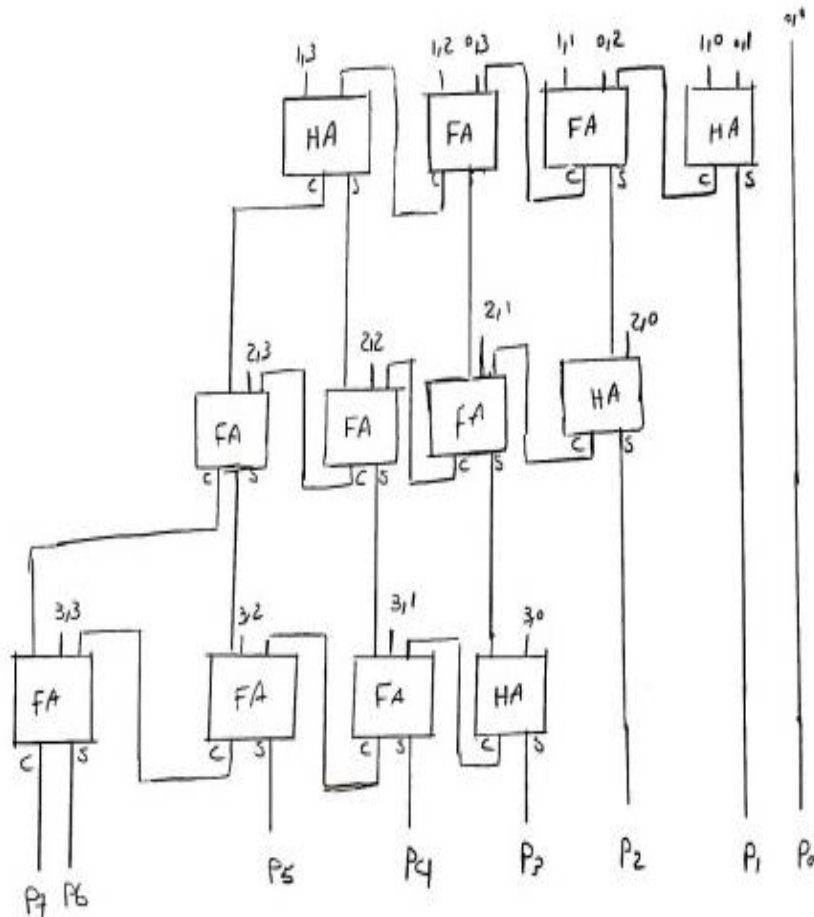


هدف آزمایش: پیاده سازی انواع ضرب کننده های 4 بیتی

سه ضرب کننده ی اول (الف) ضرب کننده معمولی و ب) ضرب کننده آرایه ای و ج) ضرب کننده carry save adder در سیستم بی علامت هستند و ضرب بوث در سیستم علامتدار (مکمل دو) است.

