Cinemática

La cinemática es la parte de la Física que estudia el **movimiento** sin importar las causas que lo provocan.

– Movimientos que estudiaremos:

- Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)
- Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)
- Movimiento parabólico
- Movimiento circular uniforme (MCU)
- Movimiento circular uniformemente variado (MCUV)

– Definiciones:

Velocidad

$V = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}} \rightarrow V = \frac{d}{t}$

Magnitudes de velocidad: $\frac{m}{s}$; $\frac{km}{h}$; $\frac{mi}{h}$

Rapidez $= \frac{\text{trayectoria}}{\text{tiempo}}$

MRU

En el MRU, la velocidad es siempre constante. No hay rotaciones, y todos los puntos del cuerpo se mueven de la misma forma.

– Método general:

1. Dibujar el cuerpo, indicando su velocidad
2. Trazar una recta siguiendo el movimiento
3. Elegir un origen y un sentido positivo
4. Ubicar la posición inicial del cuerpo
5. Escribir la ecuación horaria → $x = x_0 + v \cdot t$

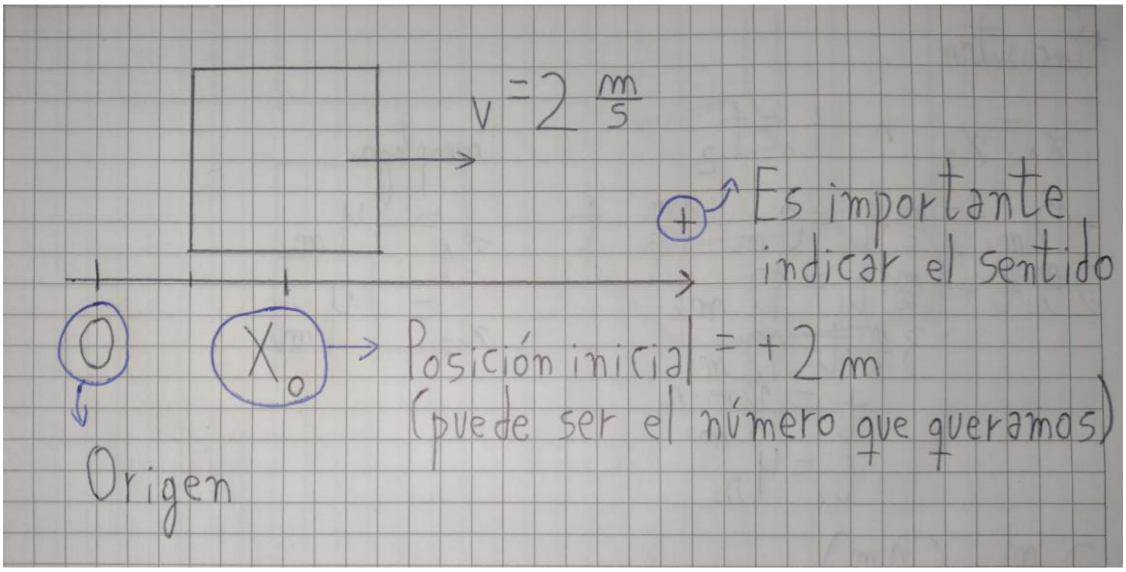
Ejercicio #1. Estudiar el movimiento de un cuerpo que tiene una velocidad constante de 2 $\frac{m}{s}$.

a) ¿Dónde se encuentra luego de 2 s?

b) ¿En qué momento se encuentra en x = 10 m?

Para resolver, seguimos el método general. Podemos resolver este problema en dos pasos.

1) Sistema de referencia



2) Ecuación horaria

$x = x_0 + v \cdot t$

$\boxed{x = 2\ \text{m} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t}$

Ahora, podemos resolver los dos apartados.

a)

$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } t = 2\ \text{s} \\ \text{Incógnita} = x\end{array}\right\}\ x = 2\ \text{m} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\ \text{s} \rightarrow x = 6\ \text{m}$

