

Übungen zur Computerphysik

SS 2023

Hausaufgabe 2

3. Mai - 17. Mai 2023

Abgabe: Mittwoch, den 17. Mai 2023 bis 23:59 Uhr über eCampus

Beachten Sie, dass **zwei zusätzliche Punkte** für die Kommentierung und den Stil des Codes vergeben werden.

H.1: Elektrostatisches Potential eines dünnen Drahtes

Betrachten Sie eine Punktladung P im Potential eines unendlich langen, dünnen Drahtes entlang der x -Achse mit Gesamtladung Q und Ladungsdichte (Abb. 1)

$$\rho(x, y, z) = \alpha \frac{Q}{a} e^{-x^2/a^2} \delta(y) \delta(z). \quad (1)$$

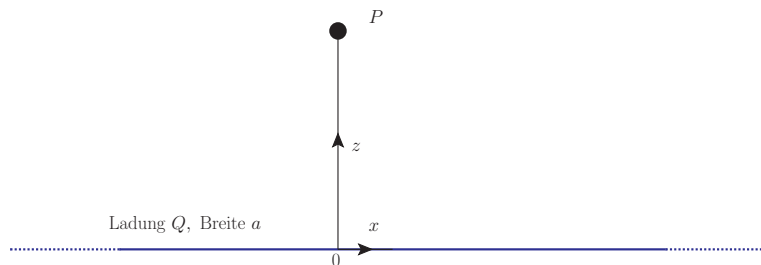


Abbildung 1: Dünnere, unendlich langer Draht.

1. (1 P) Bestimmen Sie die Normierung α und zeigen Sie, dass für die Berechnung des Potentials entlang der z -Achse der Integralausdruck

$$V(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\alpha Q}{a} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2/a^2}}{\sqrt{x^2 + z^2}} dx \quad (2)$$

gilt. (Sie brauchen in der gesamten Hausaufgabe nur $V(z)$ für $x, y = 0$ betrachten.)

2. (4 P) Implementieren Sie die numerische Berechnung des Potentials mit Hilfe des Romberg-Integrationsverfahrens.
3. (2 P) Stellen Sie das Potential für verschiedene Werte der charakteristischen Breite a graphisch dar. Demonstrieren Sie numerisch den Fall $a \rightarrow 0$. Entspricht die Form des Potentials Ihrer Erwartung?

Parameterliste: Wir verwenden hier einfache Einheiten, so dass wir nur dimensionslose Parameter (also von der Dimension 1) betrachten können.

- $Q_1 = 1$
- $0 < a \leq 4$
- $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 1$
- relative Genauigkeit der Integration $\epsilon_{\text{rel}} = 10^{-8}$

H.2 Elektrisches Feld

1. (4 P) Nutzen Sie ihr Resultat aus H.1 zur Bestimmung des elektrischen Feldes in z -Richtung durch numerische Ableitung.
2. (2 P) Prüfen Sie Ihr Resultat durch analytische Ableitung und numerische Integration.

Parameterliste:

- relative Genauigkeit der Ableitung $\epsilon_{\text{rel}} = 10^{-8}$

H.3 Gleichgewichtspunkt

Betrachten Sie nun den Fall zweier paralleler Drähte im Abstand d mit Ladungen $Q_{1,2}$ und charakteristischen Breiten $a_{1,2}$ (Ladungsverteilung (1), Abb. 2).

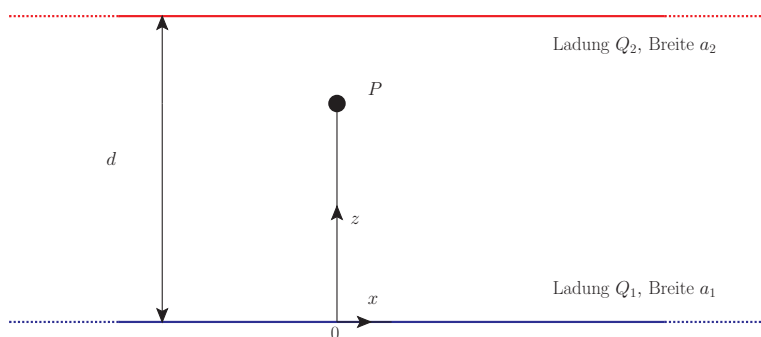


Abbildung 2: Zwei Drähte als paralleles Paar

1. (2 P) Erweitern Sie Ihre Implementation aus H.1 und H.2 zur Berechnung für die Anordnung in Abb. 2.
2. (3 P) Bestimmen Sie den Gleichgewichtspunkt in Abhängigkeit von a_1 und a_2 mit Hilfe des Sekanten-Verfahrens. Stellen Sie das Resultat für verschiedene Werte von a_2 dar.

Parameterliste:

- $Q_1 = 1, a_1 = 4$
- $Q_2 = 4, a_1/10 \leq a_2 \leq a_1$
- $d = 12$