anwendung als (groß-)technische Lösung

Wärmepumpen finden in großtechnischer Industrie wie auch in Heim-, oder Fahrzeug-Klimatisierung Verwendung. Anstelle von umweltgefährlichen Halogenkohlenwasserstoffen (HKW) wird vermehrt ein weniger schädliches Transportmittel, etwa Kohlenstoffdioxid (R744), benutzt. Die Verwendung von HKW[3] wie dem hier verwandten *R12* oder dem moderneren *R134a*[7] wird zurückgefahren oder ist verboten[2]

Moderne Wärmepumpen weisen im Rahmen ihrer Verwendung eine Güteziffer ν von 3,5 bis 6 auf[6].

5.3 Fehler durch Messung

Der Versuch zeichnet sich dadurch aus, dass er weitestgehend störunanfällig ist. Die Unsicherheiten in Temperatur, Druck und Leistung ist unbekannt, eine genaue Fehlerdiskussion wird dadurch erschwert. Mögliche Fehlerquellen bestehen darin, dass die Temperatur der Reservoire zu Beginn des Experimentes voneinander abweichen könnten. Die Startwerte der Temperaturen in Tabelle 1 zeigen, dass dies hier auszuschließen ist.

Starke Abweichungen könnten dadurch entstehen, wenn die Annahme in 2 für das verwandte System nicht korrekt ist, wodurch Formeln (3) und (4) unbrauchbar werden. Dementsprechend ist auf Gleichung (4) als Optimum zu referenzieren.

5.4 Verbesserung des Systems

Der Vergleich dieser Güteziffer mit den Werkangaben von industriell genutzten Wärmepumpen zeigt, dass die verwandte Wärmepumpe nicht vergleichbar effizient ist.

Zur Verringerung des Wärmeverlustes, welcher sich negativ auf die Effizienz schlägt, sollte für die Wärme-permeablen Teile des Systems ein Metall benutzt werden, welches die Wärme gut leitet. Ein Material mit hoher Wärmeleitfähigkeit ist empfehlenswert. Für den restlichen Teil des Systems ist ein druckbeständiges Material mit geringer Wärmeleitfähigkeit besonders geeignet. Moderne Wärmepumpen verwenden beispielsweise emaillierten Stahl[7]. Weiter ist zur Verrichtung der notwendigen Arbeit A ein Kompressor erforderlich, dessen Wirkungsgrad größtmöglich sein sollte. Der hier verwandte Kompressor arbeitet mit einem mittleren Wirkungsgrad von etwa nicht besonders effizient.

[2] EU-RICHTLINIE 2006/40/EG im Zuge des Montreal-Protokolls.

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch V101: Das Trägheitsmoment.* URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf (besucht am 11. 11. 2014).

[2] Dieter Geschke. *Physikalisches Praktikum.* 12. Aufl., 2001.

[3] Arthur Friedrichs Kältemittel GmbH. URL: http://www.friedrichs-kaeltemittel.de/sortiment/kaeltemittel/ (besucht am 13. 11. 2014).

[4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment". In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1. Version 1.3.1.

[5] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python.* 2001. URL: http://www.scipy.org/. Version 0.14.0.

[6] Viessmann Werke GmbH & Co. KG. *Daten zur Groß-Wärmepumpe VITOCAL 300-G Pro.* URL: http://www.viessmann.de/de/Industrie-Gewerbe/Produkte/Grosswaermepumpen/Vitocal_300-G-W_Pro.html (besucht am 13. 11. 2014).

[7] Viessmann Werke GmbH & Co. KG. *Datenblatt zur Wärmepumpe VITOCAL 161-A.* URL: http://www.viessmann.de/content/dam/internet-global/pdf_documents/Datenblaetter/DB-5782933.pdf (besucht am 13. 11. 2014).

[8] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/. Version 2.4.5.

[9] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik.* Springer Verlag, 2010.

[10] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing". In: *Computing in Science and Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1. Version 1.8.1.

[11] The GIMP Team. *GIMP: GNU Image Manipulation Program.* URL: http://www.gimp.org/. Version 2.8.10.

Die verwendeten Plots wurden mit *matplotlib*[4] und die Grafiken mit *GIMP*[11] erstellt sowie die Berechnungen mit Python-*Python-Numpy*, [10], *Python-Scipy*[5] und *Python-uncertainties*[8] durchgeführt.