

---

---

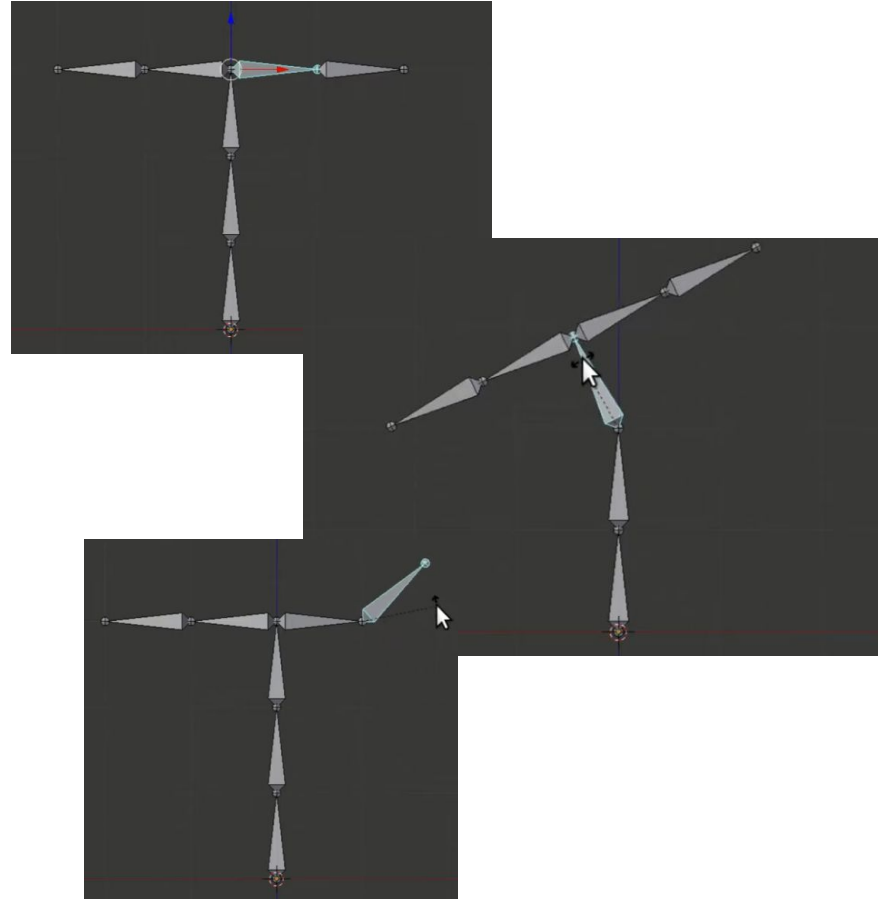
# Cinemática Inversa en Animación

Alfonso Murrieta V.

---

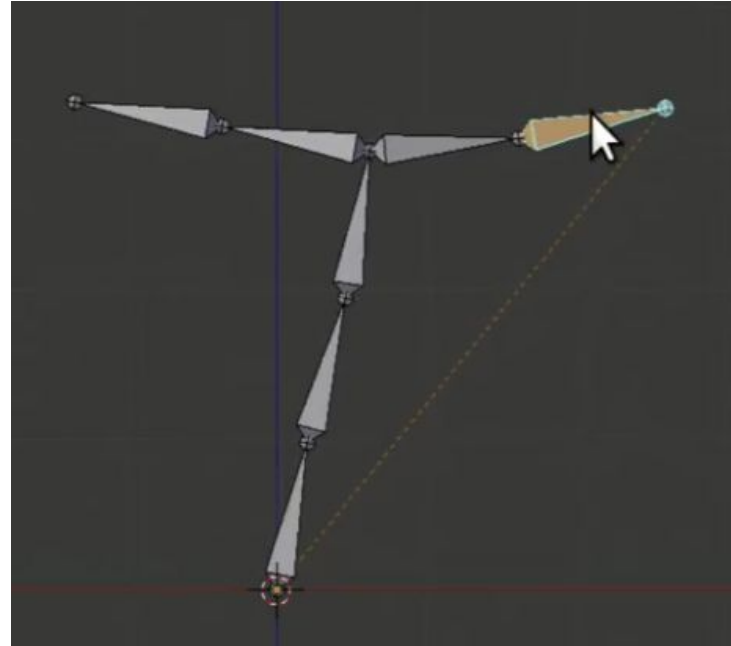
# Generalización

- También denominada como **IK** es una técnica que permite determinar el movimiento de una cadena de articulaciones para lograr que un **actuador** final se ubique en una posición concreta.
- Tiene relación con la cinemática directa a través de cálculos (Se respeta el nivel de jerarquía de los “huesos” o articulaciones )



