

第五章 正弦稳态电路分析

第五章 正弦稳态电路分析

第一节 正弦信号的基本概念

5.1.1 正弦信号的三要素

5.1.2 正弦信号的相位差

5.1.3 正弦信号的有效值

第二节 正弦信号的相量表示

5.2.1 复数及其运算

5.2.2 用相量表示正弦信号

第三节 基本元件伏安特性和基尔霍夫定律的相量形式

5.3.1 基本元件伏安特性的相量形式

5.3.2 基尔霍夫电流定律和电压定律的相量形式

第四节 相量模型

5.4.1 阻抗与导纳

5.4.2 正弦稳态电路相量模型

5.4.3 阻抗和导纳的串、并联

第五节 相量法分析

第六节 电路的谐振

5.6.1 串联谐振

5.6.2 并联谐振

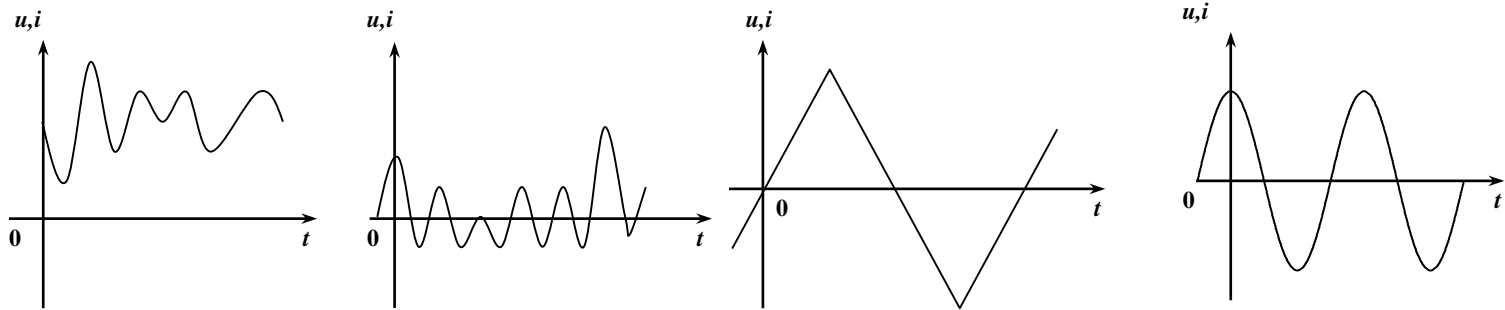


第五章 正弦稳态电路分析

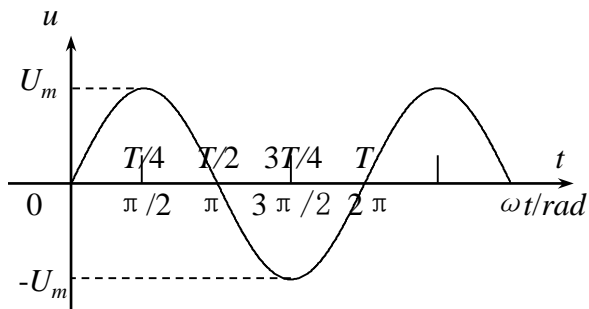
研究对象：在**正弦信号**作用下、电路达到**稳态**以后电路的分析方法
 关注焦点：如何利用数学变化的方法将三角函数的运算转换成相量运算，在建立了电路的相量模型以后，其电路的分析方法就可以运用前三章所学的电路分析方法进行求解。
 学习意义：正弦交流电产生容易、便于控制和转换，且可以远距离传输，故应用广泛；在电子产品、设备研制、生产和性能测试过程中，会遇到正弦稳态电路的分析设计问题；各种周期的非正弦信号也可分解为众多的正弦分量，正弦稳态分析是系统频率分析的基础。

第一节 正弦信号的基本概念

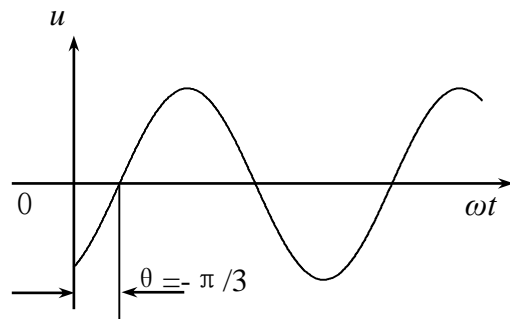
1. 正弦信号三要素



第五章 正弦稳态电路分析



(a)



(b)

交流电定义：信号波形的**大小**和**方向**都随时间**周期**变化。

正弦交流电定义：按正弦规律变化的交流电。

$$u(t)=U_m\sin(\omega t+\theta) \quad \text{或} \quad u(t)=U_m\cos(\omega t+\theta)$$

对于一个正弦信号，只要知道 U_m 、 ω 和 θ 就可以唯一确定，因此这三个参数称为正弦信号的三要素。

其中： U_m --峰值或振幅、 ω --角频率($\omega=2\pi/T$ ， T —为信号变化周期， $f=1/T$ 称为交流信号的频率，单位是赫兹Hz)、 θ --初相角



第五章 正弦稳态电路分析

2. 正弦信号的相位差

注意：在**相同频率**的正弦信号激励下，线性非时变电路的**稳态**响应都是同频率的正弦信号。

若 $u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta_u)$

$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$

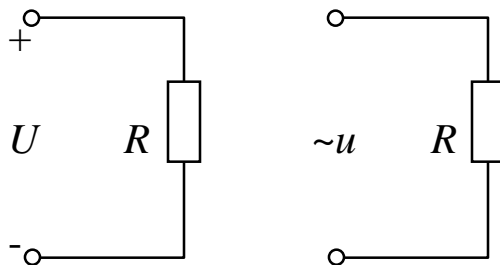
则相位差为： $\theta = (\omega t + \theta_u) - (\omega t + \theta_i) = \theta_u - \theta_i$

同频率的正弦信号相位差即为初相之差。

$\theta = \theta_u - \theta_i > 0$ 表示电压超前电流

$\theta = \theta_u - \theta_i = 0$ 表示电压与电流同相

$\theta = \theta_u - \theta_i = \pm\pi$ 表示电压与电流反相



3. 正弦信号的有效值

由于交流信号是不断变化的，如何直观的比较两个交流大小？我们一般考虑它对电路产生的**平均效果**——即有效值。

有效值 定义：两个相同阻值的电阻，分别通过周期交流信号和直流信号，在一个周期内，两个电阻消耗相同的能量，称该直流电流值为周期电流的有效值。



第五章 正弦稳态电路分析

周期电流*I*通过电阻*R*，一个周期内消耗的能量为：

$$W_i = \int_0^T p(t) dt = \int_0^T Ri^2 dt$$

直流电流*I*在相同时间*T*内通过电阻*R*所消耗的能量为：

$$W_I = RI^2T$$

令 $W_i = W_I$ 有：

$$RI^2T = R \int_0^T i^2 dt \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \theta_i) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

同理可得正弦电压的有效值：

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m$$

用有效值表示电压和电流可写为：

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta_i)$$



第二节 正弦信号的相量表示

1. 正弦信号为什么要用相量表示？
 2. 复数运算复习
 - (1)复数表示：代数型、指数型、极性表示法，相互转换方法。
 - (2)复数运算：加减法用代数表示法；乘除法用指数表示法
 - (3)复数几何意义：加减法是平行四边形作图法，乘除法是模增减倍数，复角旋转一个角度
- 实部—Real number 虚部—Imaginary

3. 正弦信号的相量表示

由于正弦稳态电路中，各电路变量中的角频率是相同的，所以正弦信号的三要素中只需关注振幅和初相两个要素。下面推导如何用相量表示正弦电流信号：

欧拉公式： $e^{jx} = \cos x + j \sin x$

$$I_m e^{j(\omega t + \theta_i)} = I_m \cos(\omega t + \theta_i) + j I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \text{Im}(I_m e^{j(\omega t + \theta_i)}) = \text{Im}(I_m e^{j\theta_i} e^{j\omega t}) = \text{Im}(\dot{I}_m e^{j\omega t})$$

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\theta_i} = I_m \angle \theta_i$$

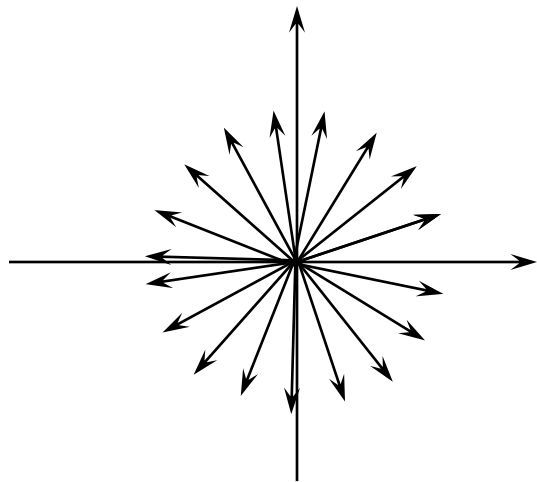


第五章 正弦稳态电路分析

同理可以推出电压的相量表示。

由于最大值与有效值之间差0.707，所以，正弦信号相量也可以用有效值表示。相量表示的几何意义：长度为幅值，起始位置为初相角、以角频率逆时针方向旋转的一个矢量在实轴上的投影。

特别注意：正弦信号是代数量，而不是矢量或复数量，所以相量**不等于正弦信号**。用相量表示正弦信号只表明它们之间有**对应关系**。



对应规则：

1. 唯一性原则： $A(t) = B(t) \leftrightarrow \dot{A}_m = \dot{B}_m$

2. 线性规则： $A(t) \leftrightarrow \dot{A}_m; B(t) \leftrightarrow \dot{B}_m$ 则 $K_1 A(t) + K_2 B(t) \leftrightarrow K_1 \dot{A}_m + K_2 \dot{B}_m$

3. 微分规则 $A(t) \leftrightarrow \dot{A}_m$ 则 $\frac{d}{dt} A(t) \leftrightarrow j\omega \dot{A}_m$



第五章 正弦稳态电路分析

例：电路中一个节点A，如图所示，已知：

$$i_1 = 5\sqrt{2} \sin(\omega t - 36.9^\circ) \text{A}, \quad i_2 = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 53.1^\circ) \text{A}$$

