Tapis Roulant

Elara Onno et Héléna Benet Burgaud

7 juin 2023

Table des matières

Le système Σ_1 que nous étudierons est composé d'un solide posé sur un tapis roulant de vitesse constant $\vec{v}$. Celle-ci est accrochée à un ressort lui même fixé sur un plan vertical.

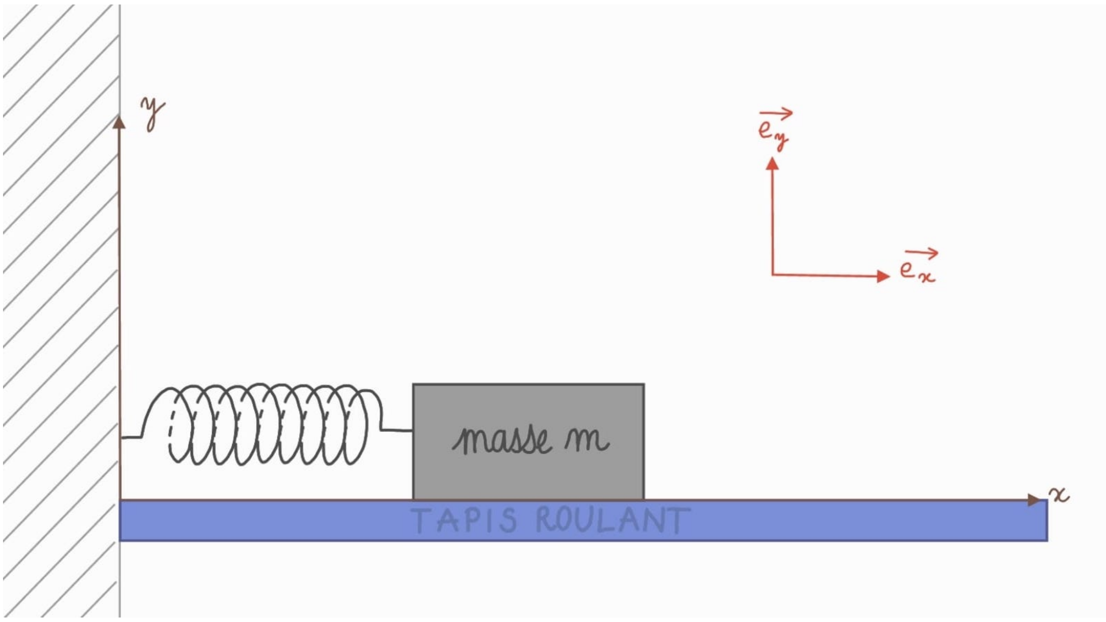

FIGURE 1 – Système Σ_1

Dans ce chapitre nous allons modéliser la position de la masse en fonction du temps. Pour cela, nous allons présenter ultérieurement les 3 cas que l'on traitera.

1 Introduction

Variables du problème

k	$[N \cdot m^{-1}]$	la raideur du ressort
l_0	$[m]$	la longueur du ressort
m	$[g]$	la masse du solide
g	$[m \cdot s^{-2}]$	qui caractérise le champ gravitationnel
v	$[m \cdot s^{-1}]$	la vitesse du tapis roulant
v_0	$[m \cdot s^{-1}]$	la vitesse initiale de la masse
ν	[sans unité]	les frottements crées par le tapis roulant

Cinématique de la masse

$$\overrightarrow{OM} = x(t)\ \vec{e_x}$$

sa vitesse :

$$\vec{v}(M) = \dot{x}(t)\ \vec{e_x}$$

et son accélération :

$$\vec{a}(M) = \ddot{x}(t)\ \vec{e_x}$$

Efforts extérieurs

$\vec{P} = -mg\ \vec{e_y}$		le Poids
$\vec{R} = R\ \vec{e_y}$		la Réaction du tapis roulant
$\vec{F_k} = -k(x(t) - l_0)\ \vec{e_x}$		la Force de rappel exercée par le ressort
$\vec{F_T} = F_T\ \vec{e_x}$		la Force d'entraînement du tapis roulant

Principe fondamental de la dynamique (Deuxième loi de Newton)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Suivant $\vec{e_y}$:

$$\begin{aligned} R - mg &= 0 \\ R &= mg \end{aligned}$$

Suivant $\vec{e_x}$:

$$-k(x - l_0) + F_T(t) = m\ddot{x} \tag{1}$$

1.1 Un système à deux régimes

Dans le mouvement de ce système, on distingue deux régimes spécifiques. Un premier régime, le régime d'adhérence ou la masse adhère à la surface du tapis roulant et est entrainée par celui-ci. Un second régime, le régime de glissement dans lequel la masse n'adhère plus au tapis roulant : elle glisse. Chacun de ces régimes est déterminé par des conditions particulières : on a à la fois des conditions initiales en position et en vitesse mais aussi une condition sur la force d'entraînement du tapis roulant sur l'ensemble de la phase sous ce régime.

