

INTELIGENCIA ARTIFICIAL APLICADA AL CONTROL

Tema 4: Control con Lógica Fuzzy

Dpto.: Arquitectura de Computadores y Automática
Autor: Matilde Santos

Matilde Santos Peñas
Facultad de Informática, UCM

4.1 INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA FUZZY



CONTROL FUZZY

- INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA FUZZY
 - CONJUNTOS Y OPERACIONES
- SISTEMAS FUZZY
- CONTROL BORROSO

Matilde Santos Peñas
Facultad de Informática, UCM

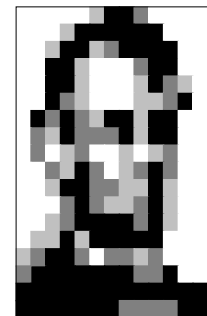


INFORMACIÓN

- Imprecisión, vaguedad, incertidumbre



- Estocástica
 - Modelos estadísticos
 - La probabilidad de acertar en la diana es 0.8
- No estadística (Léxicos)
 - Modelos fuzzy
 - Hombres altos, días calurosos, etc



Información útil

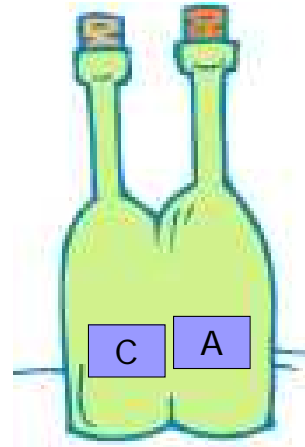


MODELOS DE LA INCERTIDUMBRE

- $T = \{\text{conjunto de todos los líquidos}\}$
- $L = \{\text{conjunto de líquidos potables}\}$

$$\Pr(A \in L) = 0.91$$

$$m_L(C) = 0.91$$



5



PROBABILIDAD \neq FUZZINES

■ PROBABILIDAD

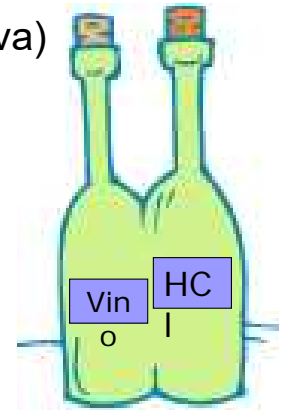
- N° ocurrencias (frecuencia relativa)
 - Sólo es válida para sucesos futuros/desconocidos

■ FUZZINES

- Similitudes
 - La pertenencia a un conjunto fuzzy permanece

$$\Pr(A \in L) = 0$$

$$m_L(C) = 0.91$$



6



PROBABILIDAD/INCERTIDUMBRE

- “... Una persona que sufre de hepatitis muestra en el 60% de los casos una fiebre alta, en el 45% de los casos la piel de color amarillento, y en el 30% de los casos sufre de náuseas...”



Probabilidad y lógica
difusa se
complementan entre sí!

7



LÓGICA FUZZY/DIFUSA/BORROSA

- Técnica de la inteligencia artificial (*Soft Computing*)
 - Emular el razonamiento humano (sentido común)
- Simple y muy potente
- Utilización extendida (aplicaciones)
- Campo abierto a la investigación

No siempre la mejor opción

8



LÓGICA FUZZY

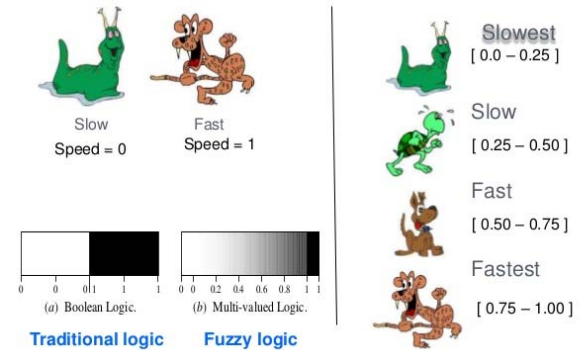
- Formalización del razonamiento con incertidumbre
 - Razonamiento aproximado (inteligencia)
- Maneja términos lingüísticos (imprecisos)
 - Usa el lenguaje natural
- Técnica heurística, cualitativa (conocimiento)
- Lógica multivaluada
 - Extensión/generalización de la lógica clásica bivalente

