FORMULARIO DINAMICA

POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO.

a. Posición

$$s = f(\mathrm{t})$$
$$x = f(\mathrm{t})$$

Ecuación o ley del movimiento.

b. desplazamiento

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

Forma escalar

$$\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}$$

Forma vectorial

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN.

velocidad

$$v = \frac{ds}{dt}$$
$$v = \frac{dx}{dt}$$

Aceleración

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

DETERMINACIÓN DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO.

Ley del movimiento:

$$s = x = f(\mathrm{t})$$

Al derivar esta función se obtiene:

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \text{y} \quad v = \frac{dv}{dt} \text{ donde } vdv = ads$$

Ecuaciones para resolver problemas de cinemática del movimiento rectilíneo.

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_0^t vdt; \ \int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t adt; \ \int_{v_0}^{v} vdv = \int_{s_0}^{s} ads.$$

Donde s_o y v_o representan la posición y la velocidad de la partícula en $t = 0$.

Cuando la aceleración es igual a cero para todo valor de *t*, el movimiento se llama *movimiento rectilíneo uniforme*, y se caracteriza por lo siguiente:

$$\frac{dx}{dt} = v = constante$$
$$\int_{x_0}^{x} dx = v \int_0^t dt;$$
$$x - x_0 = vt$$
$$x = x_0 + vt$$

En particular, si $x_0 = 0$, resulta: $v=x/t$

Cuando la aceleración es constante, se tiene el *movimiento rectilíneo uniformemente acelerado*.

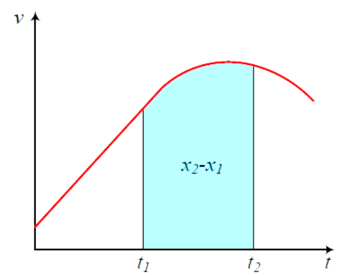
$$\frac{dv}{dt} = a = constante$$
$$\int_{v_0}^{v} dv = a \int_0^t dt \ \rightarrow v = v_0 = at$$
$$\int_{x_0}^{xv} dx = \int_0^t (v_0 + at)dt \ \rightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$
$$\int_{v_0}^{v} vdv = a \int_{x_0}^{x} dx \ \rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN DE UNA PARTÍCULA

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \ , \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{y} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt}$$

GRÁFICAS DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

En una gráfica de velocidad contra tiempo, el área bajo la curva entre los tiempos t_1 y t_2 es el desplazamiento x_2-x_1. Esto es una consecuencia de la definición de la velocidad y del significado geométrico de la integral definida.



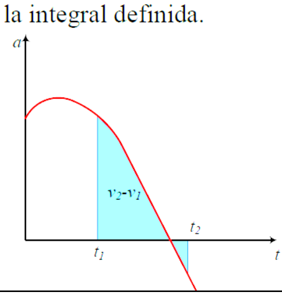
$$v = \frac{dx}{dt}$$

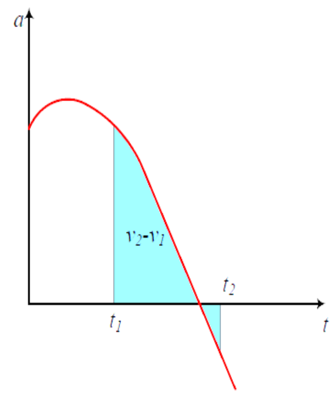
$$dx = v dt$$

$$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v\, dt$$

$$x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v\, dt$$

En una gráfica de aceleración contra tiempo, el área bajo la curva entre los tiempos t_1 y t_2 es el cambio en velocidad v_2-v_1. Esto es una consecuencia de la propia definición de la aceleración y del significado geométrico de la integral definida.





$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a\, dt$$

$$\int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a\, dt$$

$$v_2 - v_1 = \int_{t_1}^{t_2} a\, dt$$

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN DE UNA PARTÍCULA.

velocidad

a) Determinación de la velocidad de la partícula

Como el vector velocidad del punto es

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \text{ y } \vec{r} = \vec{r}(t) = \vec{x}(t)\hat{\imath} + \vec{y}(t)\hat{\jmath} + \vec{z}(t)\hat{k}$$

se tiene:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

O bien

$$v_x = \dot{x}; \quad v_y = \dot{y}; \quad v_z = \dot{z}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2};$$

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v}; \cos\beta = \frac{v_y}{v}; \cos\gamma = \frac{v_z}{v};$$

Aceleracion.

b) Determinación de la aceleración de la partícula.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j} + v_z(t)\hat{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2},$$

o bien

$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}, \quad a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}, \quad a_z = \dot{v}_z = \ddot{z},$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2};$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{a_x}{a}, \quad \cos\beta_1 = \frac{a_y}{a}, \quad \cos\gamma_1 = \frac{a_z}{a}$$

MOVIMIENTO CURVILINEO: COORDENADAS (COMPONENTES) NORMAL Y TANGENCIAL.

