

Санкт-Петербургский политехнический университет  
Высшая школа прикладной математики и  
вычислительной физики,  
Физико-механический институт

Направление подготовки  
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Отчет по лабораторной работе №5  
по дисциплине «Интервальный анализ»

Выполнил студент гр. 5030102/80201  
Игнатъев Д. Д.  
Проверил  
Баженов А. Н.

Санкт-Петербург  
2021

# Содержание

	Страница
<b>1 Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>2 Теория</b>	<b>3</b>
2.1 Решение задачи регрессии с интервальным откликом . . . . .	3
2.2 Информационное множество . . . . .	3
2.3 Коридор совместных зависимостей . . . . .	3
2.4 Предсказание значений . . . . .	3
<b>3 Реализация</b>	<b>3</b>
<b>4 Результаты</b>	<b>4</b>
<b>5 Обсуждение</b>	<b>8</b>

# 1 Постановка задачи

Для линейной задачи построения регрессии  $y = X\beta$  необходимо задать набор значений  $x$  и  $y$  с некоторыми ошибками измерений по отклику. Необходимо провести вычисления и привести иллюстрации:

- Построить интервальное множество решений  $\beta$ , сделать точечные оценки параметров.
- Построить коридор совместных зависимостей.
- Задать набор предсказания внутри и вне  $x$ , построить набор значений выходной переменной  $y$ .

## 2 Теория

### 2.1 Решение задачи регрессии с интервальным откликом

Решением задачи восстановления зависимости можно считать любое (в данном случае линейное) решение, проходящее через все исходные брусы.

### 2.2 Информационное множество

Интервальное множество решений  $\beta$ , которое необходимо построить и оценить в задании 1, называется информационным множеством. В качестве точечных оценок информационного множества будут использованы следующие величины:

- Середина наибольшей диагонали
- Центр тяжести (среднее суммы всех вершин)
- Оценка  $\beta$ , полученная решением исходной задачи в точечной постановке (с серединами интервалов) методом наименьших квадратов

### 2.3 Коридор совместных зависимостей

Коридором совместных зависимостей называется множество, образованное всеми решениями с параметрами из информационного множества.

### 2.4 Предсказание значений

Предсказание осуществляется посредством построения сечения коридора совместных зависимостей в указанных точках. Соотношение прогнозных и исходных интервалов в исходных точках измерений является одним из показателей качества построенной модели.

## 3 Реализация

Программа реализована на языке программирования Python в среде разработки IntelliJ Idea.

## 4 Результаты

Рассматривается модель  $y = kx + b$ . Для заданного набора значений входных значений  $x$  считается точечный вектор выходных значений  $y$ . Затем строится интервальный вектор выходных значений следующим образом: точечное значение  $y_i$  заменяется интервалом  $[y_i - |\delta_1|, y_i + |\delta_2|]$ , где  $\delta_1, \delta_2$  - случайные величины  $\in N(0, 5)$ .

Параметры модели:  $k = 1$ ,  $b = 0$ , набор входных значений  $x = (1.0, 2.0, \dots, 25.0)$ . График  $y = kx + b$  модели и исходная выборка:

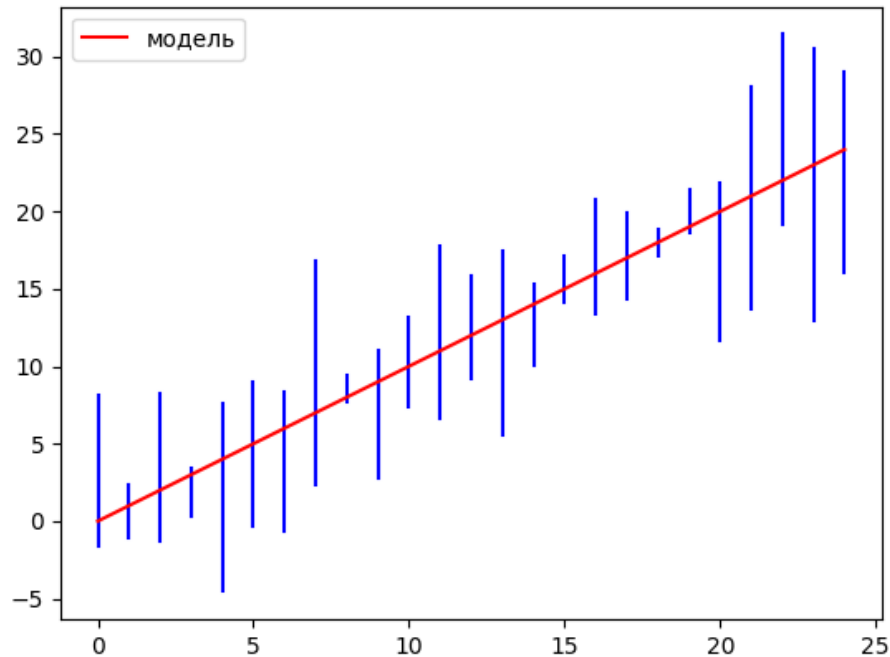


Рис. 1: Исходная выборка

Будем решать задачу восстановления зависимости для класса функций  $y = \beta_0 + \beta_1 * x$ ю. Построим информационное множество и точечные оценки параметров зависимости.

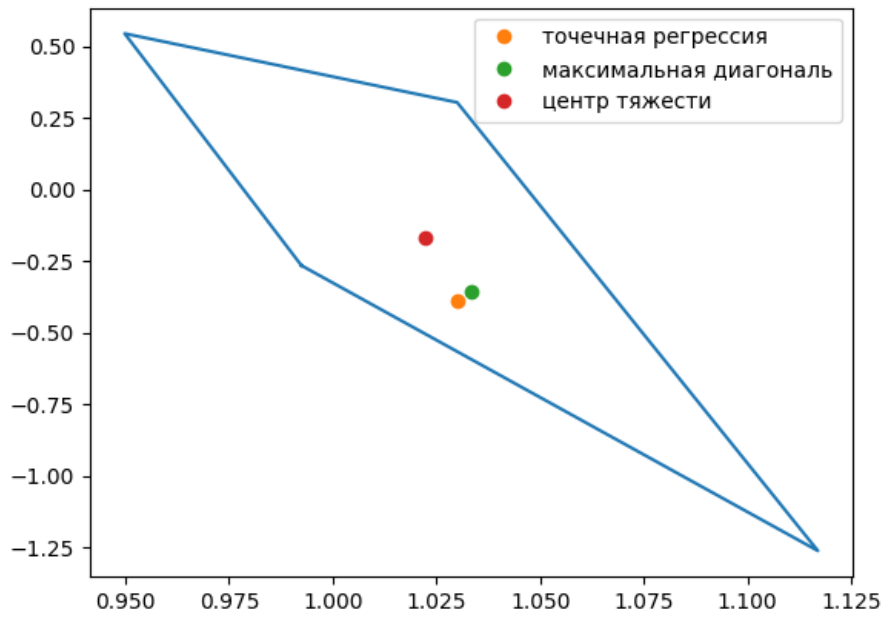


Рис. 2: Интервальная оценка параметров зависимости

Графики функций с полученными точечными оценками параметров  $\beta_0, \beta_1$  будут иметь следующий вид:

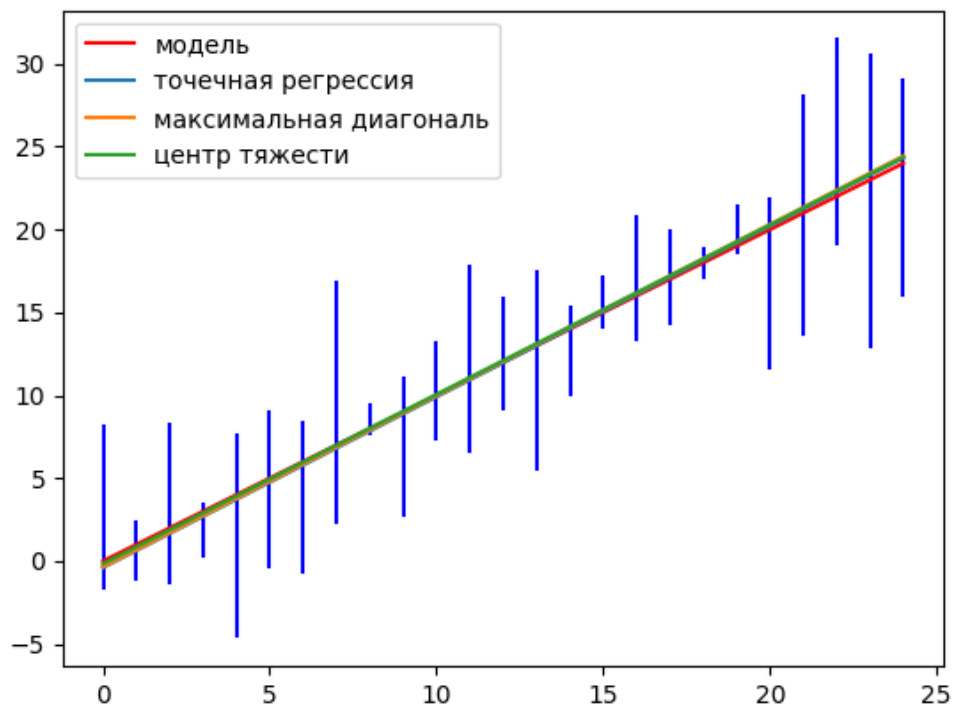


Рис. 3: Графики функций с точечными оценками параметров зависимости

Теперь построим коридор совместных зависимостей.

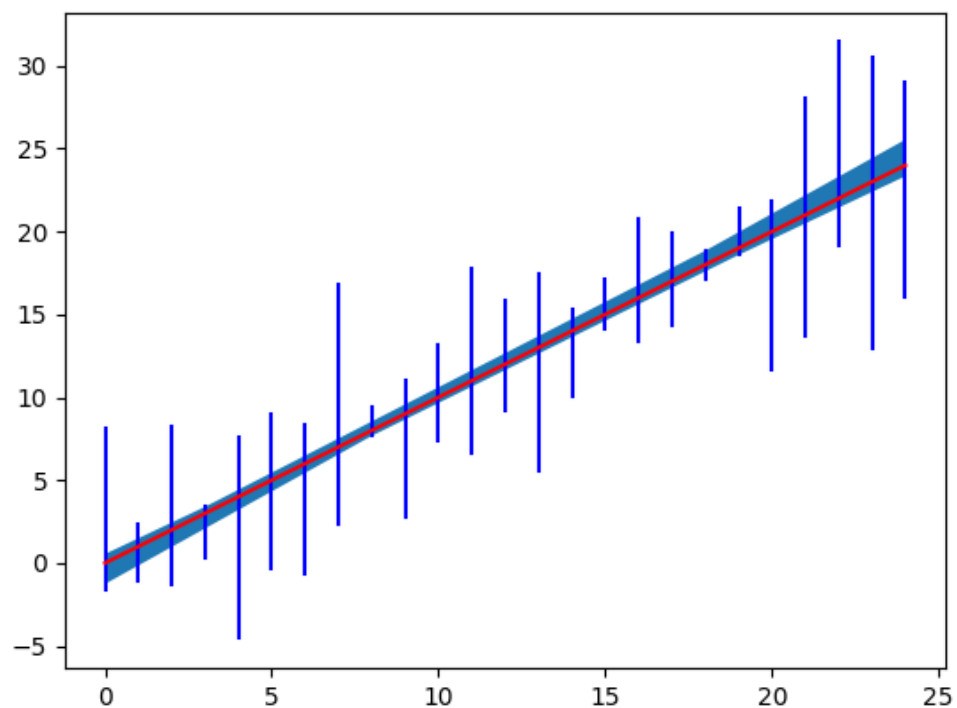


Рис. 4: Коридор совместных зависимостей

Зададим набор точек предсказания внутри и вне  $x$  и построим набор выходных значений  $y$ . Набор внутри  $x$ :  $x_1 = (5.5, \dots, 14.5)$ .