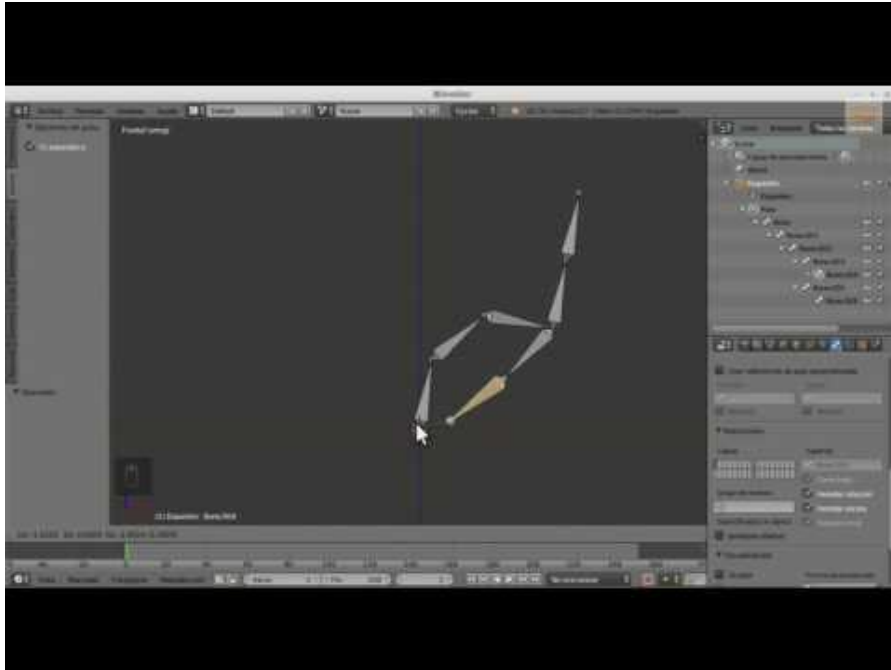
# ¿Cinématica inversa?

- Permite mover **articulaciones de nivel jerárquico inferior** para posteriormente mover **articulaciones de nivel jerárquico superior** a través de métodos matemáticos
- **NOTA:** Se sigue respetando la jerarquía PERO es más flexible al mover articulaciones

