ОГЛАВЛЕНИЕ

ВСТУПЛЕНИЕ

Актуальность работы Оценка положения камеры по облакам точек лежит в основе сканирования объектов с помощью 3D сканера. Для решения этой задачи используется итеративный алгоритм ближайших точек и его модификации, однако они учитывают только расстояния между точками двух множеств. Взаимосвязь между точками одного облака содержит дополнительную информацию, которая может повысить качество оценки перемещения камеры.

Объект исследования — методы оценки параметров камеры.

Предмет исследования — алгоритмы сопоставления облаков точек.

Цель исследования. Разработка эффективного алгоритма сопоставления двух облаков точек.

Задания следующие:

1) исследовать существующие алгоритмы сопоставления облаков точек;
2) предложить альтернативный алгоритм сопоставления облаков точек.

1 ТЕОРИЯ

1.1 Постановка задачи.

Есть два облака точек: исходное S (source) и целевое T (target). К точкам исходного множества $\vec{s} \in S$ применили поворот $R \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ и перемещение $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$, а также в процессе сканирования появился аддитивный гауссовый шум с неизвестной дисперсией

$$\vec{k}_s = R \cdot \vec{s} + \vec{b} + \vec{\xi}_s, \qquad \vec{\xi}_s \sim N\left(\vec{0}, \sigma^2 \cdot I\right) \tag{1.1}$$

где $k : S \to T$ — функция, которая сопоставляет каждой точке из исходного множества точку из целевого множества. Воспользовавшись методом максимального правдоподобия, получаем оптимизационую задачу

$$P\left(k, R, \vec{b}\right) = \prod_{\vec{s}\in S} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{\left\|\vec{k}_s - R\cdot\vec{s} - \vec{b}\right\|^2}{2\sigma^2}} \to \max_{k,R,\vec{b}}. \tag{1.2}$$

После логарифмирования, умножения на константу и отбрасывания постоянных слагаемых и множителей получаем задачу минимизации

$$E\left(k, R, b\right) = \sum_{\vec{s}\in S} \left\|\vec{k}_s - R \cdot \vec{s} - \vec{b}\right\|^2 \to \min_{k,R,b}. \tag{1.3}$$

Два множества зачастую не имеют взаимно-однозначного отображения. Это может приводить к тому, что два отрезка, расположенные под прямым углом в одном облаке точек, могут соответствовать трём отрезкам в другом облаке точек, между соседними парами которых углы по 45 градусов.

1.2 Существующие решения.

1.2.1 Итеративный алгоритм ближайших точек

Итеративный алгоритм ближайших точек (Iterative Closest Points, ICP) [1] состоит из двух чередующихся операций. Инициализируется алгоритм единичной матрицей $R = I$ и нулевым вектором смещения $\vec{b} = \vec{0}$. Первая итерация состоит в поиске разметри с фиксированной трансформацией

$$\sum_{\vec{s} \in S} \left\| \vec{k}_s - R \cdot \vec{s} - \vec{b} \right\|^2 \to \min_{k} . \tag{1.4}$$

На следующей итерации происходит поиск поворота и смещения при текущей разметке

$$\sum_{\vec{s} \in S} \left\| \vec{k}_s - R \cdot \vec{s} - \vec{b} \right\|^2 \to \min_{R, \vec{b}} . \tag{1.5}$$

Эти два шага повторяются, пока не будет достигнут желаемый результат, то есть пока расстояние между двумя облаками точек не будет сведено к минимуму.

1.2.2 Итеративный алгоритм ближайших точек с нормалями

Отличием данного алгоритма (Normal ICP) [2] является то, что он рассматривает каждую точку вместе с локальными особенностями поверхности

$$E\left(k, R, b\right) = \sum_{\vec{s} \in S} \alpha_{point} \cdot \left\| \vec{k}_s - R \cdot \vec{s} - \vec{b} \right\|^2 + \alpha_{plane} \cdot \left| \vec{n}_s^T \cdot \left(\vec{k}_s - R \cdot \vec{s} - \vec{b} \right) \right| \to \min_{k,R,b} , \tag{1.6}$$

где α_{point} и α_{plane} — константы, а $\vec{n}_s$ — нормаль к точке $\vec{s}$ на исходном облаке. Для улучшения работы алгоритма убираются

1) вершины, нормали которых слишком отличаются от нормалей ближайших соседей из целевого облака;
2) вершины, которые находятся далеко от соседей из целевого облака;
3) вершины, которые находятся на краю объектов.