1.1.1 Conditions sur les régimes

Régime d'adhérence
Pour être en régime d'adhérence, les conditions initiales (à l'instant initial t_d du régime) doivent respecter des contraintes particulières.

$$\begin{cases} x(t_d) = x_d = l, \quad l \in [l_0 - \alpha \ , \ l_0 + \alpha] \\ \dot{x}(t_d) = \mathrm{v} \end{cases}$$

Ici, l'intervalle $[l_0 - \alpha \ , \ l_0 + \alpha]$ est un intervalle particulier qui respecte les conditions d'adhérence. Plus précisément, si on se trouve à la position limite $l_0 + \alpha$, le ressort est très tendu, donc au-delà de cette valeur, on passe à un régime de glissement ; à l'inverse, si on se trouve en $l_0 - \alpha$, le ressort est très compressé donc ici encore, au-delà de cette valeur, on se trouve en régime de glissement. On verra dans la suite comment évaluer la valeur de α.

De plus, la vitesse de la masse en régime d'adhérence correspond forcément à v, la vitesse d'entraînement du tapis roulant.

On a aussi une condition sur la force d'entraînement du tapis sur l'ensemble du régime d'adhérence :

$$|\ F_T(t)\ | \ < \ F_c \ = \ \nu\, R \tag{2}$$

Régime de glissement
D'après ce qu'on a vu pour le régime d'adhérence, les conditions initiales pour se trouver en régime de glissement sont les conditions contraires aux conditions initiales d'adhérence :

$$\begin{cases} x(t_d) = x_d = l, \quad l \notin [l_0 - \alpha \ , \ l_0 + \alpha] \\ \dot{x}(t_d) = v_d \neq \mathrm{v} \end{cases}$$

Ici, l'une des deux conditions suffit à être en régime de glissement (contrairement à précédemment où les deux conditions devaient être vérifiées).

La condition sur l'ensemble de la phase pour la force est :

$$|\ F_T(t)\ | \ = \ F_c$$

1.1.2 Généralités sur le mouvement suivant le régime

On va maintenant préciser l'équation du mouvement de la masse suivant le régime dans lequel elle se trouve.

Régime d'adhérence
Pour ce régime, la vitesse de la masse est constante et correspond à la vitesse du tapis roulant. On a donc :

$$\begin{array}{lrcll} & \dot{x}(t) & = & \mathrm{v}\ , \mathrm{v} \in \mathbb{R} & \\ \text{donc :} & \ddot{x}(t) & = & 0 & \\ \text{et donc :} & F_T(t) & = & k(x(t) - l_0) & \text{d'après le PFD} \end{array}$$

En définissant t_d comme l'instant initial du régime, on a finalement :

$$x(t) = x(t_d) + (t - t_d)\ \mathrm{v} \tag{3}$$

Régime de glissement
On cherche une expression de x en fonction du temps en régime de glissement.D'après le PFD (vu précédemment), x en régime de glissement est solution de l'équation différentielle qui suit :

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = k\ l_0 \pm F_c \tag{4}$$

On résout cette équation différentielle. L'équation homogène associée est :

$$\begin{array}{rrcl} & m\ddot{x}(t) + kx(t) & = & 0 \qquad (5) \\ \Longleftrightarrow & \ddot{x}(t) - \dfrac{k}{m}x(t) & = & 0 \end{array}$$

Les solutions générales de cette équation (5) sont :

$$x_h(t) = A\cos(\omega(t - t_d)) + B\sin(\omega(t - t_d))$$

Avec A, $B \in \mathbb{R}$ et $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ et t_d désignant l'instant initial du régime de glissement.

On cherche maintenant une solution particulière de (4). Une solution évidente est :

$$x_e(t) = l_0 \pm \frac{F_c}{k}$$

Donc l'ensemble des solutions de (4) est :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_h(t) + x_e(t) \\ &= A\cos(\omega(t - t_d)) + B\sin(\omega(t - t_d)) + l_0 \pm \frac{F_c}{k} \qquad (6) \end{aligned}$$

Déterminons A et B.

