

Samenvatting H9 – Golven

Trilling

Een trilling is een periodieke beweging rond een evenwichtsstand.

T de periode de tijdsduur van 1 trilling

f de frequentie, het aantal trillingen per seconde

A de amplitude, de maximale uitwijking

φ de fase, het aantal uitgevoerde trillingen (zie fase)

$$f = 1 / T$$

$$\varphi = \frac{t}{T}$$

Harmonische trilling

Een voorwerp voert een harmonische trilling uit als de resulterende kracht op dat voorwerp tegengesteld gericht en recht evenredig is met de uitwijking.

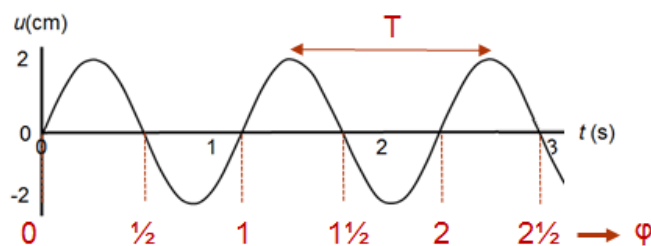
C is de krachtconstante van de trilling.

$$F_{\text{res}} = -C \cdot u$$

$$C = 4\pi^2 \cdot m / T^2$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{(m / C)}$$

De uitwijking van een harmonische trilling wordt beschreven met een sinusvorm.



$$u(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot t / T)$$

$$u(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

$$u(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot \varphi)$$

De snelheid is maximaal als het voorwerp de evenwichtsstand passeert.

De versnelling is maximaal in de uiterste standen!

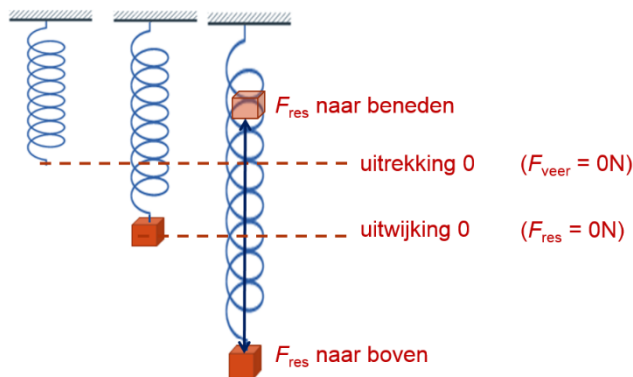
$$v_{\text{max}} = 2\pi \cdot A / T$$

Massa-veer Systeem

De veerconstante volgt uit de veerkracht en de uitrekking.

De krachtconstante volgt uit de resulterende kracht en de uitwijking.

Deze zijn aan elkaar gelijk!



$$C = F_{\text{veer}} / u_{\text{itrekking}}$$

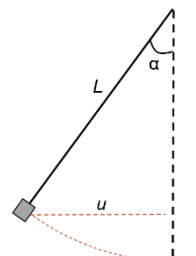
$$C = F_{\text{res}} / u_{\text{itwijking}}$$

$$C = 4\pi^2 \cdot m / T^2$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{(m / C)}$$

Mathematische slinger

Bij een mathematische slinger is de krachtconstante recht evenredig met de massa waardoor de periode niet meer van de massa afhangt.



$$C = F_{\text{res}} / u_{\text{itwijking}}$$

$$C = 4\pi^2 \cdot m / T^2$$

$$C = m \cdot g / L$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{(m / C)}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{(L / g)}$$

Energie van een trilling

Bij een ongedempte trilling is de trilenergie constant.

In de uiterste standen is er alleen potentiële energie:

Door de evenwichtsstand alleen kinetische energie:

$$E_{\text{tril}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot A^2$$

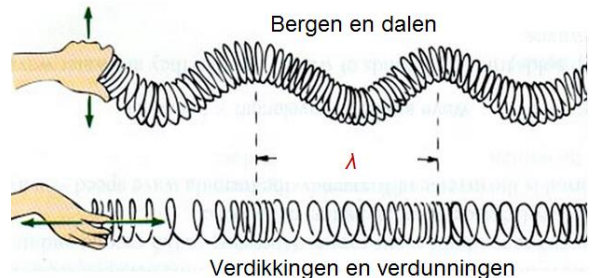
$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2$$

Resonantie

Resonantie treedt op als een gedwongen frequentie (aandrijffrequentie) gelijk is aan een eigenfrequentie van het voorwerp.

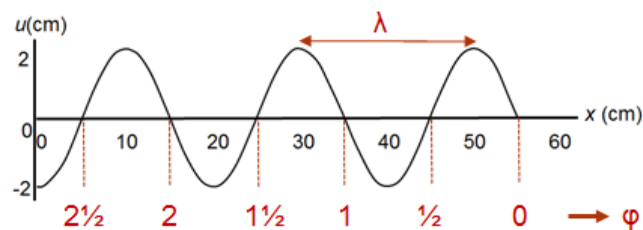
Lopende golven

Bij een transversale golf trillen alle punten in een richting die loodrecht staat op de voortplantings-richting van de golf. Je ziet bergen en dalen



Bij een longitudinale golf trillen alle punten in dezelfde richting als de voortplantingsrichting van de golf. Je ziet verdichtingen en verdunningen.