### الف) ضرب کننده معمولی ( Basic multiplier )

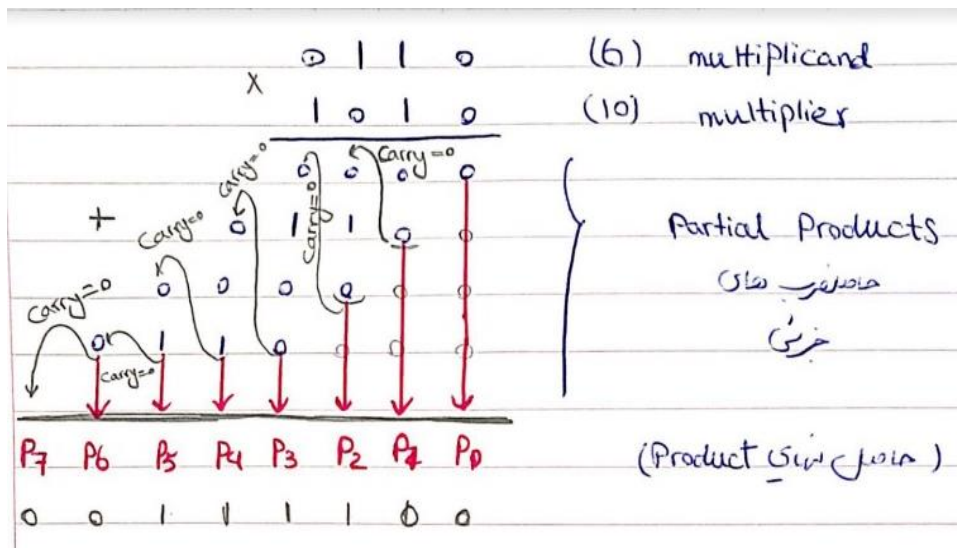
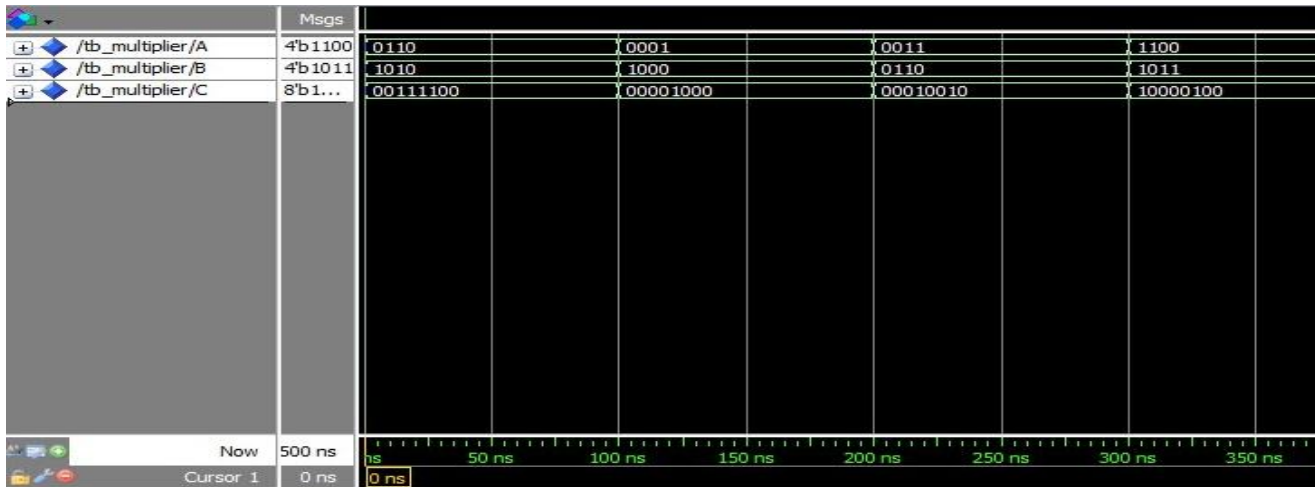
این ضرب کننده همانند ضرب اعداد مبنای 10 می باشد. یعنی ارقام ضرب کننده را در ضرب شونده ضرب میکنیم و هر بار حاصل ضرب چیزی را شیفت به چپ داده و با حاصل قبلی جمع می کنیم.



$$\text{Cost} = n^2 + (n - 1)(5n - 3) - 3 = 64 \text{ gate}$$

$$\text{Delay} = 14d$$

شکل موج آن به صورت زیر است:



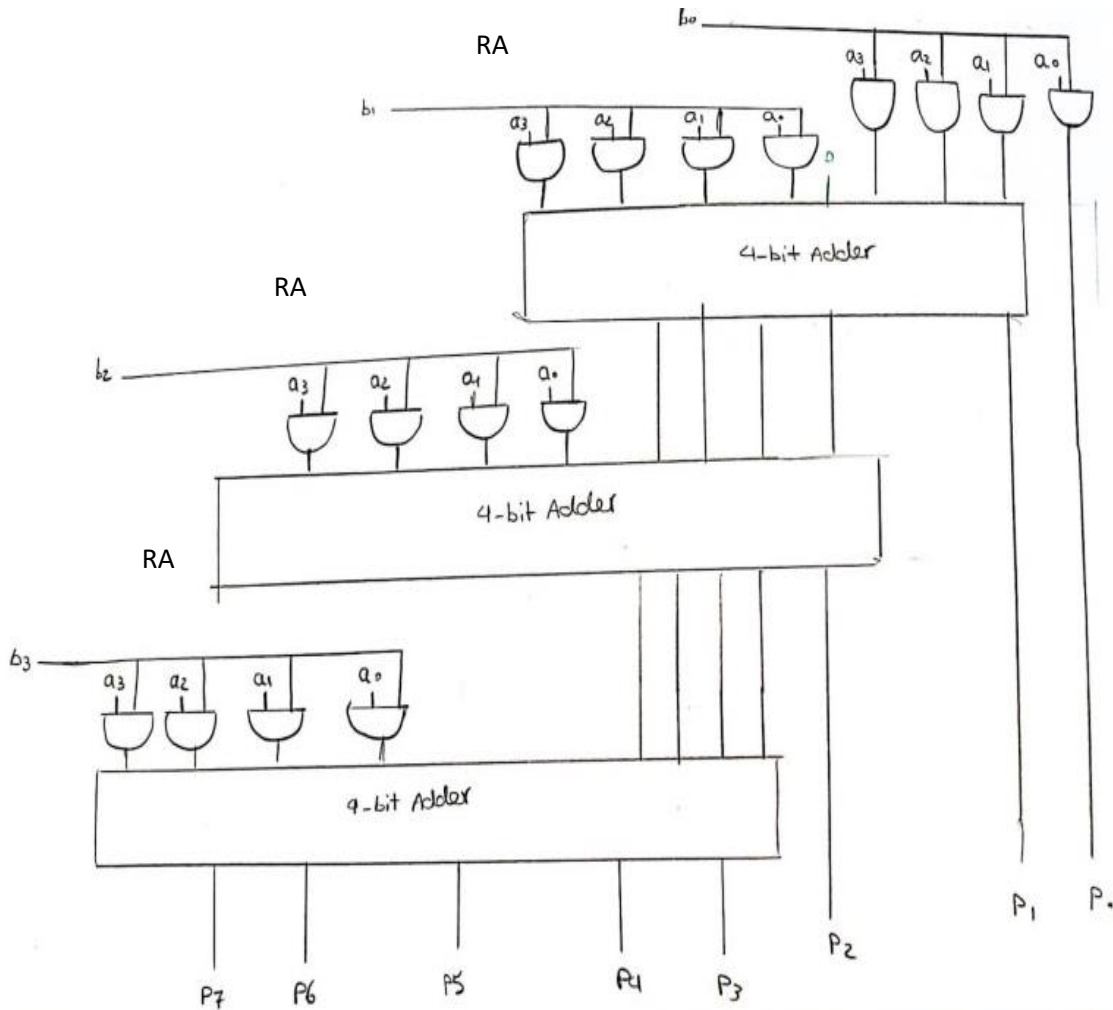
برای 0110 و 1010 :

## ب) ضرب کننده آرایه ای

در این ضرب کننده از واور های جمع کننده 4 بیتی استفاده شده است.

$$\text{Cost} = n^2 + (n - 1)(5n) = 76 \text{ gate}$$

$$\text{Delay} = 25d$$



شکل موج آن به صورت زیر است.



فروپیی برای 0001 و 1000:

$$\begin{array}{r}
 0001 \\
 \times 1000 \\
 \hline
 0000 \\
 + 0000 \\
 0000 \\
 0000 \\
 \hline
 00001000
 \end{array}$$