Nous avons les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} x(t_d) & = & x_d \\ \dot{x}(t_d) & = & v_d \end{cases}$$

On rappelle que : $\dot{x}(t) = B\omega\cos(\omega(t - t_d) - A\omega\sin(\omega(t - t_d))$. Donc en remplaçant $x(t_d)$ et $\dot{x}(t_d)$ par leur expressions, on obtient :

$$\begin{cases} x(t_d) &= A + l_0 \pm \dfrac{F_c}{k} = x_d \\ \dot{x}(t_d) &= B\,\omega = v_d \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} A + l_0 \pm \dfrac{F_c}{k} &= x_d \\ B\,\omega &= v_d \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} A = x_d - \left(l_0 \pm \dfrac{F_c}{k}\right) & (7) \\ B = \dfrac{v_d}{\omega} & (8) \end{cases}$$

Si on injecte les expressions de A et B dans (6), on obtient :

$$\begin{aligned} x(t) &= A\cos(\omega(t-t_d)) + B\sin(\omega(t-t_d)) + l_0 \pm \frac{F_c}{k} \\ &= \left(x_d - \left(l_0 \pm \frac{F_c}{k}\right)\right)\cdot\cos(\omega(t-t_d)) + \frac{v_d}{\omega}\cdot\sin(\omega(t-t_d)) + l_0 \pm \frac{F_c}{k} \end{aligned} \qquad (9)$$

1.2 Cas traités

On va traiter quatre cas différents de phase initiale. Ces quatre cas constituent l'ensemble des possibilités pour les conditions initiales en t_0, instant initial du mouvement.

Cas 1 (Régime initial d'adhérence)
Le premier cas, le plus simple, est régi par les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} x_0 \in [l_0 - \alpha\ ,\ l_0 - \alpha] \\ v_0 = \mathrm{v} \end{cases}$$

C'est le seul cas pour lequel on débute par une phase d'adhérence.

Cas 2 (Régime initial de glissement)
Le deuxième cas est semblable au premier mais en t_0 on soumet la masse à une vitesse de départ :

$$\begin{cases} x_0 \in [l_0 - \alpha\ ,\ l_0 - \alpha] \\ v_0 \neq \mathrm{v} \end{cases}$$

Cas 3 (Régime initial de glissement)
Pour le troisième cas, on modifie la position initiale et on garde la vitesse de départ correspond à la vitesse du tapis :

$$\begin{cases} x_0 \notin [l_0 - \alpha\ ,\ l_0 - \alpha] \\ v_0 = \mathrm{v} \end{cases}$$

Cas 4 (Régime initial de glissement)
Pour le quatrième cas, on soumet la masse à une vitesse initiale différente de la vitesse du tapis et une position initiale qui n'appartient pas à l'intervalle.

$$\begin{cases} x_0 \notin [l_0 - \alpha\ ,\ l_0 - \alpha] \\ v_0 \neq \mathrm{v} \end{cases}$$

2 Démarche

2.1 Fonctions utilisées

Comme on a vu dans 1.1 on a deux régimes, le régime d'adhérence et celui de glissement. On définit donc pour chacun des régimes une fonction de la position :

```
% Position dans un regime de glissement
function x = xG(t,t_d,x_d,v_d,v,omega,phi)
  x = (x_d - phi) * cos(omega * (t - t_d)) + v_d/omega * sin(omega *
    (t - t_d)) + phi;
endfunction
```

```
% Position dans un regime d'adherence
function x = xA(t,t_d,x_d,v)
  x = v * (t - t_d) + x_d;
end
```

Dans les deux fonctions on a plusieurs arguments, `t_d`, `x_d`, `v_d` qui sont des variables initiales au régime ; v qui est la vitesse du tapis, enregistrée dans les variables d'entrée ; finalement, on a `omega` et `phi` qui sont des variables intermédiaires.

```
function [k,l_0,m,g,v,nu]=VarEntree
   k = 20;      % cst raideur ressort        [N/m]
   l_0 = .3;    % long a vide ressort        [m]
   m = .1;      % masse                      [kg]
   g = 9.81;    % cst gravitation            [m/s^2]
   v = .1;      % vitesse tapis              [m/s]
   nu = 1;      % adherence tapis            []
endfunction
```

```
function [F_c,omega,tcF,tcK]=VarInter(k,l_0,m,g,v,nu)
   F_c = nu*m*g;        % max Force entrainement              [N]
   omega = sqrt(k/m); % Pulsation                            [1/s]
   tcF = F_c/(k*v);    % Temps carct deter par condition ini [s]
   tcK = 2*pi/omega;  % Temps carct deter par pusation       [s]
endfunction
```

Le `phi` utilisé dans la fonction `xG` n'est pas une constante, on la définit comme $\varphi = l_0 \pm \frac{F_c}{k}$ avec le signe de $\frac{F_c}{k}$ dépendant de la différence de vitesse entre la masse et du tapis.