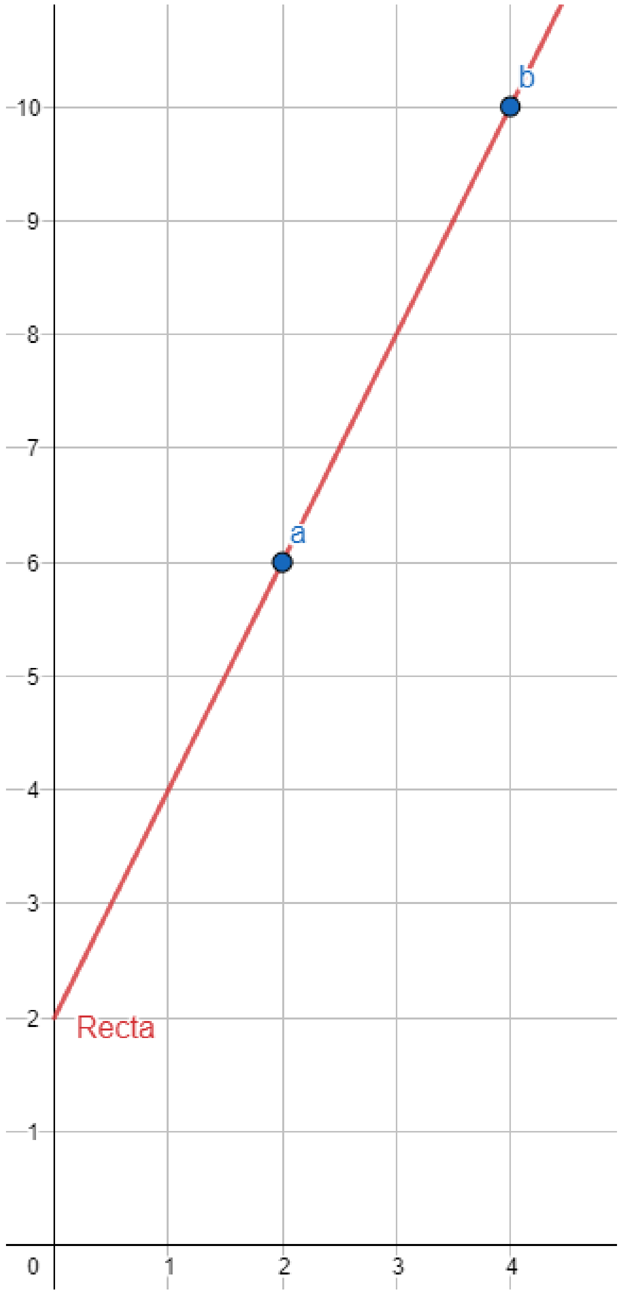
b)

$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } x = 10\ \text{m} \\ \text{Incógnita} = t\end{array}\right\}\ 10\ \text{m} = 2\ \text{m} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t \rightarrow t = 4\ \text{s}$

– Gráfico

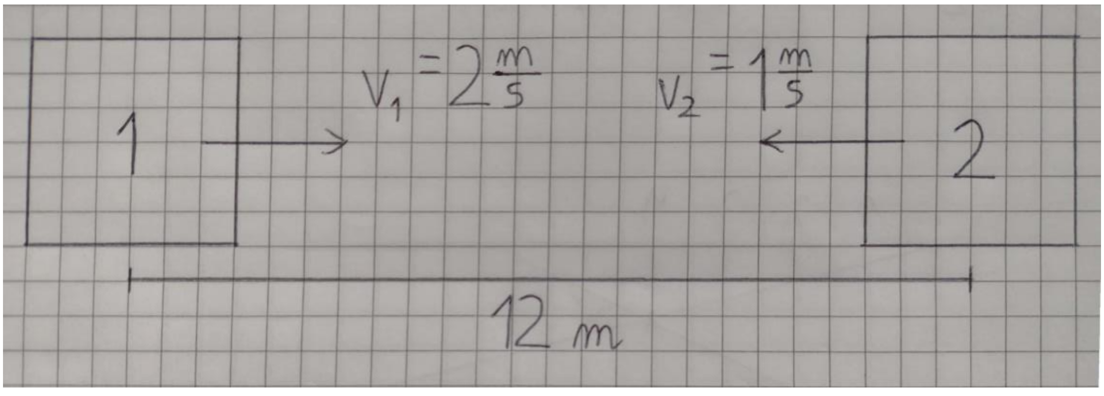
y = (ordenada al origen) + (pendiente)

$\boxed{y = 2 + 2x}$

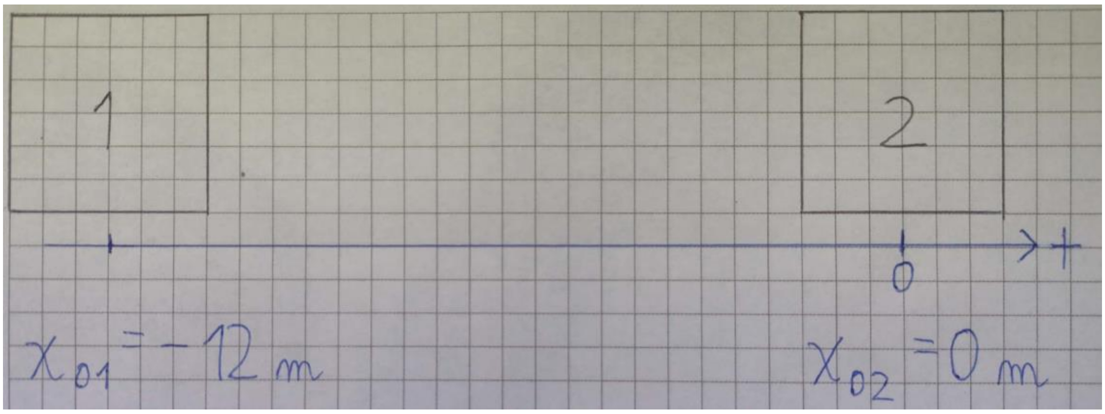


Ejercicio #2. Estudiar el movimiento de los cuerpos dibujados.

a) ¿Cuándo se encuentran?