1.3 Идеи

1.3.1 Симметричный итеративный алгоритм ближайших точек

Для каждой точки из исходного облака ищем ближайшую точку на целевом облаке. Вычисляем матрицу поворота и вектор смещения для исходного облака. Далее для каждой точки из целевого облака находим ближайшую точку на исходном облаке, оцениваем матрицу поворота и вектор смещения для целевого облака и повторяем все действия снова.

1.3.2 Выбор исходного и целевого облаков точек

В качетсве исходного облака можно брать то, где точек меньше, а в качестве целевой — то, где точек больше. Таким образом нужно будет найти меньше соответствующих пар точек.

1.3.3 Использование инвариантов

Некоторые характеристики облака точек сохраняются при поворотах и перемещениях, то есть являются инвариантными относительно них. Значит, что по этим признакам можно совмещать два облака точек, не беря во внимание сами трансформации, которые можно будет быстро найти при наличии разметки k. К таким свойствам относятся длины отрезков и площади замкнутых фигур [3].

2 РАССТОЯНИЕ ХАУСДОРФА

2.1 Теоретические основы

Метрическое пространство — это пара (S, d), состоящая из множества S и метрики $d : S \times S \to \mathbb{R}$, то есть для любых $x, y, z \in S$ выполняется

1) $d(x, y) \geq 0$;
2) $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ — аксиома тождества;
3) $d(x, y) = d(y, x)$ — аксиома симметрии;
4) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ — неравенство треугольника.

Метрическое пространство называется полным, если любая фундаментальная последовательность его точек имеет предел в этом пространстве.

Множество X точек метрического пространства (S, d) называется компактным, если из любого его открытого покрытия можно выделить конечное число множеств, которые тоже покрывают множество X.

Метрическое пространство S называется сепарабельным, если для любого $x \in S$ и любого $\varepsilon > 0$ имеется такой элемент $x_s \in S$, что $d(x, x_s) \leq \varepsilon$.

2.2 Хаусдорфова мера

Классическая процедура оценки площади плоской фигуры заключается в аппроксимации множества S маленькими кубиками, объёмы которых суммируются. Хаусдорф же заменяет квадраты шарами.

Если S является поверхностью, то её площадь можно оценить складывая площади $\pi\rho^2$ каждого шара. В более общем виде вместо $\pi\rho^2$ используется пробная функция $h(\rho)$. В таком случае можно сказать, что мера конечного покрытия множества S шарами радиуса ρ_m равна $\sum\limits_{m \in M} h(\rho_m)$, где M — множество индексов. Для более экономного покрытия рассматривается покрытие шарами, радиус которых меньше ρ, и образуется точная нижняя грань

$$\inf_{\rho_m<\rho} \sum_{m\in M} h\left(\rho_m\right). \tag{2.1}$$

При $\rho \to 0$ условие на радиусы шаров становится слишком жёстким, и выражение 2.1 возрастает. У него есть предел

$$\lim_{\rho\to 0} \inf_{\rho_m<\rho} \sum_{m\in M} h\left(\rho_m\right).$$

Он определяет h-меру множества S [4].

Пример такой меры — логарифмическая h-мера при

$$h\left(\rho\right) = \frac{1}{ln\left|\rho\right|}.$$

Если же $h\left(\rho\right) = \gamma\left(d\right)\rho^2$, где введена функция, соответствующая протяжённости шара единичного радиуса

$$\gamma\left(d\right) = \frac{\left[\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\right]^d}{\Gamma\left(1+\frac{d}{2}\right)},$$

то h-мера называется d-мерной.

2.3 Расстояние Хаусдорфа

Расстояние Хаусдорфа определяется на множестве всех непустых компактных подмножеств пространства $\mathbb{R}^n$.

Пусть E и F — непустые компактные подмножества $\mathbb{R}^n$. Расстояние Хаусдорфа между E и F определяется как

$$H(E, F) = \min\{\varepsilon > 0 \mid E \subset F + \varepsilon,\ F = E + \varepsilon\}, \qquad (2.2)$$

где $E + \varepsilon$ — объединение замкнутых шаров с центром в точке x радиуса ε

$$E + \varepsilon = \bigcup_{x \in E} \left\{\overline{B}_{\varepsilon}(x)\right\}.$$

2.3.1 Пример

Найдём расстояние Хаусдорфа между двумя эллипсами 2.1 [5]

$$E\ :\ \frac{x^2}{4} + 4y^2 = 1,$$
$$F\ :\ 4(x-2)^2 + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Пунктиром нарисованы эллипсы $E+\varepsilon$ и $F+\varepsilon$ такие, чтобы выполнялось 2.2. Таким образом ε в данном случае — это расстояние между точками A и B, которое равно $\varepsilon = 1.5 - (-2) = 3.5$. Поэтому $H(E, D) = 3.5$.