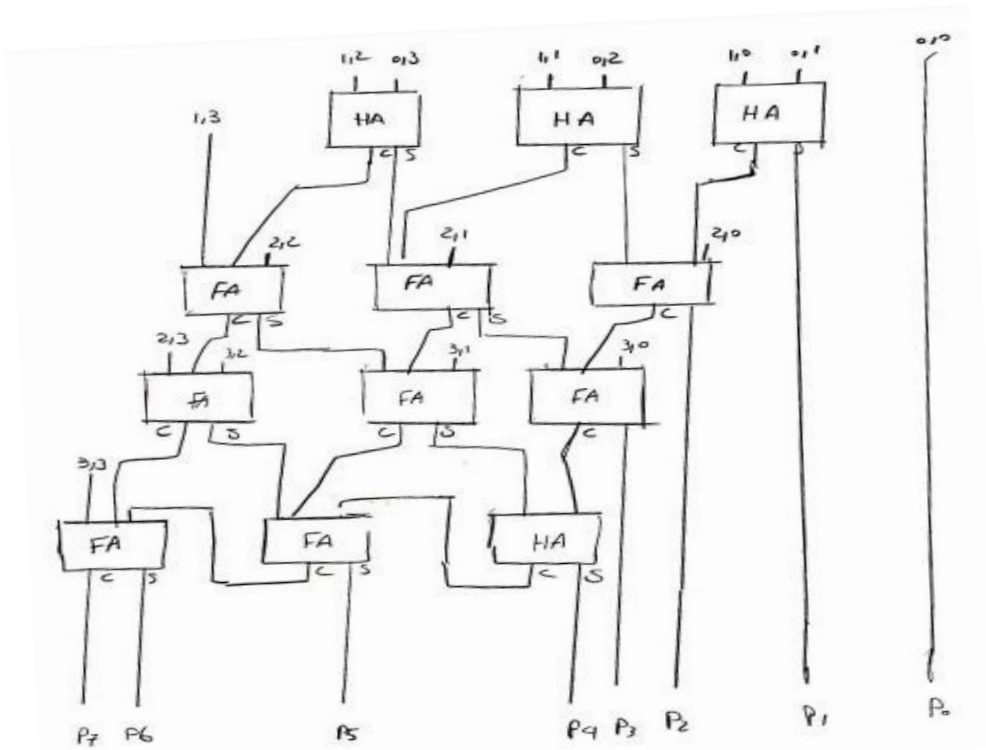
$P_7 \ P_6 \ P_5 \ P_4 \ P_3 \ P_2 \ P_1 \ P_0$

اگر بفوایم طبق کارکرد شکل این قسمت توضیح بدهیم و ابتدا  $a_0$  با  $b_0$  and  $b_0$  (0) می شود و  $p_0$  را می‌دهد. سپس  $a_1$  با  $b_0$  (0) سپس با  $a_2$  (0) و سپس با  $a_3$  (0) and می شود و به 4-bit adder اول داده می شود.  $b_1$  با  $a_0$  (0) سپس با  $a_1$  (0) سپس با  $a_2$  (0) و سپس با  $a_3$  (0) and می شود و به 4-bit adder اول داده می شود.  $p_1$  را به فروپیی می دهد (0). حاصل جمع آن ها (0000) به 4-bit adder دوم داده می شود و  $b_2$  با  $a_0$  (0) سپس با  $a_1$  (0) سپس با  $a_2$  (0) و سپس با  $a_3$  (0) and می شود و به 4-bit adder دوم داده می شود.  $p_2$  را فروپیی می دهد (0).

حاصل جمع آن ها (0000) به 4-bit adder سوم داده می شود و  $b_3$  با  $a_0$  (1) سپس با  $a_1$  (0) سپس با  $a_2$  (0) و سپس با  $a_3$  (0) and می شود و به 4-bit adder سوم داده می شود. سپس حاصل جمع آن ها به ترتیب  $p_3$  (1) و  $p_4$  (0) و  $p_5$  (0) و  $p_6$  (0) و  $p_7$  (0) را فروپیی می دهد.

## ج) ضرب کننده carry\_save\_adder

در این ضرب کننده بیت تقوی به مرحله ی بعد منتقل می شود.



Cost = 64gate

Delay = 11d

شکل موج آن به صورت زیر است.