1) Sistema de referencia



2) Ecuaciones horarias

$x_1 = x_{01} + v_1 \cdot t_1$

$\boxed{x_1 = -12\ \text{m} + 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_1}$

$x_2 = x_{02} + v_2 \cdot t_2$

$\boxed{x_2 = 0\ \text{m} - 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_2}$

– Punto de encuentro

Para calcular el punto de encuentro entre dos cuerpos, debemos igualar ambas ecuaciones horarias.

$x_1 = x_2 \ \wedge \ t_1 = t_2 = t$

$-12\ \text{m} + 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t = 0\ \text{m} - 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$

$2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t = 12\ \text{m}$

$3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t = 12\ \text{m}$

$t = \frac{12\ \text{m}}{3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

$\boxed{t = 4\ \text{s}}$

Reemplazamos

$x_1 = -4$ m

$x_2 = -4$ m

Ambos cuerpos se encontrarán a los 4 s en x = -4 m.

– Velocidad relativa

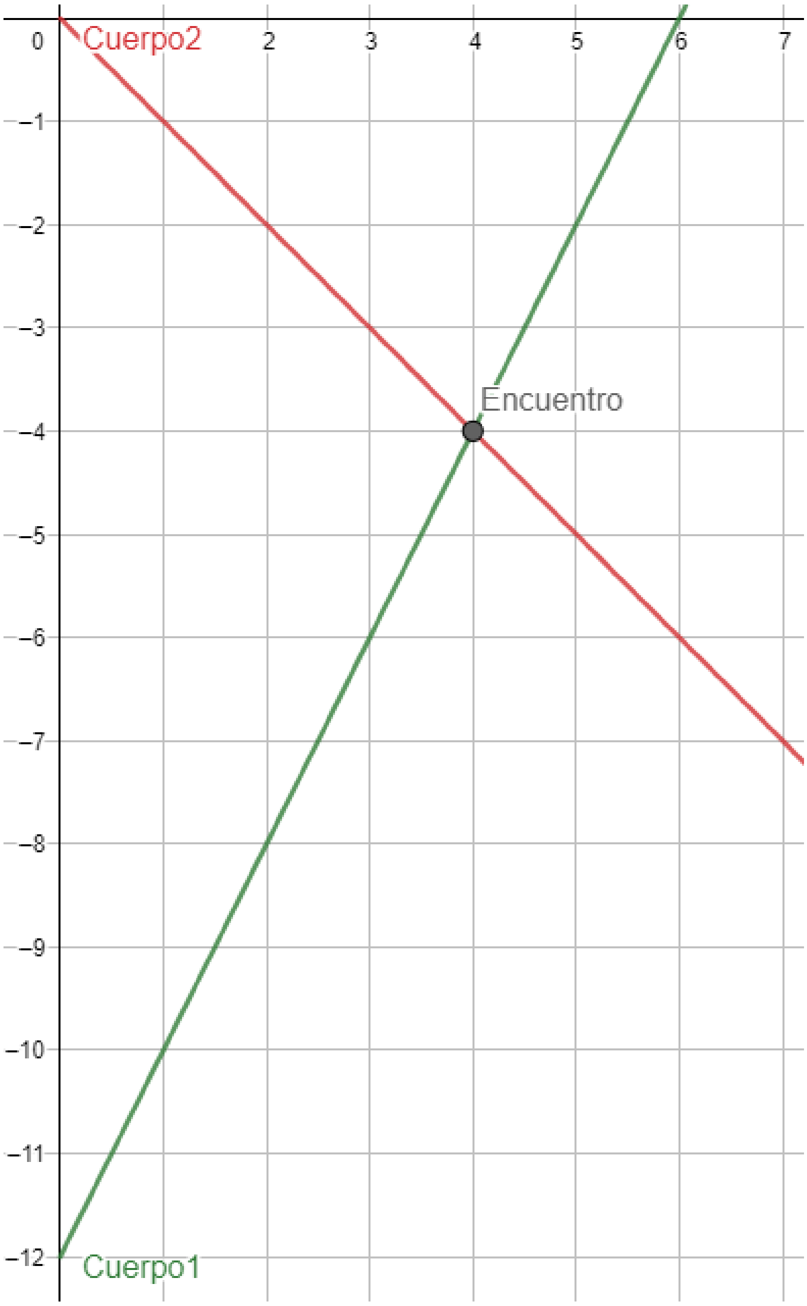
Para calcular la velocidad relativa, debemos restar la velocidad del primer cuerpo con la del segundo cuerpo (respetando la dirección de estos).

$v_{12} = v_1 - v_2 = 2\,\frac{m}{s} - (-1\,\frac{m}{s}) = \boxed{3\,\frac{m}{s}}$

– Gráfico

$\boxed{y_1 = -12 + 2x}$

$\boxed{y_2 = 0 - x = -x}$



MRUV

En el MRUV, la velocidad no es constante, sino que va variando con el tiempo. Se trabaja prácticamente de la misma forma que con el MRU, pero teniendo en cuenta el concepto de aceleración y tres ecuaciones horarias (en vez de una) que veremos a continuación.