求：电流*i*。

解：

$$\because \quad i_1 \leftrightarrow \dot{I}_1 = 5\angle -36.9^\circ, \quad i_2 \leftrightarrow \dot{I}_2 = 10\angle 53.1^\circ$$

根据KCL $i = i_1 + i_2$

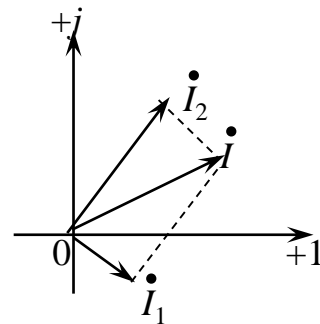
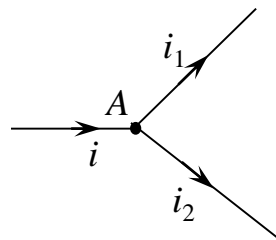
由线性规则和唯一性规则知：

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 5\angle -36.9^\circ + 10\angle 53.1^\circ$$

$$= (4 - j3) + (6 + j8) = 10 + j5 = 11.18\angle 26.6^\circ \text{A}$$

所以

$$i = 11.18\sqrt{2} \sin(\omega t + 26.6^\circ) \text{A}$$



第三节 基本元件伏安特性和基尔霍夫定律的相量形式

电路分析解决的几个问题：

- (1) 元件的特性和电路连接关系的描述
- (2) 建立电路模型
- (3) 列出电路方程

分三节解决以上三个问题，本节针对第一个问题先讨论元件特性

1. 基本元件伏安特性的相量形式

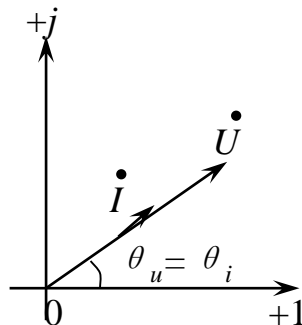
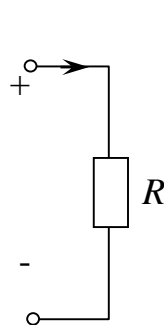
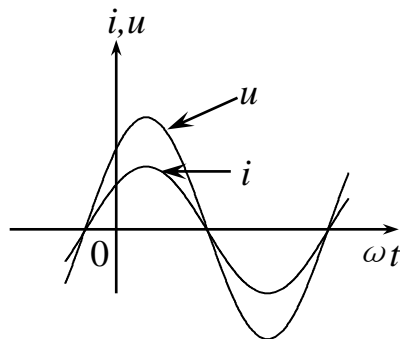
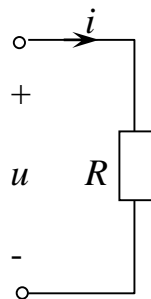
(1) 电阻元件

$$\text{若: } i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta_i) \leftrightarrow \dot{I}$$

$$\begin{aligned} \text{则: } u(t) &= Ri(t) = \sqrt{2}RI \sin(\omega t + \theta_i) \\ &= \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta_u) \leftrightarrow \dot{U} \end{aligned}$$

由线性规则和唯一性规则知：

$$\dot{U} = R\dot{I} \Rightarrow \begin{cases} U = RI \\ \theta_u = \theta_i \end{cases}$$

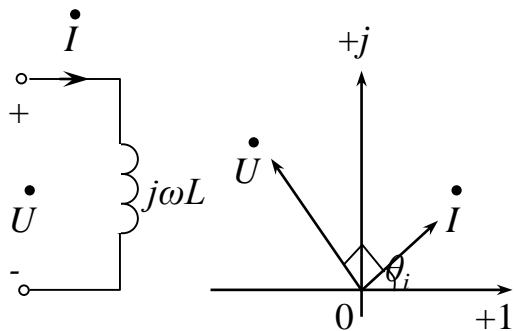
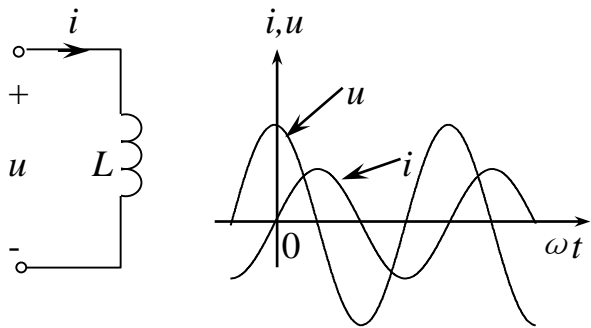


第五章 正弦稳态电路分析

(2) 电感元件

若: $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta_i) \leftrightarrow \dot{I}$

则: $u(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \sqrt{2}\omega LI \cos(\omega t + \theta_i)$
 $= \sqrt{2}\omega LI \sin(\omega t + \theta_i + 90^\circ)$
 $= \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta_u) \leftrightarrow \dot{U}$



微分规则: $\frac{d}{dt}i(t) \leftrightarrow j\omega \dot{I}_m$

线性规则: $L \frac{d}{dt}i(t) \leftrightarrow jL\omega \dot{I}_m$

唯一性规则: $u(t) = L \frac{d}{dt}i(t) \leftrightarrow \dot{U}_m = j\omega L \dot{I}_m$

