Rapport TP1
Implémentation et résolution avec GLPK

Léo LAZARE et Héloïse LAFARGUE

Département Sciences du Numérique - Deuxième année
Recherche Opérationnelle
2022-2023

1 Assemblage

Dans ce problème, l'usine souhaite savoir comment répartir le travail entre deux modèles de voitures pour maximiser sa marge.

Il y a 2 variables : L & S. L correspond au nombre de voitures de Luxe produites par l'entreprise par semaine et S au nombre de voitures Standard.

Le problème concerne un cas précis, où les données sont précisées et ne demandent pas à être modifiées, on choisit donc le format lp.

De plus, on peut voir le problème de 2 manière différentes : PL ou PLNE. En effet, si l'on veut avoir un nombre de voiture entière construite par semaine, on utilise un modèle PLNE. Et si l'on veut une étude plus théorique avec des voitures pas forcément finies alors on utilise un modèle PL (par exemple, on pourrait construire 0,5 voiture en une semaine et donc 1 voiture dans deux semaines).

Variables L = nb de voitures de Luxe S = nb de voitures Standard	**Fonction objectif** Max 10 000 L + 9 000 S
Contraintes $6L + 5S \leq 6000$ $10L + 20S \leq 1500$	**Domaine de définition** $L, S \in \mathbb{R}^+$ ou $L, S \in \mathbb{N}$

Résultats :

— Dans le cas du problème linéaire PL, la marge totale est de 10285714.29€ et l'usine produit 642.857 voitures de Luxe et 428.571 voitures Standard.

— Dans le cas du problème linéaire en nombres entiers PLNE, la marge est de 10284000€ et l'usine produit 645 voitures de Luxe et 426 voitures Standard.

Ainsi, dans les deux cas, il est plus avantageux de produire plus de voiture de Luxe.

2 Gestion de personnel

Dans ce problème, l'objectif est de trouver à quel poste on doit affecter chaque personne pour minimiser le coût total de formation.

La variable $x_{i,j}$ représente l'affectation de la personne i au travail j : si i réalise le travail j, alors $x_{i,j}$ vaut 1, sinon $x_{i,j}$=0. C'est une variable binaire. $x_{i,j}$ est donc la variable de décision. Le problème est un PLNE. Les données sont les personnes, les travaux ainsi qu'une matrice des coûts de formation.

Dans ce problème, le nombre de personnes et de travaux, et le coût de formation n'est pas défini donc le format choisi est le modèle mod.

Variables $x_{i,j}$ = variable binaire d'affectation de la personne i au travail j	**Fonction objectif** Min $\sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} x_{i,j}$ cout(i,j)
Contraintes $\sum_{i=0}^{N} x_{i,j} = 1$ $\sum_{j=0}^{N} x_{i,j} = 1$	**Domaine de définition** $x_{i,j} \in \{0, 1\}$

Résultats :

Dans notre exemple, le coût total de formation minimal est de 15. Chaque travail est attribué à une seule personne qui ne fait que ça. L'idéal est que Léo travaille en Maths, Héloïse en Coiffure et Tanguy en Marketing vues leurs compétences.

3 E-commerce

3.1 E-commerce 1

Dans ce problème, une enseigne de magasins vendant des fluides en stocks limités souhaite répondre aux demandes en minimisant le coût total.

Il y a 3 types de données : Demandes, Fluides et Magasins. Il y a une seule variable de décision : $x_{d,f,m}$ qui représente le lien entre une demande d, un fluide f et un magasin m : elle représente la quantité de fluide f provenant du magasin m pour la demande d.

Comme les quantités de fluides sont des réels, il faut utiliser un modèle PL.

Pour résoudre le problème, il faut qu'on lui ajoute les données donc on utilise le modèle mod.

Variables	Fonction objectif
$x_{d,f,m}$ = quantité de fluide f, provenant du magasin m, pour la demande d.	Min $\sum_m \sum_f \sum_d$ couts$[m,f] \times x_{d,f,m}$
Contraintes	**Domaine de définition**
$\sum_d x_{d,f,m} \leqslant$ stocks$[m,f]$ $\sum_m x_{d,f,m} =$ commandes$[d,f]$	$x_{d,f,m} \in \mathbb{R}^+$

Résultats :

Dans l'exemple, le coût total est de 9,5. Les contraintes sont bien respectées, les fluides d'une même commande peuvent être pris dans des magasins différents en quantité réelle et la quantité demandée est au final bien respectée.

3.2 E-commerce 2

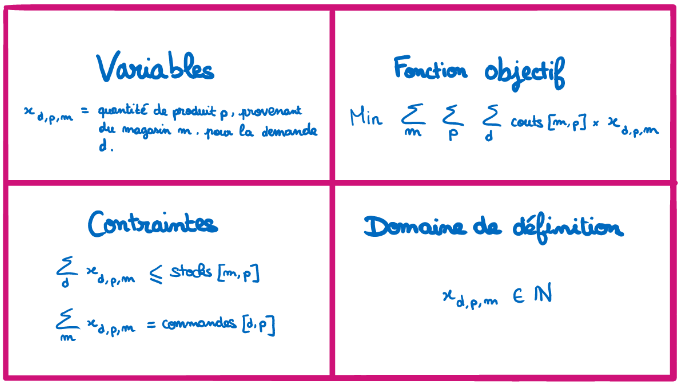
Dans ce problème, on est dans le même contexte que l'e-commerce 1 mais cette fois on s'intéresse à des produits préconditionnées, donc il faut que la quantité de produits soit entière.