– Definición:

Aceleración

$a = \frac{\text{variación de la velocidad}}{\text{tiempo}} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{t}$

Magnitud de aceleración: $\frac{m}{s^2}$

En vez de trabajar con una velocidad constante, ahora tendremos una velocidad inicial (v_0) y una velocidad final (v_f). Para las ecuaciones horarias, utilizaremos el concepto de v_0.

– Ecuaciones horarias:

1 $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ **(x ; t)**

2 $v = v_0 + a \cdot t$ **(v ; t)**

3 $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (x - x_0)$ **(v ; x)**

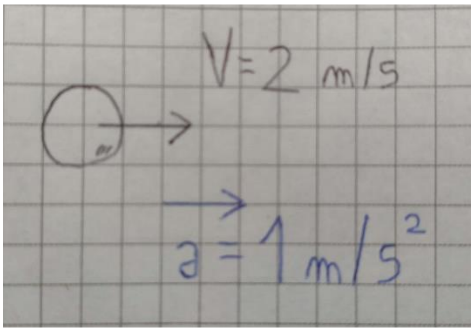
Dependiendo de los datos que nos brinde el problema o de lo que debamos calcular, utilizaremos la ecuación correspondiente.

Ejercicio #1. Estudiar el movimiento del cuerpo dibujado.

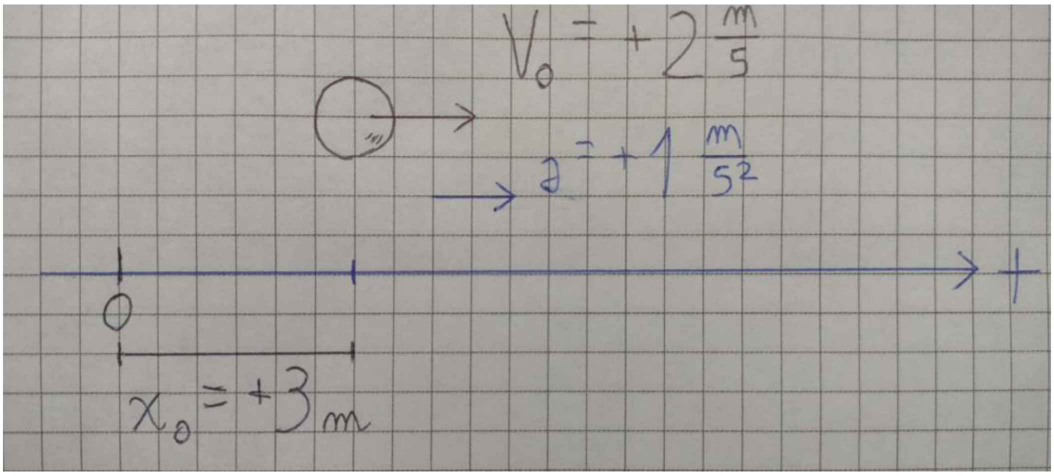
a) ¿Dónde se encuentra luego de 3 s?

b) ¿Qué velocidad tiene a los 4 s?

c) ¿Cuál es la posición cuando su velocidad es de 8 $\frac{m}{s}$?



1) Sistema de referencia



2) Ecuaciones del movimiento

1 $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

$x = 3\ m + 2\ \frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 1\ \frac{m}{s^2} \cdot t^2$

$\boxed{x = 3\ m + 2\ \frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \cdot t^2}$

2 $v = v_0 + a \cdot t$

$\boxed{v = 2\ \frac{m}{s} + 1\ \frac{m}{s^2} \cdot t}$

3 $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (x - x_0)$

$v^2 = (2\ \frac{m}{s})^2 + 2 \cdot 1\ \frac{m}{s^2} \cdot (x - 3\ m)$

$\boxed{v^2 = 4\ \frac{m^2}{s^2} + 2\ \frac{m}{s^2} \cdot (x - 3\ m)}$

3) Resolución

a)

$\left.\begin{array}{l} \text{Dato: } t = 3\ s \\ \text{Incógnita} = x \end{array}\right\}$ **(x ; t)** → 1

$x = 3\ m + 2\ \frac{m}{s} \cdot 3\ s + \frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \cdot 3^2 \rightarrow x = 3\ m + 6\ m + 4{,}5\ m \rightarrow \boxed{x = 13{,}5\ m}$

Desplazamiento = $X - X_0$ = 13,5 m - 3 m = 10,5 m

b)

$$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } t = 4 \text{ s} \\ \text{Incógnita} = \text{v}\end{array}\right\} \textbf{(v ; t)} \rightarrow ②$$

$v = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\text{ s} \rightarrow v = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \boxed{v = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$

c)

$$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } v = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \text{Incógnita} = \text{x}\end{array}\right\} \textbf{(v ; x)} \rightarrow ③$$