9



LÓGICA MULTI-VALUADA: Valores de verdad lingüísticos

- ▶ Lógicas clásicas
 - ▶ Bivalente (Aristóteles, 350 aC)
- ▶ Lógica trivalente
 - ▶ Lukasiewicz, 1920
- ▶ Lógica multivalente
 - ▶ Multivaluada: grados de verdad



10



FUNDADOR

Lofti Zadeh, 1921



- "Fuzzy Sets", 1965
- Fuzziness: "Un tipo de imprecisión que se asocia con clases en las que no hay una transición aguda de la pertenencia a la no pertenencia" - Zadeh (1970)
- Principio de Incompatibilidad: "a medida que la complejidad de un sistema aumenta, disminuye nuestra capacidad para hacer afirmaciones precisas, incluso significativas, sobre su comportamiento, hasta que se alcanza un umbral más allá del cual precisión y relevancia son características casi mutuamente excluyentes"

11



HISTORIA, ESTADO DEL ARTE Y DESARROLLO



12



APLICACIONES

- Diagnóstico de fallos, programación matemática, procesamiento de imágenes, reconocimiento de patrones, clustering, etc.
- Procesos con variables fisiológicas y biológicas, aplicaciones médicas, control de calidad
- Modelo y control de sistemas complejos: ascensor, tren de alta velocidad, barcos, conducción automática
- Aplicaciones de control: sintonía, saturación, paso manual a automático, ganancia programada, etc

13



FUNDAMENTOS

- números naturales mucho mayores que 100,
- ríos largos,
- personas jóvenes,
- días soleados,
- párrafos difíciles, etc.

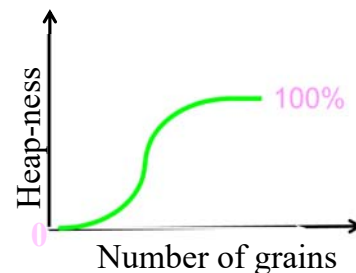
La transición entre la pertenencia y no pertenencia no es abrupta, sino gradual

14



PARADOJA

- Premisa 1: Un millón de granos de arena es un montículo
- Premisa 2: Un montón menos un grano es un montón
- Pregunta: Es un grano de arena un montículo?

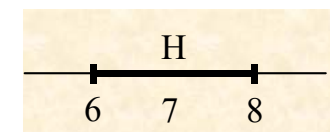
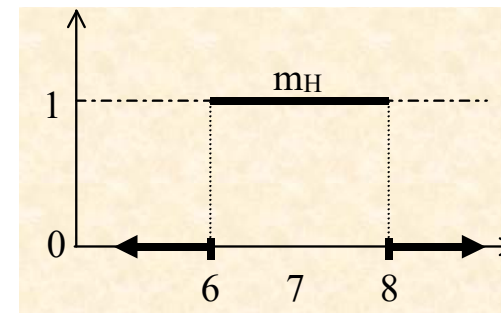


CONJUNTOS CLÁSICOS (*crisp*)

- n^o entre 6 y 8

$$\square m_H(r) = \{0, 1\}$$

$$m_H(r) = \begin{cases} 1, & 6 \leq r \leq 8 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

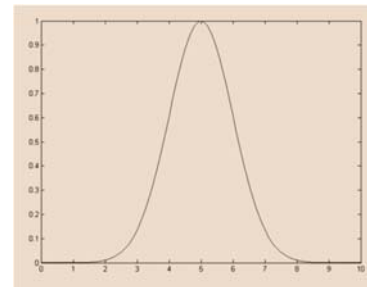
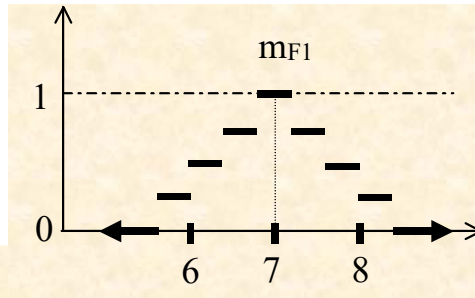
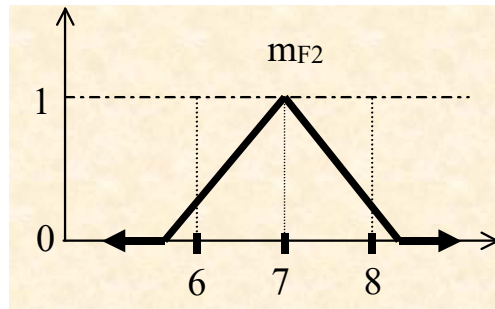


