Київський національний університет імені Т. Шевченка
Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

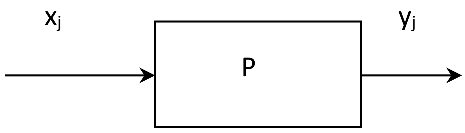
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2
З ПРЕДМЕТУ
«МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ»

Виконала: студентка групи ІПС-31
Карпишин Ольга

Київ 2019

Умова лабораторної роботи

Побудова лінійної моделі з допомогою псевдообернених операторів.
Будемо вважати, що на вхід системи перетворення, математична модель якої невідома, поступають послідовно дані у вигляді $m-1$ вимірних векторів $\mathbf{x}_j$. На виході системи спостерігається сигнал у вигляді вектора $\mathbf{y}_j$ розмірності p.



Постановка задачі:
Для послідовності вхідних сигналів $\mathbf{x}_j$, $j=1,2,\ldots,n$ та вихідних сигналів $\mathbf{y}_j$, $j=1,2,\ldots,n$ знайти оператор P перетворення вхідного сигналу у вихідний.
Будемо шукати математичну модель оператора об'єкту в класі лінійних операторів

$$\mathbf{A}\begin{pmatrix}\mathbf{x}_j\\ 1\end{pmatrix}=\mathbf{y}_j,\ j=1,2,\ldots,n. \qquad (1)$$

Невідома матриця $\mathbf{A}$ математичної моделі об'єкту розмірності $p\times n$. Систему (1) запишемо у матричній формі

$$\mathbf{A}\begin{pmatrix}\mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \ldots & \mathbf{x}_n\\ 1 & 1 & \ldots & 1\end{pmatrix}=(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2,\ldots,\mathbf{y}_n),$$

або

$$\mathbf{AX}=\mathbf{Y}, \qquad (2)$$

де $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}\mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \ldots & \mathbf{x}_n\\ 1 & 1 & \ldots & 1\end{pmatrix}$ – матриця вхідних сигналів розмірності $m\times n$, $\mathbf{Y}=(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2,\ldots,\mathbf{y}_n)$ – матриця вихідних сигналів розмірності $p\times n$.

Матрицю $\mathbf{X}$ будемо інтерпретувати як двовимірне вхідне зображення, а матрицю $\mathbf{Y}$ вихідне зображення.
Тоді

$$\mathbf{A}=\mathbf{YX}^{+}+\mathbf{VZ}^{T}(\mathbf{X}^{T}),$$

де матриця

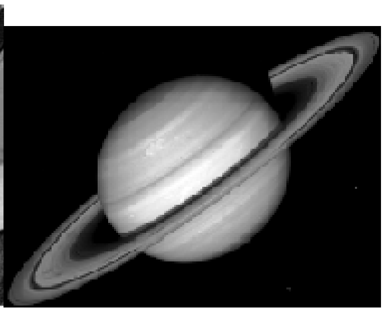
$$\mathbf{V}=\begin{pmatrix}\mathbf{v}_{(1)}^{T}\\ \mathbf{v}_{(2)}^{T}\\ \vdots\\ \mathbf{v}_{(p)}^{T}\end{pmatrix},$$

розмірності $p\times n$, $\mathbf{Z}(\mathbf{X}^{T})=\mathbf{I}_m-\mathbf{XX}^{+}$

Варіант 4

Вхідний сигнал – x2.bmp

Вихідний сигнал – y5.bmp

Реалізація псевдообернення за Гревілем

```
function [ RES ] = Grevil( X )

m = size(X, 1);

a = X(1, :).';
A(1, :) = a;
if((a.' * a) == 0)
    RES = a;
else
    RES = a / (a.' * a);
end
e = 1^-6;

for k=2:m
    a = X(k, :).';
    AA = RES * A;
    one = ones(1, size(AA, 1));
    Z = diag(one) - AA;
    atZa = a.' * Z * a;
    A(k, :) = a;
    if atZa > e
        RES = RES - (Z * a * a.' * RES) / atZa;
        RES(:, k) = (Z * a) / atZa;
    else
        R = RES * RES.';
        atRa = a.' * R * a;
        RES = RES - (R * a * a.' *RES) / (1 + atRa);
        RES(:, k) = (R * a) / (1 + atRa);
    end

end

end
```

Використання:

```
reverseX1 = Grevil(X);
X_reverseX1 = X * reverseX1;
one = ones(1, size(X_reverseX1, 1));
Z1 = diag(one) - X_reverseX1;
V1 = rand(size(Y, 1), size(reverseX1, 2));
```

```
A1 = Y * reverseX1 + V1 * Z1.';
Y1 = A1 * X;
```

Реалізація псевдообернення по Муру-Пенроузу

```
function [ RES ] = MuraPenrouse( X )

[m,n] = size(X);

del = 10;
X1=[];
X2=[];
eps = 0.001;
difX1X2 = 100;
while ( difX1X2 > eps )
   if( m > n)
       X1 = inv(X' * X - del * del * eye(n)) * X';
   else
       X1 = X' * inv(X * X' - del * del * eye(m));
   end
   del = del / 2;
   if( m > n)
       X2 = inv(X' * X - del * del * eye(n)) * X';
   else
       X2 = X' * inv(X * X' - del * del * eye(m));
   end
   difX1X2 = norm(X1 - X2);
end
RES = X1;

end
```

Використання:

```
reverseX2 = MuraPenrouse(X);
X_reverseX2 = X * reverseX2;
one = ones(1, size(X_reverseX2, 1));
Z2 = diag(one) - X_reverseX2;
V2 = rand(size(Y, 1), size(reverseX2, 2));

A2 = Y * reverseX2 + V2 * Z2.';
Y2 = A2 * X;
```

Результати роботи: