

第四周作业

1. 证明对易关系恒等式

$$[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} + \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}],$$

$$[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B} + \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}].$$

2. 证明对易关系 $[\mathbf{p}, F(\mathbf{r})] = -i\hbar\nabla F$ 。

3. 证明

定理 1 厄米算符的本征值必为实数。

定理 2 厄米算符的对应于不同本征值的本征函数，彼此正交。

4. 求角动量的z分量 $\hat{l}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$ 的本征函数。

提示：当绕z轴旋转一圈后， $\varphi \rightarrow \varphi + 2\pi$ ，粒子回到原来位置。作为一个力学量所相应的算符， $\hat{l}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$ 必须为厄米算符。为了保证其厄米性，要求波函数满足周期性条件（或称为单值条件），

$$\Phi(\varphi + 2\pi) = \Phi(\varphi).$$