En effet, si la v$-v \geq 0$ alors v $\geq v$, c'est à dire que le tapis entraine la masse vers les x positifs. Ainsi on a $F_T \geq 0$. Dans le cas contraire, la masse a une vitesse plus élevée que celle du tapis et donc le tapis exerce une force vers les x négatifs. On aura donc $F_T \leq 0$.

Ainsi on définit une fonction `Phi` qui dépend de la vitesse du tapis et celle de la masse au début de chacun des régimes.

```
function phi = Phi(v_d,k,l_0,v,F_c)
  if(v_d != v)
    s = sign(v_d - v);
  else
    s = 1;
  end
  phi = l_0 + s * F_c/k;
endfunction
```

2.2 Recherche des temps de changement de régime

2.2.1 Temps de passage : Adhérence → Glissement

On va dans un premier temps chercher l'instant t tel qu'on passe de régime d'adhérence en régime de glissement.

Comme on a vu dans 1.1.1, pour rester en régime d'adhérence, il faut satisfaire la condition (2). Ainsi, pour passer d'un régime d'adhérence à un régime de glissement il faut que : $\mid F_T \mid = F_c$.

De fait, on définit la fonction `fT` modélisant la force du tapis.

```
function f = fT(t,t_d,x_d,v_d,v,k,l_0,F_c,re)
  if(v_d != v)
    s = - sign(v_d - v);
  else
    s = 1;
  end
  %
  if(re == 'ad')
    x = xA(t,t_d,x_d,v);
    f = k * (x - l_0);
  elseif(re == 'gl')
    f = s * F_c;
  end
end
```

On peut de la même manière définir la fonction `fK` qui représente la force exercée par le ressort.

```
function f = fK(t,t_d,x_d,v_d,v,k,l_0,omega,phi,re)
  if(re=='ad')
    x = xA(t,t_d,x_d,v);
  elseif(re=='gl')
    x=xG(t,t_d,x_d,v_d,v,omega,phi);
  end
   f = - k * (x - l_0);
endfunction
```

Pour donner une estimation de t, on a deux options : par le calcul analytique (grâce à l'égalité (3)) ou par un calcul de racine de la fonction $\mid F_T \mid - F_c$.

La relation (3) nous permet de dire que

$$k(x_d + (t_{d+1} - t_d)\,\mathrm{v} - l_0) = F_c$$

Et ainsi on a :

$$\begin{aligned} x_d + t_{d+1}\mathrm{v} - t_d\mathrm{v} - l_0 &= \frac{F_c}{k} \\ t_{d+1}\mathrm{v} &= \frac{F_c}{k} - x_d + l_0 + t_d\mathrm{v} \\ t_{d+1} &= \frac{1}{v}\left(\frac{F_c}{k} - x_d + l_0 + t_d\mathrm{v}\right) \\ &= t_d + \frac{F_c}{k\,v} - \frac{x_d - l_0}{v} \qquad (10) \end{aligned}$$

On peut donc écrire :

```
% Estimation analytique
tA = t_d+tcF - (x_d - l_0)/v;

% Estimation numerique
Cost =@(t) abs(fT(t,t_d,x_d,v_d,v,k,l_0,F_c,'ad')-F_c).^2;
tN = fminsearch(@(t) Cost(t), beta);
```

Pour le calcul de tN, on prend beta comme point de départ de la recherche pour fminsearch(...) car on la choisie de sortes que elle soit proche de la valeur attendue. On va utlisier dans le code la valeur analytique tA car elle est plus précise en termes d'arrondi.

2.2.2 Temps de passage : Glissement → Adhérence

Pour passer d'un régime de glissement à un régime d'adhérence, on revient aux conditions pour être en régime d'adhérence (dans 1.1.2), en particulier, on a besoin que $\dot{x} = \mathrm{v}$. Ainsi on définit une fonction dxG qui représente $\dot{x}$ en régime de glissement.

```
function dot_x  = d_xG(t,t_d,x_d,v_d,omega,phi)
  dot_x = - (x_d - phi) * omega * sin(omega * (t - t_d)) + v_d * cos(
      omega * (t - t_d));
endfunction
```

Il nous manque que à trouver numériquement la racine de la fonction $\dot{x}(t) - \mathrm{v}$.

```
% Estimation numerique
Cost = @(t) abs(d_xG(t,t_1,x_1,v,omega,phi) - v);
t2N = fminsearch(@(t) Cost(t), gamma)
```

Avec, à nouveau, gamma choisit de sortes à ce qu'il soit proche de la valeur que l'on cherche.

3 Cas 1

On cherche à caractériser le mouvement de la masse, sa vitesse et la force d'entraînement du tapis en fonction du temps et d'en donner une représentation graphique dans le premier cas. Pour cela, on va d'abord déterminer les premiers temps t_n de changement de régime.