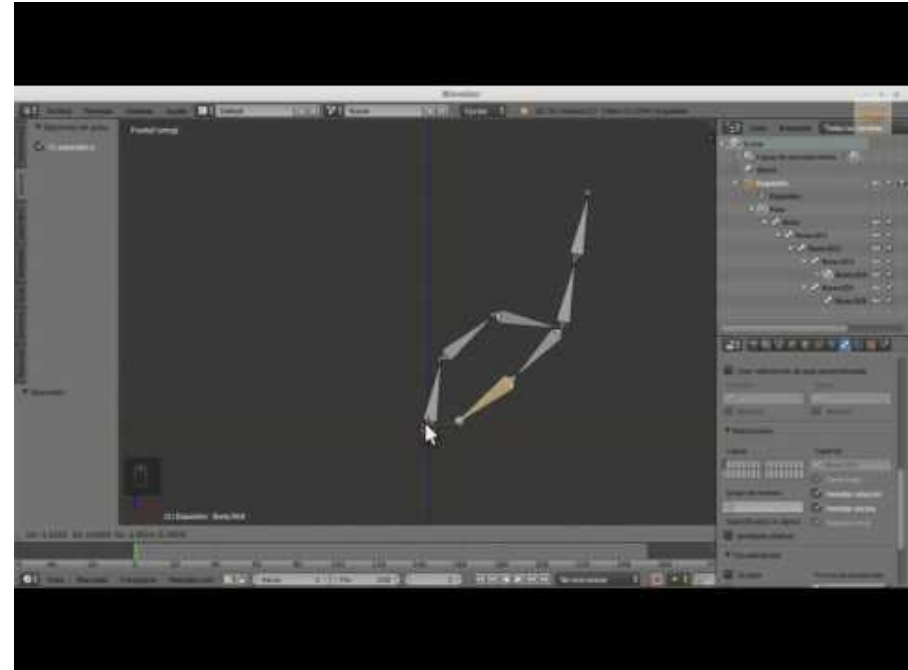


# Comparación

→ Cinemática Directa

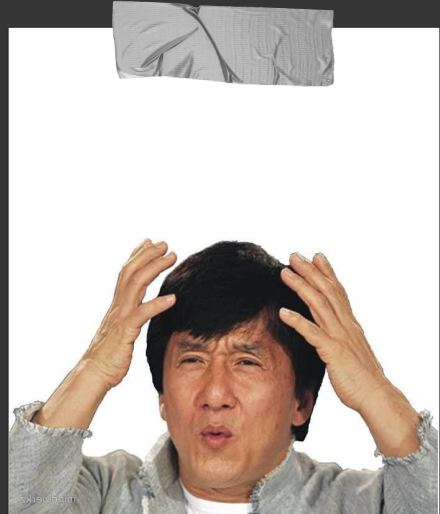


→ Cinemática Inversa



# ¿Cómo diablos se calcula?

- Método Algebraico
- Método Geométrico



# Método Algebraico

# Consideraciones

- Transformaciones homogéneas individuales
- Necesitamos conocer la cinemática directa deseada

## Transformaciones Homogéneas

- Método de Denavit -Hartenberg

$i$	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$q_1^*$	$L_1$	0	$90^\circ$
2	$q_2^*$	0	0	$-90^\circ$
3	$0^\circ$	$q_3^*$	0	$0^\circ$

Rotación z

Traslación z

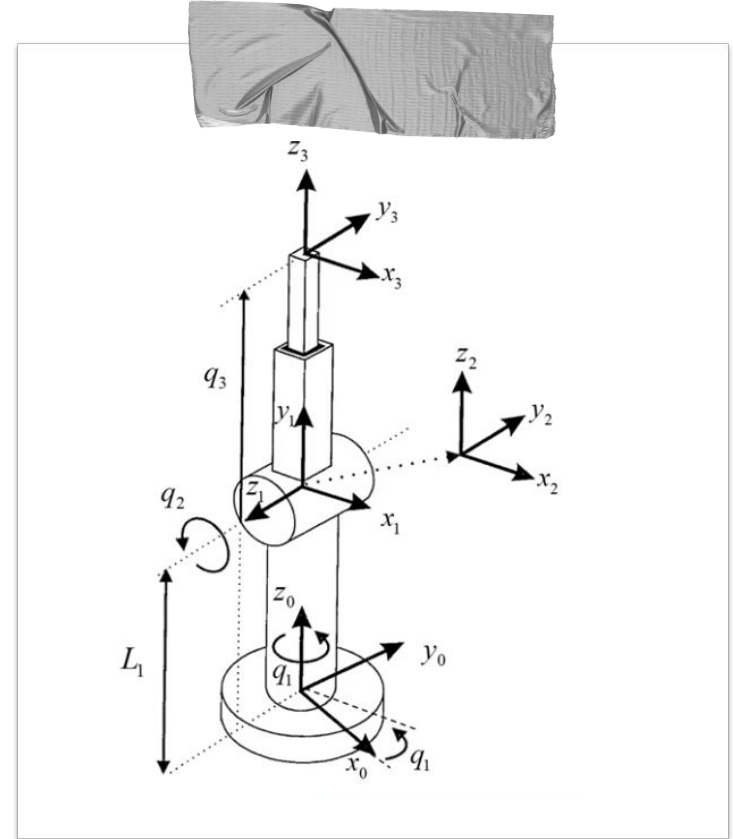
Traslación x

Rotación x

$$T_{0/1} = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & \sin(q_1) & 0 \\ \sin(q_1) & 0 & -\cos(q_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{1/2} = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & 0 & -\sin(q_2) & 0 \\ \sin(q_2) & 0 & \cos(q_2) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{2/3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Cinemática Directa

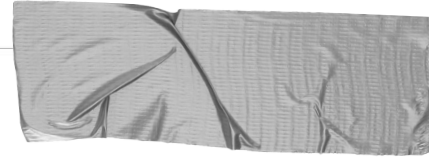
$$\mathbf{T}_{0/3} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{s} & \mathbf{a} & \mathbf{d} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & d_x \\ n_y & s_y & a_y & d_y \\ n_z & s_z & a_z & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Relaciones entre transformaciones de cada sistema

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{0/3} &= \mathbf{T}_{0/1} \mathbf{T}_{1/2} \mathbf{T}_{2/3} \\ (\mathbf{T}_{0/1})^{-1} \mathbf{T}_{0/3} &= \mathbf{T}_{1/2} \mathbf{T}_{2/3} \\ (\mathbf{T}_{1/2})^{-1} (\mathbf{T}_{0/1})^{-1} \mathbf{T}_{0/3} &= \mathbf{T}_{2/3} \end{aligned}$$

- Después de muchas mates ...

