

两相位交叉口车辆冲突延误模型

宋现敏¹, 孙 锋², 王殿海¹

(1. 吉林大学 交通学院, 长春 130022; 2. 山东理工大学 交通与车辆工程学院, 山东 淄博 255049)

摘 要:针对两相位信号交叉口存在的左转车流和直行车流的冲突,研究了左转车和直行车在冲突点处经历的延误。首先在借鉴无信号控制交叉口次路车流 Admas 延误模型的基础上,推导了信号交叉口左转车流的冲突延误计算模型;然后应用概率论、间隙理论及排队论的相关知识建立了直行车的冲突延误计算模型;最后使用烟台市的实际调查数据对两个延误模型进行了验证,其平均相对误差分别为 8.93% 和 17.32%,说明两个模型都具有较好的实用性。

关键词:交通运输安全工程;交通信号控制;两相位交叉口;冲突延误;排队论

中图分类号:U491.2 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5497(2009)02-0326-05

Conflict delay models at two-phase intersection

SONG Xian-min¹, SUN Feng², WANG Dian-hai¹

(1. College of Transportation, Jilin University, Changchun 130022, China; 2. Transportation and Vehicle Engineering College of Shandong University of Technology, Shandong Zibo 250049, China)

Abstract: Aiming at the conflict between the left-turn vehicle flow and the straight-through vehicle flow at the two-phase road intersections, the conflict delays of the left-turn and straight-through vehicles was studied. A conflict delay model was built for the left-turn flow at the two-phase intersection on the basis of Adamas delay model for the secondary vehicle flow at the unsignalized intersection. A conflict delay model was built for the straight-through vehicle flow according to the probability theory, the gap theory and the queuing theory. The two suggested models proved feasible in practice to calculate the conflict delay of the left-turn and the straight-through vehicle flows for the typical two-phase intersections in Yantai city, the average relative error is 8.93% and 17.32% respectively.

Key words: engineering of communications and transportation safety; traffic signal control; two-phase intersection; conflict delay; queuing theory

根据我国交通规则,在两相位信号交叉口,绿灯时允许左转车在不妨碍直行车行驶的条件下可以通行。但是,通过实际观察发现,在左转车穿越对向直行车流中空档的过程中,直行车并不具有绝对的优先权,即左转车的穿行影响了对向直行

车的正常行驶^[1],使其在冲突点处经历了第二次延误。因此,本文将左转车和直行车在两相位信号交叉口的延误分为两部分来计算:一部分是停车线前的延误,是由于信号控制引起的;另一部分是冲突点处的延误,是由于冲突引起的,称为冲突

收稿日期:2007-09-17.

基金项目:国家重点基础研究发展计划项目(2006CB705505);国家自然科学基金重点项目(50338030).

作者简介:宋现敏(1978-),女,博士研究生.研究方向:交通控制. E-mail: songxianmin0708@163.com

通信作者:王殿海(1962-),男,教授,博士生导师.研究方向:交通流理论及控制. E-mail: wangdianhai@sohu.com

延误^[2]。冲突延误是指在信号控制道路交叉口的绿灯启亮后,有冲突的交通流自停车线驶过冲突点的时间与没有冲突的情况下相同距离内行程时间的差^[2]。

对于停车线前的延误,国内外学者已经作了大量的研究,并且已经有了成熟的计算模型^[3-4],而对于冲突延误的研究则比较少,尚没有比较成熟的结论。本文在交通调查的基础上对左转车和直行车的冲突延误进行了研究,并运用间隙理论和排队论建立了相应的数学模型。

1 模型推导

1.1 基本假定

为了便于计算,本文采取以下几点假设:

(1)假设某交叉口的条件为:每个进口道都是由一条左转专用车道和一条直行-右转混行车道组成;交通信号为两相位,左转交通流利用直行交通的可穿越间隙通过交叉口。

(2)左转车到达冲突点的分布为泊松分布。

(3)对向直行车的车头时距分布为 Cowan's M3 分布^[5]。

(4)在左转车穿越对向直行车的过程中,所有驾驶员具有相同的特性,也就是所有车辆的临界间隙均相同。

1.2 左转车冲突延误模型推导

在两相位交叉口,左转车需要等待对向直行车流的可穿越间隙才能通过交叉口,而无信号交叉路口的次路车流也需要等待主路车流的可穿越间隙才能通过。由于两个过程非常相似,而且无信号交叉口次路车流的延误计算模型已经得到公认,所以,本文在此模型的基础上,结合左转车的实际运行特性对左转车的冲突延误模型进行了推导。

