

安徽大学 20 19 —20 20 学年第 2 学期

《 离散数学 》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号 \_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	
-----	--

1. 设集合  $S = \{a, b, c, d\}$ ,  $S$  上的运算 “\*” 由右边的运算表给出，回答下列问题：

*	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$
$b$	$b$	$a$	$d$	$c$
$c$	$c$	$d$	$b$	$a$
$d$	$d$	$c$	$a$	$b$

(1) 代数  $\langle S, * \rangle$  中，幺元和零元分别是哪个元素？（如不存在则写“不存在”）；

(2) 代数  $\langle S, * \rangle$  中，每个元素的逆元分别是哪个元素？（如不存在则写“不存在”）；

(3) 代数  $\langle S, * \rangle$  中，运算 “\*” 是否满足交换律？如果是，请说明理由，如果不是，请举出反例；

(4) 代数  $\langle S, * \rangle$  中，是否存在等幂元素？如果存在，请指出。

2. 设  $f : N \times N \rightarrow N$ ,  $f(\langle x, y \rangle) = x + y + 1$ , 回答下列问题：

(1) 指出  $f$  是否为单射、满射、双射。

(2) 令  $A = \{\langle x, y \rangle / x, y \in N, f(\langle x, y \rangle) = 3\}$ , 用列举法写出  $A$ 。

(3) 令  $B = \{f(\langle x, y \rangle) / x, y \in \{1, 2, 3\}, x = y\}$ , 用列举法写出  $B$ 。

(4) 给出下列映射的结果：

①若  $C = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle\}$ , 写出  $f^{-1}(f(C))$  的结果；

②若  $D = \{0, 1, 2\}$ , 写出  $f(f^{-1}(D))$  的结果。

二、计算题（每小题 10 分，共 30 分）

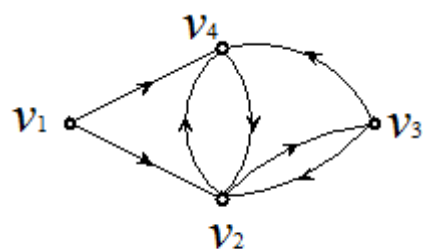
得 分	
-----	--

1 计算命题公式  $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$  的主析取范式和主合取范式（结果中的极大/小项必须编号）

2. 设集合  $A = \{a, b, c, d\}$  上关系  $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle \}$ ，求解如下问题：

- （1）写出  $R$  的关系矩阵；
- （2）求出关系  $R$  的幂  $R^0, R^2, R^3, R^4$  的关系矩阵；
- （3）求出  $R$  的自反闭包  $r(R)$ 、对称闭包  $s(R)$ 、传递闭包  $t(R)$  的关系矩阵；
- （4）求出  $R$  诱导的等价关系的关系矩阵，并写出其所有等价类。

(4) 求出各强分图的顶点集。



三、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

得分	
----	--

1. 用推理规则证明：

前提  $\forall x(F(x) \rightarrow G(x) \wedge H(x)), \exists x(F(x) \wedge R(x))$

结论  $\exists x(F(x) \wedge R(x) \wedge G(x))$

2. 在布尔代数中，证明恒等式

$$(a \oplus b') * (b \oplus c') * (c \oplus a') = (a' \oplus b) * (b' \oplus c) * (c' \oplus a)$$

学号

姓名

专业

年级

院/系

## 四、综合分析题（每小题 10 分，共 20 分）

得分

1. 已知  $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $\times_7$  为模 7 乘法, 求解如下问题:

- (1) 构造  $\langle G, * \rangle$  的运算表;
- (2) 证明  $\langle G, * \rangle$  是群;
- (3)  $\langle G, * \rangle$  是否为循环群? 若是, 请证明。
- (4) 写出群  $\langle G, * \rangle$  的所有子群。

2. 对于集合  $S = \{a, b, c\}$ , 求解如下问题:

- (1)  $\rho(S)$  表示  $S$  的幂集合,  $\pi(S)$  表示  $S$  所有划分构成的集合, 分别写出集合  $\rho(S)$  与  $\pi(S)$ ;
- (2) 分别画出偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$  的哈斯图 ( $F$  表示细分);
- (3) 分别基于偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$ , 在下表中填入集合  $\rho(S)$  与  $\pi(S)$  的最大元素、极大元素、下界和最小上界;

集合	最大元素	极大元素	下界	最大下界
$\rho(S)$				
$\pi(S)$				

- (4) 判断偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$  是否为格?
- (5) 判断偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$  是否为布尔代数? 如果是, 请指出其所有子布尔代数的载体。

五、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

得分	
----	--

如图给出的赋权图表示八个城市  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8$  及在城市间修建直接通讯线路的预测造价。试给出一个设计方案使得各城市间能够通讯且总造价最小（要求给出详细的算法过程），计算出最小总造价，并画出设计的通讯网络。