De uitwijking van een transversale lopende golf op 1 tijdstip wordt beschreven met een sinusvorm.



Golfsnelheid

In 1 periode beweegt de kop van de golf 1 golflengte vooruit.

$$\lambda = v \cdot T$$

$$= v / f$$

De voortplantingssnelheid van de golf wordt bepaald door het medium, de frequentie wordt bepaald door de frequentie van de bron. De golflengte past zich aan aan de frequentie en/of de golfsnelheid.

Fase

De fase van een punt geeft aan hoeveel trillingen dat punt heeft uitgevoerd. Je kunt de fase bepalen uit de tijd dat het punt al trilt en de periode.

$$\varphi = \frac{t}{T}$$

met t de tijd dat het punt heeft getrild

Je kunt bij een lopende golf de fase van een punt ook bepalen uit de afstand tot de kop van de golf. De kop van de golf heeft immers een fase van 0.

$$\varphi = \frac{\Delta x_{\text{met kop}}}{\lambda}$$

met $\Delta x_{\text{met kop}}$ de afstand tot de kop van de golf

Het faseverschil tussen twee trillende punten op een golf geeft aan hoeveel trillingen het ene punt al meer heeft uitgevoerd dan het andere punt.

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta t}{T}$$

met Δt het verschil in tijd dat de punten hebben getrild.

Dit faseverschil is te halen uit het verschil in tijd dat de punten hebben getrild maar ook uit de afstand tussen de punten op de lopende golf.

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

met Δx de afstand tussen de punten

De gereduceerde fase geeft aan welk deel van de laatste trilling is uitgevoerd. φ_{red} ligt tussen 0 en 1.

$$0 \leq \varphi_{\text{red}} < 1$$

Twee trillingen zijn in fase als ze op ieder tijdstip dezelfde gereduceerde fase hebben. Ze zijn in tegenfase als hun gereduceerde fase 0,5 verschilt.

Interferentie

Interferentie treedt op als golven door elkaar heen lopen.
Een punt maakt dan tegelijk deel uit van 2 of meerdere golven.

Buiging

Buiging van golven door een spleet vindt plaats als de spleetbreedte d klein genoeg is. Er ontstaan maxima en minima. Volledige buiging ontstaat als de spleetbreedte kleiner is dan de golflengte.

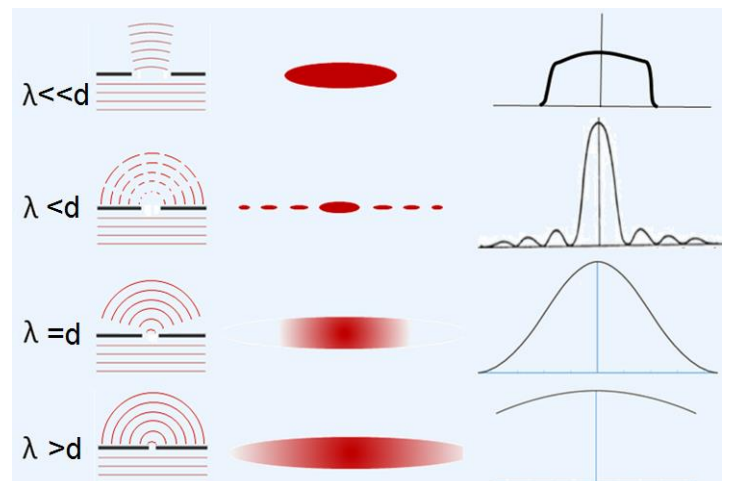
Als we d steeds kleiner maken:

$\lambda \ll d$ Eén grote piek achter de spleet
nagenoeg geen buiging

$\lambda < d$: Maxima en minima, verder uit elkaar bij kleinere spleetbreedte

$\lambda = d$ Eén maximum over

$\lambda > d$ volledige buiging



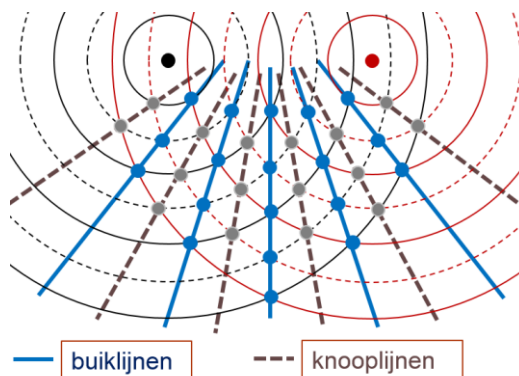
Om kleine voorwerpen te kunnen “zien” moet er geen buiging optreden, de golflengte moet klein zijn vergeleken met het voorwerp.

Coherente trillingsbronnen

Coherente trillingsbronnen hebben dezelfde f , ϕ_{red} , en A .

Twee coherente trillingsbronnen veroorzaken staande golven met buiklijnen en knooplijnen.