在无信号交叉口,计算次路车辆平均延误的通用方程为^[6]

$$\bar{d} = D_{\min} \left[1 + \frac{\gamma + \epsilon x}{1 - x} \right] \quad (1)$$

式中: γ 、 ϵ 均为常量, ϵ 的计算式为

$$\epsilon = \frac{e^{q_s t_f} - q_s t_f - 1 + q_s (e^{q_s t_f} - 1) D_{\min}}{q_s (e^{q_s t_f} - 1) D_{\min}} \quad (2)$$

x 为饱和度; t_f 为次路车的跟随时间; q_s 为主路车流量; D_{\min} 为亚当斯(Admas)延误,是次要车流经历的最小平均延误。

本文使用式(1)计算左转车的冲突延误,其中

需要重新计算的是 D_{\min} ,因为亚当斯延误是在假定主路车流的车头间距为几何分布的基础上推导出来的,而此处的对向直行车流的车头时距分布是 Cowan's M3 分布,所以需要对 D_{\min} 进行重新计算。

根据排队论^[7],左转车等待的平均时间为左转车等待的平均非间隙数和非间隙的平均持续时间的乘积。

左转车等待的平均非间隙数 n_l 为

$$n_l = \text{各间隙发生间平均车辆数} - 1 = \frac{1}{C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)}} - 1 \quad (3)$$

式中: α 为自由车流的比例; C 为系数,计算式为^[8]

$$C = \frac{e^{\lambda t_a} - 1}{e^{\lambda t_a} - e^{-\lambda(t - t_c)} - \lambda(t - t_c)e^{-\lambda(t - t_c)}} \quad (4)$$

$$t_a \leq t \leq t_c$$

τ 为直行车流的最小车头时距,一般取 $\tau = 2$ s; λ

为衰减常量, $\lambda = \frac{\alpha q_l}{1 - \tau q_l}$; t_c 为在对向直行车具有绝对优先权的条件下左转车的临界间隙值; t_a 为在对向直行车具有部分优先权的条件下左转车的临界间隙值; q_l 为对向直行车流量。

非间隙的平均持续时间 \bar{T}_l 为

$$\bar{T}_l = \frac{T_l}{q_s T(1 - C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)})} = \frac{1 - (\frac{1}{\lambda} + t_a) q_s C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)}}{q_s (1 - C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)})} \quad (5)$$

因此,左转车等待的最小平均时间为

$$D_{\min} = n_l \bar{T}_l = \frac{1}{q_s C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)}} \left[1 - (\frac{1}{\lambda} + t_a) q_s C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)} \right] \quad (6)$$

当左转车的到达服从泊松分布时, $\gamma = 0$ ^[9]。将上面推导出的左转车流经历的最小平均延误 D_{\min} 代入式(1),可得到左转车的平均冲突延误为

$$\bar{d}_l = \frac{1}{q_s C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)}} \left[1 - (\frac{1}{\lambda} + t_a) q_s C\alpha e^{-\lambda(t_a - \tau)} \right] \cdot \left[1 + \frac{\epsilon x}{1 - x} \right] \quad (7)$$

1.3 直行车在冲突处的延误模型推导

本文对于直行车的冲突延误的研究思路为:首先通过分析左转车穿越直行车的整个过程,得出造成直行车在冲突点处延误的条件,然后统计延误时间的大小及出现的概率,最后通过

$$D = \int_0^{+\infty} k(t) \times (3600q \times P) \times dt \quad (8)$$

计算所有直行车在冲突点处经历的总延误,进一步就可得到直行车的平均冲突延误。

(1) 间隙 t 出现的概率

间隙 t 出现的概率就是车头时距 t 出现的概率,其表达式为^[10]

