概率模型

概率模型	概率分布$p(x)$	数学期望$E\xi$	方差$D\xi$	特征函数$f(t)$
退化分布$I_c(x)$	$p(x)=\begin{cases}1, & x=c\\ 0, & x\neq c\end{cases}$	c	0	e^{ict}
Bernoulli分布	$p(x)=\begin{cases}1-p, & x=0\\ p, & x=1\end{cases}$ $0<p<1$	p	$p(1-p)$	$p\mathrm{e}^{it}+1-p$
二项分布$B(n,p)$	$b(k;n,p)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ $k=0,\cdots,n;0<p<1$	np	$np(1-p)$	$(p\mathrm{e}^{it}+1-p)^n$
Poisson分布$P(\lambda)$	$p(k;\lambda)=\frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda}$ $k=0,1,\cdots;\lambda>0$	λ	λ	$\mathrm{e}^{\lambda(\mathrm{e}^{it}-1)}$
几何分布	$g(k;p)=p(1-p)^{k-1}$ $k=1,2,\cdots;0<p<1$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	$\frac{p\mathrm{e}^{it}}{1-(1-p)\mathrm{e}^{it}}$
超几何分布	$p_k=\frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ $M,n\leq N;M,N,n\in N^*$ $k=0,\cdots,\min(M,n)$	$\frac{nM}{N}$	$\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$	$\sum_{k=0}^{n}\frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}\mathrm{e}^{ikt}$
Pascal分布	$p_k=\binom{k-1}{r-1}p^r(1-p)^{k-r}$ $k=r,r+1,\cdots;0<p<1;r\in N^*$	$\frac{r}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$	$(\frac{(1-p)\mathrm{e}^{it}}{1-(1-p)\mathrm{e}^{it}})^r$
负二项分布	$p_k=\binom{-r}{k}p^r(p-1)^k$ $k=0,1,\cdots;0<p<1;r>0$	$\frac{r(1-p)}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$	$(\frac{p}{1-(1-p)\mathrm{e}^{it}})^r$
正态分布$N(\mu,\sigma^2)$	$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $-\infty<x<\infty$	μ	σ^2	$\mathrm{e}^{i\mu t-\frac{1}{2}\sigma^2t^2}$
均匀分布$U[a,b]$	$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a\leq x\leq b\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ $a<b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{\mathrm{e}^{ibt}-\mathrm{e}^{iat}}{i(b-a)t}$
指数分布$\mathrm{Exp}(\lambda)$	$p(x)=\begin{cases}\lambda\mathrm{e}^{-\lambda x}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$ $\lambda>0$	λ^{-1}	λ^{-2}	$(1-\frac{it}{\lambda})^{-1}$
χ^2分布	$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}x^{\frac{n}{2}-1}\mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$ $n\in N^*$	n	$2n$	$(1-2it)^{-\frac{n}{2}}$
Γ分布$\Gamma(r,\lambda)$（$r\in N^*$时为Erlang分布）	$p(x)=\begin{cases}\frac{\lambda^r}{\Gamma(r)}x^{r-1}\mathrm{e}^{-\lambda x}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$ $r,\lambda>0$	$\frac{r}{\lambda}$	$\frac{r}{\lambda^2}$	$(1-\frac{it}{\lambda})^{-r}$
Cauchy分布	$p(x)=\frac{1}{\pi}\frac{\lambda}{\lambda^2+(x-\mu)^2}$ $-\infty<x,\mu<\infty;\lambda>0$	不存在	不存在	$\mathrm{e}^{i\mu t-\lambda\lvert t\rvert}$
t分布	$p(x)=\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{n\pi}\Gamma(\frac{n}{2})}(1+\frac{x^2}{n})^{-\frac{n+1}{2}}$ $-\infty<x<\infty;n\in N^*$	$0(n>1)$	$\frac{n}{n-2}(n>2)$	
Pareto分布	$p(x)=\begin{cases}rA^r\frac{1}{x^{r+1}}, & x\geq A\\ 0, & x<A\end{cases}$ $r,A>0$	（$r>1$时存在）	（$r>2$时存在）	
F分布	$p(x)=\begin{cases}\frac{\Gamma(\frac{m+n}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})}m^{\frac{m}{2}}n^{\frac{n}{2}}\frac{x^{\frac{m}{2}-1}}{(n+mx)^{\frac{m+n}{2}}}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$ $m,n\in N^*$	$\frac{n}{n-2}(n>2)$	$\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}(n>4)$	
β分布	$p(x)=\begin{cases}\frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)}x^{p-1}(1-x)^{q-1}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ $p,q>0$	$\frac{p}{p+q}$	$\frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$	$\frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma(p+k)(it)^k}{\Gamma(p+q+k)\Gamma(k+1)}$

概率模型	概率分布$p(x)$	数学期望$E\xi$	方差$D\xi$	特征函数$f(t)$
对数正态分布	$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x}\mathrm{e}^{\frac{(\ln x-\alpha)^2}{2\sigma^2}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$ $\alpha,\sigma>0$	$\mathrm{e}^{\alpha+\frac{\sigma^2}{2}}$	$\mathrm{e}^{2\alpha+\sigma^2}(\mathrm{e}^{\sigma^2}-1)$	
Weibull分布	$p(x)=\begin{cases}\alpha\lambda x^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda x^{\alpha}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$ $\lambda,\alpha>0$	$\Gamma(\frac{1}{\alpha}+1)\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}$	$\lambda^{-\frac{2}{\alpha}}(\Gamma(\frac{2}{\alpha}+1)-(\Gamma(\frac{1}{\alpha}+1))^2)$	
Rayleigh分布	$p(x)=\begin{cases}x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	$2-\frac{\pi}{2}$	
Laplace分布	$p(x)=\dfrac{1}{2\alpha}\mathrm{e}^{-\frac{\lvert x\rvert}{\alpha}}$ $-\infty<x<\infty,\alpha>0$	0	$2\alpha^2$	$\frac{i\alpha t}{1+\alpha^2t^2}$