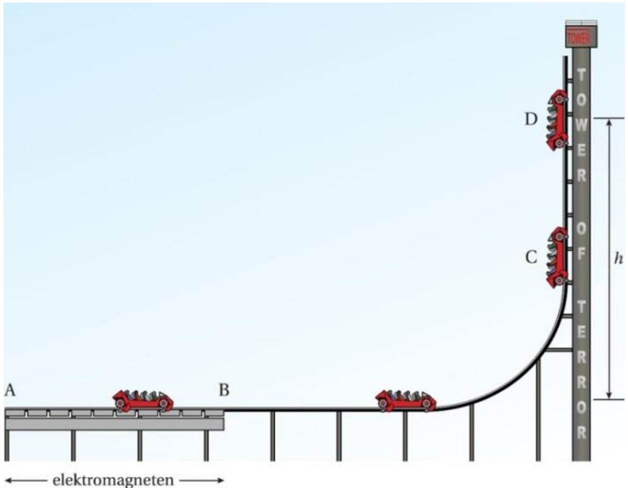
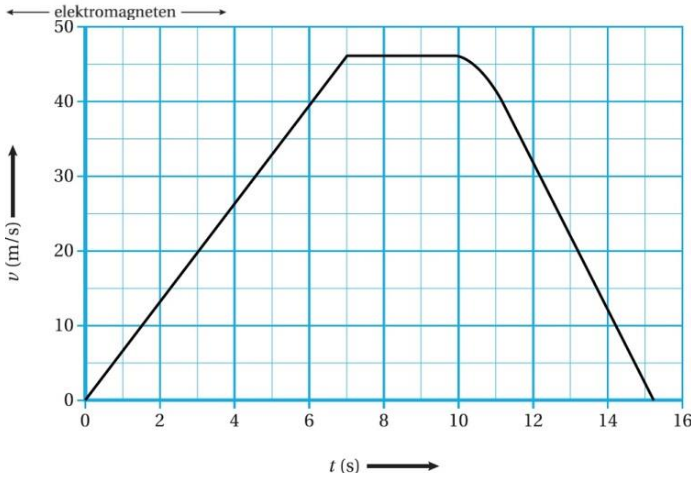
Herhalingsopgaven bij H8 - Arbeid en energie - UITWERKING

Opgave 1 – Tower of Terror

In attractiepark Dreamworld in Australië staat de 'Tower of Terror'. Zie de figuur hiernaast. In de figuur eronder staat het (*v*,*t*)-diagram van een kar vanaf het moment van vertrek in A tot het bereiken van het hoogste punt in D. De massa van de kar inclusief passagiers is $6{,}2 \cdot 10^3$ kg. Op het stuk AB wordt de kar versneld.





a) Bepaal de resulterende kracht op de kar tijdens het versnellen. Gebruik daarbij de wet van arbeid en kinetische energie.

$\sum W = \Delta E_{kin}$

$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 6{,}2 \cdot 10^3 \cdot 46^2 - 0$

$= 6{,}559 \cdot 10^6$ J

s = opp. onder (v,t)-grafiek tussen t=0s en t=7,0s

$= \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 46$

$= 161$ m

$\sum W = F_{res} \cdot s$

$= F_{res} \cdot 161$

$\sum W = \Delta E_{kin}$

$F_{res} \cdot 161 = 6{,}559 \cdot 10^6$

$F_{res} = 4{,}073 \cdot 10^4 \text{ N} = \underline{4{,}1 \cdot 10^4 \text{ N}}$

Na het horizontale gedeelte komt de kar in een verticale bocht en gaat vervolgens loodrecht omhoog. Tijdens de beweging loodrecht omhoog wordt de luchtweerstandskracht verwaarloosd. Dat blijkt ook uit het (*v*,*t*)-diagram.

b) Toon aan dat op de kar tussen de punten C en D uitsluitend de zwaartekracht werkt.

Als tussen de punten C en D uitsluitend de zwaartekracht werkt, dan is de (negatieve) versnelling op de kar tussen deze punten gelijk aan de valversnelling g. De versnelling tussen C en D volgt uit de steilheid van de rechte lijn in figuur 6 tussen 11,2 en 15,3 s.