$$p(t) = C\lambda a e^{-\lambda(t-\tau)} \quad (9)$$

(2) m 辆左转车排队等待的概率

根据排队论知识,在单服务台排队系统(M/M/1)中,等待的车辆数为 m 的概率为

$$p_m = (1 - \rho) \rho^m \quad (10)$$

式中: ρ 为服务强度,反映了服务机构的忙碌或利用程度,也是交通工程中的饱和度,计算式为

$$\rho = \lambda / u \quad (11)$$

其中 λ 为到达率; u 为服务率(通行能力)。

(3) m 辆左转车穿越空档造成的直行车的延误表达式

首先以最多穿越1辆左转车时的情况为例来推导延误的表达式,当 $t_n \leq t \leq t_n + t_f$ 时,最多能够穿越1辆左转车,当没有左转车穿越时就不会给对向直行车造成延误;当有1辆车穿越时,是否给直行车造成了延误还与间隙的大小有关。

当 $t_n \leq t \leq t_c$ 时,左转车的穿越会造成直行车的延误,而当 $t_n \leq t \leq t_n + t_f$ 时,就不会造成延误。图1、图2分别是当 $t_n \leq t \leq t_c$ 时,在冲突点处被延误的直行车的速度、位移与时间的关系图。

从图1和图2可以看出,被延误的直行车是从冲突点前开始减速,在冲突点处车速达到最小,经过冲突点后车辆又开始加速到正常速度。假设受延误车辆在此过程中的加速度和减速度是一样的,均为 a ,那么直行车在加速和减速过程中的延误也是一样的,可以推导出直行车辆在整个过程

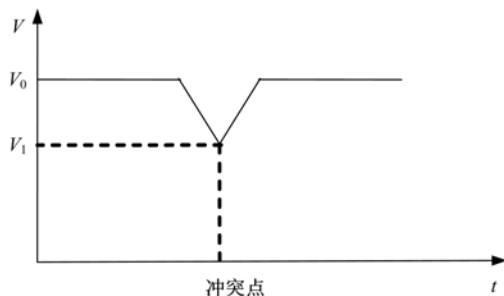


图1 被延误的直行车的速度与时间的关系

Fig. 1 Relationship between velocity and time of the delayed through vehicle

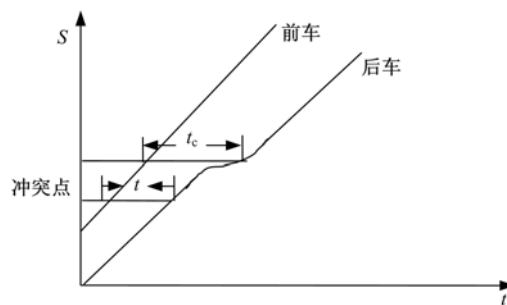


图2 被延误的直行车的位移与时间的关系

Fig. 2 Relationship between displacement and time of the delayed through vehicle

中受到的延误。从图2中可以看出,直行车在冲突点处与前车的车头时距恰好为 t_c ,也就是在减速过程中直行车受到的延误为 $t_c - t$,所以,在左转车穿越直行车流的过程中直行车受到的延误为 $2(t_c - t)$ 。于是,当最多有1辆左转车可以穿越,也就是对向直行车车头时距区间为 $[t_n, t_n + t_f]$ 时,可得到由于穿越1辆左转车造成的对向直行车的延误的函数关系式

$$k(t) = \begin{cases} 2(t_c - 1), & t_n \leq t \leq t_c \\ 0, & t_c \leq t \leq t_n + t_f \end{cases} \quad (12)$$

式中: $k(t)$ 为对向直行车车头时距为 t 时,直行车的冲突延误。

同理,可以得到对向直行车车头时距在区间 $[t_n + (n-1)t_f, t_n + nt_f]$ 的情况。此时,由于左转车穿越造成的对向直行车的延误的函数关系式为

$$k(t) = \begin{cases} 2[t_c + (n-1)t_f - t], & t_n + (n-1)t_f \leq t \leq t_c + (n-1)t_f \\ 0, & t_c + (n-1)t_f \leq t \leq t_n + nt_f \end{cases} \quad (13)$$

将式(9)、(10)、(11)、(13)代入式(7),得到所有直行车在冲突点处的总延误为

$$D = \frac{7200qCa\rho}{\lambda(1 - \rho e^{-\lambda t_f})} \times \{ e^{-\lambda(t_c - \tau)} + [\lambda(t_c - t_n) - 1] e^{-\lambda(t_n - \tau)} \} \quad (14)$$