خروجی برای 0011 و 0110:

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0000}0011 \\
 \times \phantom{0000}0110 \\
 \hline
 \phantom{0000}0000 \\
 \phantom{0000}0011 \\
 \phantom{0000}0011 \\
 \phantom{0000}0000 \\
 \hline
 00010010 \\
 \hline
 P_7 \ P_6 \ P_5 \ P_4 \ P_3 \ P_2 \ P_1 \ P_0
 \end{array}$$

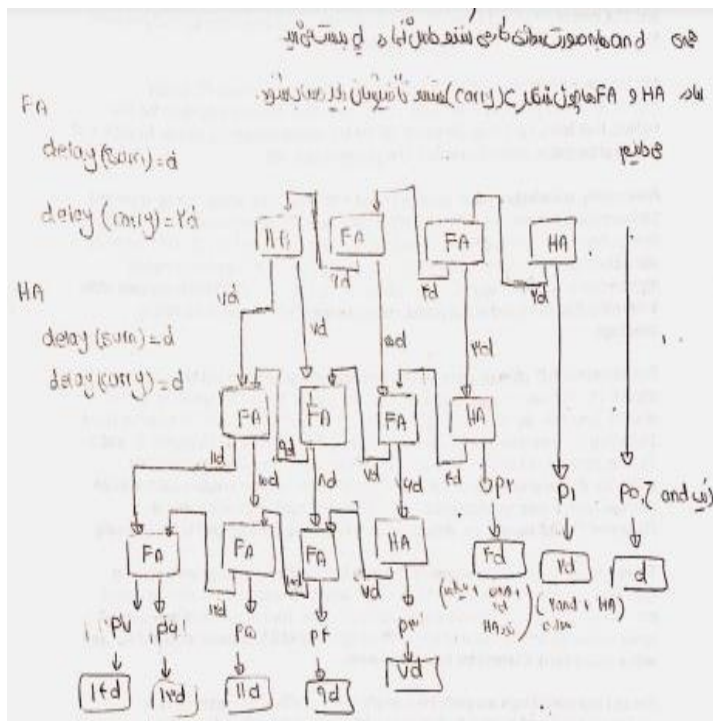
## نتیجه

همانطور که می بینیم هزینه (cost)

carry\_save\_adder ضرب کننده = Basic Multiplier ( ضرب کننده معمولی ) > Array Multiplier (ضرب کننده آرایه ای)

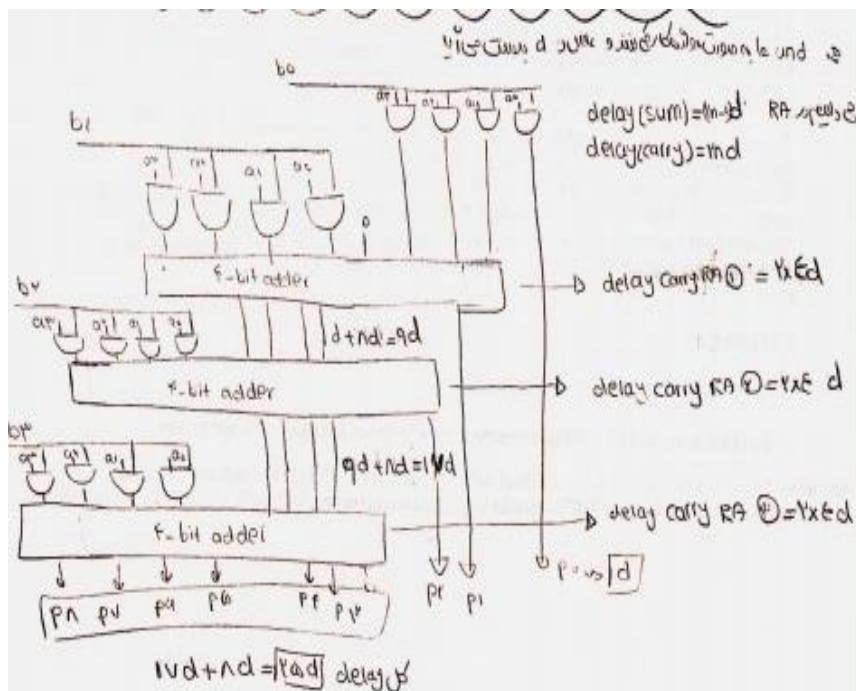
در واقع هزینه ی ضرب کننده ی معمولی ((16 تا کیت and و 4 تا HA (هرکدام 2g) و 8 تا FA (هرکدام 5g)) با ضرب کننده ی carry save adder ((16 تا کیت and و 4 تا HA (هرکدام 2g) و 8 تا FA (هرکدام 5g)) 64g است که با هم برابر می شود. ضرب کننده آرایه ای دارای سه RA است که هر کدام 5ng (یعنی 20g برای هرکدام که در مجموع می شود 60g) هستند و دارای 16 تا کیت and (16g) است که در مجموع 76g می شود که از دو تا ضرب کننده ی قبلی هزینه ی بیش تری دارد.

همانطور که می بینیم تاخیر (delay) ها به صورت زیر است.



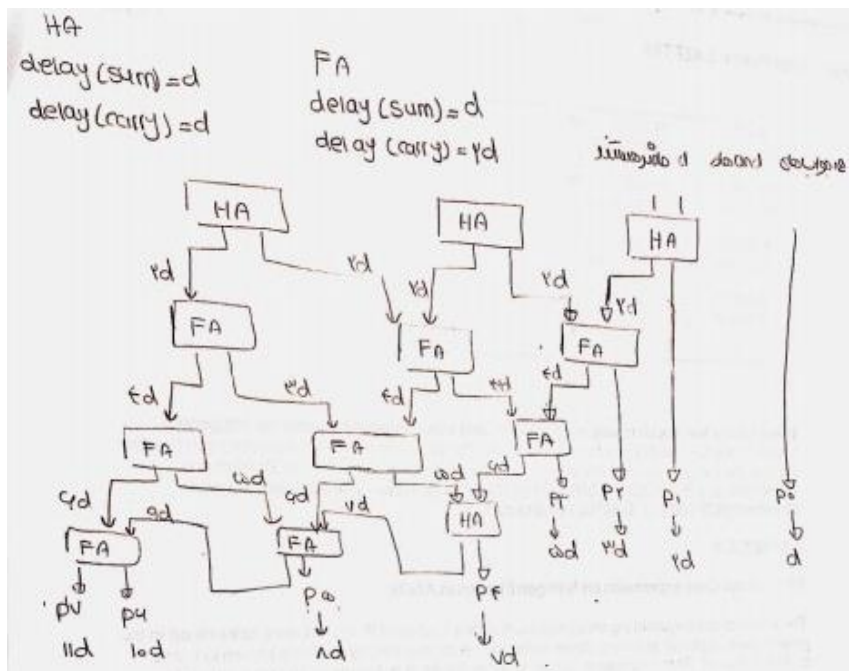
Basic multiplier:

Delay = 14d



Array multiplier:

Delay = 25d



Carry save adder multiplier:

Delay = 11d

همانطور که دیدیم تأخیر ضرب کننده ها به صورت زیر است:

**carry\_save\_adder ضرب کننده > Basic Multiplier (ضرب کننده معمولی) > Array Multiplier (ضرب کننده آرایه ای)**

در واقع تأخیر ضرب کننده carry select adder از همه کم تر و تأخیر ضرب کننده آرایه ای از همه بیش تر است. بنابراین carry save adder بهتر است زیرا بیت نقلی به مرحله ی بعدی فوراً منتقل می شود.