$\dot{U} = j\omega L \dot{I} \Rightarrow \begin{cases} U = \omega LI \\ \theta_u = \theta_i + 90^\circ \end{cases}$

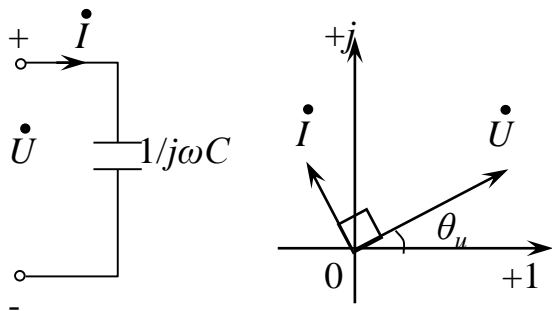
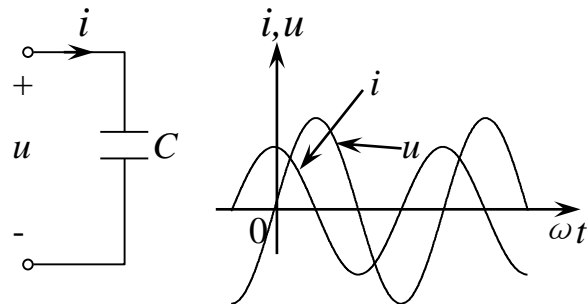


第五章 正弦稳态电路分析

(3) 电容元件

若： $u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta_u) \leftrightarrow \dot{U}$

则： $i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \theta_{ui})$
 $= \sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \theta_u + 90^\circ)$
 $= \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta_i) \leftrightarrow \dot{I}$



微分规则： $\frac{d}{dt}u(t) \leftrightarrow j\omega \dot{U}_m$

线性规则： $C \frac{d}{dt}u(t) \leftrightarrow jC\omega \dot{U}_m$

唯一性规则： $i(t) = C \frac{d}{dt}u(t) \leftrightarrow \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$

$$\dot{I} = j\omega C \dot{U} \Rightarrow \begin{cases} U = \frac{1}{\omega C} I \\ \theta_u = \theta_i - 90^\circ \end{cases}$$



第五章 正弦稳态电路分析

(4) 正弦电源相量模型

对于独立电压源和独立电流源其正弦表示为：

$$u_s(t) = \sqrt{2}U_s \sin(\omega t + \theta_u)$$

$$i_s(t) = \sqrt{2}I_s \sin(\omega t + \theta_i)$$

其中： U_s 和 I_s 、 ω 、 θ_u 和 θ_i 分别为有效值、角频率和初相角。

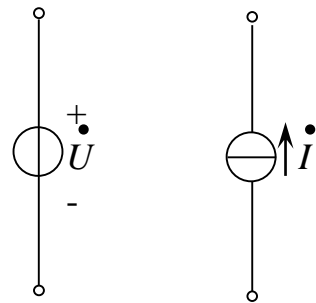
根据唯一性规则，可以用相量形式表示电压源和电流源。

$$u_s(t) = \sqrt{2}U_s \sin(\omega t + \theta_u) \leftrightarrow \dot{U}_s$$

$$i_s(t) = \sqrt{2}I_s \sin(\omega t + \theta_i) \leftrightarrow \dot{I}_s$$

图中的极性是参考极性。

对于受控源的相量模型与正弦电源的方法相同，只要将时间表示的电压、电流用相量表示即可，参考极性不变。



再讨论电路连接关系描述

2. 基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律的

(1)关于节点描述—基尔霍夫电流定律

$$\sum_{k=1}^n i_k = \sum_{k=1}^n I_{mk} \sin(\omega t + \theta_{ik}) = 0$$

$$\because i_k = I_{mk} \sin(\omega t + \theta_{ik}) \leftrightarrow \dot{I}_{mk}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n \dot{I}_{mk} = 0 \quad \text{或} \quad \sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0$$

(2)关于回路描述—基尔霍夫电压定律

$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n U_{mk} \sin(\omega t + \theta_{uk}) = 0$$

$$\because u_k = U_{mk} \sin(\omega t + \theta_{uk}) \leftrightarrow \dot{U}_{mk}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n \dot{U}_{mk} = 0 \quad \text{或} \quad \sum_{k=1}^n \dot{U}_k = 0$$



第五章 正弦稳态电路分析

例：已知： $R=5\Omega$, $L=5\text{mH}$, $C=100\mu\text{F}$,

$$u_{ab}(t) = 10\sqrt{2} \sin 10^3 t \text{ V}$$

求：电源电压 $u_s(t)$

$$\dot{U}_{ab} = 10\angle 0^\circ; \quad j\omega L = j10^3 \times 5 \times 10^{-3} = j5\Omega; \quad \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j10^3 \times 100 \times 10^{-6}} = -j10\Omega$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{ab}}{R} = \frac{10\angle 0^\circ}{5} = 2\text{A}$$