因此直行车的平均冲突延误为

$$\bar{d}_s = \frac{D}{3600q} = \frac{2Ca\rho}{\lambda(1 - \rho e^{-\lambda t_f})} \times \{ e^{-\lambda(t_c - \tau)} + [\lambda(t_c - t_n) - 1] e^{-\lambda(t_n - \tau)} \} \quad (15)$$

2 模型验证

本课题组选择烟台市的建设路与南大街和青年路与南大街两个典型两相位交叉口进行了连续一周的交通调查,包括左转车和直行车到达交叉

口停车线的分布规律,以及左转车和直行车在冲突点经历的延误。

2.1 车辆到达分布规律检验

2.1.1 左转车到达的泊松分布检验

(1) 基本公式

泊松分布的基本公式为

$$P(k) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

式中: $P(k)$ 为计数间隔 t 内到达 k 辆车的概率; λ 为单位时间间隔内的平均到达率, veh/s; t 为每个计数间隔持续的时间(s)或距离(m); e 为自然对数的底, 取值为 2.71828。

(2) 交通调查与数据处理

作者对烟台市建设路与南大街交叉口进行了交通调查,以 20 s 为时间间隔统计了南进口在绿灯期间的左转车到达数(采用图像处理方法并把所有车型转化成标准小汽车),对数据进行了分析处理,如表 1 所示。

表 1 左转车到达数整理

Table 1 Processed left-turn vehicles

车辆到达数	实测频数	理论频数
k_j	f_j	$F_j = p(k_j) n$
0	0	0.42
1	1	2.12
2	4	5.31
3	7	8.84
4	14	11.05
5	17	11.05
6	6	9.21
7	7	6.58
8	5	4.11
9	1	2.28
>10	1	2.01
总计	63	63

将理论频数小于 5 的到达数合并后, 并成 7 组, 由计算可得

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^g \frac{f_j^2}{F_j} - n = \frac{(0+1+4)^2}{7.85} + \frac{7^2}{8.84} + \dots + \frac{7^2}{8.4} - 63 = 6.76$$

由 $DF=7-2=5$, $\alpha=0.05$, 查表得

$$\chi_{0.05}^2 = 11.070 > \chi^2$$

由此可得, 左转车的到达服从泊松分布可以接受。

2.1.2 直行车车头时距 CoWan's M3 分布检验

(1) 基本公式

CoWan's M3 分布的车头时距累积分布函数

模型为

$$P(h \leq t) = \begin{cases} 1 - \alpha e^{-\lambda(t-\tau)}, & t \geq \tau \\ 0, & t < \tau \end{cases} \quad (17)$$

式中: α 自由行驶车流的比例, 计算式为

$$\alpha = 0.75(1 - \tau q_c) \quad (18)$$

λ 为衰减常数, 计算式为

$$\lambda = \frac{\alpha q}{1 - \tau q} \quad (19)$$

(2) 交通调查

选择烟台市建设路与南大街交叉口进行调查, 统计了北进口的直行车到达停车线的车头时距, 如表 2 所示。

表 2 直行车到达数整理

Table 2 Processed through vehicles

车头时距	观测	$\geq t_i$ 的累计	$\geq t_i$ 的理论
t_i/s	频数	观测频数	观测频数
(0,3]	86.749	190.498	190.498
(3,6]	45.416	103.749	81.01299
(6,9]	29.583	58.333	54.47482
(9,12]	15.75	28.75	36.63001
(12,15]	5	13	24.63078
(15,18]	4	8	16.56225
(18,21]	1	4	11.1368
>21	3	3	7.48862
总计	190.498	409.33	422.43

(3) 数据处理

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^g \frac{f_j^2}{F_j} - n = \frac{190.498^2}{190.498} + \dots + \frac{3^2}{7.48862} - 409.33 = 12.43$$

由 $DF=8-2=6$, α 取 0.05, 查表得

$$\chi_{0.05}^2 = 12.592 > \chi^2$$

因此, 直行车的到达服从 CoWan's M3 分布可以接受。

2.2 左转车在冲突处的延误模型验证

将调查的左转车和直行车流量带入式(7)计算得到左转车的冲突延误, 结合实际观测的左转车的冲突延误来计算相对误差, 如表 3 所示。

表 3 左转车冲突延误模型计算值与相对误差

Table 3 Calculated results of left-turn vehicle by model and relative errors

序号	实际延误/s	模型计算延误/s	相对误差/%
1	8.495455	8.9657199	5.54
2	6.213636	6.3759482	2.61
3	6.986364	7.5781506	8.47
4	4.986364	4.3017415	13.72989
⋮	⋮	⋮	⋮
平均值	—	—	8.93