Comme énoncé précédemment, on se trouve dans les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} x_0 \in [l_0 - \alpha \ , \ l_0 - \alpha] \\ v_0 = \mathrm{v} \end{cases}$$

Le premier régime est alors un régime d'adhérence. Dans le code, on initialise de la même façon les variables initiales :

```
%% Variables d'initialisation
t_0 = 0          % tmps ini      [s]
x_0 = l_0;       % position ini  [m]
v_0 = v;         % vitesse ini   [m/s]
```

Dans la suite du code, on utilisera toujours v directement.

3.1 Calcul de t_1 : Adhérence $\rightarrow$ Glissement

On va dans un premier temps chercher l'instant t_1 auquel le système va passer en régime de glissement. On a deux possibilités pour donner une estimation de t_1 : par le calcul analytique (grâce à l'égalité que l'on a montré précédemment) ou par un calcul de racine de la fonction $F_T - F_c$. On va également comparer les résultats des deux méthodes par un calcul d'écart. Ceci nous donne le code suivant :

```
% Estimation analytique de t1
t1A = t_0+tcF - (x_0 - l_0)/v;

% Estimation numerique de t1
Cost = @(t) (fT(t,t_0,x_0,v,v,k,l_0,F_c,'ad') - F_c).^2;
t1N = fminsearch(@(t) Cost(t), t_0 + tcK);

%Ecart :
ecart_t_1 = t1A-t1N
```

Pour le calcul de `t1N`, on prend `t_0 + tcK` comme point de départ de la recherche pour `fminsearch(...)` car en théorie, cette valeur est proche de la valeur attendue pour t_1.

Ici, on va plutôt choisir la valeur analytique de t_1 puisque le calcul est moins coûteux et demande moins d'approximations. On en déduit également une valeur de x associée :

```
t_1 = t1A
x_1 = xA(t_1,t_0,x_0,v)
```

3.2 Calcul de t_2 : Glissement $\rightarrow$ Adhérence

On passe ensuite en régime de glissement. On cherche maintenant à calculer t_2 :

```
% Estimation numerique de t2
Cost = @(t) abs(d_xG(t,t_1,x_1,v,omega,phi) - v);
t2N = fminsearch(@(t) Cost(t), t_1 + tcK)
```

Le choix de point de départ de recherche `t_1 + tcK` dans le `fminsearch(...)` est à nouveau choisi de sorte qu'il soit assez proche de t_2.

On effectue également le calcul de x associé à t_2 :

```
t_2 = t2N
x_2 = xG(t_2,t_1,x_1,v,v,omega,phi)
```

A ce stade on a :

```
>>
t_1 = 0.490491907097087

ecart_t_1=8.092902913481304e-06

t_2 = 0.934780200912923

x_1 = 0.349049190709709
x_2 = 0.349049190709709
```

L'écart entre les valeurs analytique et numérique de t_1 est très faible : utiliser l'une ou l'autre méthode pour les calculs n'aura pas beaucoup d'influence sur le résultat final. On remarque aussi que $x_1 = x_2$.

3.3 Calcul de t_3

On répète l'opération pour t_3 : on passe en régime d'adhérence après t_2 et on effectue le calcul de t_3 de la même manière que l'on a fait le calcul de t_1.

```
% Estimation analytique de t3
t3A = t_2+tcF - (x_2 - l_0)/v;
t_3 = t3A
```

3.4 Représentation graphique et résultats

On a les valeurs suivantes pour t_0, t_1, t_2, t_3 :

```
octave > main1
t_0 = 0
t_1 = 0.3270
t_2 = 0.6898
t_3 = 0.6898
```

On remarque ici que $t_2 = t_3$. On peut donc dire qu'après t_2 on passe en régime de glissement sans revenir au régime d'adhérence. En effet, la condition $F_T = F_c$ est toujours vérifiée, donc aussitôt qu'on rentre en régime d'adhérence, on en sort.

On a donc les représentations graphiques suivantes pour le mouvement, la vitesse et les forces d'entraînement du tapis et de réaction du ressort :