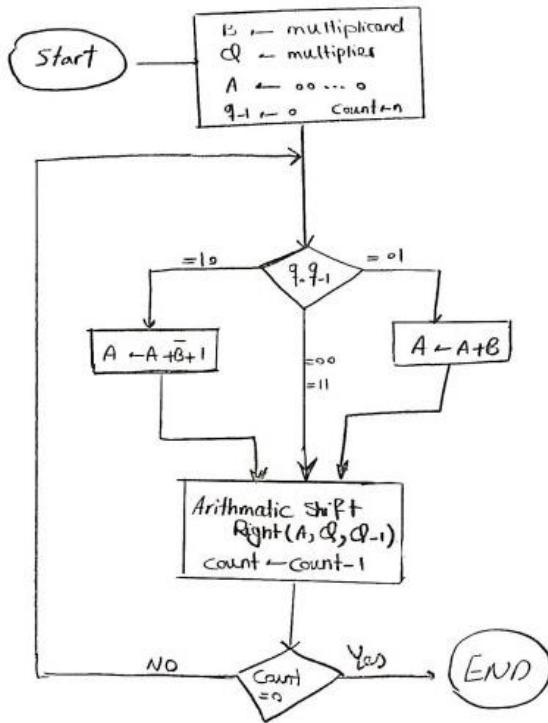
**نتیجه:** از تأخیر و هزینه های به دست آمده می توان نتیجه گرفت که carry save adder از دو تای دیگر (از هر دو جهت) بهتر است.



## (د) ضرب کننده Booth (اختیاری)

الگوریتم ضرب بوث با استفاده از یک الگوریتم ساده دو عدد علامت دار را در یکدیگر ضرب می کند. الگوریتم ضرب بوث در واقع رویه ای است برای ضرب اعداد binary در سیستم مکمل دو است. در واقع در این نوع ضرب کننده که از روشهای ضرب سریع مصوب میشود ضربهای جزئی کمتری خواهیم داشت که میتوان این ضربهای جزئی را به روشهای مقفل با هم جمع کرد. این روش هر چند روند ضرب را سریعتر میکند ولی آن را پیچیده تر خواهد کرد. تفاوت اصلی این روش با روشهای قبل این است که این روش به صورت ترتیبی است. این ضرب کننده روش ضرب سریع است و سریع تر عمل می کند اما پیچیده تر است.

فلوچارت ای ضرب کننده به صورت زیر است:



B ضرب شونده، Q ضرب کننده و حاصل A:Q است. بیت سمت راست Q را  $q_0$  و یک بیت  $q_{-1}$  سمت راست Q با مقدار اولیه ی صفر تعریف می کنیم. الگوریتم به این صورت است که n بار (به تعداد بیت های Q) مقدار  $q_0q_{-1}$  را بررسی می کنیم.

1- اگر 10 باشد عمل تفریق  $A \leftarrow A - B(A + \bar{B} + 1)$  انجام می شود.

2- اگر 01 باشد عمل جمع  $A \leftarrow A + B$  انجام می شود.

3- اگر 00 یا 11 باشد هیچ عملی انجام نمی شود.

پس از انجام عملیات بالا A و Q و  $q_{-1}$  یک شیفت به سمت راست داده می شوند.



شکل موج خروجی:



توضیح درمورد خروجی:

برای 6 و -6 (0110 و 1010)، (به روش ترتیبی با ثبات های 4 بیتی)

1- می بینیم که  $q_0q_{-1} = 00$  است بنابراین فقط شیفت به راست را می دهیم.

2- بعد از مرحله ی 1 می بینیم که  $q_0q_{-1} = 10$  است پس  $A \leftarrow A - M$ ، مساب کرده و سپس یک شیفت به سمت راست می دهیم.

3- بعد از شیفت می بینیم که  $q_0q_{-1} = 01$  است پس  $A \leftarrow A + M$ ، مساب کرده و یک شیفت به سمت راست می دهیم.

4- بعد از مرحله ی 3 می بینیم که  $q_0q_{-1} = 10$  است پس  $A \leftarrow A - M$ ، مساب کرده و سپس یک شیفت به سمت راست می دهیم.

به شکل دیگر:

سمت راست ضرب کننده یک صفر بی ارزش قرار می دهیم سپس از سمت راست ضرب کننده حرکت می کنیم اگر الگوی 00 یا 11 داریم صفر می نویسیم. هر جا الگوی 10 داریم ضرب شونده را با علامت منفی می نویسیم اگر الگوی 01 داریم ضرب شونده را با علامت مثبت می نویسیم. البته با هر حرکت به سمت چپ، شیفت نیز می دهیم سپس حاصل ضرب های جزئی که دارای علامت منفی هستند را مکمل دو کرده و همه ی حاصل ضرب های جزئی را جمع می کنیم.

