

## Herhalingsopgaven bij H4 – Uitzetten, uitrekken - **UITWERKING**

### Opgave 1 - Standaardmassa in Sèvres

Als standaardmassa wordt in Sèvres bij Parijs een platina cilinder bewaard. Zie figuur hiernaast. De massa van de cilinder vertegenwoordigt de waarde van één kilogram.

- a) Toon aan dat bij een temperatuur van 20 °C, het volume van deze cilinder 46,5 cm<sup>3</sup> is.

$$\rho = m / V$$

$$\rho_{\text{platina}} = 21,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ (BINAS 8)}$$

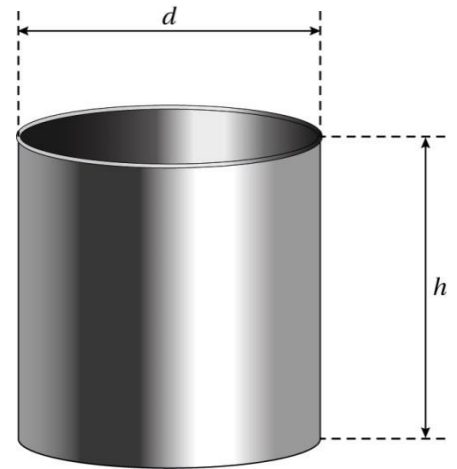
$$m = 1,000 \text{ kg (Per afspraak!)}$$

$$21,5 \cdot 10^3 = 1 / V$$

$$V = 1 / 21,5 \cdot 10^3$$

$$= 4,65 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$= \underline{46,5 \text{ cm}^3}$$



De diameter  $d$  en de hoogte  $h$  zijn even groot.

- b) Bereken de hoogte  $h$  van de cilinder.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$= \pi \cdot \frac{1}{4} d^2 \cdot h$$

$$= \pi \cdot \frac{1}{4} h^2 \cdot h$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot h^3$$

$$= 0,785 \cdot h^3$$

$$46,5 = 0,785 \cdot h^3$$

$$h^3 = 46,5 / 0,785 = 59,2$$

$$h = (59,2)^{1/3} = \underline{3,90 \text{ cm}}$$

- c) Leg aan de hand van het molecuulmodel uit dat de dichtheid afneemt als de temperatuur stijgt.

Als de temperatuur toeneemt, neemt de gemiddelde snelheid van de moleculen toe. Hierdoor nemen de moleculen gemiddeld een groter gebied in. Het volume neemt daardoor toe. De massa blijft echter gelijk. De dichtheid  $= m/V$  neemt dus af.

De relatieve verandering van de dichtheid ( $\rho$ ) is bij benadering gelijk aan minus de relatieve verandering van het volume ( $V$ ):

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta V}{V}$$

- d) Bereken de relatieve afname van de dichtheid van de cilinder als de temperatuur met 1 graad toeneemt.

$$\alpha_{\text{platina}} = 8,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \text{ (BINAS 8)}$$

$$\gamma_{\text{platina}} = 3 \cdot \alpha = 3 \cdot 8,9 \cdot 10^{-6} = 26,7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

$$\gamma_{\text{platina}} = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta T}$$

$$26,7 \cdot 10^{-6} = \frac{\Delta V}{V \cdot 1}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta V}{V} = -26,7 \cdot 10^{-6} = -2,7 \cdot 10^{-5}$$

De relatieve afname van de dichtheid is  $2,7 \cdot 10^{-5}$

## Opgave 2 – Vliegers voor vrachtschepen

Sommige vrachtschepen laten zich voorttrekken door een grote vlieger. Op die manier besparen ze brandstof. De kabel die de vlieger met de boot verbindt, is gemaakt van kevlar. Kevlar heeft een elasticiteitsmodulus van 180 GPa. Als de kabel meer dan 12,0 % uitrekt, begint hij plastisch te vervormen.

- a) Toon aan dat de maximale treksterkte waarbij de kabel nog elastisch vervormt, gelijk is aan  $2,16 \cdot 10^{10}$  Pa.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = 0,12$$

$$\begin{aligned}\sigma &= E \cdot \varepsilon \\ &= 180 \cdot 10^9 \cdot 0,12 \\ &= \underline{2,16 \cdot 10^{10} \text{ Pa}}\end{aligned}$$

De kabel heeft een doorsnede van  $2,0 \text{ cm}^2$ .

- b) Bereken de maximale spankracht waarbij de kabel nog niet plastisch vervormt.

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{F}{A} \\ 2,16 \cdot 10^{10} &= \frac{F}{2,0 \cdot 10^{-4}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F &= 2,16 \cdot 10^{10} \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \\ &= 4,320 \cdot 10^6 \\ &= \underline{4,3 \cdot 10^6 \text{ N}}\end{aligned}$$

## Herhalingsopgaven bij H4 – Warmte - UITWERKING

### Opgave 1 – Cola met ijs

Een glas, gemaakt van gewoon glas, heeft een massa van 62,5 g. Het glas bevat 200 g cola. De temperatuur van het geheel is 20,0 °C. Je doet een ijsklontje, met een temperatuur van 0°C en een massa van 15,0 g, in het glas.

De soortelijke warmte van cola is  $3,00 \cdot 10^3 \text{ J/(Kg } ^\circ\text{C)}$ . De smeltwarmte van ijs is 334 J/g. Dat wil zeggen dat er 334 J warmte nodig is om 1 gram ijs te laten smelten.

Bereken de eindtemperatuur van het geheel.

De cola en het glas staan warmte af aan het ijs en dalen in temperatuur van 20°C tot aan  $T_{\text{eind}}$ .

$$Q_{\text{af cola}} = m_{\text{cola}} \cdot c_{\text{cola}} \cdot \Delta T_{\text{cola}} = 0,2 \cdot 3,0 \cdot 10^3 \cdot (20 - T_{\text{eind}}) = 12000 - 600 \cdot T_{\text{eind}}$$

$$Q_{\text{af glas}} = m_{\text{glas}} \cdot c_{\text{glas}} \cdot \Delta T_{\text{glas}} = 0,0625 \cdot 800 \cdot (20 - T_{\text{eind}}) = 1000 - 50 \cdot T_{\text{eind}}$$

Het ijs neemt warmte op om te smelten, hierbij verandert de temperatuur niet. Eenmaal gesmolten neemt het water de overgebleven warmte op en stijgt daardoor in temperatuur van 0°C tot  $T_{\text{eind}}$ .

$$Q_{\text{op ijs}} = 15 \cdot 334 = 5010 \text{ J (warmte opgenomen tijdens smelten)}$$

$$Q_{\text{op water}} = m_{\text{water}} \cdot c_{\text{water}} \cdot \Delta T_{\text{water}} = 0,015 \cdot 4,18 \cdot 10^3 (T_{\text{eind}} - 0) = 62,7 \cdot T_{\text{eind}}$$

$$Q_{\text{op}} = Q_{\text{af}}$$

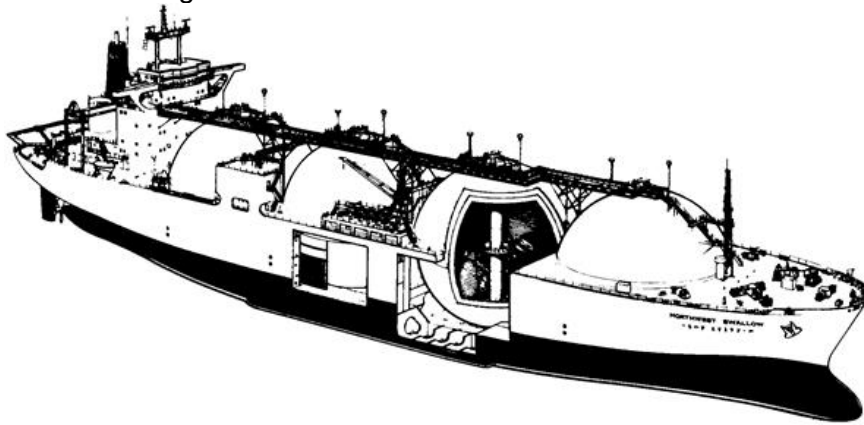
$$Q_{\text{op ijs}} + Q_{\text{op water}} = Q_{\text{af cola}} + Q_{\text{af glas}}$$
$$5010 + 62,7 \cdot T_{\text{eind}} = 12000 - 600 \cdot T_{\text{eind}} + 1000 - 50 \cdot T_{\text{eind}}$$

$$712,7 \cdot T_{\text{eind}} = 7990$$

$$T_{\text{eind}} = \underline{\underline{11,2 \text{ } ^\circ\text{C}}}$$

## Opgave 2 – Aardgastanker

Vloeibaar gemaakt aardgas (LNG = Liquefied Natural Gas) wordt in speciaal daarvoor ontworpen tankers vervoerd. De tanker, afgebeeld in onderstaande figuur, heeft vier bolvormige tanks met elk een inwendige diameter van 39 m. De tanker kan bijna honderdtwintigduizend kubieke meter LNG vervoeren.