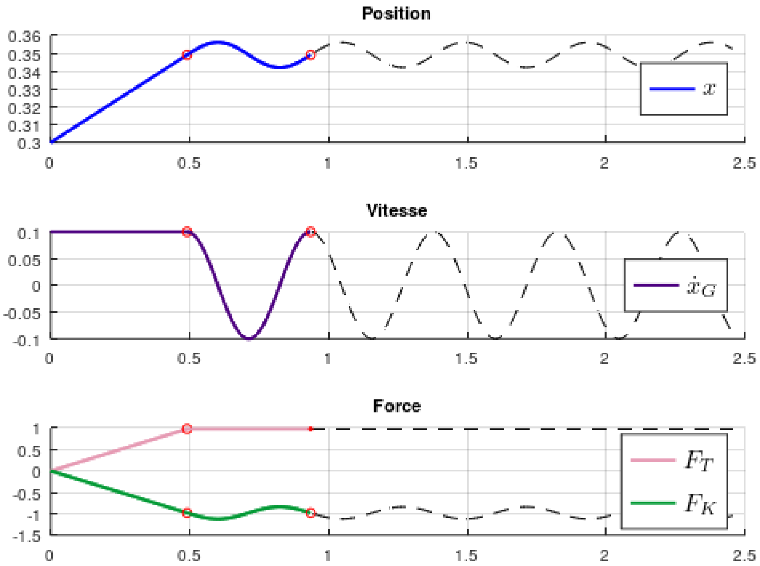

FIGURE 2 – Cas 1

4 Cas 2,3,4

Comme dans le cas 1, on cherche à caractériser le mouvement de la masse, sa vitesse et la force d'entraînement du tapis en fonction du temps et d'en donner une représentation graphique dans le second cas énoncé. On donne d'abord les conditions initiales pour chaque cas :

Cas 2

$$\begin{cases} x_0 \in [l_0 - \alpha \ , \ l_0 - \alpha] \\ v_0 \neq \text{v} \end{cases}$$

Dans le code on note :

```
%CAS 2
%Variables d'initialisation
t_0 = 0          % tmps ini      [s]
x_0 = l_0;       % position ini [m]
v_0 = v + u;        % vitesse ini   [m/s]
```

avec $u \in \mathbb{R}^*$ arbitraire.

Cas 3

$$\begin{cases} x_0 \notin [l_0 - \alpha \ , \ l_0 - \alpha] \\ v_0 = \text{v} \end{cases}$$

Dans le code :

```
%CAS 3
%Variables d'initialisation
t_0 = 0             % tmps ini      [s]
x_0 = l_0 + d;      % position ini [m]
v_0 = v ;           % vitesse ini   [m/s]
```

avec $d \in \mathbb{R}^*$ aribitraire.

Cas 4

$$\begin{cases} x_0 \notin [l_0 - \alpha\ ,\ l_0 - \alpha] \\ v_0 \neq \mathrm{v} \end{cases}$$

Dans le code :

```
%CAS 4
%Variables d'initialisation
t_0 = 0              % tmps ini      [s]
x_0 = l_0 + d;       % position ini  [m]
v_0 = v + u ;        % vitesse ini   [m/s]
```

avec $d,\ u \in \mathbb{R}^*$ arbitraires.

Avec ces conditions initiales, on commence en régime de glissement.

4.1 Calcul de t_1 : Glissement $\rightarrow$ Adhérence

On effectue le calcul de t_1 à partir de ce que l'on a défini dans la partie de recherche :

```
% Estimation numerique de t_1
Cost = @(t) abs(d_xG(t,t_0,x_0,v_0,omega,phi) - v);
```

On a ensuite :

Cas 2

```
%CAS 2
t_1 = fminsearch(@(t) Cost(t), t_0 + 3/2 * tcK)
```

Cas 3

```
%CAS 3
t_1 = fminsearch(@(t) Cost1(t),t_0 + 1/2 * tcK)
```

Cas 4

```
%CAS 4
t_1 = fminsearch(@(t) Cost1(t),t_0 + tcK)
```

Pour chacun des cas, on choisit le point de départ de la recherche du minimum par lecture graphique afin que dans chacun d'eux, la valeur choisie nous permette de tomber sur la bonne valeur de t_1 (le premier point qui vérifie la condition après t_0 dans le sens positif).

Dans le même temps, on calcule $x(t_1)$ dans chaque cas en prenant $d = 0.1$ et $u = 0.2$:

```
d = 0.1;
u = 0.2;
```

Cas 2

```
>>
t_1 = 0.424794257130005
x_1 = 0.296077798483522
```

Cas 3

```
>>
t_1 = 0.241675396907918
x_1 = 0.298102878339728
```

Cas 4

```
>>
t_1 = 0.703443567253337
x_1 = 0.294318109098953
```

4.2 Calcul de t_2 : Adhérence → Glissement

Pour t_2, on se trouve dans la situation de passage entre adhérence et glissement : on a deux choix possibles pour le calcul de t_2. Ceux-ci sont analogues à ceux effectués en partie 3.1. On effectue le calcul numérique de t_2 :

Cas 2

```
% Estimation numerique de t_2
Cost=@(t) (fT(t,t_1,x_1,v,v,k,l_0,F_c,'ad')-F_c).^2;
t2N = fminsearch(@(t) Cost(t),t_1 + tcK);
```

Cas 3

Cas 4

Le point de départ du `fminsearch(...)` est ajusté ici encore en fonction de la lecture graphique

Et pour l'ensemble des cas on a le calcul analytique suivant (que l'on va conserver) :

```
% Estimation analytique de t_2
t2A = t_1+tcF - (x_1 - l_0)/v;
t_2=t2A
```

4.3 Calcul de t_3 : Glissement → Adhérence

Le calcul de t_3 est analogue à celui de t_1, on modifie uniquement le point de départ dans la fonction `d_xG` et les points de départ de la méthode `fminsearch(...)` afin d'obtenir la valeur de t_3 attendue. Ainsi on a :

```
% Estimation numerique de t_3
Cost = @(t) abs(d_xG(t,t_2,x_2,v,omega,phi) - v);

t_3 = fminsearch(@(t) Cost1(t),t_2 + tcK)
```

`t_2 + tcK` est un point de départ adapté pour chaque cas.

On a donc les résultats suivants :

Cas 2

```
>>
t_1 = 0.424794257130005
t_2 = 0.954516272294783
t_3 = 1.398804566110619

x_1 = 0.296077798483522
x_2 = 0.349050000000000
x_3 = 0.349050000000000
```

Cas 3

```
>>
t_1 = 0.241675396907918
t_2 = 0.751146613510638
t_3 = 1.195434907326475

x_1 = 0.298102878339728
x_2 = 0.349050000000000
x_3 = 0.349050000000000
```

Cas 4

```
>>
t_1 = 0.703443567253337
t_2 = 1.250762476263806
t_3 = 1.695050770079643

x_1 = 0.294318109098953
x_2 = 0.349050000000000
x_3 = 0.349050000000000
```

On remarque que $x_2 = x_3$ dans chaque cas : on s'attend à retrouver le même phénomène que précédemment à savoir, que t_3 et t_4 seront identiques et que le système se retrouvera à nouveau en régime de glissement sans jamais revenir en régime d'adhérence. Un autre fait marquant est qu'on retrouve toujours les mêmes valeurs pourx_1, x_2 et x_3 peut importe le cas avec les conditions initiales qu'on a posé.

4.4 Calcul de t_4

On effectue un calcul analogue à celui effectué pour t_2 en 4.2. On note pour chaque cas :

```
%Estimation analytique de t_4
t4A = t_3+tcF - (x_3 - x_0)/v;

t_4 = t4A
```

On obtient le résultat suivant :

Cas 2

```
>>
t_3 = 1.398804566110619
t_4 = 1.398804566110619
```

Cas 3

```
>>
t_3 = 1.195434907326475
t_4 = 1.195434907326475
```

Cas 4

```
>>
t_3 = 1.695050770079643
t_4 = 1.695050770079642
```

On vérifie bien $t_3 = t_4$ pour chaque cas.

Ici encore, ce phénomène s'explique par le fait que la condition de passage en glissement est automatiquement vérifiée après t_3, donc on reste en glissement.

D'où les graphes suivants pour chacun des cas :