$$\begin{aligned} q_1 &= \text{atan2}(d_y, d_x) \\ q_2 &= \text{atan2}\left(\sqrt{d_x^2 + d_y^2}, L_1 - d_z\right) \\ q_3 &= \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + (d_z - L_1)^2} \end{aligned}$$



$$(\mathbf{T}_{0/1})^{-1} \mathbf{T}_{0/3} = \mathbf{T}_{1/2} \mathbf{T}_{2/3}$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} n_x C_1 + n_y S_1 & s_x C_1 + s_y S_1 & a_x C_1 + a_y S_1 & d_x C_1 + d_y S_1 \\ n_z & s_z & a_z & d_z - L_1 \\ n_x S_1 - n_y C_1 & s_x S_1 - s_y C_1 & a_x S_1 - a_y C_1 & d_x S_1 - d_y C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -q_3 S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 & q_3 C_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



# Método Geométrico

\_\_\_\_\_



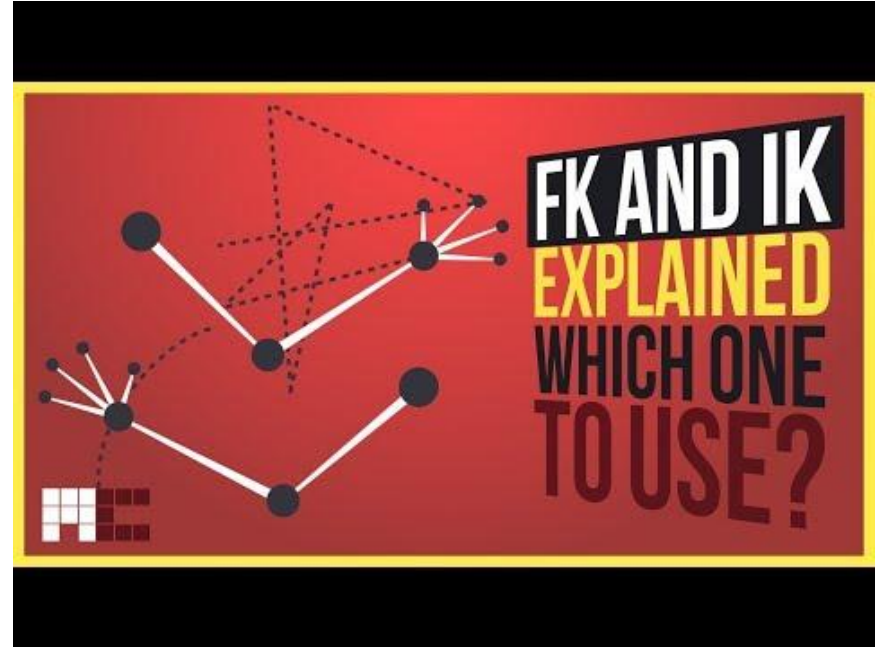
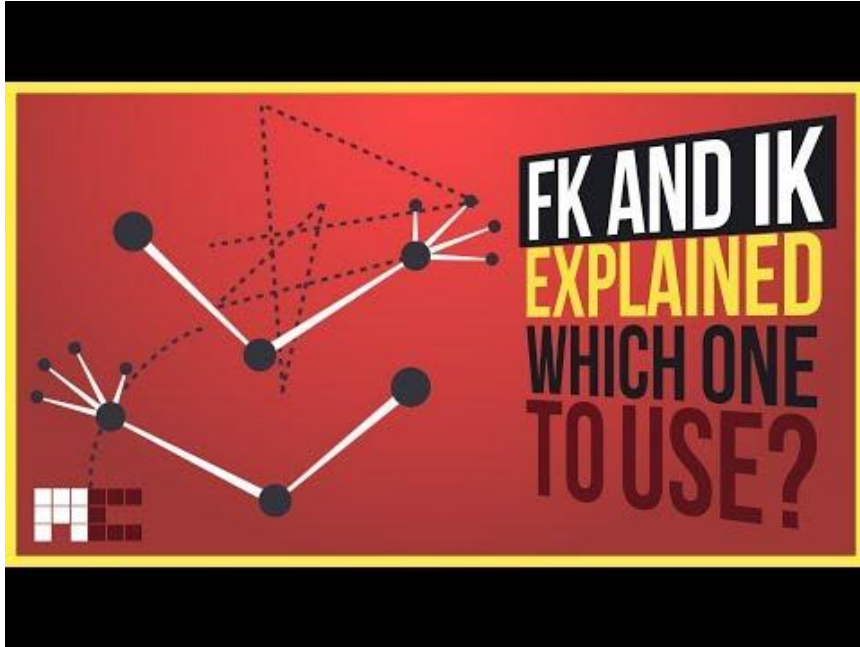
$$q_1 = \text{atan2}(-d_y, -d_x)$$