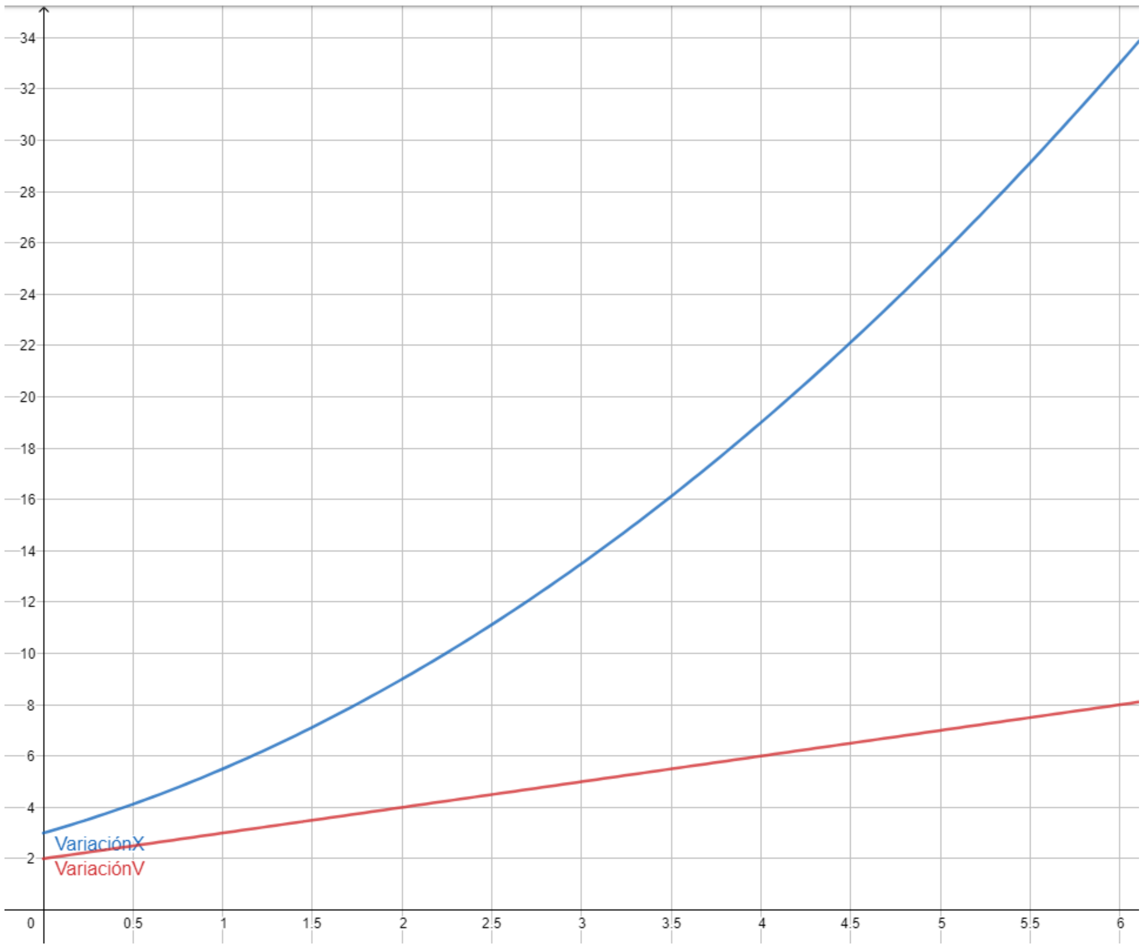
$(8\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 4\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (x - 3\text{ m}) \rightarrow 64\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 4\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = +\,2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (x - 3\text{ m}) \rightarrow$

$\frac{60\ \text{m}^2/\text{s}^2}{2\ \text{m}/\text{s}^2} = x - 3\text{ m} \rightarrow 30\text{ m} = x - 3\text{ m} \rightarrow \boxed{x = 33\text{ m}}$