$a = \Delta v / \Delta t = (0-40) / (15{,}3-11{,}2) = -9{,}75 = -9{,}8 \text{ m/s}^2$

$g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$

Op de kar werkt dus uitsluitend de zwaartekracht.

De kar bereikt een hoogte van 107 m. Hieruit volgt dat ook de warmte die in de bocht door wrijvingskrachten ontstaat verwaarloosbaar is.

c) Laat dit zien met behulp van de wet van behoud van energie.

$E_A = E_B$ A: kar vlak voor de bocht, B: kar in het hoogste punt

Aflezen in figuur 6: $v_A = 46$ m/s

$E_{kin,A} = E_{z,B} + Q$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + Q$

$\frac{1}{2} \cdot 6{,}2 \cdot 10^3 \cdot 46^2 = 6{,}2 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 107 + Q$

$6{,}56 \cdot 10^6 = 6{,}51 \cdot 10^6 + Q$

$Q = 5{,}16 \cdot 10^4$ J
$(Q / E_{kin}) \cdot 100\% = (5{,}16 \cdot 10^4 / 6{,}56 \cdot 10^6) \cdot 100\% = \underline{0{,}8\%}$
Q is slechts 0,8% van de kinetische energie.

Opgave 2 – Veer uitrekken

De lengte van een veer is 4,6 cm. Als je er een blokje met een massa 50 g aanhangt, wordt de lengte 8,1 cm. Je trekt aan het blokje waardoor de uitrekking van de veer toeneemt met 0,5 cm. Bereken de arbeid die de trekkracht heeft verricht.

Eerst C bepalen uit de uitrekking in rust:
$F_{veer} = F_{zw} = m \cdot g = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 = 0{,}4905$ N
$u = 8{,}1 - 4{,}6 = 3{,}5$ cm $= 3{,}5 \cdot 10^{-2}$ m
$C = F_{veer} / u = 0{,}4905 / 3{,}5 \cdot 10^{-2} = 14{,}01$ N/m

$E_{veer\ u=3,5\ cm} = ½ \cdot C \cdot u^2 = ½ \cdot 14 \cdot (3{,}5 \cdot 10^{-2})^2 = 8{,}575 \cdot 10^{-3}$ J
$E_{veer\ u=4,0\ cm} = ½ \cdot C \cdot u^2 = ½ \cdot 14 \cdot (4{,}0 \cdot 10^{-2})^2 = 1{,}12 \cdot 10^{-2}$ J
$\Delta E_v = 1{,}12 \cdot 10^{-2} - 8{,}575 \cdot 10^{-3} = 2{,}625 \cdot 10^{-3}$ J $= 2{,}6 \cdot 10^{-3}$ J
$W_{veer} = -\Delta E_v = -2{,}6 \cdot 10^{-3}$ J
$W_{trek} = -W_v = \underline{2{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{J}}$

Opgave 3 – Lancering van een satelliet

Een satelliet met een massa van 1800 kg wordt vanaf een lanceerbasis met een raket in de ruimte gebracht tot het zich bevindt op 200 km hoogte boven het aardoppervlak. De lanceerbasis bevindt zich in de buurt van de evenaar.

a) Leg uit waarom het slim is om een lanceerbasis (vlak) bij de evenaar te plaatsen.

Een satelliet met een lanceerbasis op de evenaar heeft, vanwege de rotatie van de aarde, een grotere snelheid dan een satelliet op een andere locatie. De satelliet op de evenaar heeft dus een grotere kinetische energie. Voor deze satelliet is minder energie nodig om hem in een baan rond de aarde te brengen dan voor een satelliet die op een andere locatie wordt gelanceerd.

Neem aan dat de satelliet gelanceerd werd vanaf een lanceerbasis op de evenaar.

b) Bereken de gravitatie-energie van de satelliet als deze op 200 km hoogte boven het aardoppervlak is aangekomen.

Voor de gravitatie-energie geldt $E_g = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r}$

met $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²,
$m = 1800$ kg,
$M = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg
$r = r_{aarde} + h_{satelliet} = 6{,}371 \cdot 10^6 + 200 \cdot 10^3$ m $= 6{,}571 \cdot 10^6$ m.

Invullen levert:

$E_g = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{1800 \times 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}571 \cdot 10^6} = -1{,}0917 \cdot 10^{11}$ J $= \underline{-1{,}092 \cdot 10^{11}\ \text{J}}$