De temperatuur in de tanks is 112 K. Hoewel de tanks goed geïsoleerd zijn, vindt er toch warmte-uitwisseling met de omgeving plaats. Dit wordt veroorzaakt door het lekken van warmte van buiten naar binnen door de isolatielaag om de tanks. De isolatielaag bestaat uit glas- en steenwol. De warmtegeleidingscoëfficiënt hiervan bedraagt  $0,040 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ . De temperatuur aan de buitenkant van de isolatielaag is gemiddeld  $15^\circ\text{C}$ . Het warmtelek per tank bedraagt 93 kW.

Bereken de dikte van de isolatielaag.

$$P = \frac{\lambda \cdot A \cdot \Delta T}{d}$$

$$P = \lambda \cdot A \cdot \Delta T / d$$

$$\text{Met: } P = 93 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\lambda = 0,040 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot (39/2)^2 = 4,778 \cdot 10^3 \text{ m}^2$$

$$T_{\text{buiten}} = 273 + 15 = 288 \text{ K}$$

$$\Delta T = 288 - 112 = 176 \text{ K}$$

$$93 \cdot 10^3 = \frac{0,040 \cdot 4,778 \cdot 10^3 \cdot 176}{d}$$

$$93 \cdot 10^3 = \frac{3,364 \cdot 10^4}{d}$$

$$d = \frac{3,364 \cdot 10^4}{93 \cdot 10^3} = 0,36 \text{ m}$$

### Opgave 3 – Glazen deksel

Een geïsoleerd vat is gevuld met 0,50 kg water van 80 °C en verliest alleen warmte door een glazen deksel van 3,0 mm dik aan de bovenkant met een oppervlak van 0,081 m<sup>2</sup>.

Het temperatuursverloop van het water is hiernaast weergegeven.

- a) Toon aan dat de warmtestroom op  $t=3,0$  min gelijk is 0,18 kW.

Op  $t=3$  min verloopt de temperatuur volgens de raaklijn.

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn op } t=3 \text{ min}} = \frac{43}{8,5 \cdot 60} = 0,0843 \text{ }^{\circ}\text{C/s}$$

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn op } t=3 \text{ min}} \\ &= m \cdot c \cdot \left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn op } t=3 \text{ min}} \\ &= 0,5 \cdot 4,18 \cdot 10^3 \cdot 0,0843 = 176 \text{ W} = 0,18 \text{ kW} \end{aligned}$$

OF:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn op } t=3 \text{ min}} \\ &= \left(\frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn op } t=3 \text{ min}} \\ &= \left(\frac{0,5 \cdot 4,18 \cdot 10^3 \cdot 43}{8,5 \cdot 60}\right) = 176 \text{ W} = 0,18 \text{ kW} \end{aligned}$$

- b) Toon met behulp van de warmtestroom op  $t=3,0$  min aan dat de warmtegeleidingscoëfficiënt van het glas 0,93 Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup> bedraagt.

De eindtemperatuur is de temperatuur van de omgeving buiten het vat: aflezen uit grafiek:  $T_{\text{buiten}} = 21 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatuur in het vat op  $t=3,0$  min aflezen:  $T = 28 \text{ }^{\circ}\text{C}$

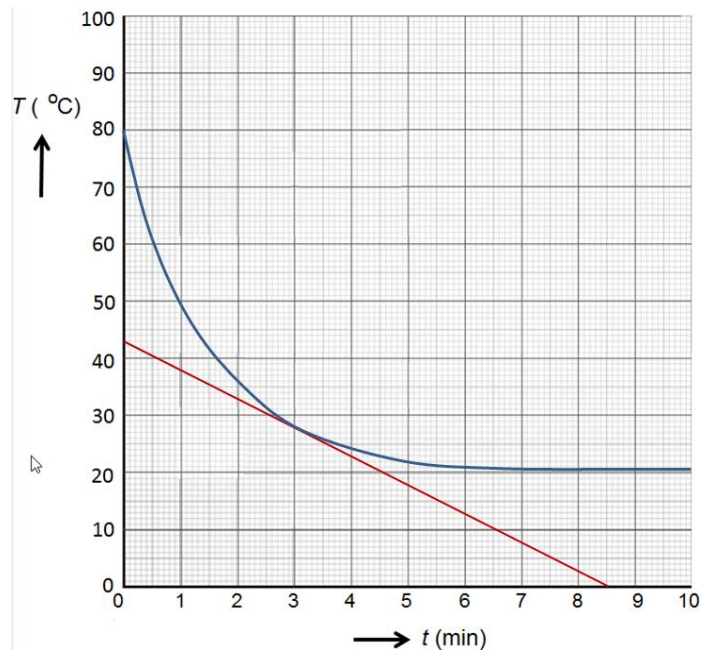
Temperatuursverschil met buitentemperatuur:  $\Delta T = 28 - 21 = 7,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$

$$\lambda = \frac{P \cdot d}{A \cdot \Delta T} = \frac{176 \cdot 0,003}{0,081 \cdot 7} = 0,93 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