Bij een buik is het verschil in afstand tot de beide trillingsbronnen een geheel aantal maal de golflengte, bij een knoop is dit een oneven aantal halve golflengtes.



Buiklijnen:

$\Delta x = n \cdot \lambda$ (Δx is het verschil in afstand tot de 2 trillingsbronnen)
 $\Delta \phi = n$
 $\Delta \phi_{\text{red}} = 0$

Knooplijnen

$\Delta x = (n + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$
 $\Delta \phi = n + \frac{1}{2}$
 $\Delta \phi_{\text{red}} = \frac{1}{2}$

Met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

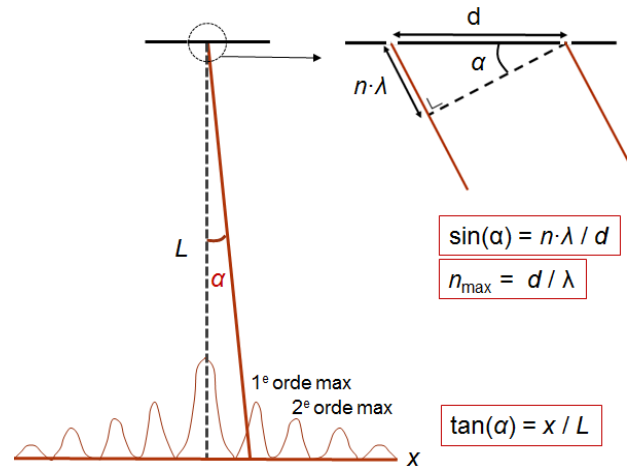
Interferentie bij twee-spleten

Twee spleten, met spleetbreedte kleiner dan λ en onderlinge afstand d , waar monochromatisch licht op valt kunnen worden beschouwd als twee coherente trillingsbronnen.

Op een scherm erachter ontstaan intensiteits-maxima en -minima. Bij een maximum is het verschil in afstand tot de beide spleten een geheel aantal maal de golflengte.

De afstand tussen de spleten bepaalt het aantal waargenomen maxima. Als $d < \lambda$ dan is er alleen een 0^e orde maximum. Als de afstand tussen de spleten te groot is liggen de maxima te dicht bij elkaar om nog te kunnen onderscheiden.

Een tralie heeft heel veel spleten. De afstand tussen twee opeenvolgende spleten noemen we de tralieconstante (d). De formules zijn hetzelfde als bij twee spleten alleen levert een tralie hele scherpe maxima.



Staande golven - muziekinstrumenten

Golven worden teruggekaatst bij een rand of overgang naar een ander medium en gaan interfereren met zichzelf. Bij de juiste frequenties treedt dan resonantie op en ontstaan er staande golven. Er zijn meerdere frequenties mogelijk waarbij resonantie optreedt.

Bij een vast uiteinde zit een knoop, bij een los uiteinde een buik. Mogelijke golflengtes die kunnen resoneren moeten precies passen.

Bij geluid spreekt men over de grondtoon en boventonen. De grondtoon hoort bij de grootste golflengte die kan resoneren ($n=1$).

Alle tonen hebben dezelfde golfsnelheid. Een hogere boventoon heeft een hogere frequentie en een kleinere golflengte.

Let op:

Tussen twee buiken in een staande golf zit een afstand van een $\frac{1}{2} \lambda$.

Tussen twee maxima in een lopende golf zit een afstand λ .

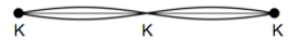
Bij blaasinstrumenten wordt lucht in trilling gebracht. De golfsnelheid is de geluidssnelheid. Er ontstaan staande longitudinale golven. Bij de knopen trilt de lucht niet, bij de buiken trilt de lucht maximaal en verandert de dichtheid van de lucht maximaal.

2 vaste uiteinden:

$n=1$ grondtoon



$n=2$ 1^e boventoon



$n=3$ 2^e boventoon



n buiken

$$L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\lambda_n = 2 \cdot L / n$$

$$f_n = n \cdot v / (2 \cdot L) = n \cdot f_1 \quad n=1,2,3,\dots$$

1 vast en 1 open uiteinde:

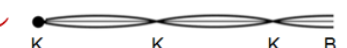
$n=1$ grondtoon



$n=2$ 1^e boventoon



$n=3$ 2^e boventoon



n buiken

n knopen

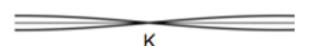
$$L = (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$$

$$\lambda_n = 4 \cdot L / (2 \cdot n - 1)$$

$$f_n = (2 \cdot n - 1) \cdot v / (4 \cdot L) = (2 \cdot n - 1) \cdot f_1 \quad n=1,2,3,\dots$$

2 open uiteinden:

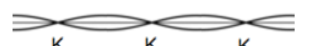
$n=1$ grondtoon



$n=2$ 1^e boventoon



$n=3$ 2^e boventoon



n knopen

$$L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\lambda_n = 2 \cdot L / n$$

$$f_n = n \cdot v / (2 \cdot L) = n \cdot f_1 \quad n=1,2,3,\dots$$