从表3可以看出,模型计算值与实测值的平均相对误差为8.93%。由此可见,使用此模型计算得到的左转车的冲突延误比较符合实际。

2.3 直行车在冲突处的延误模型验证

将调查的左转车和直行车流量带入式(15)计算得到直行车的冲突延误,结合实际观测的直行车的冲突延误来计算相对误差,如表4所示。

表4 直行车冲突延误模型计算值及相对误差

Table 4 Calculated results of through vehicle by model and relative errors

序号	实际延误/s	模型计算延误/s	相对误差/%
1	0.183 178	0.168 099	8.23
2	0.26	0.303 285	16.64
3	0.133 333	0.127 909	4.07
4	0.459 048	0.546 604	19.07
⋮	⋮	⋮	⋮
均值	—	—	17.32

从表4中可以看出,模型计算值与实测值的平均相对误差为17.32%。由于人力、经费等条件所限,作者只使用少量数据对模型中的参数进行了标定,标定出的参数值 t_a 和 t_c 还不够精确,导致使用此模型计算出的延误和实际值存在一定的偏差。作者相信,通过使用大量交通数据标定出的参数值进行计算会得到比较满意的结果。

3 结束语

在借鉴无信号交叉口的延误计算模型的基础上,推导了左转车的冲突延误计算模型。接着,使用排队论和概率论的相关知识对直行车的冲突延误计算模型进行了推导,最后使用实际调查数据对两模型进行了验证。结果证明,两个模型都具有较好的实用性,可以为左转专用相位设置依据的确定和两相位交叉口服务水平的评价提供理论依据。

参考文献:

- [1] 徐良杰,王炜. 左转自行车对直行机动车通行的影响分析模型[J]. 东南大学学报:自然科学版,2005,35(5):85-89.
- Xu Liang-jie, Wang Wei. Analysis model of influence

of left turn bicycle on passage of straight through vehicles[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2005, 35(5):85-89.

- [2] 杨晓光. 直行优先信号控制交叉口左转交通流延误模型[J]. 同济大学学报, 1998, 26(3):284-289.
- Yang Xiao-guang. Traffic delay model of left-turn flow on signalized intersection with straight-going priority[J]. Journal of Tongji University, 1998, 26(3):284-289.
- [3] 杨佩昆,张树升. 交通管理与控制[M]. 北京:人民交通出版社,2003.
- [4] 全永燊. 城市交通控制[M]. 北京:人民交通出版社,1989.
- [5] 钟剑华,吴晓层,简金宝. 无信号T型交叉口次要道路通行能力分析[J]. 公路交通科技,2006,4:68-71.
- Zhong Jian-hua, Wu Xiao-ceng, Jian Jin-bao. Analysis traffic capacity at unsignalized intersections [J]. Transportation Science & Technology, 2006, 4: 68-71.
- [6] 王殿海. 交通流理论[M]. 北京:人民交通出版社,2002.
- [7] 丹尼尔L·鸠洛夫,马休J·休伯. 交通流理论[M]. 蒋璜,任福田,肖秋生,等译. 北京:人民交通出版社,1983.
- [8] 王殿海,孙锋,金盛. 两相位交叉口左转车通行能力计算方法[J]. 吉林大学学报:工学版,2007,7(4):767-771.
- Wang Dian-hai, Sun Feng, Jin Sheng. Method of computing left-turn vehicle traffic capacity at two-phase intersection [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2007, 7(4): 767-771.
- [9] 孙锋. 信号控制交叉口左转专用相位设置依据研究[D]. 长春:吉林大学交通学院,2006.
- Sun Feng. Study on principles of operation on protected left-turn phase at signalized intersection[D]. Changchun: College of Transportation, Jilin University, 2006.
- [10] Troutbeck R J, Kako S. Limited priority merge at unsignalized intersections [J]. Transportation Research Part A, 1999, 33:291-300.