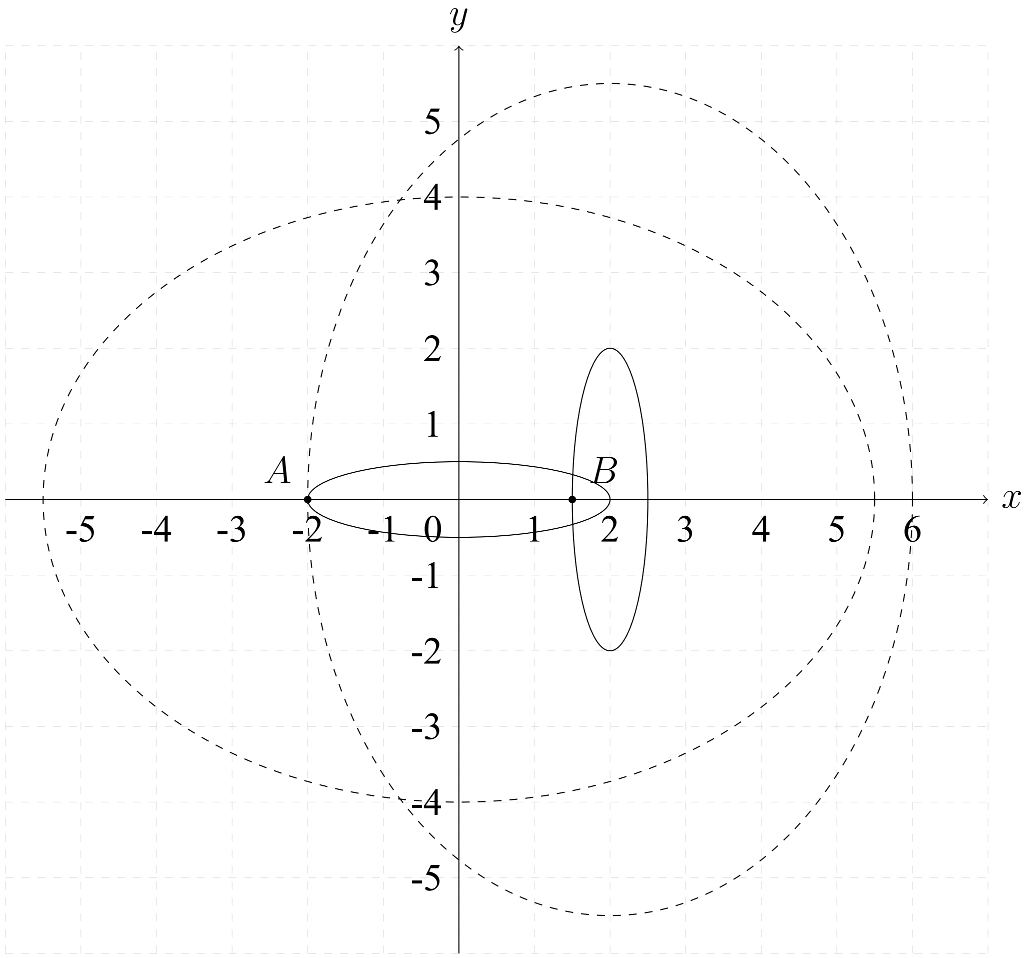

Рисунок 2.1 — Эллипсы, между которыми ищем расстояние Хаусдорфа

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Zhang, Zhengyou. Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces / Zhengyou Zhang // *International journal of computer vision*. — 1994. — October. — Vol. 13. — Pp. 119–152.

2 Li, Hao. Global Correspondence Optimization for Non-Rigid Registration of Depth Scans / Hao Li, Robert W. Sumner, Mark Pauly // *Computer Graphics Forum (Proc. SGP'08)*. — 2008. — July. — Vol. 27, no. 5.

3 Hartley, R. Multiple View Geometry in Computer Vision / R. Hartley, A. Zisserman. — Cambridge University Press, 2004.

4 Mandelbrot, B.B. The Fractal Geometry of Nature / B.B. Mandelbrot // Einaudi paperbacks. — Henry Holt and Company, 1982.

5 Crownover, R.M. Introduction to fractals and chaos / R.M. Crownover // Jones and Bartlett books in mathematics. — Jones and Bartlett, 1995.