UNIDAD 1

RESUMEN DE ECUACIONES A UTILIZAR EN LA CINEMÁTICA DE PARTÍCULAS

Se les presenta a continuación un resumen de las ecuaciones más utilizadas en la solución de los problemas de la Cinemática de la Partícula. Movimiento Rectilíneo y Curvilíneo.

Movimiento rectilíneo de partículas. Ecuaciones generales del movimiento:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad Velocidad\ de\ la\ partícula\ en\ un\ instante\ t\ cualquiera$$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad Aceleración\ en\ un\ instante\ t\ cualquiera. La\ velocidad\ es\ función\ del\ tiempo.$$

$$a = v\frac{dv}{dx} \quad Aceleración\ en\ una\ posición\ x\ de\ la\ partícula. La\ velocidad\ es\ función\ de\ x.$$

Movimiento rectilíneo uniforme: $\boldsymbol{v = constante}$.

$$x = x_0 + vt$$

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado: $\boldsymbol{a = constante}$.

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Movimiento relativo de partículas.

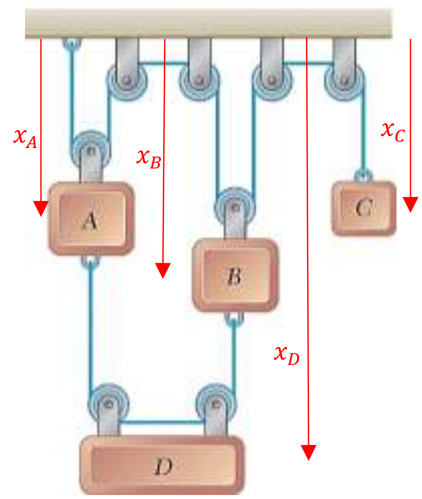
$$x_{B/A} = x_B - x_A$$

$$v_{B/A} = v_B - v_A$$

$$a_{B/A} = a_B - a_A$$

Movimiento dependiente de partículas.

En este movimiento. Lo fundamental es establecer un nivel de referencia con respecto al cual se referencian las posiciones de las partículas involucradas en el sistema. Recordemos que el análisis se basa en que el cable o cables mantienen su longitud constante, y al estar conectando a las partículas dentro del sistema, es quien gobernará sus cambios de posición, velocidades y aceleraciones. Las ecuaciones del movimiento se conocen como ecuaciones de dependencia del movimiento de las partículas involucradas. Si el sistema posee dos o más cables conectando a las partículas, entonces cada cable tendrá su propio sistema de ecuaciones, de acuerdo a las partículas que conecta. En el ejemplo que se presenta a continuación, puede observarse que el sistema está compuesto de dos cables. El primero conecta a los bloques *A, B* y *C*, mientras que el segundo conecta a los bloques *A, B* y *D*. Si consideramos el techo como nuestro sistema de referencia, con respecto al cual definimos las posiciones de cada bloque, tendremos las ecuaciones de dependencia para el primer cable así:



$$2x_A + 2x_B + x_C = constante$$

$$2v_A + 2v_B + v_c = 0$$

$$2a_A + 2a_B + a_C = 0$$

Notemos que el coeficiente refleja el número de veces que el cable involucra a los bloques, además se ha considerado la posición de cada bloque positivo hacia abajo. Para el segundo cable las ecuaciones serán:

$$(x_D - x_A) + (x_D - x_B) = constante$$

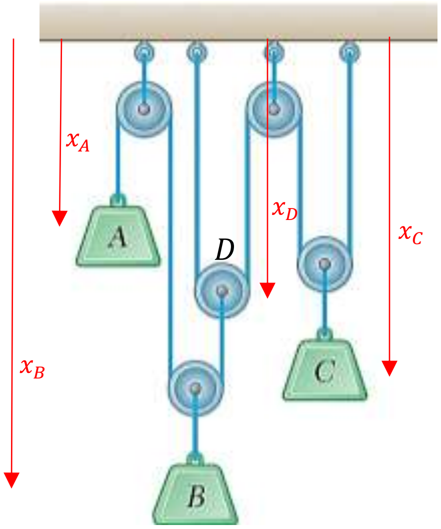
O bien: $$2x_D - x_A - x_B = constante$$ derivando:

$$2v_D - v_A - v_B = 0$$

$$2a_D - a_A - a_B = 0$$

Observamos que en general, nos interesa considerar los tramos de cable que varían a medida que los bloques se mueven, por eso, el tramo de cable horizontal sobre el bloque *D* lo consideramos constante y no se toma en cuenta.

A continuación analizamos otro sistema de poleas.



De nuevo tenemos dos cables, el primero conecta a los bloques *A* y *B*, y a la polea que hemos llamado *D*. La ecuación sería entonces:

$$x_A + x_B + (x_B - x_D) = constante$$

O bien: $$x_A + 2x_B - x_D = constante$$

Derivando, una y dos veces:

$$v_A + 2v_B - v_D = 0$$

$$a_A + 2a_B - a_D = 0$$

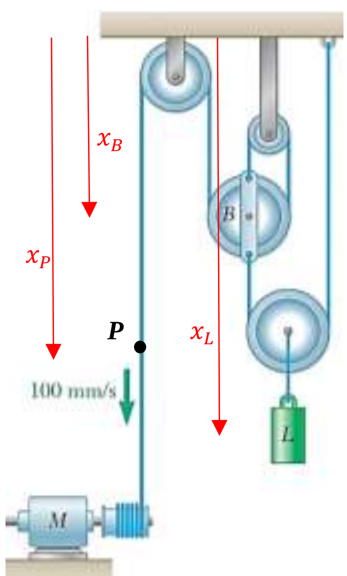
Las ecuaciones de dependencia serían:

$$2x_D + 2x_C = constante$$

Derivando, una y dos veces:

$$2v_D + 2v_C = 0$$

$$2a_D + 2a_C = 0$$



En este ejemplo, notamos que para involucrar el tramo de cable entre el motor M y la polea superior, es necesario colocar un punto P en el cable y referenciar su posición; son dos cables por lo que tenemos dos sistemas de ecuaciones:

$$x_P + 3x_B = constante$$

$$v_P + 3v_B = 0$$

$$a_P + 3a_B = 0$$

Segundo cable: $$(x_L - x_B) + x_L = constante$$

$$2v_L - v_B = 0$$

$$2a_L - a_B = 0$$