$m = 0110$        $A \quad q \quad q_{-1}$   
 $0000 \ 1010 \ 0$   
 $0000 \ 0101 \ 0$        $\sim \text{Shift}$   
 $1) q_0q_{-1} = 00 \Rightarrow$   
 $2) q_0q_{-1} = 10 \Rightarrow$        $1010 \ 0101 \ 0$        $\sim A = A - m = A + \bar{m} + 1$   
 $1101 \ 0010 \ 1$        $\sim \text{Shift}$   
 $3) q_0q_{-1} = 01 \Rightarrow$        $0011 \ 0010 \ 1$        $\sim A = A + m$   
 $0001 \ 1001 \ 0$        $\sim \text{Shift}$   
 $4) q_0q_{-1} = 10 \Rightarrow$        $1011 \ 1001 \ 0$        $\sim A = A - m + 1$   
 $1101 \ 1100 \ 1$        $\sim \text{Shift}$   
**output = 11011100**

$0110$        $1010$        $0110$       (4)  
 $\times$        $1010$       (5)      (-6)  
 $0000$       (0 ضرب نشده)  
 $-0110$       (10 ضرب شده)  
 $+0110$       (01 ضرب شده)  
 $-0110$       (10 ضرب شده)  
 $0000$       (0 ضرب نشده)  
 $+11011010$   
 $0000110$   
 $11010$   
 $11011100 \Rightarrow -36$

برای 1 و 8- (0001 و 1000) (به روش ترتیبی با ثبات های 4 بیتی)

1- می بینیم که  $q_0q_{-1} = 00$  است بنابراین فقط شیفت به راست را می دهیم.

2- بعد از مرحله ی 1 می بینیم که  $q_0q_{-1} = 00$  است بنابراین فقط شیفت به راست را می دهیم.

3- بعد از شیفت می بینیم که  $q_0q_{-1} = 00$  است بنابراین فقط شیفت به راست را می دهیم.

4- بعد از مرحله ی 3 می بینیم که  $q_0q_{-1} = 10$  است پس  $A \leftarrow A - M$  را حساب کرده و سپس یک شیفت به سمت راست می دهیم.

$$\begin{array}{l}
 m = 0001 \quad A \quad q \quad q_{-1} \\
 \quad \quad \quad 0000 \quad 1000 \quad 0 \\
 1) q_0q_{-1} = 00 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0000 \quad 0100 \quad 0 \\ \sim \text{Shift} \end{array} \right. \\
 2) q_0q_{-1} = 00 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0000 \quad 0010 \quad 0 \\ \sim \text{Shift} \end{array} \right. \\
 3) q_0q_{-1} = 00 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0000 \quad 0001 \quad 0 \\ \sim \text{Shift} \end{array} \right. \\
 4) q_0q_{-1} = 10 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 11110001 \quad 0 \\ \sim A = A - m = A + \bar{m} + 1 \\ 1111 \quad 1000 \quad 1 \\ \sim \text{Shift} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Output=11111000

$$\begin{array}{r}
 0001 \xrightarrow{\text{کپی دو}} 1111 \quad 0001 \quad (1) \\
 \quad \quad \quad \times \quad 1000 \quad (-8) \\
 \hline
 0000 \quad \text{---} \quad (0000 \text{ منفی است}) \\
 0000 \quad \text{---} \quad (0000 \text{ منفی است}) \\
 0000 \quad \text{---} \quad (0000 \text{ منفی است}) \\
 -0001 \quad \text{---} \quad (0001 \text{ منفی است}) \\
 \hline
 00000000 \\
 + 00000000 \\
 \hline
 00000000 \\
 \hline
 11111111 \\
 \hline
 11111000 \Rightarrow -8
 \end{array}$$