

Лабораторная работа №7

Математическое моделирование

Павлова П.А.

2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

- Павлова Полина Алексеевна
- Студентка группы НПИбд-02-21
- Студ. билет 1032212967
- Российский университет дружбы народов

- Изучить и построить модель эффективности рекламы

Мальтузианская модель роста (англ. Malthusian growth model), также называемая моделью Мальтуса — это экспоненциальный рост с постоянным темпом. Модель названа в честь английского демографа и экономиста Томаса Мальтуса. [4]

Теоретическое введение. Построение математической модели (1)

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

График решения уравнения модели Мальтуса

Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой

График логистической кривой

Рис. 2: График логистической кривой

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.25 + 0.000075n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000075 + 0.25n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.25 \sin t + 0.75tn(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 1130$, в начальный момент о товаре знает 11 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Ход выполнения лабораторной работы

По представленному выше теоретическому материалу были составлены модели на обоих языках программирования.

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.25 + 0.000075n(t))(N - n(t))$:

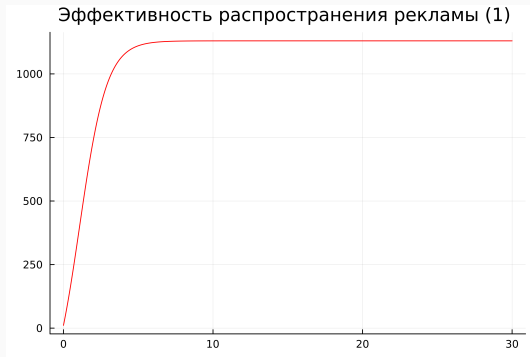


Рис. 3: “График, построенный на языке Julia”

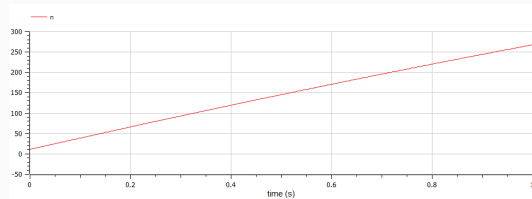


Рис. 4: “График, построенный на языке Open Modelica”

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая $\frac{dn}{dt} = (0.000075 + 0.25n(t))(N - n(t))$:

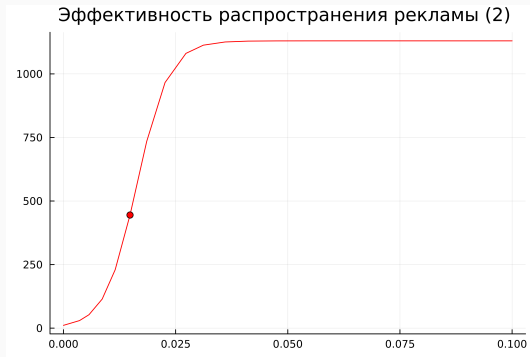


Рис. 5: “График, построенный на языке Julia”

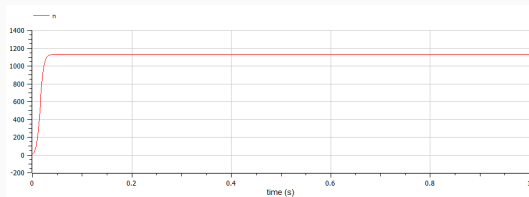


Рис. 6: “График, построенный на языке Open Modelica”

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая $\frac{dn}{dt} = (0.25 \sin t + 0.75tn(t))(N - n(t))$:

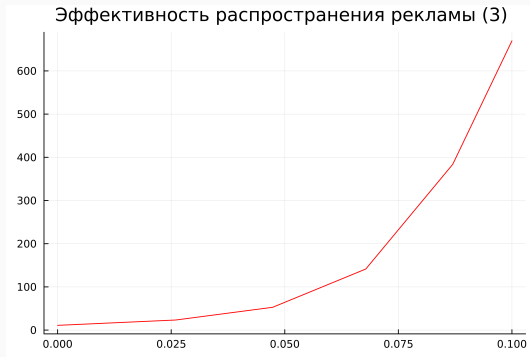


Рис. 7: “График, построенный на языке Julia”

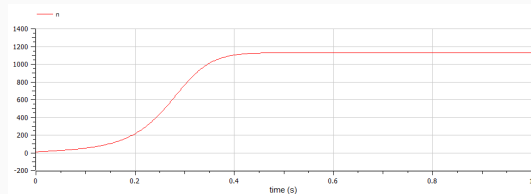


Рис. 8: “График, построенный на языке Open Modelica”

- В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia
- Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста:
<https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>