– Gráfico

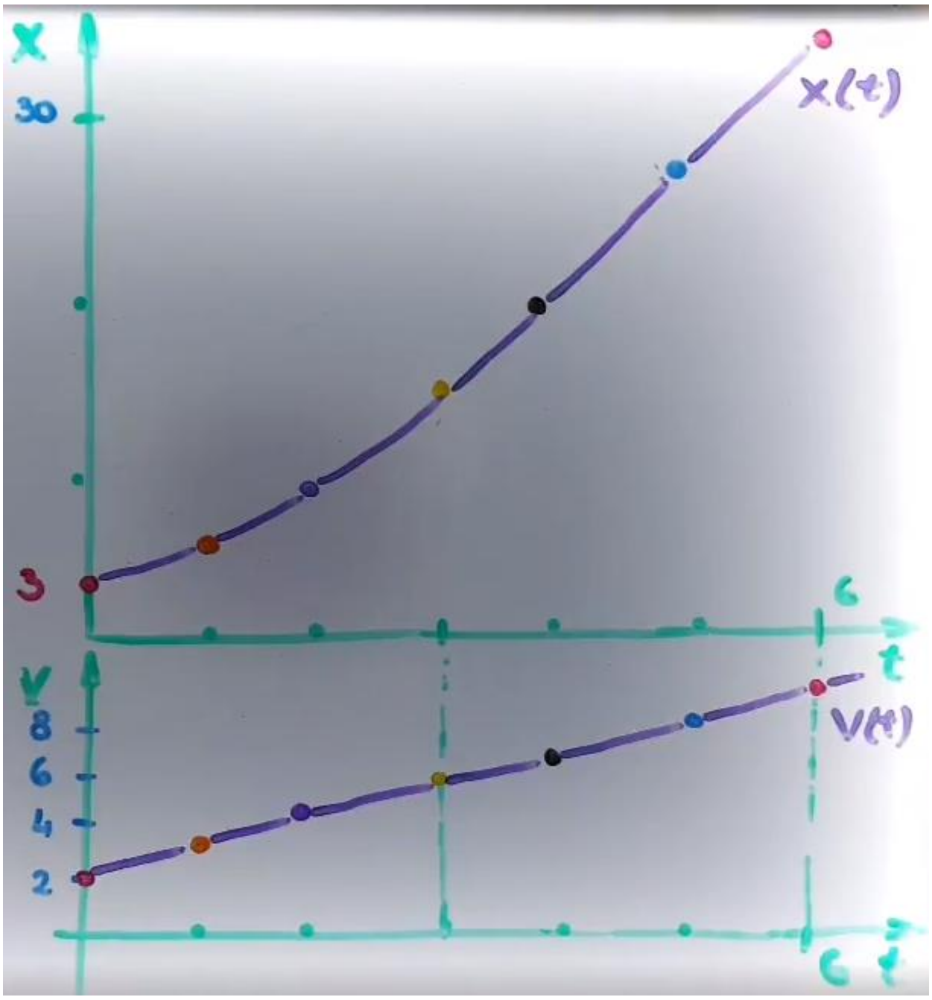
Tabla de valores

t	x $(3\text{ m} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + \frac{1}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2)$	v $(2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t)$
0	3	2
1	5,5	3
2	9	4
3	13,5	5
4	19	6
5	25,5	7
6	33	8



Como podemos apreciar en la gráfica, la variación de x es exponencial, mientras que la variación de v es lineal (por eso decimos que este movimiento es uniformemente variado).

Nota: Las variaciones de x y de v se muestran en un mismo gráfico en la última imagen. El profesor Pablo prefiere hacer una arriba de la otra en un mismo gráfico, como lo muestra al final de la clase del 03/06 (está subida al aula virtual; te paso una foto a continuación para que veas cómo él lo hace). La idea es exactamente la misma; yo lo hice así porque las gráficas del GeoGebra me parecen mucho más prolijas. Vos hacelo como él lo hace.



Tiro vertical (caída libre)

Este tipo de movimiento se trabaja de la misma forma que el MRUV, solo que aquí, al trabajar con cuerpos que caen, se toma en cuenta un tipo particular de aceleración: la aceleración de la gravedad, que denotamos con la letra g.

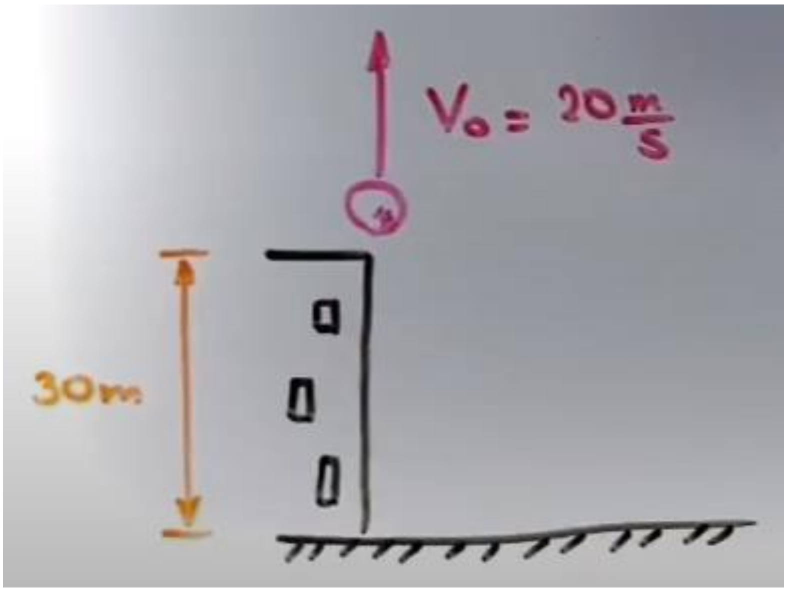
$\boxed{g = -9{,}8\ \frac{m}{s^2}}$

Ejercicio #1. Se lanza una pelota desde una plataforma de 30 m de altura, con una velocidad de 20 $\frac{m}{s}$ hacia arriba. Estudiar su movimiento.