16



CONJUNTOS FUZZY

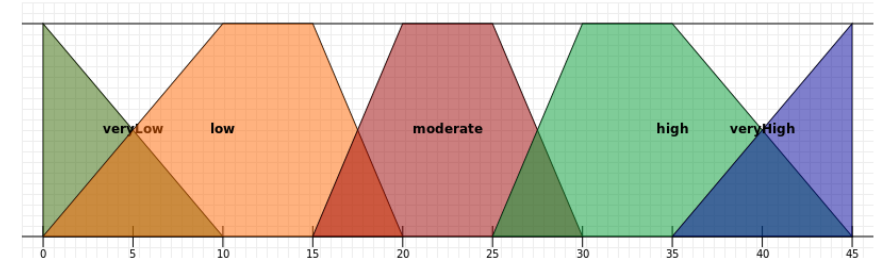
- n° “cercaños” al 7
- $m_F(r) = [0,1]$



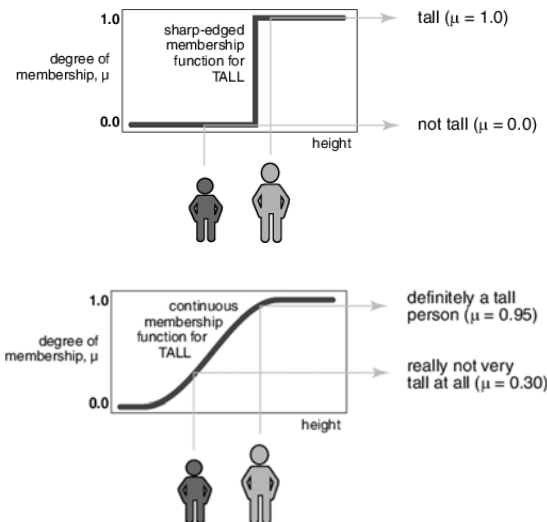
TEORÍA DE CONJUNTOS FUZZY

discount

(No description)



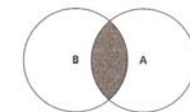
GRADO DE PERTENENCIA



FUNCIÓN DE PERTENENCIA

- Un conjunto está descrito por su *función característica* o *función de pertenencia*

- Números pares



A point is either *in* the set or *not*; it's either *in* the intersection or *not*.

- *Pertenencia parcial* de un elemento a un conjunto ($L = [0,1]$)

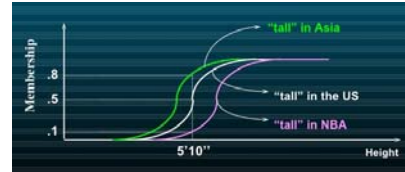
$$\mu_F : U \rightarrow [0,1]$$

- Personas mayores



FUNCIÓN DE PERTENENCIA

- Función continua
- Subjetiva
- Puede definirse de forma numérica, gráfica, mediante un vector, o de forma funcional
- Puede ser cualquier forma, incluyendo arbitraria o irregular (trapezoidal, gaussiana,)
- Se normaliza a valores entre 0 y 1
- A menudo utiliza aproximaciones triangulares para ahorrar tiempo de cómputo



CONJUNTOS FUZZY

Dado un *universo de discurso* U (*dominio*), un *conjunto fuzzy* A de U es un conjunto de pares ordenados de elementos x y su correspondiente grado de pertenencia al conjunto

$$A = \{(x | A(x))\}$$

Los elementos del universo discurso U pueden pertenecer a un conjunto fuzzy A con cualquier valor entre 0 y 1

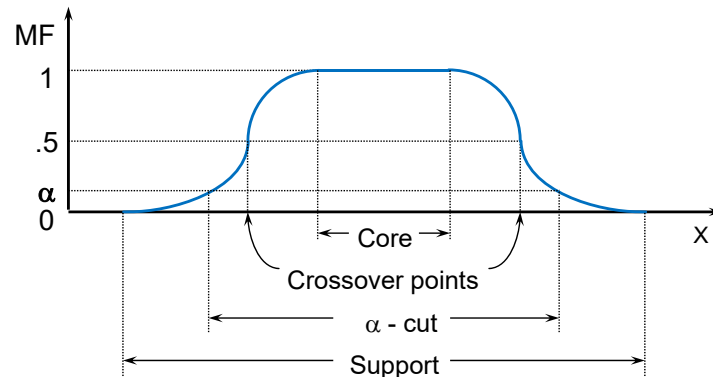
$$0 \leq \mu_F(u) \leq 1 \quad \text{Grado de pertenencia}$$

22



CONJUNTO FUZZY

- Se caracteriza por:
 - Una función de pertenencia (MF)
 - Una etiqueta lingüística



CARACTERÍSTICAS

- PROPIEDADES
 - Normalizados ($m_F(7) = 1$: verdad)
 - Monotonicidad
 - Simetría
- INFORMACIÓN ÚTIL
 - $m_H(q) = 1$
 - $m_F(q) = 0.98$
- ELÁSTICOS
 - Incorporar incompletitud o imperfección

24



PROPIEDADES

La mayoría de las propiedades de los conjuntos clásicos (conmutatividad, asociatividad e idempotencia) se mantienen para conjuntos difusos excepto dos:

Ley de contradicción

$$\sim A \cap \sim \bar{A} \neq \emptyset$$

Ley del tercio excluso

$$\sim A \cup \sim \bar{A} \neq U$$

EJEMPLO: CONTINUO

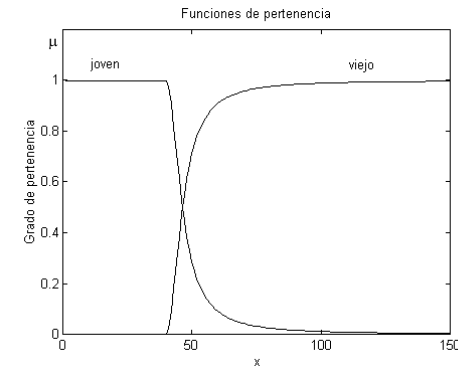
■ U: edad

□ Conjunto fuzzy J (joven)

$$J = \{(x \mid 1), 0 < x < 40; (x \mid (1 + (x - 40)^2/40) - 1), x > 40\}$$

□ Conjunto fuzzy V (viejo)

$$V = \{(x \mid 0), 0 < x < 40; (x \mid (1 + 40/(x - 40)^2) - 1), x > 40\}$$



26



EJEMPLO: DISCRETO

■ U: {meses del año}

□ Conjunto fuzzy F (frío)

$$F = 1 \mid \text{enero} + 1 \mid \text{febrero} + 0.8 \mid \text{marzo} + 0.7 \mid \text{abril} + 0.5 \mid \text{mayo} + \dots$$

□ Conjunto fuzzy C (calor)

$$C = 0 \mid \text{enero} + 0 \mid \text{febrero} + 0.4 \mid \text{marzo} + 0.6 \mid \text{abril} + 0.6 \mid \text{mayo} + \dots$$

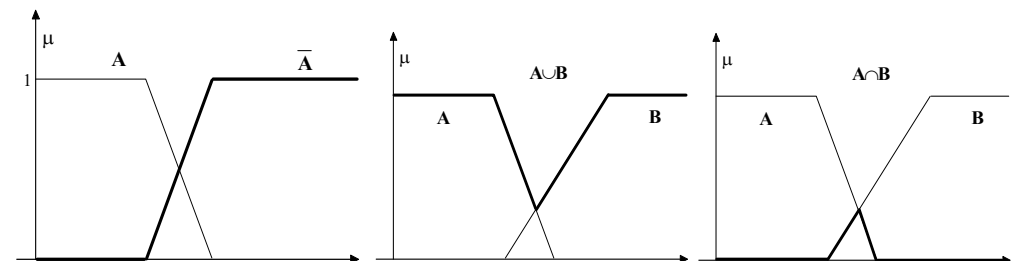
| U | Ene. | Feb. | Mar | Abr. | May | Jun. | Jul. | Ago | Sept | Oct. | Nov | Dic. |
|-------|------|------|-----|------|-----|------|------|-----|------|------|-----|------|
| Frio | 1 | 1 | 0.8 | 0.7 | 0.5 | 0.4 | 0.2 | 0 | 0.3 | 0.5 | 0.8 | 1 |
| Calor | 0 | 0 | 0.4 | 0.6 | 0.6 | 0.8 | 1 | 1 | 0.7 | 0.4 | 0.1 | 0 |

Valores semánticos de los conjuntos fuzzy (joven, viejo, frío, ...) = etiquetas lingüísticas

27



OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS FUZZY



Complemento

Unión (s-norma)

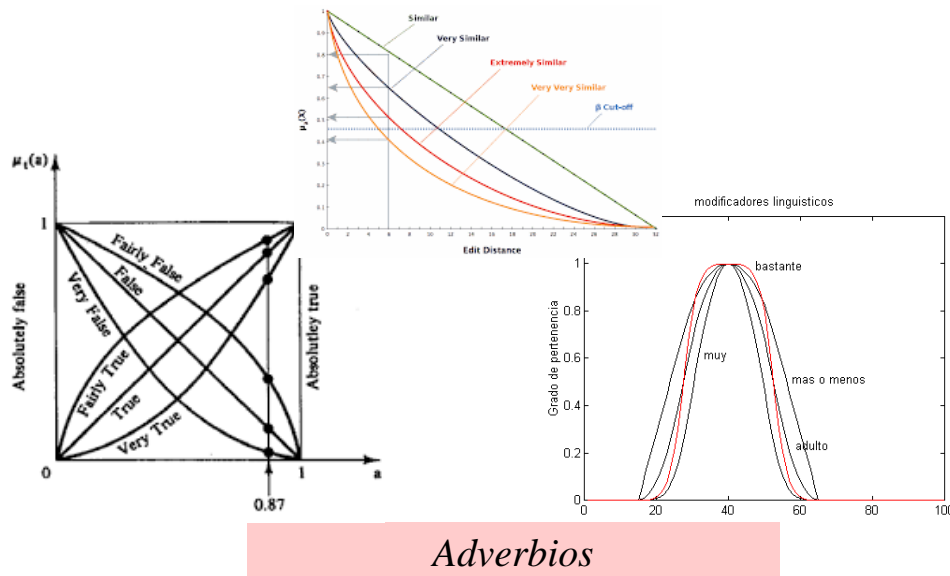
Intersección (t-norma)

Not - and - or

28



MODIFICADORES LINGÜÍSTICOS



TIPOS DE MODIFICADORES

- Intensificar un conjunto difuso (muy, extremadamente)
- Diluir un conjunto difuso (algo, una especie de)
- Expresar probabilidades (probablemente, no es probable)
- Aproximar a un número escalar (exactamente)
- Expresar cantidades de forma vaga (raramente, la mayoría)

30



IMPLEMENTACIÓN DE LOS MODIFICADORES

$$\text{"Very"} \quad \alpha = \alpha^2 = \int_Y \frac{[\mu_\alpha(y)]^2}{y}$$

"Very" can be the mathematical square

$$\text{"Very, very"} \quad \alpha = \alpha^4$$

$$\text{"Plus"} \quad \alpha = \alpha^{1.25}$$

"Somewhat" can be the square root

$$\text{"Slightly"} \quad \alpha = \sqrt{\alpha} = \int_Y \frac{[\mu_\alpha(y)]^{0.5}}{y}$$

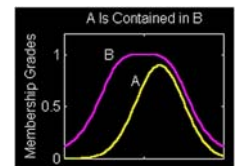
$$\text{"Minus"} \quad \alpha = \alpha^{0.75}$$

Otras convenciones matemáticas



RELACIONES FUZZY

- Relaciones ordinarias entre conjuntos fuzzy
 - Si existe o no relación entre los elementos de dos o más conjuntos fuzzy
 - Ejemplo: Equivalencia, inclusión



- Relaciones fuzzy entre conjuntos ordinarios
 - Grado de pertenencia a la relación (entre 0 y 1)
- Relaciones fuzzy entre conjuntos fuzzy

$$R \subset A \times B$$

32



CÓMO REPRESENTAR EL CONOCIMIENTO

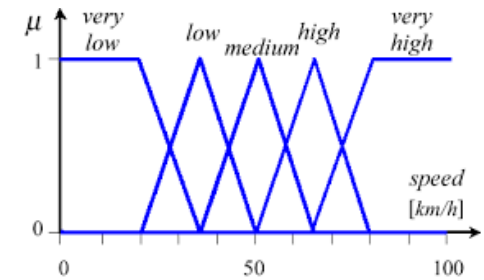
- Aproximando la representación al lenguaje del experto
 - VARIABLES LINGÜÍSTICAS
 - Temperatura = {muy alta, alta, media, baja, ...}
 - REGLAS FUZZY
 - Si la temperatura es alta entonces ...



VARIABLE LINGÜÍSTICA

Sus valores son palabras o frases de un determinado lenguaje (Zadeh)

- Nombre de la variable
- Universo o dominio
- Etiquetas lingüísticas (términos)
 - Semántica
- Conjuntos fuzzy asociados a cada etiqueta
 - Función de pertenencia



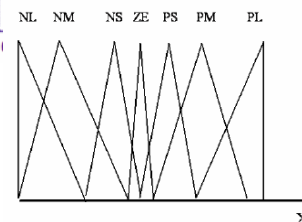
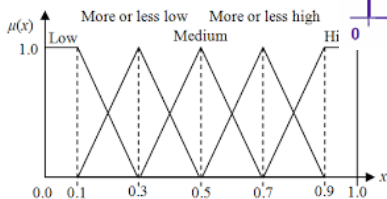
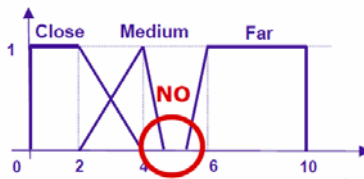
Variable lingüística *velocidad*

34



DISEÑO DE LA VARIABLE LINGÜÍSTICA

- Número (Granularidad: de 3 a 7)
- Cobertura (cualquier punto al menos en un conjunto difuso)
- Extremos (cubiertos con el valor máximo)
- Punto de cruce



REGLAS FUZZY

- General

If x is A then y is B

- Esto se interpreta como un conjunto fuzzy

- Ejemplos:

- Si la presión es alta, entonces el volumen es pequeño
- Si el camino es resbaladizo, entonces conducir es peligroso
- Si un tomate es rojo, entonces está maduro
- Si la velocidad es alta, entonces aplique un poco freno



RAZONAMIENTO FUZZY

■ Encadenamiento hacia adelante

- Un sólo nivel
- GMP (Modus Ponens Generalizado)
- RCI (Reglas Composicional de Inferencia):
 - Max-*
 - MAMDANI: max-min
 - LARSEN: max-prod



RAZONAMIENTO FUZZY (GMP)

GMP pero la primera premisa es sólo una variable

premisa 1: x es A'

premisa 2: (R) si x es A entonces y es B

conclusión: y es B'

$$R = (A(x) \rightarrow B(y))$$

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \times B)$$

$$\mu_{A' \circ (A \times B)}(y) = \max [\mu(A'(x) * \mu_{A \times B}(y))]$$

Usar el máximo de la intersección entre A y A' para obtener B'

38



4.2 SISTEMAS FUZZY



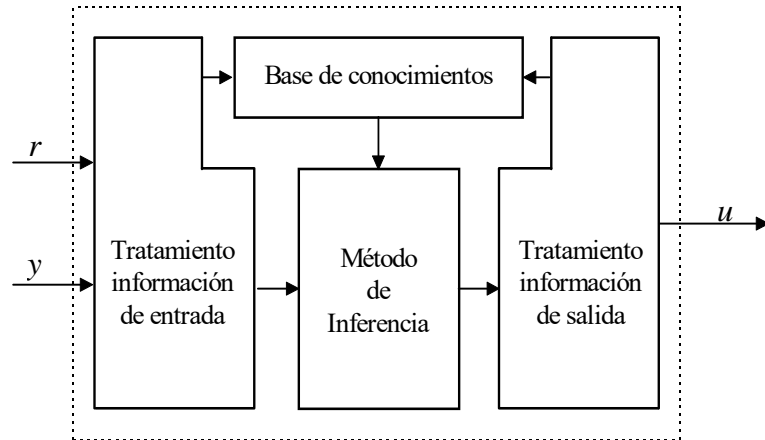
SISTEMA FUZZY

Un sistema fuzzy se compone internamente de un conjunto de reglas lingüísticas que tienen como antecedentes los valores posibles de las entradas, y que concluyen la acción a efectuar en términos también lingüísticos

Si la temperatura es alta, entonces baja mucho la calefacción



MODULOS DEL SISTEMA FUZZY



Elementos de un sistema fuzzy

41



TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN DE ENTRADA

- Selección y medida de las variables de entrada
 - De los sensores, datos o usuarios
 - Calculadas a partir de otras variables (error, derivada, composición, etc)
- Escalado
- Fuzzyficación
 - Depende de la naturaleza de la información

$$A(x) = \text{fuz}(x0) = A(x0)$$

42



BASE DE CONOCIMIENTO

- Base de datos
 - Funciones de pertenencia
 - Partición de los espacios de entrada y salida
 - Número de etiquetas: conjuntos fuzzy
- Base de reglas de producción: if ... then

| | | Número de variables de entrada | | | |
|------------|---|--------------------------------|----|-----|------|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Nº etiq | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| | 3 | 9 | 27 | 108 | 324 |
| | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 |
| | | Número de reglas | | | |

43



MECANISMO DE INFERENCIA

La forma de razonar

*RCI max-**

$$z = y^{\circ} (x^{\circ} R)$$

- R1: **si** altura es alta **y** peso es grande **entonces** gordura es media
- R2: **si** altura es alta **y** peso es pequeño **entonces** gordura es poca
- R3: **si** altura es baja **y** peso es grande **entonces** gordura es grande
- R4: **si** altura es baja **y** peso es pequeño **entonces** gordura es poca

$$R = \text{also}(R1, R2, R3, \dots) = \cup(R1, R2, R3, \dots)$$

44



TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN DE SALIDA

- Determinación de las variables de salida
- Defuzzyficación
 - obtener un valor concreto de la salida difusa
- Métodos:
 - defuzzyficación lineal
 - promedio de máximos (MOM)
 - centro de gravedad (COA)

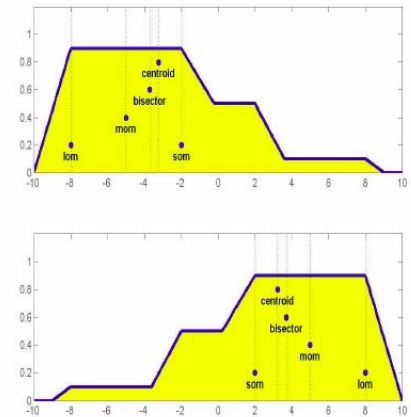
$$z_0 = defuz(z)$$

45



DEFUZZYFICACION

- Centroide (coa)
- Bisector
- Media de los máximos
- Mínimo de los máximos
- Suma de los máximos
- Centro de la
- ...



46



TIPOS DE SISTEMA FUZZY

■ MAMDANI

Ri: si x es Ai y y es Bi entonces z es Ci

$$C^o = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i}$$

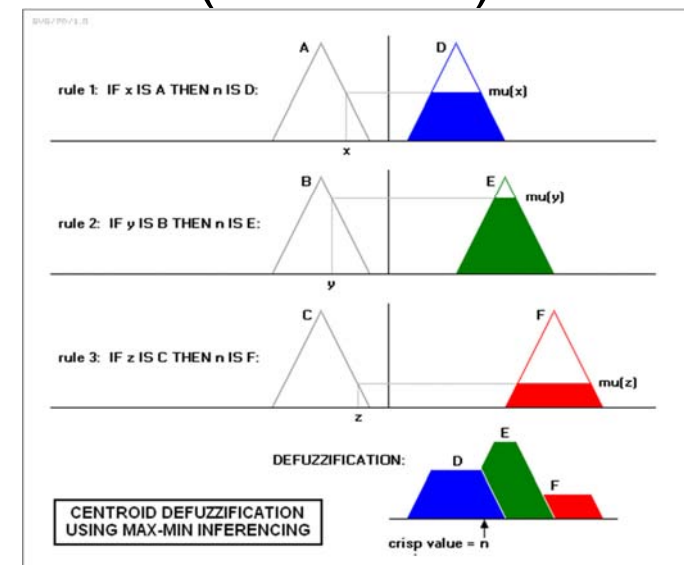
■ SUGENO

Ri: si x es Ai y y es Bi entonces $z_i = f_i(x, y)$

47



Composicion de 3 salidas fuzzy (Mamdani)





Composición de 2 salidas fuzzy (Sugeno –TSK-)

