

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

Laboratorio de Computación Gráfica e Interacción Humano Computadora

Previo 4:

Alumno: Alfonso Murrieta Villegas

Número de Cuenta: 315048937

Grupo: 6

1. ¿Qué es una transformación geométrica?

Una Transformación Geométrica también conocida como Transformación en el Plano es una función que hace corresponder a cada punto del plano, otro punto del mismo plano al cual se le llama **imagen**.

En general, una Transformación es una operación geométrica que permite encontrar o construir una nueva figura a partir de una que se ha dado inicialmente, de esta forma, a la nueva figura se le denomina como *homóloga* o *transformada* de la original.

Sin entrar en temas de álgebra lineal. las transformaciones geométricas son las operaciones geométricas que permiten crear una nueva figura a partir de una previamente dada.

2. ¿Cuáles son las transformaciones geométricas básicas en tres dimensiones y sus matrices asociadas? Interesa la representación utilizada por OpenGL

Las 3 principales transformaciones son la *traslación*, *rotación* y *escalamiento*

Escalamiento

Cuando escalamos un vector, aumentamos la longitud de la "flecha" en la cantidad que nos gustaría escalar, manteniendo la misma dirección. Dado que estamos trabajando en 2 o 3 dimensiones, podemos definir la escala mediante un vector de 2 o 3 variables de escala, cada una de las cuales escala un eje (x, y o z).

La matriz de transformación para escalar sería la siguiente:

$$\begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \cdot x \\ S_2 \cdot y \\ S_3 \cdot z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Traslación

La Traslación es el proceso de agregar otro vector encima del vector original para devolver un nuevo vector con una posición diferente, moviendo así el vector según un vector de traslación.

La matriz de transformación para trasladar sería la siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + T_x \\ y + T_y \\ z + T_z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Rotación

Una rotación en 2D o 3D se representa con un ángulo. Un ángulo puede estar en grados o radianes donde un círculo completo tiene 360 grados o 2 PI radianes. Usando trigonometría es posible transformar vectores en vectores rotados dado un ángulo. Esto generalmente se hace a través de una combinación de las funciones seno y coseno. Se define una matriz de rotación para cada eje unitario en el espacio 3D donde el ángulo se representa como θ

Las matrices de transformación para rotar serían la siguiente:

Rotation around the X-axis:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \cos \theta \cdot y - \sin \theta \cdot z \\ \sin \theta \cdot y + \cos \theta \cdot z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Rotation around the Y-axis:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cdot x + \sin \theta \cdot z \\ y \\ -\sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Rotation around the Z-axis:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cdot x - \sin \theta \cdot y \\ \sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

3. Conclusión

Sin duda el manejo de matrices y transformaciones lineales son conceptos que previamente fueron vistos en materias como Álgebra y Álgebra Lineal, y sin duda, ese conocimiento en materias como esta dan un fruto más allá de sólo tenerlo como un conocimiento meramente teórico.

Referencias

OpenGL. Geometry and Transformations. Recuperado el 15 de Octubre de 2020, de <https://www.opengl.org/archives/resources/code/samples/sig99/advanced99/notes/node23.html>

Geometry and Transformations. Recuperado el 15 de Octubre de 2020, de <https://learnopengl.com/Getting-started/Transformations>

Transformaciones 3D. Recuperado el 15 de Octubre de 2020, de <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/242/A9.pdf?sequence=8>

Transformaciones Geométricas. Recuperado el 15 de Octubre de 2020, de <https://www.geogebra.org/m/gWSKktdT>