

实验 8 矩阵特征值计算

用幂法求出下列矩阵按模最大的特征值 λ_1 及其对应的特征向量 x_1 ，使得

$$|(\lambda_1)_{k+1} - (\lambda_1)_k| < 10^{-5}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 \\ -4 & 6 & -4 \\ 1 & -4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 25 & -41 & 10 & -6 \\ -41 & 68 & -17 & 10 \\ 10 & -17 & 5 & -3 \\ -6 & 10 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

参考规格化幂法算法：

$$v_k = Au_{k-1} = \frac{A^k v_0}{(A^{k-1} v_0)}, \quad u_k = \frac{v_k}{(v_k)} = \frac{A^k v_0 / (Av_0)}{(A^k v_0 / (Av_0))} = \frac{A^k v_0}{(A^k v_0)}$$

得到

$$u_k \sim \frac{x_1}{(x_1)} \quad (v_k) = \max(v_k) \sim \lambda_1$$

代码实现：

使用 max 函数求出一个向量中的最大值。

使用 multiply 函数得到一个向量和矩阵相乘的结果。

使用 divide 函数得到一个向量除以一个常数的结果。

使用 power_method 函数实现幂法，用单位向量初始化。

结果：

lamda1: 12.2543

x1: 【0.757702, -1.12415, 1】

lamda1: 98.3975

x1: 【-0.600937, 1, -0.251144, 0.148957】

体会展望：本次实验让我对幂法和特征值求法有更深入的理解，为以后完成一些更复杂的算法做准备。