- No hay una respuesta única

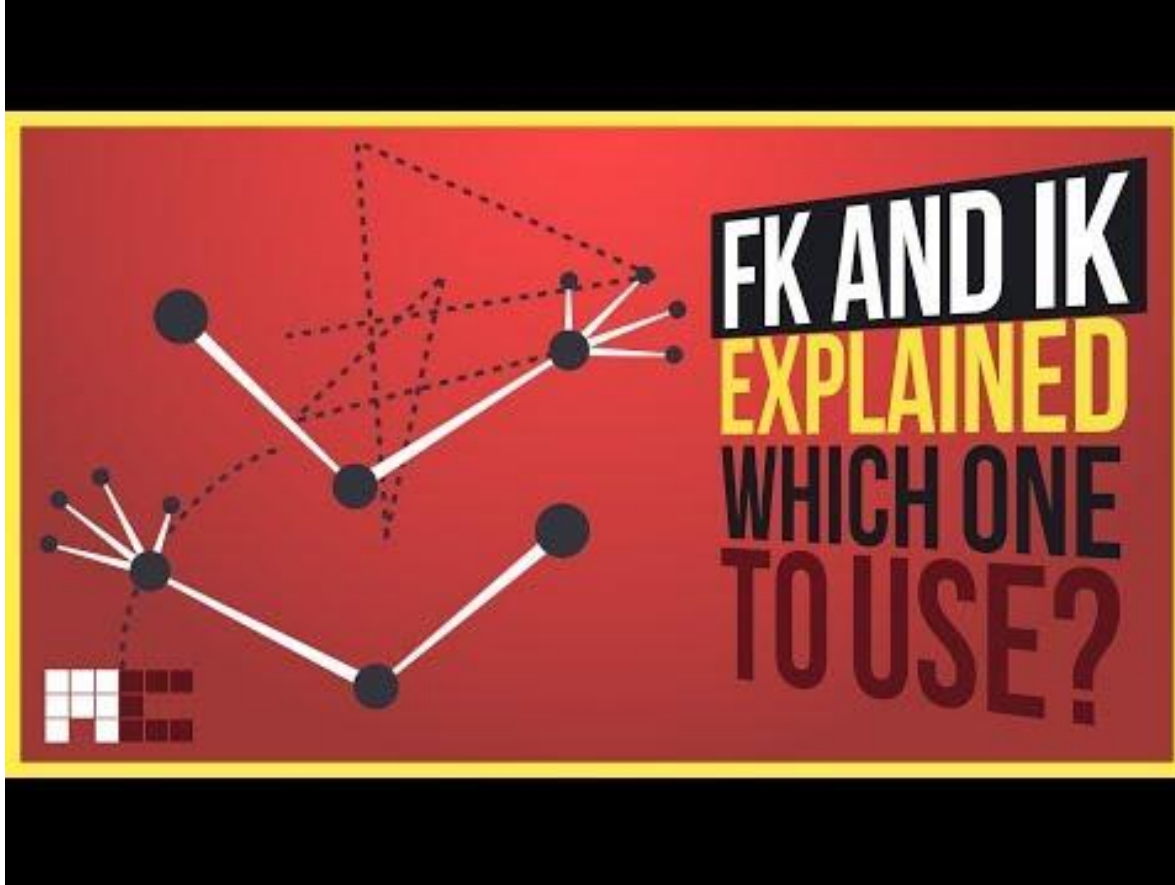
# Cinemática Inversa

Pero, ¿ Por qué existe?

# Comparación humano vs robot



# Cinemática Directa ¿vs? Inversa



- La cinemática inversa o IK suele parecernos más “natural”
- La cinemática directa es más “manual”
- Son técnicas distintas pero complementarias

# ¡Gracias por su atención!

## Referencias:

Proyectos robótica y open source. Recuperado el 3 de enero de 2021, de <https://sites.google.com/site/proyectosroboticos/cinematica-inversa-iv>

Cinemática inversa. Método algebraico (ecuaciones simultáneas) vs método geométrico (Robot 3 DOF). Recuperado el 3 de enero de 2021, de <https://www.youtube.com/watch?v=hWtXYeBR9ZU>

Cinématica Inversa. Unity. Recuperado el 3 de enero de 2021, de <https://docs.unity3d.com/es/530/Manual/InverseKinematics.html>

Adobe. Recuperado el 3 de enero de 2021, de <https://helpx.adobe.com/mx/animate/using/bone-tool-animation.html>