On remplace donc la donnée Fluides par Produits et, maintenant, la variable $x_{d,p,m}$ prend des valeurs entières.

Il y a donc 3 données : Demandes, Produits et Magasins. Il y a une seule variable de décision : $x_{d,p,m}$ qui représente le lien entre une demande d, un produit p et un magasin m : elle représente la quantité de produit p demandé dans le magasin m par la demande d.

Comme les quantités de produits sont entières, on ne peut pas séparer un produit en 2 (un burger par exemple), il faut utiliser un modèle PLNE.

Pour résoudre le problème, il faut toujours qu'on lui ajoute les données donc on utilise le modèle mod.



Résultats :

Dans l'exemple, le coût total minimal est de 9. Les contraintes sont bien respectées, le problème étant très similaire au problème précédent, on vérifie juste que la variable de décision est toujours entière, ce qui est bien le cas, même si on offre des stocks réels.

3.3 E-commerce 3

Dans ce problème, on se place dans le contexte du cas 2 mais en ajoutant une dimension de coût de trajet avec un coût variable en fonction du nombre d'objets achetés et un coup fixe en fonction du magasin dans lequel les objets ont été achetés.

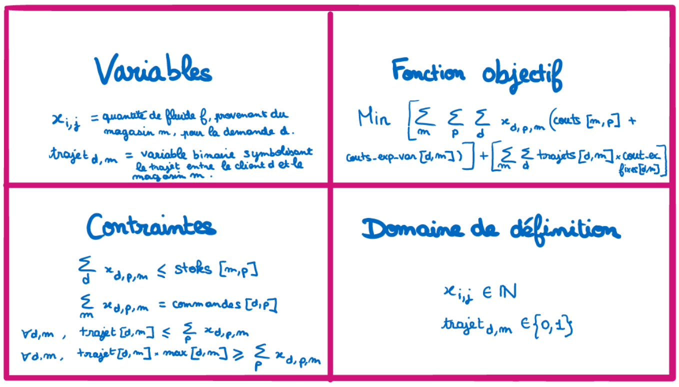
Les données sont les mêmes. Il y a toujours la variable de décision $x_{d,p,m}$, à laquelle, on ajoute $trajet_{d,m}$, la variable binaire de décision faisant le lien entre une demande d, un magasin m : elle égale à 1 s'il y a un trajet dans le magasin m pour la demande d et 0 sinon.

On ajoute 2 contraintes, qui par un artifice de calcul (qui réside dans le caractère binaire de $trajet_{d,m}$) vont nous permettre de vérifier qu'il y a bien au moins un trajet par magasin ayant au moins une commande de passée (cf Schéma).

Comme les quantités de produits sont entières, on reste avec un modèle PLNE et l'on ajoute toujours nos données donc on utilise le modèle .mod.

Résultats :

Dans l'exemple, le coût total minimal est de 347. Les contraintes sont bien respectées, le problème étant très similaire au problème précédent, on a effectué plusieurs test pour voir si le bon coût de trajet était ajouté mais aussi pour voir si les bon trajets étaient effectués depuis le bon magasin.



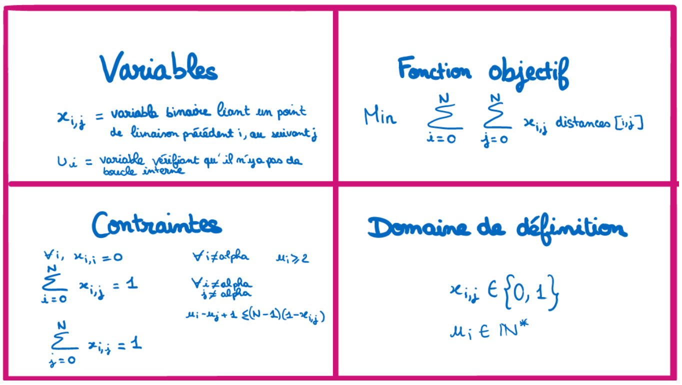
3.4 E-commerce 4

Dans ce problème, un magasin assure toutes ses livraisons avec un livreur et veut connaître l'ordre des livraisons à effectuer pour que le trajet soit le plus cours possible.

Il s'agit d'un problème du plus court chemin.

En données, on a un tableau Distances des distances entre les clients et le magasin. La variable $x_{i,j}$ représente le lien entre le point de livraison précédent i et le suivant j. C'est une variable binaire de décision. La variable $u_{i,j}$ est relative aux boucles interne.

Dans ce problème, on doit ajouter la matrice des distances pour le résoudre donc on utilise le modèle .mod.



Résultats :
Pour l'exemple de la matrice (f) de l'énoncé, on obtient que la distance totale minimale vaut 22 (km). Le livreur doit effectuer les trajets dans l'ordre suivant :

$$alpha - C2 - C3 - C5 - C4 - C1 - alpha$$