实验 3 曲线拟合的最小二乘法

从随机的数据中找出其规律性，给出其近似表达式的问题，在生产实践和科学实验中大量存在，通常利用数据的最小二乘法求得拟合曲线。

用最小二乘法求一个多项式，使得它与下列数据相拟合。

x	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
y	-4.467	-0.452	0.551	0.048	-0.447	0.549	4.552

要求：

1、 用最小二乘法求拟合曲线 $y = p_n(x), (n = 1,2,3)$；
   即分别实现线性函数拟合、二次函数拟合、三次函数拟合
2、 打印出拟合函数 $p_n(x), (n = 1,2,3)$表达式，并打印出 $p_n(x), (n = 1,2,3)$ 与实际值 y 的误差；
3、 绘制出散点图和 $y = p_n(x), (n = 1,2,3)$曲线拟合图（绘图部分可以采用 matlab 等来绘制图像）。

我采用课本中的两种算法，以 $1,x,x^2,x^3$ 作为基底，和以正交函数族作为基底两种方式，分别计算出曲线与误差。可以发现，两者相差不大，说明在此数据中 n=3 的情况下系数矩阵 G 的病态特点并未体现。

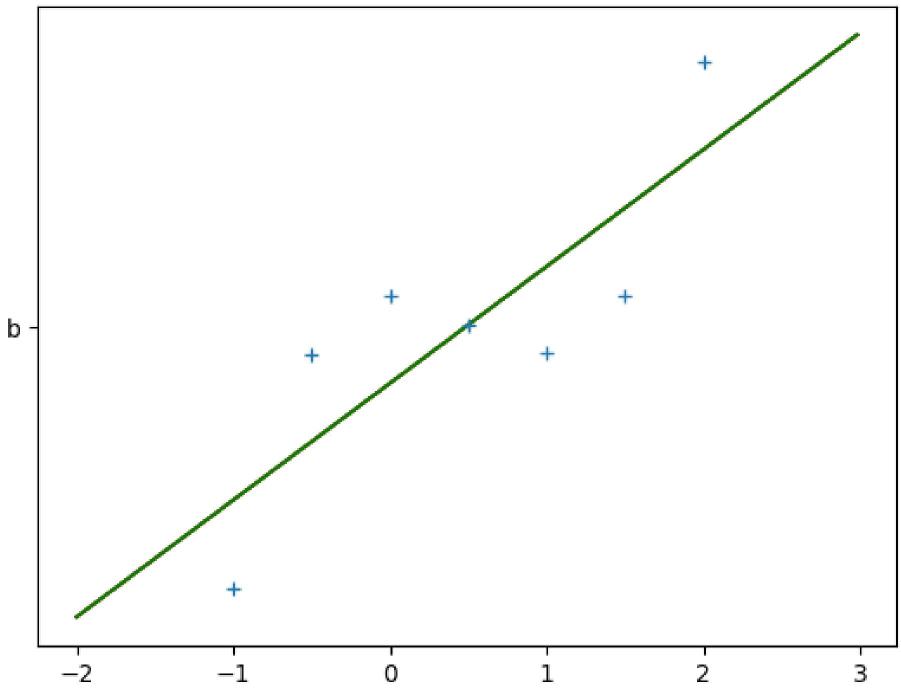
在计算最小二乘法中，我先将 G 矩阵和 b 向量计算出，再通过高斯消元得到系数 ai，进而计算出 S(x)。在计算正交法时，在每层循环中相继算出 k 次的α、β以及 P，再通过得到的参数算出 a*，将 a*与递归得到的 P 相乘即可得到 S(x)。

最后我用 python 将两者的结果可视化输出。其中红色为最小二乘法的曲线，绿色为正交法的。第一列为前者的误差。

在本次实验中，我使用算法处理数学问题的经验提升了许多，在调试时出现了 bug，我亲手算了一遍答案，并对照找到了问题。这也让我对课本知识有了更深的体会。

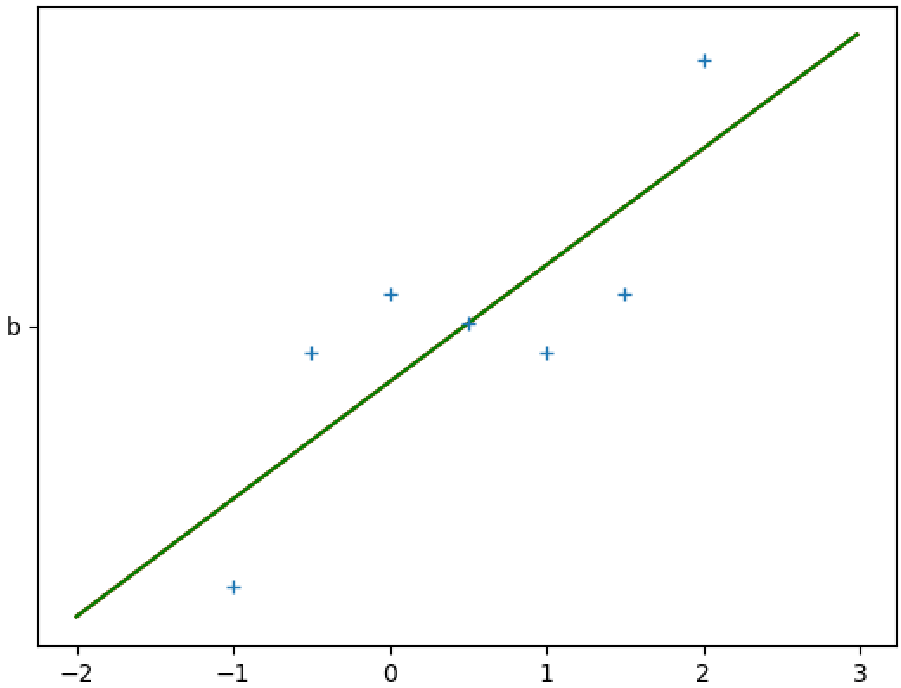
y = -0.954464 * x^0 + 2.00436 * x^1

-1: 1.50818	-1	1.50818
-0.5: -1.50464	-0.5	-1.50464
0: -1.50546	0	-1.50546
0.5: -0.000285714	0.5	-0.000285714
1: 1.49689	1	1.49689
1.5: 1.50307	1.5	1.50307
2: -1.49775	2	-1.49775



y = -0.951643 * x^0 + 2.00812 * x^1 + -0.0037619 * x^2

-1: 1.50348	-1	1.50348
-0.5: -1.50464	-0.5	-1.50464
0: -1.50264	0	-1.50264
0.5: 0.00347619	0.5	0.00347619
1: 1.49971	1	1.49971
1.5: 1.50307	1.5	1.50307
2: -1.50245	2	-1.50245



y = 0.551024 * x^0 + 0.00456349 * x^1 + -3.0091 * x^2 + 2.00356 * x^3

-1: 0.000809524	-1	0.000809524
-0.5: -0.00197619	-0.5	-0.00197619
0: 2.38095e-05	0	2.38095e-05
0.5: 0.00347619	0.5	0.00347619
1: -0.00295238	1	-0.00295238
1.5: 0.000404762	1.5	0.000404762