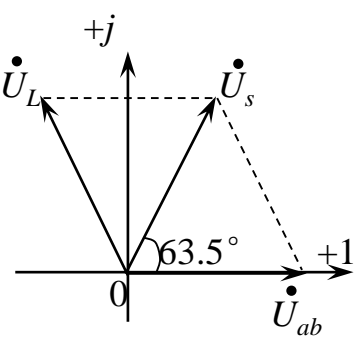
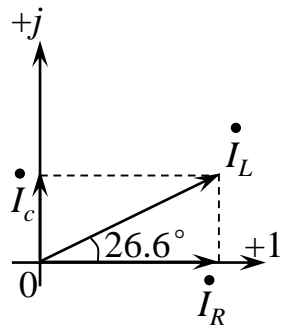
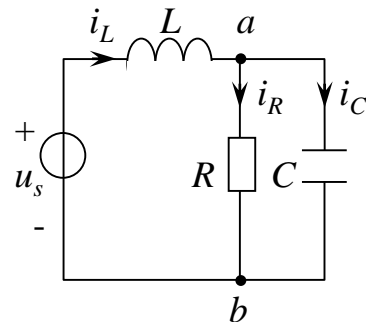
$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{ab}}{-j(1/\omega C)} = \frac{10\angle 0^\circ}{-j10} = j1\text{A}$$

$$\dot{I}_L = \dot{I}_R + \dot{I}_C = 2 + j1 = 2.24\angle 26.6^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_L &= j\omega L \dot{I}_L = j5 \times 2.24\angle 26.6^\circ \\ &= 5\angle 90^\circ \times 2.24\angle 26.6^\circ = 11.2\angle 116.6^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_s &= \dot{U}_L + \dot{U}_{ab} = 11.2\angle 116.6^\circ + 10\angle 0^\circ \\ &= (-5.01 + j10.01) + 10 = 4.99 + j10.01 \\ &= 11.18\angle 63.5^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$u_s(t) = 11.18\sqrt{2} \sin(10^3 t + 63.5^\circ) \text{ V}$$





第五章 正弦稳态电路分析

第四节 相量模型

1. 阻抗与导纳

基本元件的伏安特性的相量形式：

$$\dot{U} = R\dot{I} \quad \dot{U} = j\omega L\dot{I} \quad \dot{U} = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}$$

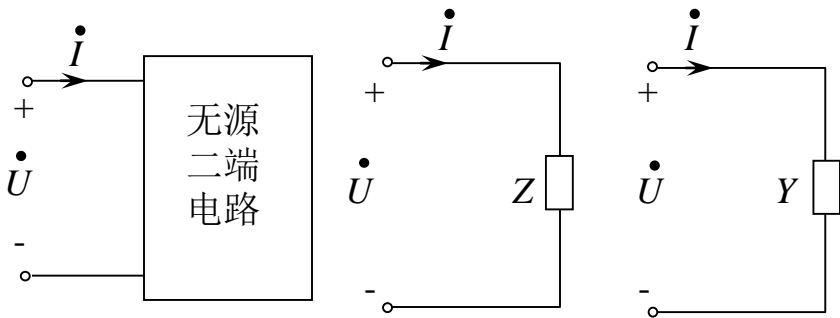
阻抗的定义：

对于无源二端网络，在正弦稳态情况下，端口电流和电压采用关联参考方向，则端口电压相量与电流相量之比称为该二端网络的阻抗，即

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{Ue^{j\theta_u}}{Ie^{j\theta_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\theta_u - \theta_i)} = |Z|e^{j\varphi_z} = |Z|\cos\varphi_z + j|Z|\sin\varphi_z = R + jX$$

$$\begin{cases} R = |Z|\cos\varphi_z \\ X = |Z|\sin\varphi_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} |Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U}{I} \\ \varphi_z = \arctan \frac{X}{R} = \theta_u - \theta_i \end{cases}$$



将上式改写后就是欧姆定律的相量形式： $\dot{U} = Z\dot{I}$



第五章 正弦稳态电路分析

基本元件 R 、 L 、 C 的阻抗分别为：

$$\left. \begin{aligned} Z_R &= R \\ Z_L &= j\omega L = jX_L \\ Z_C &= \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = jX_C \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} X_L &= \omega L \\ X_C &= -\frac{1}{\omega C} \end{aligned}$$

导纳的定义：

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{Ie^{j\theta_i}}{Ue^{j\theta_u}} = \frac{I}{U} e^{j(\theta_i - \theta_u)} = |Y|e^{j\varphi_Y} = |Y|\cos\varphi_Y + j|Y|\sin\varphi_Y = G + jB$$

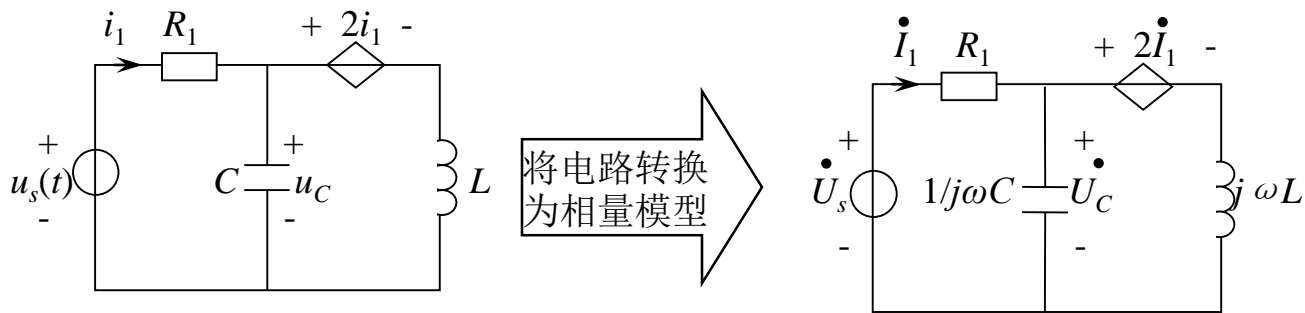
$$\begin{cases} G = |Y|\cos\varphi_Y \\ B = |Y|\sin\varphi_Y \end{cases} \quad \begin{cases} |Y| = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{I}{U} = \frac{1}{|Z|} \\ \varphi_Y = \arctan \frac{B}{G} = \theta_i - \theta_u = -\varphi_Z \end{cases}$$



第五章 正弦稳态电路分析

2. 正弦稳态电路相量模型

正弦稳态电路的相量模型就是将电路中的各元件用它的相量模型来代替形成的电路就是电路的相量模型。



第五章 正弦稳态电路分析

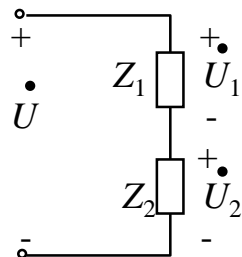
3. 阻抗和导纳的串、并联

阻抗的串联、阻抗串联的分压公式

设阻抗 $Z_1 = R_1 + jX_1$, $Z_2 = R_2 + jX_2$

则 Z_1 、 Z_2 串联的等效阻抗 $Z = Z_1 + Z_2 = (R_1 + R_2) + j(X_1 + X_2)$

分压公式为: $\dot{U}_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{U}$; $\dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{U}$

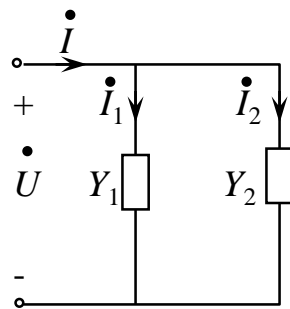


电导的并联、电导并联的分流公式

设导纳 $Y_1 = G_1 + jB_1$, $Y_2 = G_2 + jB_2$

则 Y_1 、 Y_2 并联的等效导纳 $Y = Y_1 + Y_2 = (G_1 + G_2) + j(B_1 + B_2)$

分流公式为: $\dot{I}_1 = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} \dot{I}$; $\dot{I}_2 = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2} \dot{I}$



第五章 正弦稳态电路分析

阻抗与导纳相互转换——一个无源元件既可以用阻抗表示也可以用电导表示，其转换的原则是 $Y=1/Z$ 或 $Z=1/Y$ 。

设阻抗 $Z = R + jX$

$$\text{则 } Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G + jB$$

$$\text{故 } G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

对于将导纳等效为阻抗，请同学们自己推导。

切记： $G \neq \frac{1}{R} \quad B \neq \frac{1}{X}$



第五章 正弦稳态电路分析

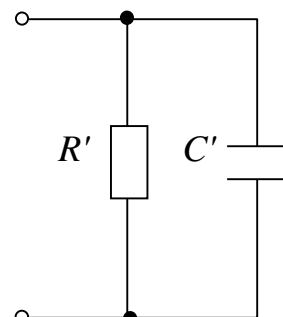
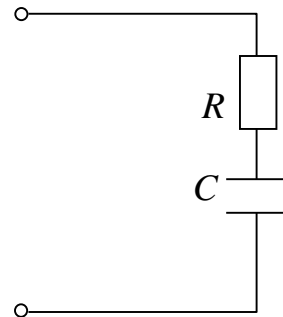
例：已知RC串联电路中 $R=20\Omega$ ， $C=2\mu\text{F}$ ， $\omega=10^4\text{rad/s}$ ，求将它们等效成并联电路后的等效电阻 R' 和 C'

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{10^4 \times 2 \times 10^{-6}} = -50\Omega$$

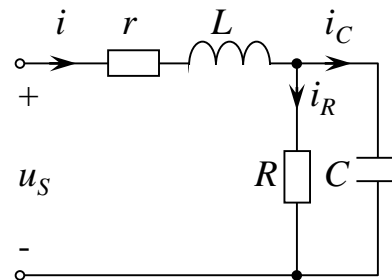
$$Z = R + jX_C = 20 - j50 = 53.85 \angle -68.2^\circ \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{53.85 \angle -68.2^\circ} = 18.6 \times 10^{-3} \angle 68.2^\circ = (6.9 \times 10^{-3} + j0.017)\text{S}$$

$$\left. \begin{aligned} G = \frac{1}{R'} &= 6.9 \times 10^{-3} \text{S} \\ B = \omega C' &= 0.017 \text{S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} R' = \frac{1}{G} = 145\Omega \\ C' = \frac{B}{\omega} = 1.7\mu\text{F} \end{cases}$$



例：电路如图，已知 $r=10\Omega$ ， $L=50\text{mH}$ ， $R=50\Omega$ ， $C=20\mu\text{F}$ ， $u_s(t) = 100\sqrt{2} \sin(10^3 t)\text{V}$
求电路的等效阻抗和各支路电流。



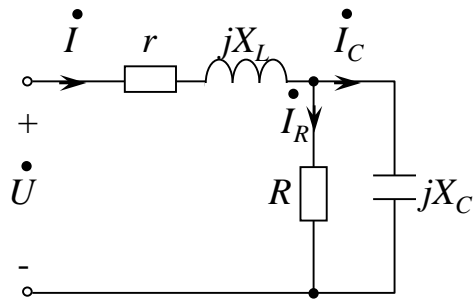
第五章 正弦稳态电路分析

$$\because u_s(t) = 100\sqrt{2} \sin(10^3 t) \text{ V}$$

$$\therefore \dot{U}_s = 100 \angle 0^\circ \quad \omega = 10^3$$

$$jX_L = j\omega L = j10^3 \times 50 \times 10^{-3} = j50 \Omega$$

$$jX_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10^3 \times 20 \times 10^{-6}} = -j50 \Omega$$



设 r 、 L 串联支路的阻抗为 Z_{rL} ， R 、 C 并联电路的阻抗为 Z_{RC} ，可得

$$Z_{rL} = r + jX_L = (10 + j50) \Omega$$

$$Z_{RC} = \frac{R \times jX_C}{R + jX_C} = \frac{50 \times (-j50)}{50 + (-j50)} = 35.36 \angle -45^\circ = (25 - j25) \Omega$$

$$\text{则 } Z = Z_{rL} + Z_{RC} = (10 + j50) + (25 - j25) = 35 + j25 = 43 \angle 35.4^\circ \Omega$$

$$\text{各支路电流可求得} \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z}; \quad \dot{I}_R = \frac{jX_C}{R + jX_C} \dot{I}; \quad \dot{I}_C = \frac{R}{R + jX_C} \dot{I}$$



第五章 正弦稳态电路分析

第五节 相量法分析

1. 节点分析法
2. 网孔分析法
3. 戴维南定理应用

例：电路如图。求各节点电压。

解：用节点分析法，设节点4为参考节点，其余各节点的电压分别为：

$$\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3。$$

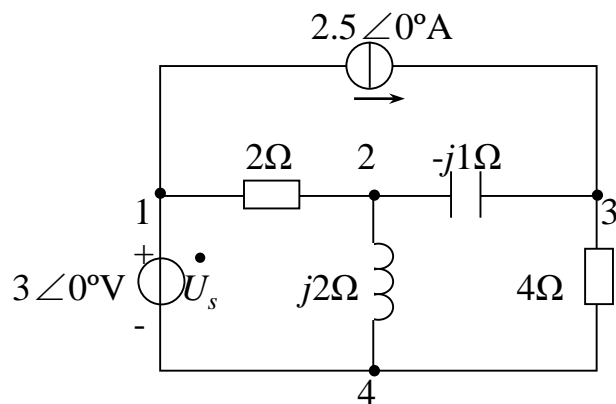
已知 $\dot{U}_1 = \dot{U}_s$ ，只需列出节点2、3方程。

$$\text{节点2: } -\frac{1}{2}\dot{U}_1 + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{j2} + \frac{1}{(-j1)} \right] \dot{U}_2 - \frac{1}{(-j1)} \dot{U}_3 = 0$$

$$\text{节点3: } -\frac{1}{(-j1)} \dot{U}_2 + \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{(-j1)} \right] \dot{U}_3 = 2.5 \angle 0^\circ$$

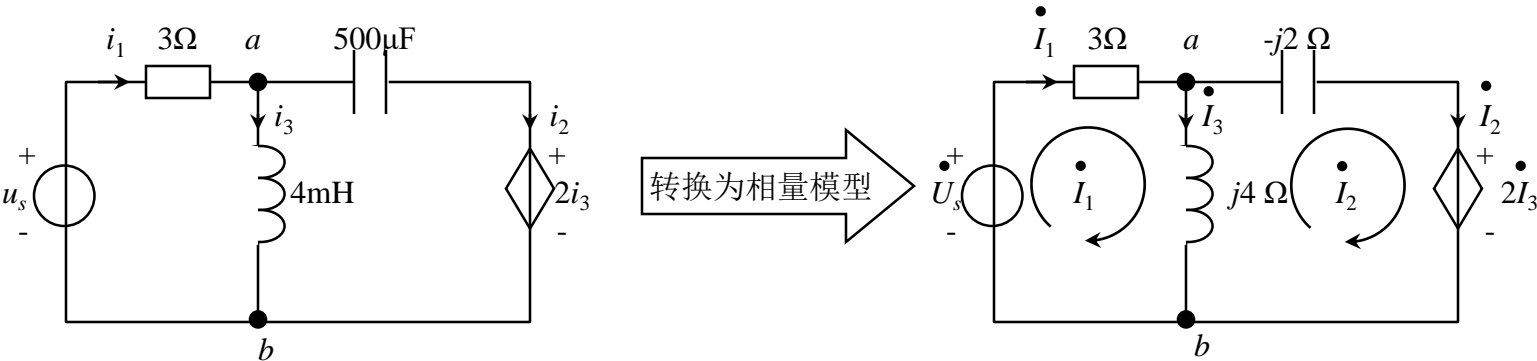
$$\text{解得: } \dot{U}_2 = 4.53 \angle 39.6^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_3 = 3.04 \angle 20.6^\circ \text{ V}$$



第五章 正弦稳态电路分析

例5-7 网孔法。电路如图所示，已知，求电流 i_1 、 i_2 和电压 u_{ab} 。



第六节 电路的谐振

定义：含有**电感和电容**的二端网络，若端口电压和电流同相位，呈现电阻性，则称该网络处于谐振状态。

应用：谐振的应用很广。如无线接收机、选频电路、带通滤波等。

一、串联谐振

电感和电容串联的电路，如图所示为RLC串联电路

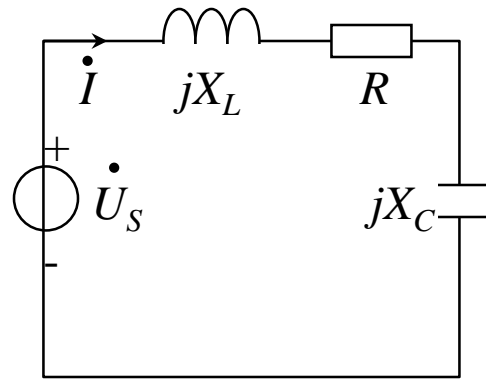
1. 谐振条件

设： $jX_L=j\omega L$, $jX_C=-(1/j\omega C)$, 则阻抗为：

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

当发生谐振时，电压与电流同相，即阻抗呈阻性，也即以上阻抗的虚部为0。故得电路发生谐振条件为：

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



2. 串联谐振特征

(1) 谐振时阻抗最小，电流最大

$$Z = R + j(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}) = R \quad |Z| = \sqrt{R^2 + (\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C})^2} = R = |Z|_{\min}$$

(2) 谐振时电压与电流同相

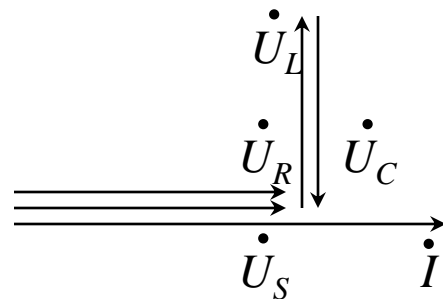
$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_S}{Z} = \frac{U_S \angle \theta_u}{Z} = \frac{U_S}{R} \angle \theta_u$$

(3) 谐振时电阻、电感及电容电压分别为

$$\dot{U}_R = R \dot{I}_0 = \dot{U}_S$$

$$\dot{U}_L = j\omega_0 L \dot{I}_0 = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_S = j \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \dot{U}_S$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega_0 C} \dot{I}_0 = -j \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \dot{U}_S$$



谐振时电感电压与电容电压相等，方向相反，电阻电压等于电源电压。

注意：若 $X_L = X_C \gg R$ ，则 $U_L = U_C \gg U_S$ 。所以串联谐振也称为电压谐振，在电力系统中应避免发生串联谐振



第五章 正弦稳态电路分析

3. 品质因素（ Q 值）

品质因素是电路谐振时动态元件上的电压与信号源电压的比值，反映在电源电压一定时，在动态元件上可以得到较高的电压。

$$Q = \frac{U_L}{U_s} = \frac{U_C}{U_s} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$U_L = U_C = QU_s$$

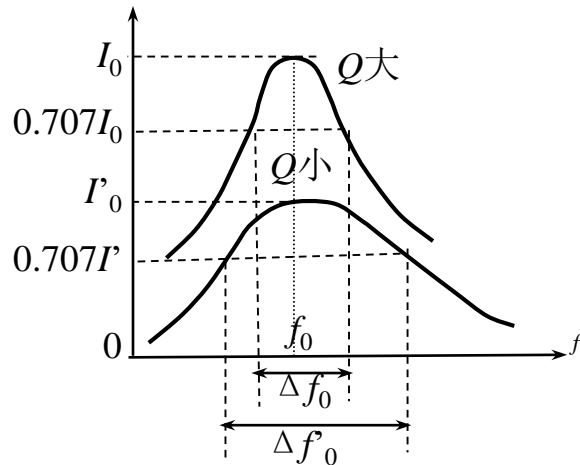


图5-31 Q 与谐振曲线的关系

4. 串联谐振的选频特性

以无线接收机为例说明。天线与可变电容组成串联谐振电路，改变 C 的值使电路对所需信号的频率产生谐振，在 LC 回路中该频率的信号电流最大， C 两端的电压最高，其他频率的信号电流很小，这样就将所需的信号选择出来。参见上图来理解串联谐振的选频特性。 Q 大选频特性好，灵敏度高（但电台频率漂移或解手机参数变化可能导致跑台）； Q 小尽管不容易跑台，但可能会造成混台（两个台同时被选择）





二、并联谐振的特性

根据串联谐振的特点，请同学们对照自学掌握并联谐振的有关知识。

