

学号 \_\_\_\_\_  
姓名 \_\_\_\_\_  
专业 \_\_\_\_\_  
年级 \_\_\_\_\_  
院/系 \_\_\_\_\_

# 安徽大学 2019—2020 学年第 2 学期

## 《离散数学》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

### 一、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

得分 \_\_\_\_\_

1. 设集合  $S = \{a, b, c, d\}$ ,  $S$  上的运算 “\*” 由右边的运算表给出, 回答下列问题:

(1) 代数  $\langle S, * \rangle$  中,幺元和零元分别是哪个元素? (如不存在则写“不存在”);

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	b	a
d	d	c	a	b

(2) 代数  $\langle S, * \rangle$  中, 每个元素的逆元分别是哪个元素? (如不存在则写“不存在”);

(3) 代数  $\langle S, * \rangle$  中, 运算 “\*” 是否满足交换律? 如果是, 请说明理由, 如果不是, 请举出反例;

(4) 代数  $\langle S, * \rangle$  中, 是否存在等幂元素? 如果存在, 请指出。

2. 设  $f : N \times N \rightarrow N$ ,  $f(x, y) = x + y + 1$ , 回答下列问题:

(1) 指出  $f$  是否为单射、满射、双射。

(2) 令  $A = \{(x, y) / x, y \in N, f(x, y) = 3\}$ , 用列举法写出  $A$ 。

(3) 令  $B = \{f(x, y) / x, y \in \{1, 2, 3\}, x = y\}$ , 用列举法写出  $B$ 。

(4) 给出下列映射的结果:

① 若  $C = \{(0, 0), (0, 1)\}$ , 写出  $f^{-1}(f(C))$  的结果;

② 若  $D = \{0, 1, 2\}$ , 写出  $f(f^{-1}(D))$  的结果。

二、计算题（每小题 10 分，共 30 分）

得分

1. 计算命题公式  $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$  的主析取范式和主合取范式（结果中的极大/小项必须编号）

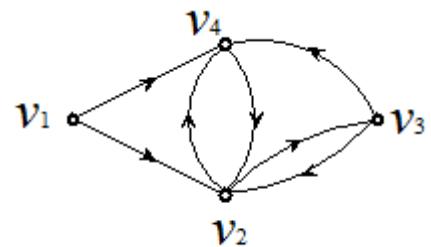
2. 设集合  $A = \{a, b, c, d\}$  上关系  $R = \{<a, b>, <b, a>, <b, c>, <c, d>\}$ , 求解如下问题:

- (1) 写出  $R$  的关系矩阵;
- (2) 求出关系  $R$  的幂  $R^0, R^2, R^3, R^4$  的关系矩阵;
- (3) 求出  $R$  的自反闭包  $r(R)$ 、对称闭包  $s(R)$ 、传递闭包  $t(R)$  的关系矩阵;
- (4) 求出  $R$  诱导的等价关系的关系矩阵，并写出其所有等价类。

院/系	年级	专业	答 题 装 订	姓名	学号
-----	----	----	------------------	----	----

3. 有向图  $G$  如右图所示, 试求:

- (1) 求  $G$  的邻接矩阵  $A$ 。
- (2) 求出  $A^{(2)}$ 、 $A^{(3)}$  和  $A^{(4)}$ ,  $v_1$  到  $v_4$  长度为 1、2、3 和 4 的路径各有多少?
- (3) 求出可达矩阵  $P$ 。
- (4) 求出各强分图的顶点集。



三、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	
-----	--

1. 用推理规则证明：

前提  $\forall x(F(x) \rightarrow G(x) \wedge H(x)) , \exists x(F(x) \wedge R(x))$

结论  $\exists x(F(x) \wedge R(x) \wedge G(x))$

2. 在布尔代数中，证明恒等式

$$(a \oplus b') * (b \oplus c') * (c \oplus a') = (a' \oplus b) * (b' \oplus c) * (c' \oplus a)$$

四、综合分析题（每小题 10 分，共 20 分）

得分

1. 已知  $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $\times_7$  为模 7 乘法, 求解如下问题:

- (1) 构造  $\langle G, * \rangle$  的运算表;
- (2) 证明  $\langle G, * \rangle$  是群;
- (3)  $\langle G, * \rangle$  是否为循环群? 若是, 请证明。
- (4) 写出群  $\langle G, * \rangle$  的所有子群。

学号 \_\_\_\_\_  
姓名 \_\_\_\_\_  
专业 \_\_\_\_\_  
年级 \_\_\_\_\_  
院/系 \_\_\_\_\_

答 题 物 超 答 订 表

2. 对于集合  $S=\{a, b, c\}$ , 求解如下问题:

- (1)  $\rho(S)$  表示  $S$  的幂集合,  $\pi(S)$  表示  $S$  所有划分构成的集合, 分别写出集合  $\rho(S)$  与  $\pi(S)$ ;
- (2) 分别画出偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$  的哈斯图 ( $F$  表示细分);
- (3) 分别基于偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$ , 在下表中填入集合  $\rho(S)$  与  $\pi(S)$  的最大元素、极大元素、下界和最小上界;

集合	最大元素	极大元素	下界	最大下界
$\rho(S)$				
$\pi(S)$				

- (4) 判断偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$  是否为格?
- (5) 判断偏序  $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$  与  $\langle \pi(S), F \rangle$  是否为布尔代数? 如果是, 请指出其所有子布尔代数的载体。

五、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

得分

如图给出的赋权图表示八个城市  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8$  及在城市间修建直接通讯线路的预测造价。试给出一个设计方案使得各城市间能够通讯且总造价最小（要求给出详细的算法过程），计算出最小总造价，并画出设计的通讯网络。