LET OP:

Bij vraag a is  $\Delta T$  de temperatuursverandering van het water

Bij vraag b is  $\Delta T$  het temperatuurverschil tussen het water en de omgeving





## Herhalingsopgaven bij H4 – Druk - UITWERKING

### Opgave 1 – Drijfgas

Een spuitbus met een inhoud van 150 mL bevat het drijfgas freon. De druk is  $3,0 \cdot 10^5$  Pa bij  $30^\circ\text{C}$ . Bereken het aantal freonmoleculen in de spuitbus. Beschouw het freon als een ideaal gas.

$$V = 150 \text{ mL} = 150 \cdot 10^{-3} \text{ L} = 150 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3 = 150 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$T = 30^\circ\text{C} = 303 \text{ K}$$

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{3,0 \cdot 10^5 \cdot 150 \cdot 10^{-6}}{8,31 \cdot 303} = 0,018 \text{ mol}$$

$$N = 0,018 \cdot 6,02214 \cdot 10^{23} = \underline{1,1 \cdot 10^{22} \text{ moleculen}}$$

### Opgave 2 – Stikstofgas in een cilinder

In een afgesloten cilinder bevindt zich stikstofgas met een druk van 2,2 bar. De lucht van de buitendruk is 1,0 bar. Het beginvolume is 1,2 L bij een temperatuur van  $20^\circ\text{C}$ . Het volume wordt bij constante temperatuur verkleind tot 0,75 L. Ga uit van een ideaal gas.

a) Bereken de druk die hierdoor in de cilinder ontstaat.

$$n, T \text{ constant} \Rightarrow P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

$$2,2 \cdot 1,2 = P_2 \cdot 0,75$$

$$P_2 = \frac{2,2 \cdot 1,2}{0,75} = 3,5 \text{ bar}$$

Vervolgens wordt bij gelijkblijvend volume de temperatuur verhoogd totdat de druk 4,2 bar bedraagt.

b) Bereken deze temperatuur

$$n, V \text{ constant} \Rightarrow \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3}$$

$$\frac{3,5}{293} = \frac{4,2}{T_3}$$

$$T_3 = \frac{4,2 \cdot 293}{3,5} = 3,5 \cdot 10^2 \text{ K}$$

### Opgave 3 – Autoband

De druk in een autoband is  $1,8 \cdot 10^5$  Pa bij  $17^\circ\text{C}$ . Door een lange rit stijgt de temperatuur tot  $75^\circ\text{C}$ . De band zet daarbij 5,0% uit. Bereken de druk in band na deze lange rit. Ga uit van een ideaal gas.

$$n \text{ constant} \Rightarrow \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$T_1 = 17^\circ\text{C} = 290 \text{ K}$$

$$T_2 = 75^\circ\text{C} = 348 \text{ K}$$

$$V_2 = 1,05 \cdot V_1$$

$$\frac{1,8 \cdot 10^5 \cdot V_1}{290} = \frac{P_2 \cdot 1,05 \cdot V_1}{348}$$

$$\frac{1,8 \cdot 10^5}{290} = \frac{P_2 \cdot 1,05}{348}$$

$$P_2 = \underline{2,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

#### Opgave 4 – Overdruk in een cilinder

Een cilinder wordt afgesloten door een vrij beweegbare zuiger met een oppervlakte van  $12,6 \text{ cm}^2$ . De cilinder ligt horizontaal op tafel en heeft dan een volume van  $20,3 \text{ cm}^3$ . Als de cilinder vervolgens verticaal wordt opgesteld zakt de zuiger naar beneden, waardoor het volume van de cilinder afneemt tot  $17,9 \text{ cm}^3$ . De druk buiten is  $1020 \text{ mBar}$ .

a) Bereken de druk in de cilinder als deze verticaal is opgesteld

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

$$1020 \cdot 20,3 = p_2 \cdot 17,9$$

$$P_2 = \underline{1157 \text{ mbar}}$$

b) Bereken de massa van de zuiger

$$P_{\text{over}} = 1157 - 1020 = 137 \text{ mbar} = 137 \cdot 10^{-3} \text{ bar} = 137 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

$$A = 12,6 \text{ cm}^2 = 12,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$F_z = P_{\text{over}} \cdot A = 137 \cdot 10^2 \cdot 12,6 \cdot 10^{-4} = 17,3 \text{ N}$$

$$m = \frac{F_z}{g} = \frac{17,3}{9,81} = 1,76 \text{ kg}$$