Cas 2

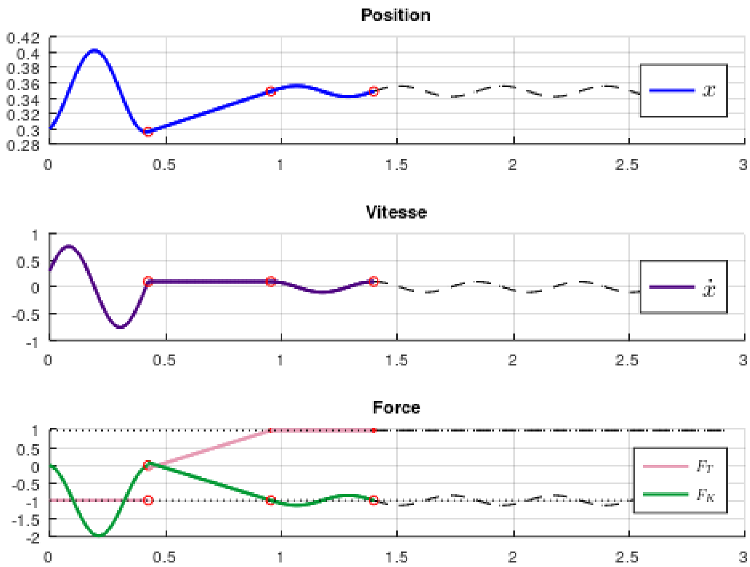

FIGURE 3 – Cas 2

Cas 3

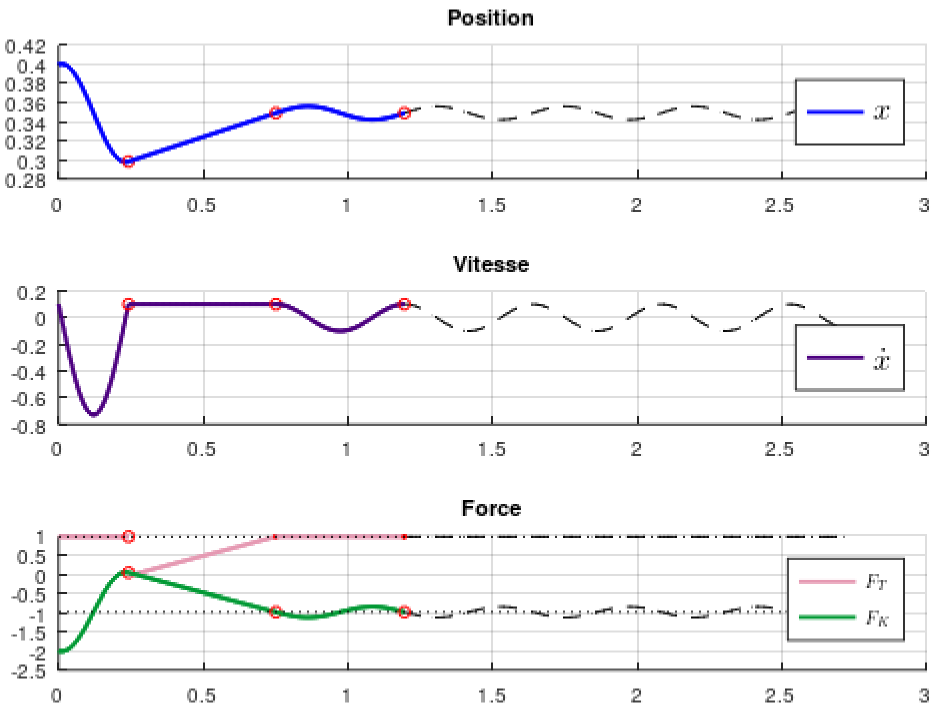

FIGURE 4 – Cas 3

Cas 4

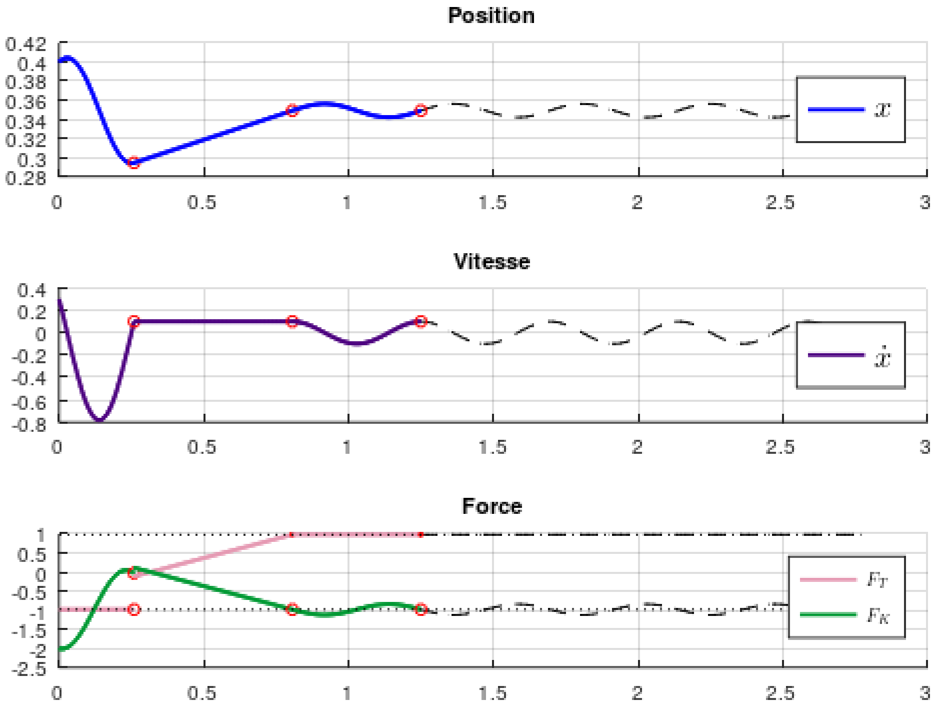

FIGURE 5 – Cas 4

On remarque qu'ici aussi, après le premier régime d'adhérence, on se retrouve en régime de glissement sans plus jamais en sortir. Le régime d'adhérence vient ici encore "lisser" le problème.