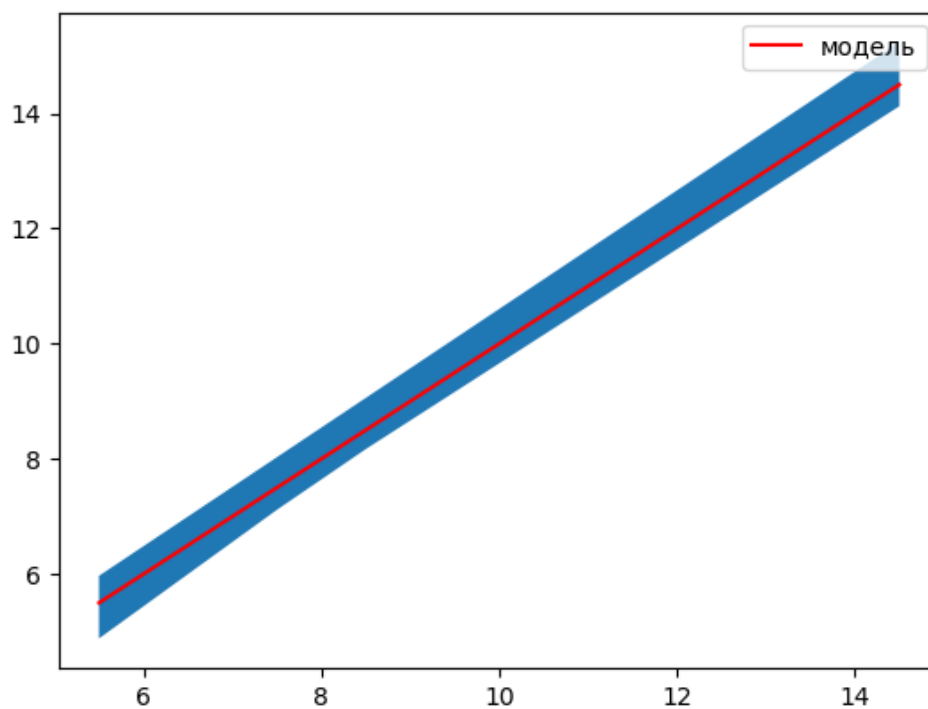


Рис. 5: Графики функций с точечными оценками параметров зависимости

Набор вне  $x$ :  $x_2 = (50, \dots, 59)$ .