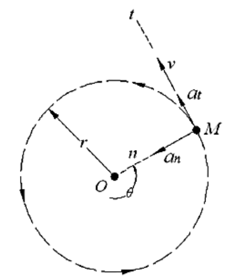
Resulta conveniente descomponer el vector aceleración en dos componentes, perpendiculares entre sí: según la tangente y la normal a la trayectoria del movimiento.

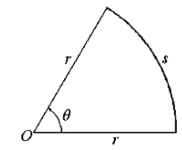
$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

La componente tangencial $\vec{a}_t$ tiene la misma dirección que la velocidad. Esta componente caracteriza la variación del módulo de la velocidad y, a su vez, es igual a la primera derivada del módulo de la velocidad o a la segunda derivada de la distancia s con relación al tiempo, es decir:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

MOVIMIENTO CIRCULAR:





Arco circular: $s=r\theta$

$$v = r\dot{\theta}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r\dot{\theta}^2 = v\dot{\theta}$$

$$a_t = \dot{v} = r\ddot{\theta}$$

La componente normal $\vec{a}_n$ es perpendicular a la dirección de la velocidad del punto, y es igual al cuadrado del módulo de la velocidad dividido entre el radio de curvatura de la trayectoria en el punto dado de la curva. Esta componente caracteriza la variación de la dirección del vector velocidad:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

De este modo:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\hat{e}_n$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$$

COORDENADAS POLARES

$$\vec{r} = r\hat{e}_r = r\hat{e}_r(\theta)$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(r\hat{e}_r\right) = \frac{dr}{dt}\hat{e}_r + r\frac{d\hat{e}_r}{dt}$$

$$\hat{e}_r = \hat{i}\cos\theta + \hat{j}\,sen\theta\,, \qquad \hat{e}_\theta = -\hat{i}\,sen\theta + \hat{j}\cos\theta$$

$$\frac{d\hat{e}_r}{d\theta} = -\hat{i}\,sen\theta + \hat{j}\cos\theta = \hat{e}_\theta\,, \qquad \frac{d\hat{e}_\theta}{d\theta} = -\hat{i}\cos\theta - \hat{j}\,sen\theta = -\hat{e}_r$$

$$Como \quad \hat{e}_r = \hat{e}_r(\theta)\,, \quad \frac{d\hat{e}_r}{dt} = \frac{d\hat{e}_r}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \hat{e}_\theta\dot{\theta}$$

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta$$

$$v_r = \dot{r} \qquad y \qquad v_\theta = r\dot{\theta}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta\right)$$

$$= \frac{d\dot{r}}{dt}\hat{e}_r + \dot{r}\frac{d\hat{e}_r}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} + \frac{dr}{dt}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + r\frac{d\dot{\theta}}{dt}\hat{e}_\theta + r\dot{\theta}\frac{d\hat{e}_\theta}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

$$= \ddot{r}\hat{e}_r + \dot{r}\left(\hat{e}_\theta\right)\dot{\theta} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + r\ddot{\theta}\hat{e}_\theta + r\dot{\theta}\left(-\hat{e}_r\right)\dot{\theta}$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{e}_\theta$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \qquad y \qquad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

COORDENADAS CILÍNDRICAS.	
velocidad	**Aceleración**
$\vec{v} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{z}\hat{k}$ $\vec{v} = v_r\hat{e}_r + v_\theta\hat{e}_\theta + v_z\hat{k}$ Donde: $v_r = \dot{r}, \quad v_\theta = r\dot{\theta}, \quad v_z = \dot{z}$ $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2 + v_z^2}$	$\boxed{\begin{array}{c} a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \\ a_z = \ddot{z} \end{array}}$ Por lo tanto: $a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2 + a_z^2}$
COORDENADAS ESFÉRICAS.	
Vector velocidad de un punto M	**Componentes escalares de la aceleración**
$\vec{v} = \dot{R}\hat{e}_R + R\dot{\phi}\hat{e}_\phi + \left(R\dot{\theta}\,sen\phi\right)\hat{e}_\theta$ la velocidad, en coordenadas esféricas $v_R = \dot{R}$ $v_\phi = R\dot{\phi}$ $v_\theta = R\dot{\theta}sen\phi$	$a_R = \ddot{R} - R\dot{\phi}^2 - R\dot{\theta}^2\text{sen}^2\phi$ $a_\phi = R\ddot{\phi} + 2\dot{R}\dot{\phi} - R\dot{\theta}^2\text{sen}\phi\cos\phi$ $a_\theta = R\ddot{\theta}\text{sen}\,\phi + 2\dot{R}\dot{\theta}\text{sen}\,\phi + 2R\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\phi$