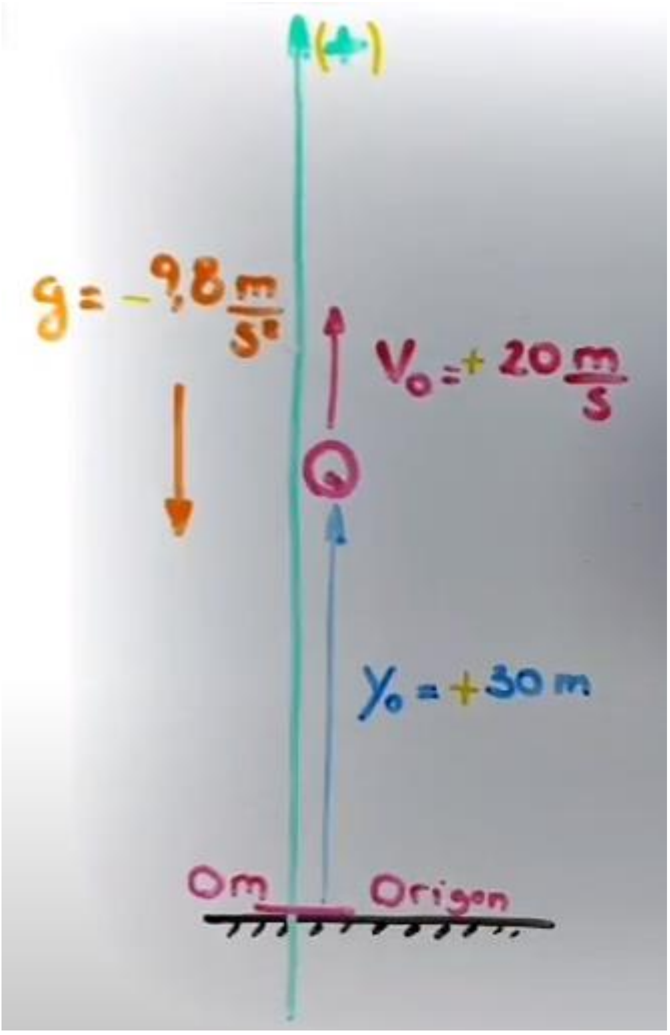
a) Calcular el tiempo que demora en llegar al suelo.

b) Calcular la altura máxima que alcanza.

c) Calcular la velocidad de impacto contra el suelo.



1) Sistema de referencia



2) Ecuaciones del MRUV

① $y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$y = 30\text{ m} + 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot t^2$

$\boxed{y = 30\text{ m} + 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 4{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2}$

② $v = v_0 + g \cdot t$

$\boxed{v = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t}$

③ $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (y - y_0)$

$v^2 = (20\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + 2 \cdot (-9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot (y - 30\text{ m})$

$\boxed{v^2 = 400\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 19{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (y - 30\text{ m})}$

3) Resolución

a)

$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } y = 0\text{ m} \\ \text{Incógnita} = t\end{array}\right\}$ **(y ; t)** → ①

$0\text{ m} = 30\text{ m} + 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 4{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$ → $-4{,}9t^2 + 20t + 30 = 0$ →

$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ → $t_{1,2} = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot (-4{,}9) \cdot 30}}{2 \cdot (-4{,}9)}$ →

$t_1 = -1{,}16 \wedge t_2 = 5{,}25$ → $\boxed{t = 5{,}25}$

Cuando aplicamos la fórmula cuadrática, como en este caso, nos quedamos con el resultado positivo y descartamos el otro, puesto que no podemos tener tiempo negativo.

b)

$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } v = 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \text{Incógnita} = y\end{array}\right\}$ **(v ; y)** → ③

$(0\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 400\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 19{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (y - 30\text{ m})$ → $0 = 400\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 19{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (y - 30\text{ m})$ →

$19{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (y - 30\text{ m}) = 400\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ → $y - 30\text{ m} = \frac{400\text{ m}^2/\text{s}^2}{19{,}6\text{ m}/\text{s}^2}$ → $y = 20{,}4\text{ m} + 30\text{ m}$

→ $\boxed{y = 50{,}4\text{ m (altura máxima)}}$

c)

$$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } y = 0 \text{ m} \\ \text{Incógnita} = v\end{array}\right\} \text{(v ; y)} \rightarrow ③$$

$v^2 = 400\,\frac{m^2}{s^2} - 19{,}6\,\frac{m}{s^2} \cdot (0 \text{ m} - 30 \text{ m}) \rightarrow v^2 = 400\,\frac{m^2}{s^2} - 19{,}6\,\frac{m}{s^2} \cdot (-30 \text{ m}) \rightarrow$

$v^2 = 400\,\frac{m^2}{s^2} + 588\,\frac{m}{s^2}$

$v = \sqrt{988\,\frac{m^2}{s^2}}$

$v = \pm\, 31{,}4\,\frac{m}{s}$

En este caso, como la pelota va hacia abajo cuando está cayendo, debemos quedarnos con el valor negativo del resultado.

