04_1-Caderno-InfEst-parte1

Helena R. S. D'Espindula

2024-03-09

Instrumentação Matemática para Estatística com Prof Wagner Hugo Bonat

- Matemática (5 partes)
- Probabilidade (1 parte)
- Inferência (3 partes)

Tópicos em matemática customizados para DS:

- Fornecer base matemática para entender e criar técnicas de análise de dados
- Visão geral e intuitiva
- Focar nos resultados e suas aplicações
- Não ser exaustivo em cada tópico ou matematicamente (muito) rigoroso
- Suporte computacional para compreender conceitos matemáticos abstratos
- Formar uma base sólida para entender técnicas avançadas:
- Modelagem estatística
- Machine learnig

O curso não é de receitas, é de fundamentos

- Os objetivos desta abordagem são:
  - Desmestificar o processo peos quais os algoritmos resolvem problemas
  - Mostrar que apesar de existir um conjunto enrme de técnicas, muitas delas são pequenas melhorias em técnicas já existentes
- Promover um uso qualificado das ferramentas já disponíveis

Referencias:

- Deep Learning, Ian Goodfellow and Yoshua Bengio and Aaro Courville, MIT Press, 2016.
- Mathematics for Machine Learning, Marc Peter Deisenroth, A. Aldo Faisal and Cheng Soon Ong, Cambridge, 2019
- Livro do prof: Matemática para Ciências de Dados

O que precisamos saber?

- Cálculo Diferencial e Integral
- Funções, limites e continuidade
- Derivadas
- Integrais
- Álgebra Matricial
- Vetores e escalares
- Matrizes
- Sistemas de equações lineares
- Decomposições matriciais
- Métodos Numéricos
- Sistemas de equações não-lineares
- Diferenciação e integração numérica
- Otimização

Exemplos motivacionais:

Classificador binário

Ferramenta popular em modelagem estatística e aprendizagem de maquina

Objetivo: classificar um individuo ou observação em uma entre duas categorias

Exemplos:

- Classificar um paciente como sadio ou doente
- Classificar um cliente como bom ou mal pagador etc

Diversos algoritmos disponíveis:

- Arvores de classificação
- Máquinas de vetores de suporte
- Redes neurais
- Gradient boost
- Regressão logística é muito popular

Descrição matemática:

- Suponha que temos um conjunto de dados y_i para $i = 1, \ldots, n$.
- Cada $y_i \in [0, 1]$ (é zero ou 1) -> sim ou não, saudável ou doente etc

Potenciais objetivos:

- Descrever o relacionamento de y_i com um conjunto de variáveis explanatórios x_{ij} com $j = 1, \ldots, p$
- Classificar uma nova observação como 0 ou 1

Exemplo - Conjunto de dados com 3 colunas:

- Renda anual do usuário
- Anos de experiencia do usuário

- Se é premium ou não

Objetivos:

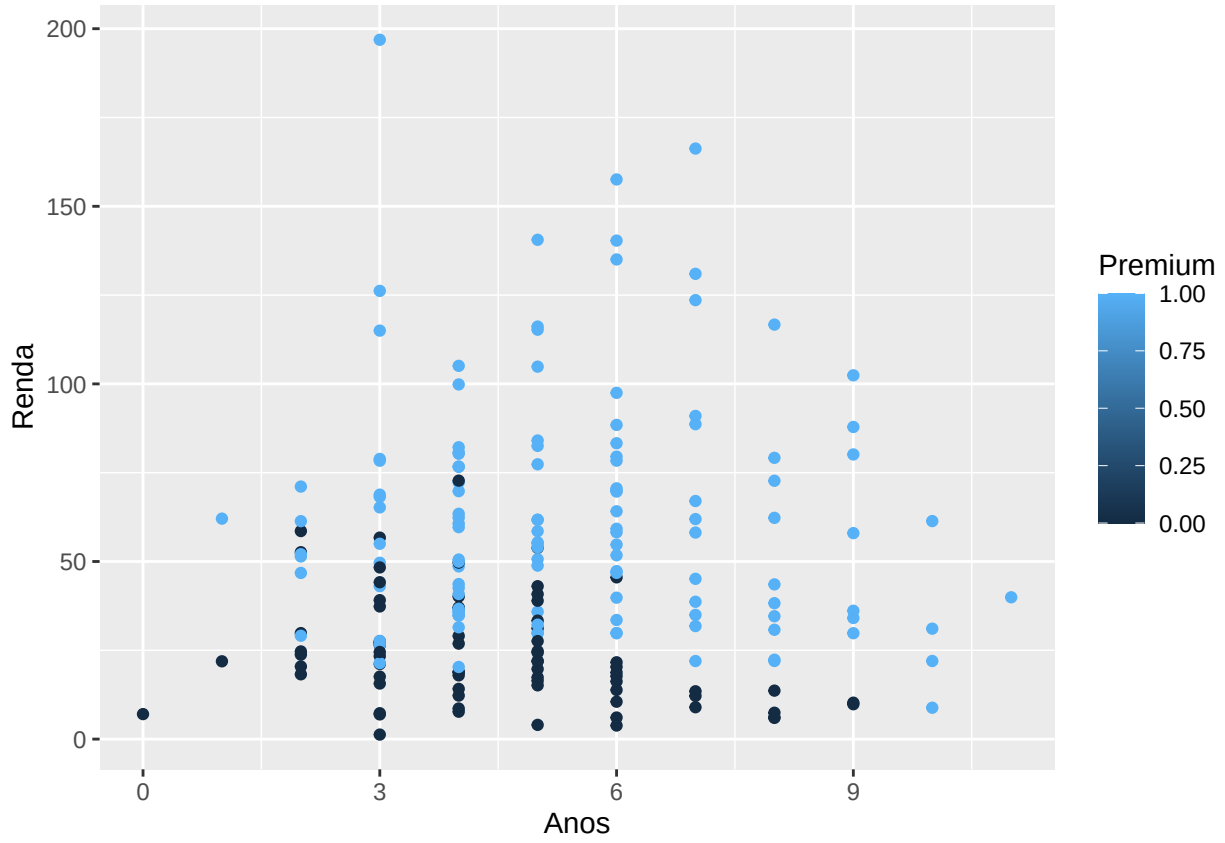
- Identificar como as covariáveis renda e anos influenciem a compra premium
- Predizer se um novo usuário será ou não premium
- Orientar campanha de marketing

```
dados_reg_log <- read.table("./Data_Files/reg_log.txt", header = TRUE)

head(dados_reg_log,n =10)
```

```
##    Premium    Renda Anos
## 1        0 18.90256    4
## 2        1 38.66267    7
## 3        1 82.16108    4
## 4        1 22.34817    8
## 5        1 36.13398    9
## 6        0 52.61761    2
## 7        1 55.36645    5
## 8        1 30.78107    8
## 9        0 21.95257    5
## 10       0 53.84225    5
```

```
plot(dados_reg_log$Anos, dados_reg_log$Renda, main = "Anos de Exp vs Renda")
```

```
library(ggplot2)
grafico <- ggplot(dados_reg_log,aes(x = Anos, y = Renda, colour = Premium)) + geom_point()

grafico
```



i $y = f(x_{i1} = renda\ x_{i2} = anos)$

$y_i = f(x_{ij})$ $y_i = f(x_{ij}) + erro$ $erro = y_i - f(x_{ij})$

Construção do classificador

- Explicar o modelo que descreve a relação entre y_i e x_{ij} (i linha-usuário, j coluna-covariável)

$y = f(renda, xp)$, ou seja, y é função dependente de renda e xp

- Especificar função perda (medida de erro)

$erro = g(y_i, f(x_{ij}))$ função g

```
f_logit <- function(par, y, renda, anos){
  mu <- 1/(1+exp(-(par[1] + par[2]*renda + par[3]*anos)))
  SQ_logit <- sum((y - mu)^2)
  return(SQ_logit)
}
```

```
#f_logit()
```

- Características satisfaça duas equações de distância: $d(y, \mu) > 0 | y = \mu$ e $d(y, \mu) = 0 | \mu = f(x_{ij})$

Otimizar a função perda:

- Qual algoritmo escolher?
- Como implementá-la?
- Analisar o modelo ajustando

Kmeans

Clusterização usando kmeans

- Agrupar indivíduos semelhantes
- Individuos no mesmo grupo sejam mais parecidos do que indivíduos em grupos diferentes
- Distância da media

Math part

Linha reta

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 * renda$$

Sigmoide

$$y_i = \frac{1}{1 + exp^{-(\beta_0 + \beta_1 * renda + \beta_2 * anos)}}$$

Combinando o modelo logistico com a função perda:

$$SQ_{logit}(\beta) = \sum_{i=1}^{n} (y_1 - \frac{1}{1 + exp^{-(\beta_0 + \beta_1 * renda + \beta_2 * anos)}})^2$$

```
# f_logit <- funcao(par, y, renda, anos) {
#   mu <- 1 / (1 + exp(-(par[1] + par[2] * renda + par[3] * anos)))
#   SQ_logit <- sum((y - mu) ^ 2)
#   return(SQ_logit)
# }
```