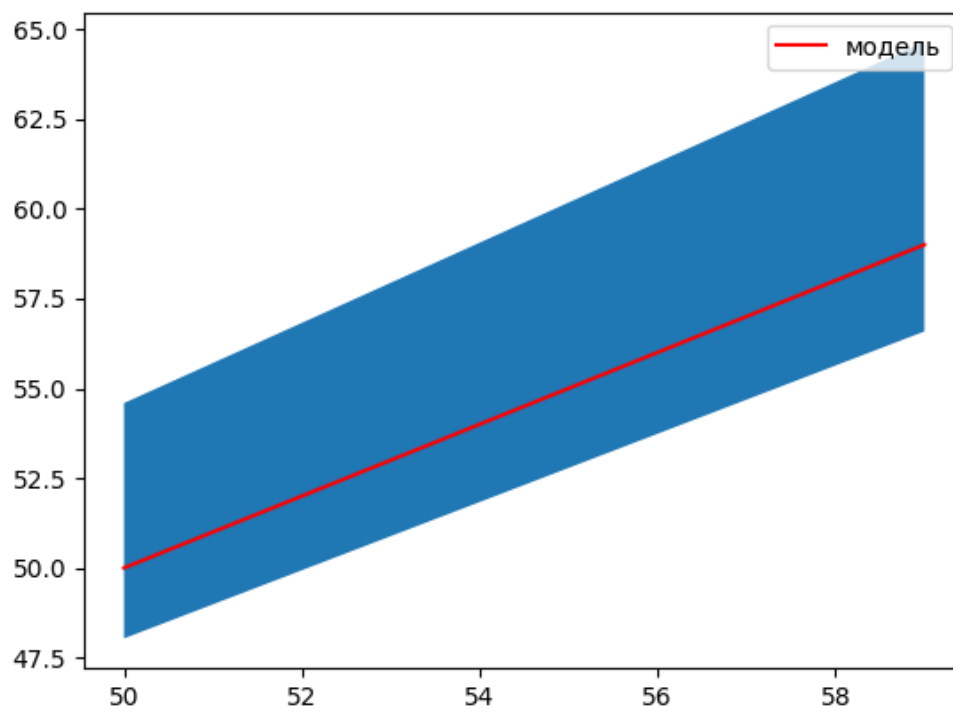


Рис. 6: Значения выходной переменной  $y$  для точек предсказания вне  $x$

Набор  $x_3 = (0, \dots, 59)$  с шагом 0.5.

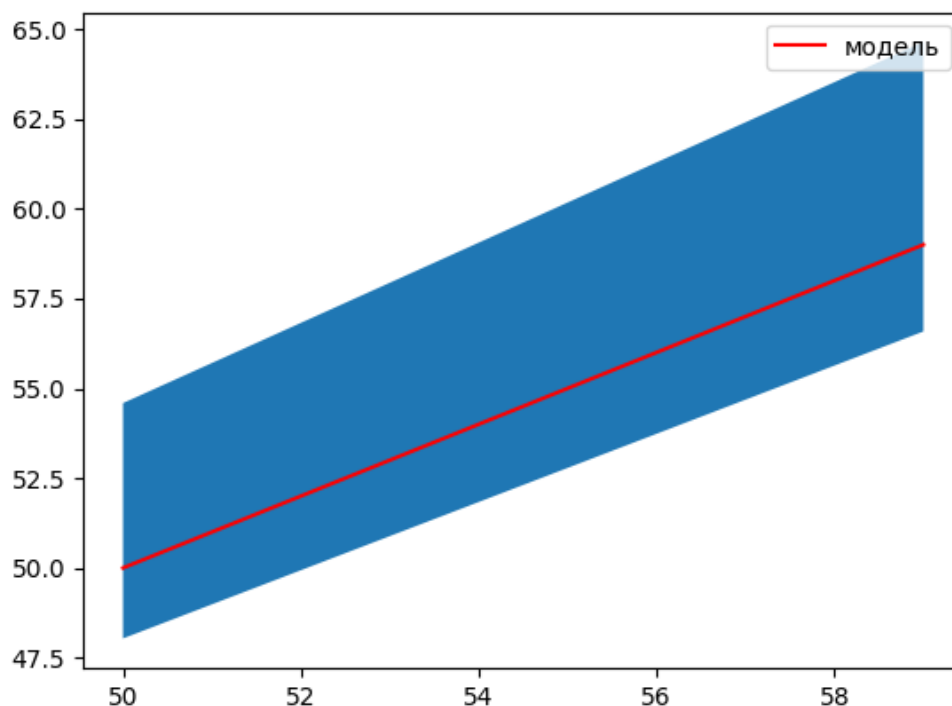


Рис. 7: Значения выходной переменной  $y$  для большого набора точек предсказания

## 5 Обсуждение

1. Лучшая точечная оценка параметров зависимости содержится в центре тяжести. Это можно заметить из рисунка 2. Также стоит отметить, что точечная регрессия попала в информационное множество. На рисунке 3 более наглядно видно, что построенные точечные оценки близки к исходной модели.
2. Из рисунка 4 видно, что построенный коридор совместных зависимостей содержит исходную модель. Ширина коридора совместных зависимостей не константна.  $\Phi$  наименьшую неопределённость построенная модель имеет в центре исходной выборки. Вблизи концов неопределённость выходных значений возрастает.
3. Аналогичная ситуация наблюдается на рисунках 5 - 6, для набора значений предсказания внутри  $x$  неопределённость выходных значений  $y$  значительно меньше, чем при значениях предсказания вне  $x$ . Еще одно важное замечание заключается в том, что для обоих наборов предсказания полученные интервальные выходные значения  $y$  содержат исходную модель. На рисунке 7 представлена общая картина для наборов предсказания внутри и вне  $x$ .