$\boxed{v = -31{,}4\,\frac{m}{s}}$

También podríamos haber aplicado la ecuación ②, utilizando el dato t = 5,24 s que habíamos calculado antes. Veamos cómo se llega al mismo resultado:

c)

$$\left.\begin{array}{l}\text{Dato: } t = 5{,}25 \text{ s} \\ \text{Incógnita} = v\end{array}\right\} \text{(v ; t)} \rightarrow ②$$

$v = 20\,\frac{m}{s} - 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 5{,}25 \text{ s}$

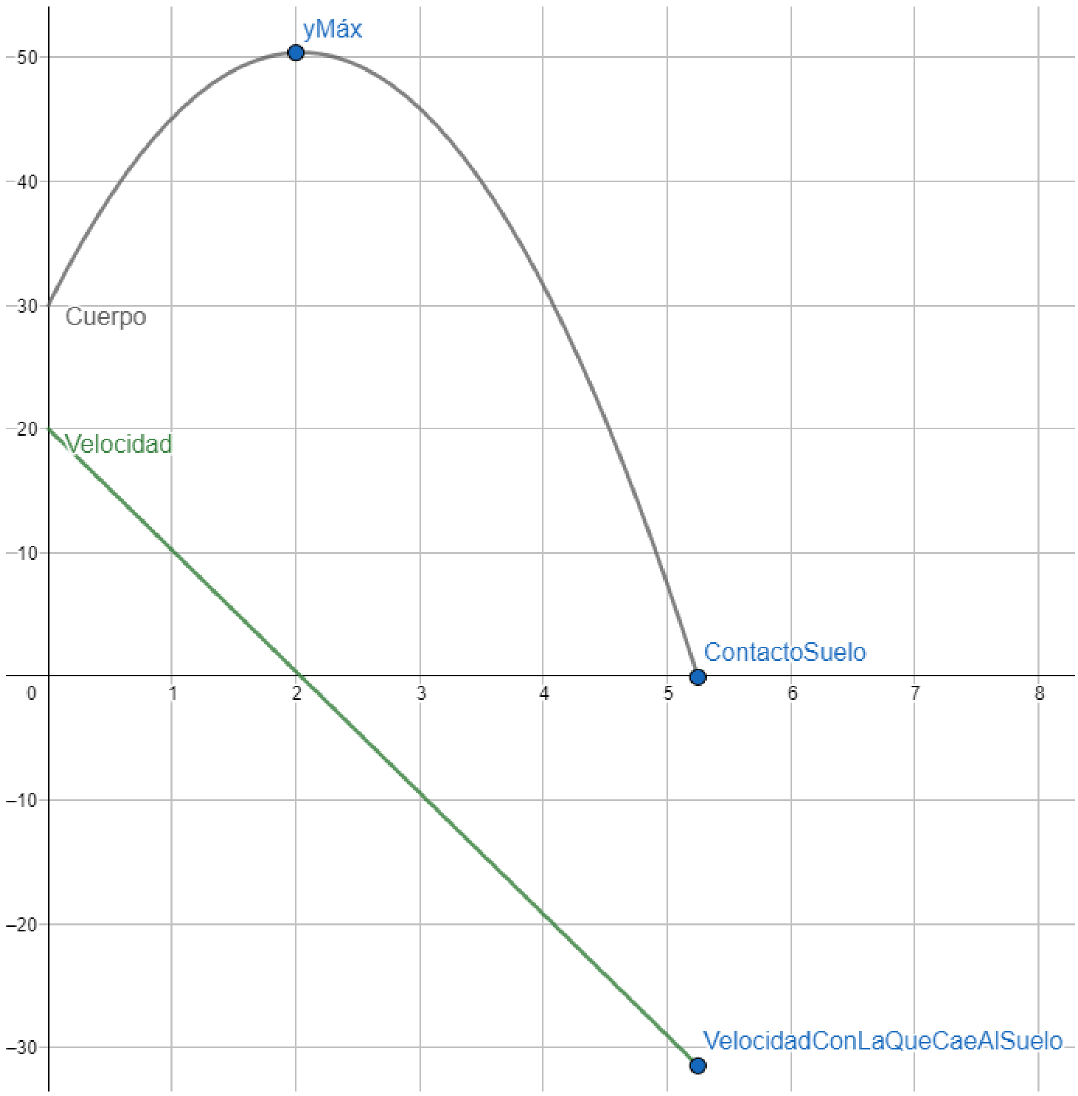
$v = 20\,\frac{m}{s} - 51{,}4\,\frac{m}{s}$

$\boxed{v = -31{,}4\,\frac{m}{s}}$

- Gráfica

Tabla de valores

t	y (30 m + 20 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ · t - 4,9 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ · t^2)	v (20 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ - 9,8 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ · t)
0	30	20
1	45,1	10,2
2	50,4	0,4
3	45,9	-9,4
4	31,6	-19,2
5	7,5	-29
5,25	0	-31,4



Nota: Lo mismo que en la nota de antes. Así lo hace el profe: