



புள்ளியியலின் நோக்கங்களும் தரவின் வகைகளும்



பிரசந்த சந்திர
மஹலனோபிஸ்
(29 சூன், 1893–28 சூன், 1972)

இந்தியப் புள்ளியியலின் தந்தை என P.C. மஹலனோபிஸ் அழைக்கப்படுகிறார். தொடக்கக் கல்வியைப் பிராமோ மாணவர் புள்ளியிலும், இயற்பியல் இளங்கலை பட்டத்தை கொல்கத்தாவில் உள்ள பிரசிடென்சி கல்லூரியிலும் பெற்றார். உயர்கல்வி தொடர்வதற்காக அவர் 1913 -ம் வருடம் இங்கிலாந்தில் உள்ள லண்டன் பல்கலைக் கழகத்திற்கு சென்றார். **பயோமெட்ரிக்கா** என்ற இதழ் வெளியீட்டாளர்களோடு ஏற்பட்ட அறிமுகம் அவருக்கு புள்ளியியலில் ஆர்வத்தை தூண்டியது.

ஒரு புள்ளியியல் ஆய்வகத்தை பிரசிடென்சி கல்லூரியில் தொடங்கினார். அதுவே பின்னர் கொல்கத்தாவிலுள்ள பிரசித்தி பெற்ற புள்ளியியல் நிறுவனத்தை உருவாக்குவதற்கு அடித்தளமிட்டது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

P.C. மஹலனோபிஸ் பிறந்த தினமான சூன் 29 இந்தியப் புள்ளியியல் தினமாக கொண்டாடப்படுகிறது

பெருமளவிலான மாதிரி கணிப்பு ஆய்வுகளுக்கு அவர் பெரும் பங்களித்திருக்கிறார். துரித ஆய்வு பற்றி விவரங்களை அவர்தான் அறிமுகப்படுத்தினார். மேலும் மாதிரி கணிப்பு முறைகளின் பயன்பாட்டை உணர்த்தினார்.

'புள்ளியியலே அறிவியலின் இலக்கணம்' – கார்ல் பியர்ஸன்

நோக்கங்கள்



- ★ புள்ளியியலின் பொருள் மற்றும் வரையறையை அறிமுகப்படுத்துதல்
- ★ புள்ளியியலின் தோற்றமும் வளர்ச்சியும் பற்றி விளக்குதல்
- ★ புள்ளியியலின் நோக்கம், பயன்பாடுகளை பட்டியலிடுதல்
- ★ புள்ளியியலின் பல்துறை பயன்பாடுகளை விவரித்தல்
- ★ தரவின் பொருளை அறிமுகப்படுத்துதல்
- ★ பல்வேறு வகையான தரவுகளை வேறுபடுத்துதல்



அறிமுகம்

இப்பாடத்தில் நாம் புள்ளியியலின் பொருள், பல்வேறு வரையறைகள், தோற்றம் மற்றும் வளர்ச்சி, செயல்பாடுகள், நோக்கம், விவசாயம், பொருளாதாரம் போன்ற பல்வேறு துறை பயன்பாடுகளின் விவரத்தை அறிந்து கொள்கிறோம். மேலும் தரவுகளின் வரையறை, வகைகள் மற்றும் அளவீட்டு அளவைகள் ஆகியவற்றை அறிந்து கொள்கிறோம்.

1.1 புள்ளியியலின் தோற்றமும் வளர்ச்சியும்

புள்ளியியலின் தோற்றமென்பது ஆதிகால மனிதனிடம் இருந்து ஆரம்பித்தது. அவன் தன் உடைமைகளை அறிந்துகொள்ள மரத்தில் குறியிட்டு அறிந்து கொண்டான். கி.மு 5000 ஆண்டு காலகட்டத்தில் மன்னர்கள் மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு மற்றும் நாட்டின் வளத்தையும் இதன் மூலம் அறிந்துகொண்டனர். பண்டைய காலத்தில் போர்க் காலங்களில் ஏற்படும் இக்கட்டான சூழ்நிலையை எதிர்கொள்ள தங்களின் காலாட்படை, குதிரைப்படை, யானைப்படை மற்றும் எதிரிகளின் படைபலங்களின் புள்ளியியல் விவரங்களைக்கொண்டு முடிவுகள் எடுத்தனர். பின்னர் வரி மற்றும் அரசு நிர்வாகத்திற்கும் பயன்படுத்தப்பட்டது.

'புள்ளியியல்' என்ற சொல் 'ஸ்டேட்டஸ்' (status) என்ற லத்தீன் சொல் அல்லது 'ஸ்டேட்டிஸ்டா' (statista) என்ற இத்தாலிய சொல் அல்லது 'ஸ்டேட்டிஸ்டிக்' (statistic) என்ற ஜெர்மன் சொல்லை மூலமாகக் கொண்டிருக்கிறது. இதன் பொருள் அரசியல் நிலைமை என்பதாகும். 'புள்ளியியல்' என்ற சொல் ஒரு நாட்டின் அரசாங்கத்தின் மக்கள், சமூகம் மற்றும் அரசியல் நிலைமை சார்ந்த புள்ளிவிவரங்கள் மற்றும் கணக்கெடுத்தல் போன்றவற்றைத் தருவதில் தொடர்புடையதாக இருந்தது. காலப்போக்கில் அதன் பரிணாம வளர்ச்சி அறிவியல் மற்றும் பெரும்பாலான துறைகளுக்கு அடிப்படையாக அமைந்தது. புள்ளியியலானது விவசாயத்துறை, மருத்துவத்துறை, தொழில்துறை, விளையாட்டு மற்றும் வணிகத்துறை ஆகியவற்றை உள்ளடக்கிய துறைகளின் கருத்துருவாக்கம் மற்றும் பயன்பாட்டுப் பகுதிகளின் வளர்ச்சியில் பயன்படுகிறது.

பண்டைய காலத்தில் புள்ளியியல் அரசு நிர்வாகத்திற்கும் போர்களுக்காகவும் பயன்படுத்தப்பட்டன. பின்னர் வரி வசூலிக்கும் நோக்கத்திற்காக பயன்படுத்தப்பட்டது என்பதற்குச் சான்றாக கௌடில்யரின் அர்த்தசாஸ்திரம் (கி.மு 324-300) என்ற நூலில் காணலாம். அக்பரின் நிதித்துறை அமைச்சரான இராஜா தோடர்மால் விவசாய நிலங்களைப் பற்றிய விவரங்களை சேகரித்தார். 17ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்க காலத்தில் வாழ்நிலைப்புள்ளியியல் என்ற அடிப்படைக் கருத்து தொடங்கி இப்போதைய நவீன காலத்தைய நிபுணத்துவ அளவீட்டு அறிவியல் (Actuarial science) வரை புள்ளியியலின் பயன்பாடுகள் வளர்ந்துள்ளன. 18ஆம் நூற்றாண்டின் இறுதியில் இயற்பியலில் பிழைகளின் கோட்பாடு என்ற கருத்தை காஸ் (Gauss) என்பவர் அறிமுகப்படுத்தினார்.



புள்ளியியல் என்பது அறிவியல் ரீதியாக எண் விவரங்களைச் சேகரிப்பது, அளிப்பது, பகுத்தாய்வது மற்றும் விளக்கமளிப்பது போன்றவற்றோடு தொடர்புடையது. எண் விவரங்களை முறையாகச் சேகரித்து தெளிவாக்குவதுடன் புள்ளியியல் தொடர்புடையதே புள்ளிவிவரம் என்ற சொல்லாகும்.

புள்ளியியல் என்ற சொல்லானது ஒருமை, பன்மை என இருவகைகளாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது. பன்மையில் எடுத்துக்கொள்ளும் இது ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்துடன்,



ஒரு திட்டமிட்ட முறையில் அளவிட்டோ, கணக்கிட்டோ பெறப்பட்ட எண்களின் விவரம் என்பதைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக நகரில் ஒரு நெருக்கடியான சாலையில் நடக்கும் விபத்துகளின் எண்ணிக்கை, ஒரு நாளில் ஒரு நாள்பட்ட நோய் காரணமாக இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் பலவற்றைக் கூறலாம். ஒருமையில் எடுத்துக்கொள்ளும்போது இது புள்ளியியல் கோட்பாடுகள் மற்றும் சேகரிப்பது, அளிப்பது, பகுத்தாய்வது மற்றும் எண்ணியியல் புள்ளி விவரங்களை விளக்குவது போன்றவற்றைக் குறிக்கிறது.

பின்னர் புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம் உறுதியாக உணரப்பட்டு 20ஆம் நூற்றாண்டில் அபார வளர்ச்சி அடைந்தது. இந்த காலக்கட்டத்தில் நிறைய புதிய கோட்பாடுகளும் பல்வேறு துறைகளின் பயன்பாடுகளும் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டன. புகழ்பெற்ற புள்ளியியலாளர்களின் பங்களிப்பின் காரணமாக பின்வரும் கருத்துகள் வெளிப்படுகின்றன. மாதிரியின் கோட்பாடு, நிகழ்தகவு கோட்பாடு, கருதுகோள் மதிப்பீடு மற்றும் புள்ளியியல் எடுகோள் சோதனை, போக்குபகுப்பாய்வு, ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வு, பரிசோதனை, சோதனை வடிவமைத்தல், முன்கணிப்பு, காலத்தொடர், உயிரி புள்ளியியல், உளவியல் மற்றும் பல.

1900ஆம் ஆண்டுகளின் முற்பகுதியில், புள்ளியியலும் புள்ளியியலாளர்களும் அதிகம் முக்கியத்துவத்தை பெற்றிருக்கவில்லை. தொடர்ந்து வந்த ஆண்டுகளில் ஏற்பட்ட முன்னேற்றம் மற்றும் தொழில்நுட்ப வளர்ச்சியினால் எல்லா துறைகளிலும் பயன்படுத்தத் தக்கதாகவும், அனைவரின் கவனத்தை ஈர்க்கத்தக்கதாகவும் புள்ளியியல் துறை வளர்ச்சி அடைந்திருக்கிறது. இதன் விளைவாகப் பல புதிய இடைநிலைப் பிரிவுகள் உருவாகியது. தரவு சேகரித்தல் தரவின் ஆதாரமையம், புவியியல் தகவல் அமைப்பு, செயற்கை நுண்ணறிவு இன்னும் பல. இன்றைய காலகட்டத்தில் புள்ளியியலின் தொழில்நுட்பம் உயர் தகவலியல், குறிகையியல், தொலை தொடர்பு, பொறியியல், மருத்துவம், குற்றங்கள், சூழ்நிலையியல் இன்னும் பலவற்றில் பயன்படுகிறது.

இன்றைய வணிக மேலாளர்கள் நல்லமுடிவுகளை எடுத்து நல்ல விளைவுகளை பெறுவதற்கு பகுப்பாயும் திறனைக் கற்று வளர்த்துக்கொள்ள வேண்டிய தேவை இருக்கிறது. சிறந்த வணிக முடிவுகளை எடுப்பதற்குப் புள்ளியியல் உதவுகிறது. தங்களைச் சுற்றியுள்ள அபரிமிதமான விவரங்களை அறிந்துகொள்ள புள்ளியியல் சம்மந்தமான தரவுகள் தேவைப்படுகின்றன. மேலும் பரிவர்த்தனை நுட்பங்களான தீர்மான மரங்கள், ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வு, தொகுப்பு போன்றவை வணிக செயல்முறைகள் மேம்பாட்டிற்குப் பயன்படுகின்றன.

1.2 வரையறைகள்

புள்ளியியலானது பல்வேறு ஆசிரியர்களால் வெவ்வேறு விதமாக வரையறுக்கப்பட்டிருக்கிறது..

- "புள்ளியியல் என்பது எண்ணுதலின் அல்லது கணக்கிடுதலின் அறிவியல்" – (ஏ.எல்.பெளலி)
- "புள்ளியியல் என்பது எண் விவரங்களைச் சேகரிப்பது, அளிப்பது, பகுத்தாய்வது மற்றும் விளக்கம் அளிப்பது போன்ற செயல்பாடுகளை கொண்ட அறிவியல் ஆகும்." –(கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன்)

வாலிஸ்ட் மற்றும் இராபட்டின் புள்ளியியலின் வரையறை :

- "நிச்சயமற்ற எதிர்கொள்ளலில், முடிவுகளை எடுப்பதற்கான செயல்முறைகளின் வடிவமே புள்ளியியல் எனப்படும்."
- யா-லூன்-ஜோ என்ற அறிஞர் வாலிஸ்ட் மற்றும் இராபட்டின் புள்ளியியல் வரையறையை சிறிது மாற்றி கீழ்க்கண்டவாறு விவரிக்கிறார் : "புள்ளியியல் என்பது நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகளின் விளைவால் வரும் எண்வடிவிலான தீர்மானிக்கப்பட்ட அளவிற்கு சாதகமற்ற விவரங்களைக் கொண்டு முடிவெடுப்பதற்கான ஒரு முறை"



மேலே கொடுக்கப்பட்ட பெரும்பாலான வரையறைகள் ஓர் அரசுக்குத் தேவையான எண் விவரங்களை அளவிடுதல், கணக்கிடுதல் போன்றவற்றிற்கும் மட்டுமாக சுருக்கப்பட்டிருக்கிறது. ஆனால் சேக்ரிஸ்ட் போன்ற நவீன சிந்தனையாளர்கள் புள்ளியியலை கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கிறார்கள்.

'முன்னதாகவே தீர்மானிக்கப்பட்ட ஒரு நோக்கத்திற்காக ஒழுங்கான முறையில் சேகரிக்கப்பட்டதும் ஒன்றோடொன்று ஒப்பிடக்கூடியதாகவும், எண்ணிக்கையில் கூடியதாகவும் நியாயமான அளவுக்கு செம்மையாக மதிப்பிடத்தக்கதாகவும் பல்வகைக் காரணங்களால் குறிப்பிடத்தக்க அளவுக்கு பாதிக்கக்கூடியதுமான விவரங்களின் மொத்தமே புள்ளியியல் ஆகும்'.

மேற்கண்ட வரையறைகளில் கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன் அவர்களின் வரையறை அதனுடைய முழுமைத் தன்மையினால் ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடியதாக இருக்கிறது. இவ்வரையறையிலிருந்து புள்ளியியலானது கீழ்க்கண்ட குணங்களை வெளிப்படுத்துகிறது என்பது தெளிவாகிறது.

புள்ளியியலின் குணங்கள்:

(1) ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்காக திட்டமிடப்பட்ட முறையில் சேகரிக்கப்பட்ட மொத்த விவரங்கள்.

சேகரிக்கப்பட்ட மொத்த விவரங்கள் மற்றும் எண்களைக் கொண்டு செயல்படுவது புள்ளியியல் ஆகும். ஓர் ஒற்றை எண் புள்ளியியல் விவரம் என்ற கூறமுடியாது. எடுத்துக்காட்டாக ஒரு மாணவனின் எடை 65 கிராம் எனில் இது புள்ளியியல் விவரம் ஆகாது. ஆனால் ஒரு வகுப்பில் உள்ள 60 மாணவர்களின் எடைகள் என்பது புள்ளியியல் விவரம் எனப்படும். ஏனெனில் அவற்றை சேர்த்துக் கணக்கிடலாம். மேலும் ஒன்றோடொன்று ஒப்பிடலாம். இவ்வுதாரணமானது "ஓர் இறப்பு என்பது துயரச் செய்தி பல இறப்புகள் என்பது புள்ளியியல் விவரம்" என்ற ஜோசப் ஸ்டாலினின் அறியப்பட்ட மேற்கோளை நினைவூட்டுகிறது. தரவு சேகரிக்கப்படும் நோக்கம் தெளிவாக இருத்தல் வேண்டும். சேகரிக்கப்பட்ட தரவு திட்டமிட்ட முறையில் இருத்தல் வேண்டும். முறைசாராததாக இருத்தல் கூடாது.

(2) அதிக எண்ணிக்கையிலான காரணிகளால் ஒரு குறிப்பிடக்கூடிய அளவிற்கு பாதிக்கக்கூடியவை.

பல்வகைக் காரணங்களால் குறிப்பிடத்தக்க அளவுக்கு பாதிக்கக்கூடியதுமான விவரங்களின் மொத்தமே புள்ளியியல் தரவுகள் ஆகும். இது புள்ளியியல் வல்லுநர்களுக்கு விளைவுகளை ஏற்படுத்தக்கூடிய காரணிகளை கண்டறிய உதவுகிறது. உதாரணமாக, சில பொருட்களின் விற்பனை விநியோகம், தேவை மற்றும் இறக்குமதி தரம் போன்ற காரணங்களால் பாதிக்கப்படுகிறது. இதேபோல் மில்லியன் இறப்புகள் ஏற்படும்போது நிர்வாகத்திற்கு அதற்குரிய காரணங்களை அறிந்து பின்னர் அதுபோல் மீண்டும் ஏற்படாதவாறு பார்த்துக்கொள்வர்.

(3) எண் வடிவில் விவரங்களை அளிப்பது

எல்லா புள்ளியியல் விவரங்களும் எண்வடிவில் சேகரிக்கப்படும். உதாரணமாக ஒரு தொலைபேசி நிறுவனத்தால் வழங்கப்படும் சேவையை குறை, சாராசரி, நிறை, மிக நிறை, சிறந்த போன்றவாறு வகைப்படுத்தலாம். இவைகள் இயற்கை பண்பு சார்ந்த விவரங்களாக அமைந்ததே தவிர புள்ளியியல் விவரங்களாக இல்லை. இவற்றையே எண் வடிவ தரவரிசையில்



குறை என்பதற்கு 0, சராசரி 1, நிறை 2, மிகநிறை 3, சிறந்த 4 என்ற வகையில் குறியிடலாம். இந்த புள்ளி விவரங்கள் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கு பொருத்தமானது. இவைகள் எண் வடிவில் அமையும்போது புள்ளியியல் விவரம் எனப்படும். மற்றொரு வகையான பண்பு சார்ந்த குணநலன்களான நேர்மை, அழகு, அறிவு போன்றவை எண்வடிவில் அளக்க முடியாது. எனவே அவை புள்ளியியல் விவரம் ஆகாது.

(4) விவரங்களைச் செம்மையான அளவிற்கு மதிப்பீடு செய்தல்

எண்ணியல் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் போது உண்மையான கணக்கீடு அல்லது அளவீடு அல்லது மதிப்பீடு மூலம் சேகரிக்கப்படுகிறது. வரம்புக்குட்பட்ட தரவுகளைச் சேகரிப்பது விசாரணையின் நோக்கம் என்றால் உண்மையான எண்ணிக்கை அல்லது சிறந்த அளவீடு மூலம் சேகரிக்க வேண்டும். உதாரணமாக ஒரு மருத்துவமனையில் சேர்க்கப்பட்ட நோயாளிகளைக் கணக்கிட நோயாளிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட வேண்டும். நோயாளிகளின் உயரம் மற்றும் எடையைக் கணக்கிட வேண்டும். ஏனெனில் உண்மையான மதிப்பிடல் சேகரிப்பது சாத்தியமாகவோ, சாத்தியம் அல்லாமலும் இருக்கலாம். சாத்தியமாக இருப்பின் அது நேரமும் செலவும் அதிகரிக்கும். கணக்கிடப்பட்ட விவரங்கள் துல்லியமாகவும், தெளிவாகவும் இருக்காது. ஓர் அர்த்தமுள்ள பகுப்பாய்விற்கு ஒரு குறிப்பிட்ட தரத்திற்கு சரியான விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட வேண்டும்.

(5) ஒன்றோடொன்று தொடர்புள்ள வகையில் விவரங்களை அமைத்தல்

புள்ளியியல் தரவுகளைச் சேகரிப்பதின் முக்கிய நோக்கங்களில் ஒன்று ஒப்பிடலாகும். அர்த்தமுள்ள மற்றும் ஏற்புடைய ஒப்பிடல் செய்ய தரவுகள் முடிந்த அளவிற்கு ஒருமைதன்மை கொண்டதாக இருக்க வேண்டும், பலவகைத் தன்மை பெற்றிருக்கக் கூடாது. உதாரணமாக ஒரு நிர்வாகத்தில் உள்ள ஆண் ஊழியர்கள் மற்றும் பெண் ஊழியர்கள் மாதாந்திர சேமிப்புகளை ஒப்பிடலாம். ஆனால் 20 வயதுடைய மரங்களின் உயரத்தை 20 வயதுடைய இளைஞர்களின் உயரத்தோடு ஒப்பிடுவது என்பது அர்த்தமற்றதாகும்.

பின்வருவன அனைத்தும் புள்ளியியலை ஒருமையில் எடுத்துக்கொள்ளும்போது, அதற்கான வரையறைகளாகும்.

புள்ளியியலை தரவுகள் என்ற பொருளில் எடுத்துக்கொள்ளும்போது, புள்ளியியல் என்பது பகுப்பாயத்தக்கதும், விளக்கமளிக்க ஏற்றவாறு எண்வடிவிலான விவரங்கள் ஆகும்.

புள்ளியியலை அறிவியலாக எடுத்துக்கொள்கையில், எந்தவொரு தள விசாரணையிலும் கிடைக்கும் எண்வடிவிலான தரவுகளைச் சேகரிப்பதற்கும், அளிப்பதற்கும், பகுப்பாய்வதற்கும், விளக்கமளிப்பதற்கும் பயன்படும் மற்றும் கோட்பாடுகளை ஆய்வதற்கான அறிவியல் ஆகும்.

1.3 புள்ளியியலின் செயல்பாடுகள்

புள்ளியியலின் முக்கிய ஏழு பண்புகளை இங்கு காண்போம்:

வ. எ	செயல்பாடுகள்	செயல்
1	விவரங்களைச் சேகரித்தல்	புள்ளியியலில் அடிப்படையானது தரவாகும். ஆகையால் மிகவும் துல்லியமாகவும் அறிவியல் ரீதியாகவும் சேகரிக்க வேண்டும்.
2	வகைப்படுத்துதல்	சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளை, பெரிய மற்றும் சிக்கலான தரவுகளை புரியும் வகையில் ஒத்த குணங்களுடைய குழுக்களாக வகைப்படுத்த வேண்டும்.



3	சுருங்கக் கூறுதல்	பகுப்பாய்விற்குத் தேவையான தகவல்களை இழந்துவிடாமல் தரவுகள் நேர்த்தியாக சுருக்கப்படவேண்டும். தரவுகளைச் சுருங்கக் கூறுதலின்போது தேவையான தகவலை இழந்துவிடாமல் துல்லியமாக புள்ளிவிவரத்தைப் பகுப்பாய்வு செய்யவேண்டும்.
4	ஒப்பிடல்	சிறந்த தரவுகளை அடையாளம் காண மற்றும் பிரிவுகளில் உள்ள ஒருங்கமைத்தன்மை அறிந்துகொள்வதற்குப் பயன்படுகிறது.
5	ஒட்டுறவு	மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள உறவைக் கண்டறியப் பயன்படுகிறது.
6	காரணம் அறிதல்	சார்பற்ற மாறிகள் மீது சார்புடைய மாறிகளின் பாதிப்பை மதிப்பீடு செய்ய உதவுகிறது.
7	வாய்ப்பு	நிச்சயமற்ற தன்மையிலிருந்து சரியான தீர்மானத்தை எடுக்க புள்ளியியல் மிகவும் உதவுகிறது.

1.4 நோக்கம் மற்றும் பயன்பாடுகள்

பண்டைய காலங்களில், புள்ளியியலின் நோக்கம் மிகக் குறுகியது. புள்ளியியல் என்ற சொல்லைக் கேட்கும்போது, மக்கள் உடனடியாக விளையாட்டு தொடர்பான எண்கள் அல்லது கல்லூரியில் பயின்ற மிகக் குறைந்த அளவு மதிப்பெண் பெற்று தேர்ச்சி பெற்ற ஒரு பாடத்தைப் பற்றி சிந்திக்கின்றனர். புள்ளியியலை இந்நிலையில் கற்பிக்கும்போது, அதற்கு ஒரு விரிவான வாய்ப்பு இருப்பதை உணர முடிகிறது. இன்றைய காலங்களில், புள்ளியியலைப் பயன்படுத்தாத எந்த மனித நடவடிக்கைகளும் இல்லை எனலாம். புள்ளியியலில் விளக்கப் புள்ளியியல் (விவரிக்கும்) முறை, தீர்மானிக்கும் புள்ளியியல் (அனுமான) முறை என இரு பிரிவு முறைகள் உள்ளன. மேலும் இவ்விரு முறைகளும் முக்கியமானவை மற்றும் வவ்வேறான நோக்கங்களைக் கொண்டுள்ளன.

விளக்க புள்ளியியல் முறையானது பெரிய அளவில் உள்ள தரவுகளைச் சுருக்கி தொகுத்தளிப்பதில் பயன்படுகிறது. உதாரணமாக கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு, மையபோக்கு அளவைகள் விளக்க புள்ளியியல் ஆகும். விளக்க புள்ளியியலானது, சில குறிப்பிட்ட பிரச்சனைகளுக்குத் தீர்வு காண்பதற்காக, தரவுகளைச் சுருக்கிய வடிவில் தந்து விளக்குகிறது. இவை பெறப்பட்ட தரவுகளில் மட்டுமே செயல்படக்கூடியவைகளாகும். அதைத்தாண்டி செயல்படக்கூடியவைகள் அல்ல.

மாறாக தீர்மானிக்கும் புள்ளியியலானது, பெருமளவிலான முழுமை தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட மாதிரிகளிலிருந்து அர்த்தமுள்ள சில முடிவுகளை எடுப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

உதாரணமாக, ஒருவர் தாம் கண்டுபிடித்த ஒரு மருந்தானது, புராதன மருந்தைவிட, ஒரு குறிப்பிட்ட நோயைக் குணப்படுத்துவதில் சிறந்ததாக இருக்கிறதா என்பதனைக் கண்டறிய சோதனை நடத்தலாம். அதற்காக அக்குறிப்பிட்ட நோயால் பாதிக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு நோயாளிக்கும் அம்மருந்தைக் கொடுத்து சோதிக்க முடியாது. ஆனால் அதை ஒரு தேர்வு செய்யப்பட்ட மாதிரி தரவுகளில் சோதனை செய்து நிரூபிக்கலாம். ஒரு தர கட்டுப்பாட்டு பொறியியலாளர் ஒரு தொழிற்சாலையில் தயாரிப்புகளின் தரத்தை அறிவதில் ஆர்வம் காட்டலாம். அதற்கு அவர் ஓர் ஆற்றல்மிக்க (சிறப்பான) முறையான ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய மாதிரியைக் கொண்டு தயாரிப்பாளர் மற்றும் நுகர்வோர்களின் உணர்வுகளைப் பாதுகாக்கலாம். ஒரு வேளாண் விஞ்ஞானி உரங்களின் செயல்பாடுகளின் தன்மையை உணர்ந்துகொள்ள வடிவமைக்கப்பட்ட சோதனைகள் மூலம் அவற்றை சோதித்துத் தெரிந்து கொள்கிறார். இதன்மூலம் பண்ணையின் பரப்பு, பயன்படுத்தப்பட்ட



நிலம், அறுவடை செய்யப்பட்ட பயிரின் அளவு போன்றவற்றையும் ஆர்வமிருப்பின், அறிந்துகொள்ளலாம்.

புள்ளியியல் முறையைப் பயன்படுத்துவதிலுள்ள மற்றொரு சிறப்பு என்னவெனில், ஒருவர் புள்ளியியலை அறிவியலின் எந்தவொரு பிரிவோடும், தொழில்நுட்பம் அல்லது பொருளாதாரம், வணிகம், பொறியியல், மருத்துவம், குற்றப்புலனாய்வு போன்ற பல சமூக அறிவியலோடும் சேர்த்துப் பயன்படுத்தலாம். புள்ளியியல் துறை அலுவல் என்பது பரபரப்பானது, சவாலானது மற்றும் வெகுமதியளிப்பதாகும். புள்ளியியல் வல்லுநர் என்பது மிக கௌரவமான பட்டமாகும். ஆனால் இடர்பாட்டுநிலை பகுப்பாய்வர், தரவு ஆய்வர், வணிக பகுப்பாய்வர் போன்றோர் புள்ளியியல் சார்ந்த துறைகளில் ஈடுபட்டுள்ளனர். புள்ளியியலிற்குப் பெருகி வரும் வாய்ப்பைக் கருத்தில்கொண்டு இந்திய பல்கலைக்கழகங்களும் மற்றும் பல்வேறு இடங்களில் உள்ள பல்கலைக்கழகங்களும் இளங்கலை மற்றும் முதுகலை பட்ட படிப்புகளில் புள்ளியியல் பாடங்களை பயிற்றுவிக்கின்றன. புள்ளியியலானது எல்லா வகையான துறைகளிலும் பயன்படுகிறது என்பதை ஏற்கனவே குறிப்பிட்டிருந்தோம். இப்பகுதியில் சில தேர்வு செய்யப்பட்ட துறை பிரிவுகளில் இதன் பயன்பாட்டைக் குறிப்பிட்டு காட்டுகிறோம்

1.4.1 புள்ளியியல் மற்றும் நிபுணத்துவ அளவீட்டு அறிவியல் (Statistics and actuarial science)

காப்பீட்டு அறிவியல் என்ற ஒரு அறிவியலானது புள்ளியியல் முறைகளை மிக அதிக அளவில் மற்ற எந்த பிரிவுகளைவிடவும் ஆயுட்காப்பீட்டு திட்டத்திலும், நிதி நிறுவனங்களிலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. கல்வி மற்றும் அனுபவவாயிலாகவும் நிபுணத்துவ அளவீட்டு அறிவியலில் தகுதிபெற்றவர்கள் நிபுணத்துவ வல்லுநர்கள் என்றழைக்கப்படுகின்றனர். முன்பு ஒரு தீர்மானிக்கப்பட்ட மாதிரியையே காப்பீட்டு திட்டங்களுக்கான தவணைத் தொகையைத் தீர்மானிப்பதில் பயன்படுத்தினர். இன்றைய நாட்களில், நவீன கணினிகள் மற்றும் புள்ளியியல் முறைகள் இவ்வறிவியலை மிகப்பெரிய அளவில் வளர்த்திருக்கிறது. இந்தியாவில், 2006ஆம் ஆண்டிலிருந்து ஓர் அமைப்பு நிபுணத்துவ அளவீட்டு கல்வியை கொடுப்பதிலும், அதில் பயில்வோரின் திறமையை வளர்ப்பதிலும் கவனம் செலுத்துகிறது.

1.4.2 புள்ளியியல் மற்றும் வணிகம்

புள்ளியியல் முறைகள் வணிகத்தில் பெரும் அளவில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மேலும் பண பரிவர்த்தனை பகுப்பாய்வு, சந்தை ஆய்வு மற்றும் மனித ஆற்றலைத் திட்டமிடல் போன்ற பல வர்த்தக தீர்வுகளுக்கும் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுகிறது.

எந்த வகையான நிறுவனமாக இருப்பினும், பாகுபாடின்றி ஒவ்வொரு வர்த்தக நிறுவனமும் அதன் வளர்ச்சிக்காக புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்தியே ஆக வேண்டும். வர்த்தகர்கள் கடந்த கால தரவுகளிலிருந்தும், புள்ளியியல் முறைகளிலிருந்தும், பொருட்களின் விலை, வாங்குதல், விற்பனை, இறக்குமதி, ஏற்றுமதி ஆகியவற்றின் போக்கைக் கணிக்கிறார்கள்.

யா-லூன்-சௌ என்ற புள்ளியியல் ஆசிரியர்; இன்றைய நாட்களில், "வர்த்தகத்தில் ஒவ்வொரு முடிவும் புள்ளியியல் தரவுகள் மற்றும் புள்ளியியல் முறைகள் ஆகியவற்றின் உதவியால்தான் எடுக்கப்படுகிறது" என்று கூறுகிறார்.

வெற்றிக் கதை

2004ஆம் ஆண்டு அமெரிக்கா ஐக்கிய நாடுகளின் கடற்கரை பிரதேசங்களை **சாண்டி (Sandy)** என்ற பெயரிடப்பட்ட புயல் கடுமையாகத் தாக்கியது. அதனால் பல்லாயிரக்கணக்கான மக்கள் அங்கு நிலவிய மோசமான பருவ நிலையாலும், மின்சாரம் இல்லாததாலும் பெரிதும் துன்பமுற்றனர்.



அச்சமயத்தில்தான் அப்பகுதியில் சில்லரை வணிகத்தில் ஈடுபட்டுள்ள புகழ் பெற்ற ஒரு பன்னாட்டு நிறுவனம் தமது தரவுத்தளத்தை ஆய்வு செய்த போது வியக்கத்தக்க முடிவுகளைக் கண்டறிந்தது. அதில் அப்பகுதி மக்களுக்கு அவசரகால கருவிகளும், உறைநிலை உணவுப் பொருட்களும் அதிகம் தேவைப்படுகிறது எனத் தெரிய வந்தது.

இம்முறையில் பகுப்பாய்வுகளை நடத்திய அப்பன்னாட்டு நிறுவனம் 2012

ஆம் ஆண்டு, **பிரான்ஸ் (France)** என்று பெயரிடப்பட்ட மற்றொரு புயல் வருவதை முன்கூட்டியே கணித்து, அதற்கேற்ப தனது வணிக யுத்தியை வகுத்துக்கொண்டது. முன்னேற்பாடாக, அந்நிறுவனம் அதிக அளவில் அவசரகால கருவிகளையும், உறைநிலை உணவுப் பொருட்களையும், பேரிடர் நிகழும் காலங்களில் தேவைப்படும் மற்ற பொருட்களையும் ஹரிக்கேன் புயல் பாதிப்பிற்கு உட்பட்ட பகுதியிலுள்ள எல்லா விற்பனை நிலையங்களுக்கும் அனுப்பி வைத்தது. அதனால் அந்நிறுவனத்தின் விற்பனை, மற்ற எல்லா நிறுவனங்களை விட மிகமிக அதிக அளவில் அமைந்ததால் விற்பனையில் மிகப்பெரும் வெற்றியைப் பெற்றது.

அதற்கு மிக முக்கிய காரணமாக இருந்தது, அப்பன்னாட்டு நிறுவனம் பெரும் தரவு பகுப்பாய்வைத் (Bigdata Analysis) தக்க முறையில் பயன்படுத்திக் கொண்டதேயாகும். இதன் மூலம் கணிப்புகளை மேற்கொள்வதால் அப்பன்னாட்டு நிறுவனங்கள், நேரம், செலவு, உழைப்பு போன்றவற்றைக் குறைத்து தங்கள் விற்பனையைப் பெரிதும் பெருக்கிக் கொள்ள உதவுகிறது.

1.4.3 புள்ளியியல் மற்றும் பொருளாதாரம்

கடைபிடிக்க வேண்டிய கொள்கைகள் மற்றும் பொது நிதிக்கொள்கைகள் போன்ற பொருளாதார விவரங்களைப் புரிந்துகொள்ள புள்ளியியல் முறைகள் மிகவும் பயனுள்ளவைகளாக உள்ளன. இந்த நவீன உலகில், பொருளாதார பாடமானது, நாட்டின் ஒரு சரியான சேவைக்கான பாடமாகவே நடத்தப்படுகிறது. இம்முயற்சி புள்ளியியலின் மிக அதிக அளவிலான பயன்பாட்டினால் உருவாக்கப்படுகிறது.

பொருளாதார பகுப்பாய்வில் பயன்படுத்தப்படும் சில முக்கியமான புள்ளியியல் முறைகள் (நுட்பங்கள்) காலத்தொடர்கள், குறியீட்டு எண்கள், மதிப்பீட்டு கருத்துருவாக்கல், வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை மிகைக்காண் சோதனைகளை அறியும் சோதனைகள், வாய்ப்பு சார்ந்த மாதிரி வடிவம் போன்றவைகளாகும். என்பெர்க் (Enberg) அவர்களின் கூற்றுப்படி "**எந்தவொரு பொருளாதார வல்லுநரும், புள்ளியியல் தரவுகளை விரிவாக ஆராயாமல் நாட்டின் வளத்தைப் பெருக்குவது அல்லது விநியோகிப்பது பற்றிய முடிவுகளை எடுப்பதற்கு முயற்சிப்பதில்லை.**"

நமது நாட்டில், பல மாநிலங்களில், அம்மாநிலங்களில் பெறப்பட்ட பொருளாதார தரவுகளை ஆராய்ந்து முடிவெடுப்பதற்காக வளர்ச்சியடைந்த துறையாக, பொருளாதார மற்றும் புள்ளியியல் துறையை நிறுவியிருக்கின்றன

1.4.4 புள்ளியியல் மற்றும் மருத்துவம்

மருத்துவ துறையில், புள்ளியியல் முறைகள் பெரிதும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மருத்துவ வெளியீடுகளைக் கவனித்துப் பார்த்தால், புள்ளியியல் முறைகள் மருத்துவத்தில் எந்த அளவிற்கு ஒரு முக்கியமான பங்கு அளிக்கிறது என்பதை உணர முடிகிறது. மருத்துவ புள்ளியியல், மிகைக்காண் சோதனைகள், நம்பிக்கை இடைவெளிகள் மற்றும் பெருவாரியாக விரைவாக பரவுகின்ற நோய் மற்றும் பொதுநலம் உள்ளடக்கிய உடல்நல அறிவியலில் பயன்படுகிறது. நவீன



உடல்நலம் காப்பதில் புரட்சி

– The Economist, Feb 03, 2018

இணையம் மூலமாக தமக்குப் குறிப்புகளை கைபேசியின் பொருத்தமான மருத்துவப் மூலமாக பதிவு செய்து பரிந்துரைகளைப் பெறுவது வழங்குவதன் மூலம் நோயின் பற்றி நாம் அறிந்திருக்கிறோம். தன்மையை கண்டறியும் தற்போதுள்ள தொழில்நுட்ப திறன் பன்மடங்கு பெருகுகிறது. மேம்பாடுகளினால் நமது அதனால் திறமையின்மை கைபேசி வழியாகவே நமது குறைக்கப்பட்டு, சிக்கலான நடல்நலத்தைப் பேணும் மருத்துவ நிரல்களுக்கு தீர்வு வழிமுறைகளை அறிந்து காணப்படுகிறது. இது போன்ற கொள்ளலாம். மருத்துவ செயலிகள் மூலம் நம் உடல் நலம் பேணிக் காப்பது பற்றி நாமும் நமது முந்தையை மருத்துவக் குறிப்புகளுடன் விடுபட்ட சிந்திக்கலாமே... தேவையான மருத்துவ

புள்ளியியல் முறைகள், நாள்பட்ட வியாதியால் பாதிக்கப்பட்ட ஒருவர் இன்னும் எவ்வளவு காலங்கள் உயிரோடிருப்பார் என்றும், எந்தெந்த காரணிகள் அவரின் இறப்பிற்குக் காரணங்களாக இருக்கின்றன என்பது போன்ற ஒரு மருத்துவரின் கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கக் கூடியதாக உள்ளன.

1.4.5 புள்ளியியல் மற்றும் வேளாண்மை

பரிசோதித்தல் அதன் அடிப்படையில் உணர்தல் என்பது பொதுவான அறிவியல் முறையின் முக்கியமான பண்புகளாகும். வேளாண்மை அறிவியல் முறையிலும் சோதனைகள் நடத்தி ஒரு குறிப்பிட்ட வகை பயிர் மற்ற எந்த வகைப்பயிரை விடவும் அதிக விளைச்சலைக் கொடுக்கிறதா என்பதை உணர்ந்து முடிவுகள் எடுக்கப்படுகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட வகை உரம் மற்ற எந்த வகையான உரங்களைவிடவும் அதிக பலன் அளிக்கக்கூடியதா? என்பதை உணர்ந்து முடிவுகள் எடுக்கப் பயன்படுகிறது.

விவசாய ஆராய்ச்சியில் ஈடுபடும் பல நிறுவனங்கள் உள்ளன. அவை மாறுபாட்டளவை பகுப்பாய்வு போன்ற சோதனை வடிவமைப்புகளில் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றன. விவசாய புள்ளியியலில் ஆய்வுகள் செய்வதற்கென்றே (IASRI) என்ற நிறுவனம் புது தில்லியில் உள்ளது.

1.4.6 புள்ளியியல் மற்றும் தொழில்துறை

அறிவியல் மற்றும் தொழில் நுட்பத்தின் நவீனமயமான பயன்பாட்டிற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. பல புள்ளியியல் முறைகள் கண்டுபிடிக்கப்பட்டுள்ளன. மேலும் அவை தொழிற்சாலைகளில் ஏற்படும் பல்வேறுபட்ட பிரச்சனைக்கு தீர்வுகாண பயன்படுகிறது. உதாரணமாக, தயாரிக்கப்படும் பொருளின் தரத்தை பராமரிக்க (நீட்டிக்க) புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடு முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றன.



காலச்சூழலில் தரம், எந்திரங்கள், மின்பொருட்கள், மின்னணு பொருட்கள் ஆகியவற்றில் நம்பகத்தன்மை அறியும் முறை விரிவடைந்திருக்கிறது. இவைகளில் புள்ளியியல் முறைகளே பயன்படுத்தப்படுகிறது. மொத்த தர மேலாண்மை மற்றும் சிக்ஸ் சிக்மா கருத்துரு (six sigma theory) போன்றவற்றில் புள்ளியியல் விதிகளே பயன்படுத்தப்படுகிறது.

1.4.7 புள்ளியியல் மற்றும் தகவல் தொழில் நுட்பம்

தகவல் தொழில்நுட்பத்தின் மூலம் கணினி மற்றும் தொலைத்தொடர்பு சாதனங்களைப் பயன்படுத்தி தரவுகளை சேகரிக்கவும், திரும்பப் பெறவும், பரிமாற்றம் மற்றும் செயல்படுத்தவும் முடிகிறது. இந்நாட்களில், பெரும்பாலான தொழிற்சாலைகள் தகவல் தொழில் நுட்பத்துடன் இணைந்திருக்கின்றன. மேலும் பெருமளவிலான தரவுகள் ஒவ்வொரு நாளும் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இவ்வகையான தரவுகள் சரியான முறையில் பகுப்பாயப்படுவதால், இத்தரவுகளிலுள்ள தகவல்களை பயன்பாட்டாளர்கள் பயன்படுத்த ஏதுவாகிறது. ஆய்வு களத்தைப் பற்றி அறிந்துகொள்ள, தரவு எடுத்தல் (Data mining) என்பது வலைதளத்தில் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. தரவு எடுத்தல் (Data mining) என்பது கணினி அறிவியலின் உள்ளடங்கிய ஒரு பகுதியாகும். இது பெரும்பளவிலான தரவு தொகுப்பிலிருந்து, குறிப்பிட்ட முறைகளை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான கணக்கிடும் முறையாகும். இம்முறையில் செயற்கை நுண்ணறிவு மற்றும் புள்ளியியல் விபரங்களும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. புள்ளியியல் முறைகளில் பயிற்சியும், கணினி அறிவும் பெற்றவர்கள் தரவு பகுப்பாய்வாளர்களாக பெருமளவிலான தரவுகளை ஆராய்வதற்காகப் பணிபுரிகின்றனர்.

1.4.8 புள்ளியியல் மற்றும் அரசு நிர்வாகம்

புள்ளியியலானது, புள்ளியியல் தரவுகளை அரசுக்கு அளித்து, அரசின் திட்ட வளர்ச்சியைக் காணவும், சட்டம் ஒழுங்கைப் பேணவும், நலத்திட்டங்களை உருவாக்கவும், அரசின் மற்ற பிற திட்டங்களை மதிப்பிடவும் பயன்படுகிறது. குறிப்பாக, புள்ளியியல் தகவல்கள், மாநிலத்தின் மொத்த ஆளுமைக்கும் இன்றியமையாததாகும். உதாரணமாக, புள்ளியியலானது மக்கட்தொகை, விவசாய உற்பத்தி, தொழில் உற்பத்தி, வளம், இறக்குமதி, ஏற்றுமதி, குற்றங்கள், பிறப்பு விகிதம், வேலையின்மையின் அளவு, கல்வி, கனிமவளம் போன்ற இன்னும் பலவற்றைப் பற்றிய தகவல்களை அரசிற்குக் கொடுக்கிறது.

1.5 பெரும் தரவுகள் (Big Data)

மிகவும் அதிக எண்ணிக்கையால் ஆன தரவு உறுப்புகளைக் கொண்டதும் சிக்கலானதுமான தரவு அமைப்புகள் பெருந்தரவுகள் எனப்படும். அப்பெரும் எண்ணிக்கையிலான தரவு உறுப்புகளைச் சேமித்து வைப்பதும் பிறகு அவற்றை வழக்கமான தரவுத்தள மென்பொருள்களைக் கொண்டு தகவல்களைப் பெறுவதும் எளிதன்று. தினமும் மில்லியன் அளவிலான தகவல் தரவுகள் பதிவேற்றம் செய்யப்படுகின்றன. உலகத்தின் தகவல் தொகுப்புகளில் சுமார் 90% அளவிற்கு சமீப ஆண்டுகளில் தான் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

இன்றைய காலம், மகத்தான தகவல்கள் மூலம் இயக்கப்படுகிறது. எனவே தரவுகளைக் கையாளும் முறையும் அதனை விளக்குவதற்குமான வல்லுனர்களும் அதிகபடியான அளவில் தேவைப்படுவர். ஆதலால் வருங்காலத்தில் இது எல்லோரையும் ஈர்க்கும் ஒரு முக்கிய துறையாக மாறும்.

பெருந்தரவுகளின் பயன்பாடுகள்

மக்களைக் கருதாமல் பெருந்தரவுகளைப் பற்றி பேசுவது சரியல்ல. ஏனெனில் பெருந்தரவுகளால் மக்கள் பெறும் பயன்கள் அதிகமாகும். பொதுவாக இன்றைய நிலவரங்களில்

எல்லா தொழிலகங்களும் பெரும் தரவுகளைப் பயன்படுத்த ஆரம்பித்துவிட்டன. இனி பெரும் தரவுகள் பயன்படுத்தப்படும் சில துறைகளைக் காண்போம்.

உடல் நலம் பேணும் துறை: பல்வேறு நோயாளிகளின் உடல்நிலை சம்பந்தமான தரவுகள் கணினிகளில் பீட்டாபைட் (Petabyte) கணக்கில் சேமிக்கப்பட்டிருக்கும். அத்தரவுகளிலிருந்து மருத்துவம் சார்ந்த நிறுவனங்கள், தமக்கு வேண்டிய பயனுள்ள தகவல்களைப் பெற்று நோயாளிகளின் நலம் சார்ந்த செயல்களுக்கு முன்பாகவே உருவாக்கம் செய்ய முடியும்..

சில்லறை விற்பனை செய்யும் பெரும் நிறுவனங்கள்:

பெரும் தரவுகளால் மிகப்பெரிய பயனை அடைவோர் சில்லறை விற்பனையில் ஈடுபடும் பெரும் நிறுவனங்களே. இப்பெரும் தரவு விவரங்களிலிருந்து நுகர்வோரின் மனப்பாங்கை அறிந்து, அவர்களின் மனநிலைக்கேற்ப பொருட்களை வழங்கி, விற்பனையைப் பெருக்குகின்றனர்.



உற்பத்தித்துறை: பெரும் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து, அதன்மூலம் எந்திரப் பொருட்களின் உதிரிபாகங்களிலுள்ள குறைகளைக் குறைக்கவும், பொருட்களின் தரத்தை உயர்த்தவும் திறன் மேம்பாடு அடையவும், நேரம், பணம் ஆகியவற்றை மிச்சப்படுத்தவும் உதவுகிறது.

போக்குவரத்து கண்காணிப்பு: உலக அளவில் பெரிய நகரங்களில் காணப்படும் போக்குவரத்து நெரிசலைச் சமாளிப்பது சவால் நிறைந்ததாகும். அதிக அடர்த்தியுள்ள மக்கள் தொகையுள்ள நகரங்களில் சென்சார்கள் (sensor) கொண்டு, பெரும் தரவுகளைப் பெற்று போக்குவரத்து நெரிசல் தீர்க்கப்பட்டு மேம்படுத்தப்படுகிறது.

தேடல் தரம்: கூகுல் (google) தேடுபொறி மூலம் தேடும் ஒவ்வொரு தகவலுக்கும் நாம் அச்சொல்லை கூகுளுக்குள் சேர்த்து வைக்கிறோம். பெரும் தரவுகளுள் ஒன்றாக இதையும் சேமித்து அடுத்த முறை தேடும்போது தேடும் தரத்தை உயர்த்துகிறது.

விற்பனை பெருக்கத்திற்கான விளம்பரம்: மிகச் சிறந்த விளையாட்டு வீரர்கள், நடிகர்கள், புகழ்வாய்ந்தவர்கள் பற்றிய செய்திகள், செய்தித்தாள்கள், சமூக ஊடகங்கள், வலைதளங்களில் இடம் பெறுவதால் அவர்களை பெரும் நிறுவனங்கள் தத்தம் விளம்பரத் தூதுவர்களாக நியமித்து தங்கள் வணிகத்தைப் பெருக்குகின்றன.

பெரும் தரவுகளுக்குள்ள சவால்கள்

பெரும் தரவுகளால் பெரும்பயன் பெற்றாலும் சில சவால்களைச் சந்திக்க வேண்டியுள்ளது. அவை தரவுகளைச் சேமிப்பதற்கான மிகப்பெரும் சேமிக்கும் இடம், தரவுகளின் தரம், பகுப்பாய்வுத் திறன், திறமையின்மை போன்றவையாகும்.





இச்சவாலை சமாளிக்கும் விதமாக ஹூப் (Hadoop) என்ற மென்பொருள் பெருமளவில் உதவிபுரிகிறது. இது ஜாவா மொழியை அடிப்படையாகக் கொண்ட திறந்த வகையிலான நிரல்களைக் கொண்ட அமைப்பாகும். இம்மென்பொருள் அமைப்பு பரவலான பங்கீட்டு முறை சூழ்நிலையில் கணக்கிடுவதற்கும் ஏராளமான தரவு கணங்களைக் கையாள்வதற்கும் ஏற்றதாகும்.

1.6 தரவுகளின் பொருளும் வகைகளும்

முடிவு எடுப்பதற்காக, சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்கள் குறிப்பாக விவரங்கள் (அல்லது) தரவுகள் எனப்படும். தரவுகள் எண் சார்ந்தவையாகவோ தீர்மானமானவையாகவோ (வகைப்படுத்தப்படக்கூடிய) இருக்கலாம். தரவுகள் ஒரு மாறி சார்ந்தும் உருவாக்கப்படலாம்.

மாறி: இடத்திற்கு இடம், நபருக்கு நபர், முயற்சிக்கு முயற்சி மேலும் பல சூழல்களில், மாறக்கூடிய ஒன்று மாறி எனப்படும். உதாரணமாக, உயரம் ஒரு மாறி, வசிப்பிடம் ஒரு மாறி ஏனெனில் இவை நபருக்கு நபர் மாறுபடுகிறது.

ஒரு மாறியானது அளவிடக்கூடியதாகவும் எண் உருவில் குறிப்பிடக்கூடியதாகவும் இருப்பின் அது **எண் சார்ந்த மாறி** எனப்படும்.

ஒரு மாறியானது அளவிடமுடியாததாகவும், எண்ணுருவில் குறிப்பிட முடியாததாகவும் இருப்பின் அது **பண்பு சார்ந்த மாறி** எனப்படும். இம்மாறிகள் தீர்மானமான மாறிகள் (வகைப்படுத்தப்படக் கூடிய) என்றும் அழைக்கப்படும்.

உயரம் என்பது எண் சார்ந்த மாறி, ஏனெனில் இதை அளவிட முடியும். மேலும் எண்ணால் குறிப்பிட முடியும். அதே வேளையில், வசிப்பிடம் ஒரு பண்பு சார்ந்த மாறி ஏனெனில் இதை அளவிட முடியாது. மேலும் கிராமம் அல்லது நகரம் என்றே குறிக்க முடிகிறது. இவைகள் எண்ணால் குறிப்பிடப்படுவதில்லை என்பதை கவனத்தில் கொள்ளவும்.

எண் சார்ந்த தரவுகள்:

அளவுகள் சேகரிக்கப்பட்டு, எண்களாக பதிவிடப்பட்டிருப்பின் அம்மாதிரியான தரவுகள் எண்சார்ந்த தரவுகள் எனப்படும். உதாரணமாக உயரம், எடை போன்ற பல எண் சார்ந்த தரவுகளாகும்.

பண்புசார்ந்த தரவுகள்:

இயற்கையாக எண் முறைப்படி, அளவிட முடியாததாக உள்ள தரவுகள் பண்பு சார்ந்த தரவுகள் எனப்படும். உதாரணமாக, இரத்தத்தின் பிரிவானது Rh காரணியோடு சேர்த்து O,A,B என வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இவை ஏற்கனவே சொல்லப்பட்டிருக்கிற அல்லது வடிவமைக்கப்பட்டிருக்கிற ஏதாவது ஒன்றாக வகைப்படுத்தப்படுகிறது.

1.7 அளவீட்டு அளவைகள்

தரவுகள் நான்கு வகை அளவீட்டு அளவைகளாக பிரிக்கப்படுகின்றன. அவை பெயரளவு (பண்பு சார்ந்த) வரிசைப்படுத்தக்கூடிய இடைவெளிகளில் கொடுக்கக்கூடிய மற்றும் விகிதாசாரத்தில் கொடுக்கக்கூடிய தரவுகள் எனப்படும். அளவீட்டு அளவைகள் **ஸ்டான்லி ஸ்டீவன்ஸ்** என்பவரால் உருவாக்கப்பட்டது.

1.7.1 பெயரளவு அளவுகள் (Nominal Scale):

பெயரளவு அளவுகள் (பண்பு சார்ந்த அளவுகள்) ஒரு மாறியை எந்தவொரு எண் அளவு இல்லாமல் குறிப்பதற்காக கொடுக்கப்படும் அளவுகள். உதாரணமாக உங்கள் பாலினம் என்ன? என்று ஒரு வினாப்பட்டியலில் நாம் ஒரு கேள்வியை எழுப்பலாம். அதற்கு ஆண் இனம் அல்லது பெண் இனம் என விடையாக இருக்கும். இங்கு பாலினம் என்பது பெயரளவு மாறியாகும். மேலும் ஆண் இனம் எனில் 1 எனவும் பெண் இனம் எனில் 2 எனவும் இம்மாறிகளை எண் மதிப்போடு தொடர்புபடுத்தலாம். இவைகள் பெயரளவிலே எண்களாக குறிப்பிடப்படுகிறது. மேலும் ஒருவர் தனியாகவோ, திருமணமானவராகவோ, விதவையாக, விவாகரத்து பெற்றவராகவோ இருப்பின் முறையே 1, 2, 3, 4 என்ற எண்களால் குறிப்பிடலாம். இந்த எண்கள், நாம் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் எண்களின் பண்புகள் எதையும் கொண்டிருப்பதில்லை. இங்கு $4 > 1$ or $2 < 3$ or $1+3 = 4$ என நாம் கூற முடியாது. இவற்றை வரிசைப்படுத்துவது என்பது முரணானதாகும். இவ்வகையான தரவுகளை வரிசைப்படுத்தியோ, கணித விதிகளைப் பயன்படுத்தியோ செய்யப்படும் எந்தவொரு புள்ளியியல் ஆய்வும் அர்த்தமற்றதாகும்.

1.7.2 வரிசைப்படுத்தக்கூடிய அளவுகள் :

இந்த மாதிரியான அளவுகள் எண்ணியலின் சில பண்புகளைப் பெற்றிருக்கின்றன. ஆனால் அனைத்து பண்புகளையும் பெற்றிருப்பதில்லை. உதாரணமாக மகிழுந்துகளை நாம் சிறிய, நடுத்தர மற்றும் பெரிய அளவிலான மகிழுந்து என அவற்றின் அளவுகளைப் பொறுத்து சொல்கிறோம். வரிசைப்படுத்துதலில் அளவுகளின் வரிசையே மிக முக்கியம். ஆனால் அவ்வளவுகளில் வேறுபாடு தெரிவதில்லை. கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டைக் காண்போம்.

நேற்று வேடந்தாங்கலுக்கு நாம் சென்ற உல்லாசப் பயணம் எப்படி இருந்தது என்ற கேள்விக்கு விடையாக : (1) மிக்க மகிழ்ச்சி இல்லை (2) மகிழ்ச்சியில்லை (3) பரவாயில்லை (4) மகிழ்ச்சி (5) மிக்க மகிழ்ச்சி எனக் கிடைக்கலாம். இவ்வரிசையில் எண் 5, 4 ஐ விட சிறந்தது அல்லது 3 ஐ விட சிறந்தது என அறிவோம். ஆனால் எவ்வளவு சிறந்தது என அறிய முடிவதில்லை. உதாரணமாக பரவாயில்லை மற்றும் மகிழ்ச்சி இல்லை என்பதற்கும் உள்ள வித்தியாசமும் மிக மகிழ்ச்சி மற்றும் மகிழ்ச்சி என்பதற்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசமும் சமம் என நம்மால் கூற இயலாது.

இதைப்போலவே மருத்துவர், ஒரு நோயாளியின் நிலையை நன்று, பரவாயில்லை, மோசம், மிகமிக மோசம் எனக் கூறலாம். மேலும் அவர் நன்றுக்கு 1 எனவும், பரவாயில்லை என்பதற்கு 2 எனவும், மோசம் என்பதற்கு 3 எனவும், மிக மோசம் என்பதற்கு 4 எனவும் எண் குறியிடலாம். நோயாளியின் நிலைமையின் அளவானது 1 இல் இருந்து 4 வரை கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கலாம் $1 < 2$ அல்லது $2 < 3$ அல்லது $3 < 4$ எனினும் மேல்கண்டவை நோயாளியின் நிலையை மட்டுமே குறிக்கிறது. வரிசைப்படுத்துதல் அளவில் நாம் மாறிகளின் வரிசையை மட்டுமே உணருகிறோம். இம்மாதிரியான தரவுகளில் சராசரி அளவிட முடியாது. ஆனால் இடைநிலை அளவு மற்றும் முகடு அளவிட முடியும்.

1.7.3 இடைவெளி அளவுகள்:

இடைவெளி அளவுகளில் மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசத்தை கணக்கிட முடியும். ஆனால் அவற்றின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்களைக் காண முடியாது. வேறுவிதமாக இடைவெளி மாறிகளுக்கு இடையில் உள்ள தூரங்களை மட்டுமே அறிய முடியும்.



உதாரணமாக ஃபாரன்ஹீட் அளவுகளில்: $60^\circ, 65^\circ, 88^\circ, 105^\circ, 115^\circ$, and 120° என்று வெப்பநிலை அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருப்பது எனில் நாம் $105^\circ > 88^\circ$ அல்லது $60^\circ < 65^\circ$ என எழுதலாம். இவைகள் 105° என்பது 88° விட வெப்பமானது என்றும் 60° என்பது 65° ஐ விட குளிரானது என்பதைக் குறிக்கின்றன. மேலும் $65^\circ - 60^\circ = 120^\circ - 115^\circ$ ஐ விட குளிரானது என்பதைக் குறிக்கின்றன. மேலும் $650 - 600 = 1200 - 1150$ என எழுதலாம். ஏனெனில் சம வெப்பநிலை வித்தியாசங்கள் சமம். அதாவது வெப்பநிலையானது 60° -லிருந்து 65° ஆவதற்கு தேவையான வெப்பம் 115° -லிருந்து 120° அளவிற்கு ஆவதற்கு தேவையப்படும் வெப்பத்திற்கு சமம் ஆதலில் 120° என்பது 60° -ல் வகுபடும்போது 2 என இருப்பினும் வெப்பநிலை இருமடங்கு அல்ல. அதற்கான காரணம் பாரன்ஹீட் அளவை செல்சியஸ் அளவில் மாற்றும்போது காணலாம்.

$$60^\circ F = \frac{5}{9}[60^\circ - 32^\circ]C = 15.570^\circ C \text{ மற்றும்}$$

$$120^\circ F = \frac{5}{9}[120^\circ - 32^\circ]C = 48.870^\circ C$$

மேலே கண்ட சமன்பாடுகளில் இடதுபக்க அளவுகளில் $120^\circ F$ என்பது $60^\circ F$ இருமடங்கு என்பதும் வலது பக்க அளவுகளில் $48.87^\circ C$ என்பது $15.57^\circ C$ மூன்று மடங்கைவிட பெரியது என தெளிவாக தெரிகிறது. இந்த பிரச்சனைக்கான காரணம் என்னவெனில் பாரன்ஹீட், செல்சியஸ் அளவைகள் செயற்கை ஆதிகளைப் பெற்றிருக்கின்றன. வெப்பமின்மை என்ற ஒன்றே இல்லை.



குறிப்பு

'0' என்பது ஆதியாக இல்லாதபோது விகிதங்களை காண்பது இயலாது..

1.7.4 விகித அளவுகள்

அளவிடக்கூடிய அளவுகள் என்று வரும்போது விகித அளவுகள் முக்கியமானவை. ஏனெனில் அவை வரிசைகளைக் கூறுகளுக்கான சரியான அளவுகளைக் குறிக்கின்றன. மேலும் பூஜ்ஜியம் என்ற மதிப்பைக் கொண்டுள்ளது. இது விளக்கப் புள்ளியியல் மற்றும் உய்த்துணர்வு புள்ளியியல் ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தக்கூடியதாக இருக்கிறது. விகித மாறிகளுக்கு சரியான உதாரணங்களில் உயரம் மற்றும் எடை ஆகியவை உள்ளன. விகித மாறிகள் புள்ளியியல் பகுப்பாய்வுகள் விகித அளவைகள் ஏராளமான வழிகளைத் தருகிறது. இந்த மாறிகளைக் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் போன்ற கணித செயல்பாடுகளுக்குப் பயன்படுத்த முடியும். விகித அளவைகளைப் பயன்படுத்தி மைய அளவையான முகடு, இடைநிலை அளவு, சராசரி ஆகியவற்றையும் சிதறல் அளவைகளான திட்டவிலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக்கெழு போன்றவற்றைக் கணக்கிடலாம்.

தொகுப்பாக பண்பு சார்ந்த அளவைகள் குறியிடுவதற்கும் பயன்படுகிறது. வரிசை அளவைகள் வரிசையிடுதலில் நல்ல தகவல்களைத் தருகின்றன. வாடிக்கையாளர் திருப்தி ஆய்வில் இருப்பதைவிட இடைவெளி அளவுகள் வரிசைப்படுத்தலையும் மாறிகளுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசத்தில் அறியப்படுகின்றன. இறுதியாக விகித அளவுகள் வரிசைப்படுத்துதல், இடைவெளி மதிப்பிடுதல் விகிதங்களை கணக்கிடுதல் ஆகியவற்றிற்கு பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஏனெனில் இங்கு பூஜ்ஜியம் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. பண்பு, வரிசை, இடைவெளி மற்றும் விகித அளவைகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசங்களை நாம் விரிவாகக் கண்டோம். ஏனெனில் இவற்றின் பயன்பாடுகள் கணினியிலும் புள்ளியியல் மென்பொருள்களான SPSS, SAS, R, STATA போன்ற பலவற்றில் காணப்படுகின்றன.



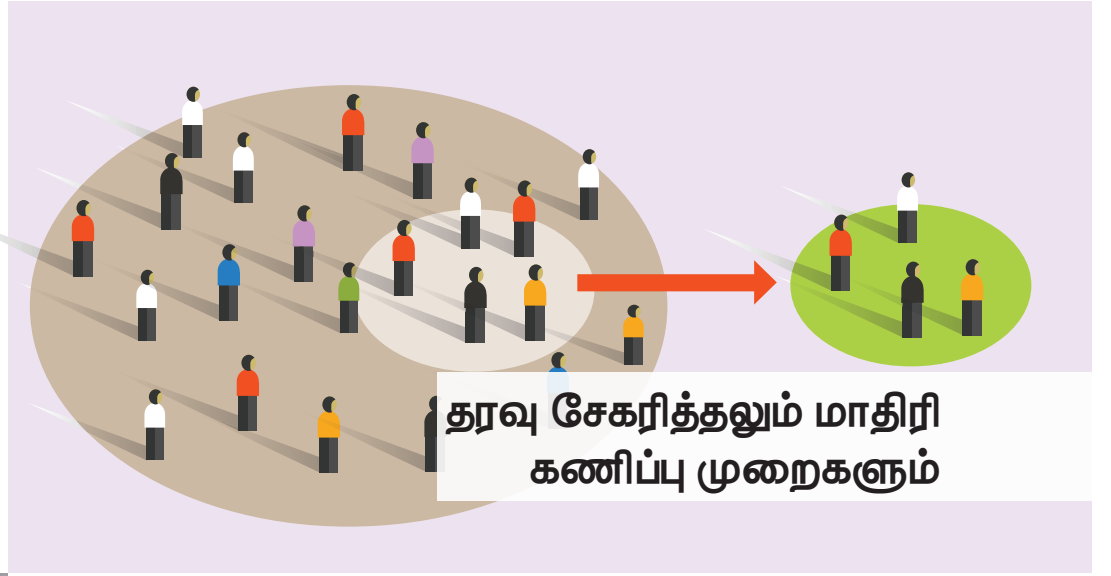
நினைவில் கொள்க...	
● புள்ளியியலின் குணங்கள்	ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்காக திட்டமிடப்பட்ட முறையில் சேகரிக்கப்பட்ட மொத்த விவரங்கள் அதிக எண்ணிக்கையிலான காரணிகளால் ஒரு குறிப்பிடக்கூடிய அளவிற்கு பாதிக்கக்கூடியவைகள் எண் வடிவில் விவரங்களை அளிப்பது விவரங்களைச் செம்மையான அளவிற்கு மதிப்பீடு செய்தல் ஒன்றோடொன்று தொடர்புள்ள வகையில் விவரங்களை அமைத்தல்
● பெரும் தரவுகளின் பயன்பாடுகள்	சுகாதாரத் துறை, சில்லறை விற்பனை செய்யும் பெரும் நிறுவனங்கள், போக்குவரத்து கண்காணிப்பு, உற்பத்தித்துறை, தர நிர்ணயம், விற்பனை பெருக்கத்திற்கான விளம்பரம்
● நோக்கம் மற்றும் பயன்பாடுகள்	விவரங்களைச் சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல், சுருங்கக் கூறுதல், ஒப்பிடல், ஒட்டுறவு, காரணம் அறிதல், வாய்ப்பு அறிதல்
● நோக்கம் மற்றும் பயன்பாடுகள்	புள்ளியியல் மற்றும் வணிகம், புள்ளியியல் மற்றும் பொருளாதாரம், புள்ளியியல் மற்றும் மருத்துவம், புள்ளியியல் மற்றும் விவசாயம், புள்ளியியல் மற்றும் தொழில்நுட்பம், புள்ளியியல் மற்றும் தகவல் தொழில் நுட்பம், புள்ளியியல் மற்றும் அரசு நிர்வாகம்
● தரவுகளின் வகைகள்	எண் சார்ந்த தரவுகள், பண்பு சார்ந்த தரவுகள்
● அளவீட்டு அளவைகள்	பெயரளவு அளவுகள், வரிசைப்படுத்தக்கூடிய அளவுகள், இடைவெளி அளவுகள், விகித அளவுகள்

பயிற்சி



I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

- ஒரு தொழிலாளி ஒரு வருடத்தில் எடுத்த விடுமுறை நாட்களின் எண்ணிக்கை
(a) பண்பு அளவு (b) வரிசை அளவு (c) இடைவெளி அளவு (d) விகித அளவு
- நிறத்தைப் பொறுத்து வகையிடக்கூடிய தரவு என்பது
(a) பண்பு அளவு (b) பெயரளவு (c) இடைவெளி அளவு (d) விகித அளவு
- படங்களைத் தரமிடுதல் என்பது
(a) பண்பு அளவு (b) வரிசை அளவு (c) இடைவெளி அளவு (d) விகித அளவு
- மருத்துவமனையில் இருந்த நேரத்தில் ஒரு நோயாளியின் வெப்பநிலை 100°F என்பது
(a) பண்பு அளவு (b) வரிசை அளவு (c) இடைவெளி அளவு (d) விகித அளவு



தரவு சேகரித்தலும் மாதிரி கணிப்பு முறைகளும்



பாண்ட்ரங் வாசுதியோ சுகாத்மே
(27 சூலை, 1911 –
28 சனவரி 1997)

பாண்ட்ரங் வாசுதியோ சுகாத்மே அவர்கள் 1911-ம் ஆண்டு ஜூலை திங்கள் 27ஆம் நாள் புனேவில் உள்ள சதாரா மாவட்டத்தின் புத் என்னும் கிராமத்தில் பிறந்தார். அவர் 1933-36 ஆண்டுகளில் லண்டனில் உள்ள பல்கலைக்கழக கல்லூரியில் பயின்றார். 1936இல் முனைவர் பட்டமும்; 1939இல் D.Sc பட்டமும் பெற்றார். லண்டனில் பயின்ற காலங்களில் ஆர்.ஏ.பிஷர், ஜெர்சி நெய்மென், மற்றும் இ.எஸ். பெர்சன் போன்ற புள்ளியியல் அறிஞர்களின் வழிகாட்டுதலோடு புள்ளியியலில் மாதிரிகணிப்பு முறைகளின் கருத்துருவாக்க ஆராய்ச்சிகளை மேற்கொண்டார். இந்தியாவில், ICAR என்ற அமைப்பில் புள்ளியியல் துறையின் தலைவராகவும், ஆலோசகராகவும் நியமிக்கப்பட்டார். இவருடைய ஆளுமைமிக்க தலைமையின் கீழ் ICAR அமைப்பின் புள்ளியியல் துறையானது படிப்படியாக வளர்ந்து இந்திய வேளாண்மைப் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி நிறுவனமாக (IASRI) வளர்ந்தது. இந்நிறுவனமானது வேளாண்மைப் புள்ளியியலில் சிறந்த ஆய்வுகளை மேற்கொள்வதற்கு என்றே உருவாக்கப்பட்டு சிறந்த முறையில் பணியாற்றி வருகிறது.

'அனுபவம் மூலமாகக் கற்றுக்கொள்ளும் அறிவியலே புள்ளியியல் எனக் கூறலாம்'

– பிராட்லி எப்ரான்

நோக்கங்கள்



- ★ தரவு சேகரித்தலின் முக்கியத்துவத்தை அறிதல்.
- ★ முதல் மற்றும் இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளை வேறுபடுத்துதல்.
- ★ முதல்நிலை தரவுகளை சேகரிக்கும் முறைகளை நிறை, குறைகளோடு அறிமுகப்படுத்துதல்.
- ★ தரவுகளை சேகரிக்க வினாப்பட்டியல் தயாரித்தல்.
- ★ இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளை விவரித்தல்.
- ★ மாதிரி தொகுதி , முழுமைத் தொகுதியைவிட சிறந்தது என விளக்கமளித்தல்.



- ★ நிகழ்தகவு மாதிரிக் கணிப்பு, நன்மைகளை விவரித்தல்.
- ★ நிகழ்தகவு சாரா மாதிரிக் கணிப்பு முறையின் பயன்களை விளக்குதல்.
- ★ மாதிரிக் கணிப்புமுறை மிகை மற்றும் மாதிரிக் கணிப்பு அற்ற பிழைகள் வேறுபடுத்துதல்

அறிமுகம்

புள்ளியியல் தரவு என்பது புள்ளியியல் வல்லுநர்களுக்கு அடிப்படையான மூலப்பொருளாகும். பெறப்பட்ட விவரங்களைக் குறிக்கும் எண்வடிவிலான தொகுப்பே புள்ளியியல் தரவு எனப்படும். மனித வாழ்வின் ஒவ்வொரு செயலுக்கும் தரவு சேகரித்தல் மிக அவசியமாகும். தேவையற்ற விவரங்களைச் சேகரித்து தேவையற்ற முடிவுகளைப் பெறுவதும் புள்ளியியலில் சாத்தியமாகும். ஆதலால் தரவுகளைச் சேகரிக்கும்போது உரிய கவனிப்புடன் சேகரிப்பது நல்லது.

தரவு சேகரிக்கும் முறை:

எந்த? என்ன? எப்படி? யார்? எங்கே? எப்போது? என்ற ஐந்து முக்கிய வினாக்களைத் தரவு சேகரிக்கும்போது எழுப்பி அதற்கான விடை தேட வேண்டும்.

வினாக்கள்	செயல்பாடுகள்
எவ்விதமான தரவு சேகரிக்கப்பட வேண்டும்?	ஆய்விற்குத் தொடர்புடைய தரவினை முடிவு செய்தல்
தரவுகளை எப்படி சேகரிப்பது?	தரவுகளைச் சேகரிப்பதன் செயலிகளைத் தேர்ந்தெடுத்தல்
தரவுகளை யார் சேகரிப்பது?	முதன்மை தரவு ஃ இரண்டாம் தரவு சேகரிக்கும் முறை
எங்கே இருந்து தரவினைத் தேர்ந்தெடுப்பது?	முதன்மை தொகுதியை தேர்ந்தெடுத்தல்
எப்போது தரவினைத் தேர்ந்தெடுப்பது?	சரியான கால நேரத்தினைத் தேர்ந்தெடுப்பது

மேற்கண்டவற்றைப் பற்றி இப்பாடத்தில் விரிவாகக் காண்போம்

2.1 தரவுகளின் வகைகளும் அவற்றைப் பெறும் முறைகளும்

தரவுகளை முதல் நிலைத் தரவுகள், இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள் என்று இருவகையாக வகைப்படுத்தலாம்.

முதல் நிலை தரவுகள்: ஓர் ஆய்வாளர் விசாரணை மூலமாகவோ, பரிசோதனையிலிருந்தோ அல்லது உன்னிப்பாக கவனித்தோ தாமே நேரிடையாகச் சேகரிக்கும் விவரங்கள் முதல்நிலைத் தரவுகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக

- தங்களது குழந்தையை, தங்கள் பகுதியில் உள்ள ஒரு குறிப்பிட்ட பள்ளியில் சேர்ப்பதற்கான காரணங்களைப் பெற்றோர்களிடம் இருந்து விசாரித்து அறியும் தரவுகள்
- வாடிக்கையாளர்களிடம், நிர்வாகத்தின் சேவை பற்றி அவர்கள் பெற்ற அனுபவங்களைக் கொண்டு சேகரித்த தரவுகள்
- ஒரு குறிப்பிட்ட மருந்தின் செயல் திறனை அறிந்து கொள்ள அம்மருந்தையும் அதே போன்ற மற்றொரு மருந்தையும் (Placebo) கொண்டு சோதனை செய்வதால் பெறப்படும் தரவுகள்.

முதல் நிலைதரவுகளைப் பெறும் பல்வேறு முறைகளை இனி விரிவாகக் காணலாம்.

2.2 முதல் நிலை தரவுகளைச் சேகரிக்கும் முறைகள்

இப்பகுதியில் முதல்நிலை தரவுகளைச் சேகரிக்கும் வெவ்வேறு வகையான முறைகளைக் காணலாம். இங்கு ஆய்வாளர் என்பவர் புள்ளியியல் ஆய்வு (விசாரணை) நடத்துபவர் எனவும், ஆய்வாளருக்குத் தகவல்களை நேரிடையாகக் கொடுப்பவர் தகவல் அளிப்பவர் (பதிலளிப்பவர்) (Respondent) எனவும் எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

முதல்நிலைத் தரவுகளை கீழ்க்காணும் மூன்று வகைகளில் பெறலாம்.

- (i) விசாரணை முறை (தரவுகள்) : ஆய்வாளர் அல்லது அவருடைய பிரதிநிதிகள் தகவல் அளிப்பவரை நேரிடையாகச் சந்தித்துப் பெறப்படும் தரவுகள், விசாரணை தரவுகள் எனப்படும்
- (ii) சோதனை முறை தரவுகள் (தளத்திலிருந்து / ஆய்வகத்திலிருந்து) : சோதனை முறையில் சார்பற்ற மாறிகளை சில நிபந்தனைகளுக்கு உட்படுத்தி சார்புடைய மாறிகளின் மதிப்புகளைப் பெறும் தரவுகள்.
- (iii) கவனித்தறிதல் மூலம் பெறப்படும் தரவுகள்: உளவியல் ஆய்வு அல்லது மருத்துவ முறையில் ஆய்வாளர் சம்பந்தப்பட்டவர் பற்றிய விவரப் பதிவுகளை பதிவேடுகளிலிருந்து நன்கு கவனித்து தரவுகளை சேகரித்துக்கொள்வார். இம்முறையில் ஆய்வாளர் பார்வையாளராக மட்டும் இருப்பார்.

முதல்நிலை தரவுகளைப் பெறும் பல்வேறு முறைகள்:

- (i) நேரிடை முறை
- (ii) மறைமுக முறை
- (iii) வினா விடைப்பட்டியல் முறை
- (iv) தகவல் பரிமாற்று முறை
- (v) கணிப்பு முறை

2.2.1 நேரிடை முறை:

நேரிடை முறையில் நான்கு வழிகளில் தகவல்களைப் பெறலாம்

(i) நேரிடை தொடர்பு முறை

ஆய்வாளர் தகவல் அளிப்பவரை நேரிடையாகச் சந்தித்து தரவுகளைப் பெறும் முறையாகும். இம்முறையில் ஆய்வாளர் நேரிலோ, தொலைபேசியிலோ, மின்னணு சாதனங்கள் மூலமாகவோ விவரங்களைப் பெறலாம். இம்முறை சிறு விசாரணைகளுக்கும் துல்லியமான தகவல்களைப் பெறுவதற்கும் ஏற்றதாகும்

நிறைவுகள்:

- ஆய்வாளரின் நேரிடை தொடர்பால் தரவுகள் பெறப்படுவதால் இவை துல்லியமானதாக இருக்கும்;
- இந்த முறையில் ஆய்வாளர் தகவல் அளிப்பவரின் சூழ்நிலைக்கு ஏற்றவாறு நடந்து தரவுகளைப் பெற முடியும்.





வரம்புகள்:

- விசாரணைத் தளம் பெரியதாயின் இம்முறையில் நேரமும் செலவும் அதிகமாகும். மேலும் தகவல்களைச் சேகரிப்பது கடினமாகும்.
- இம்முறையில் தனிநபர் விருப்பு வெறுப்பினால் சேகரிக்கும் தரவுகளில் ; பிழைகள் வருவதற்கு வாய்ப்புகள் உண்டு.

(ii) தொலைபேசியின் மூலம் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் முறை

தொலைத் தொடர்பு சாதனங்கள் விரிவடைந்த, இக்கால சூழ்நிலையில் தொலைபேசிகளும், கைபேசிகளும் மிக விரைவாகவும், துல்லியமாகவும் தகவல் அளிப்பவரிடம் இருந்து விவரங்களைப் பெற பெரிதும் உதவுகிறது. மேலும் இம்முறையில் பணமும், நேரமும், அதிக அளவில் சேமிக்கப்பட்டு விவரங்கள் துல்லியமாகச் சேகரிக்கப்படுகிறது.

(iii) கணினிப்பொறி உதவியுடன் தொலைபேசி முறையில் விவரங்களை சேகரிக்கும் முறை (Computer Assisted Telephone Interviewing (CATI))

கணினியின் பயன்பாடு அதிகமாக உள்ள காரணத்தால் தொலைபேசியின் மூலம் பெறப்படும் தகவல்கள் முனையத்தில் தனிக்கணினி அல்லது குரல் தரவு உள்ளீடு உள்ள தகவல் கோப்பில் உடனடியாகச் சேகரிக்கப்படுகிறது. இம்முறை உலகெங்கிலும் உள்ள சந்தை ஆய்வு நிறுவனங்களால் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

(iv) கணினியின் நிர்வாகத்தில் தொலைபேசியின் மூலம் தகவல்கள் சேகரிக்கும் முறை (Computer Administered Telephone Survey)

கணினி நிர்வாகத்தில் தொலைபேசியின் மூலம் தகவல்களைச் சேகரிக்கும் மற்றொரு முறை CATS ஆகும். CATI முறை போல் அல்லாமல் இம்முறையில் கணினியே ஒருவருடைய தொலைபேசியின் மூலம் தேவையான தகவல்களைச் சேகரித்து அதன் கோப்புகளில் பதிவு செய்கிறது. இம்முறையில் கேள்விகள் குரல் ஒலி வடிவமைக்கப்பட்டது, பதிலளிப்பவர் தரும் பிரதிபலிப்பினைப் பொறுத்து தரவுகள் பெறப்படும் நேரத்தைப் பொறுத்து கணினியே தொடரவோ, துண்டிக்கவோ செய்கிறது. மேற்கண்ட இம்மூன்று முறைகள் தனிநபர் பிழைகளை குறைப்பதோடு மட்டுமல்லாமல் பணத்தையும் நேரத்தையும் சேமிக்கிறது.

2.2.2 மறைமுக முறை:

இம்முறையானது தகவல் அளிப்பவரின் விருப்பமில்லாமல் விவரங்களைச் சேகரிக்கும்போது சிரமமாகவோ அல்லது தர்மசங்கடமாக இருக்கும் பட்சத்தில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இம்முறையில் தேவையான விவரங்கள், தகவல் பெற வேண்டிய நபருக்கு தெரிந்த அறிமுகமான மூன்றாவது நபரிடமிருந்து பெறப்படுகிறது. போதைக்கு அடிமையான விவரங்கள், திருமண ஒப்பந்த விவரங்கள், பொருளாதார நிலைமை, நீதி மன்ற சாட்சிகள், குற்ற விசாரணை போன்றவற்றிற்கு இம்முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. தகவல் அளிப்பவரின் விவரங்கள் மூன்றாவது நபரிடமிருந்து பெறப்படுவதால் இதன் உண்மைத்தன்மையும், அதன் துல்லியமும் குறைவாக இருக்கும் என்பதே இம்முறையின் குறைபாடாகும்.



2.2.3 வினாவிடை பட்டியல் முறை

வினா விடைப்பட்டியல் என்பது ஓர் ஒழுங்குமுறையில் தொகுக்கப்பட்ட வினாக்களின் தொடர் வரிசை ஆகும். வினா பட்டியல் தயாரிப்பது என்பது ஓர் ஆர்வமிக்க மற்றும் சவாலான வேலையாகும். மேலும் அதற்கு தகுந்த அனுபவமும் திறமையும் தேவைப்படுகிறது.

ஒரு தரமான வினாப்பட்டியல் தயாரிப்பதற்கான பொதுவான வழிகாட்டுதல்கள்:

- சொற்கள் தெளிவாகவும் மற்றும் ஆய்விற்கு தொடர்பானதாகவும் அமைய வேண்டும்.
- தகவல் அளிப்பவரின் திறமைக்கு ஏற்றவாறு வினாப்பட்டியல் தயாரிக்க வேண்டும்.
- அர்த்தமற்ற வாசகங்களைத் தவிர்த்தல் வேண்டும்.
- வினாப்பட்டியல் நீட்டிக்கப்படாமல் தேவையான வினாக்கள் மட்டும் கேட்கப்பட வேண்டும்.
- வினாக்கள் ஒழுங்குமுறையில் அமைக்கப்பட வேண்டும்.
- தகவல் அளிப்பவரின் மனதைக் காயப்படுத்தாதவாறு வினாக்கள் அமைய வேண்டும்.
- கணக்கிடுதல் தவிர்க்கப்பட வேண்டும்.
- தகவல் அளிப்பவரின் விவரங்கள் ரகசியமாக பாதுகாக்கப்படும் என்ற உறுதியை அளிக்க வேண்டும்..

ஆயத்த வினாப்பட்டியலைத் தொகுத்தல்

ஆயத்த வினாப்பட்டியல் தயாரித்தபின், ஆய்வாளர் அதனை மதிப்பிடவும் தேவையெனில் தொகுக்கவும் வேண்டும். தேவையற்ற வினாக்கள் தவிர்க்கப்படவேண்டும். வினா பட்டியலின் முக்கியமான பணியினையும் நிறைவில் கொள்ளவேண்டும்.

முன்சோதனை

முன்வரவு வினாப்பட்டியல் தயாரித்தபின், அதைக்கொண்டு முன்சோதனை நடத்தப்பட வேண்டும். இவ்வழி முறையானது வினாப்பட்டியலிலுள்ள குறைபாடுகளை நீக்கி மாற்று வினாப்பட்டியலின் இறுதி வடிவம் அமைக்க உதவும். சில சமயங்களில் முன் வரவு பட்டியலானது தகுந்த மற்ற ஆய்வாளர்களுக்கிடையே சுற்றறிக்கை விடப்பட்டு, வினாப்பட்டியல் மேம்படுத்தப்பட்டு தரவுகளைச் சேகரிக்க இறுதி வடிவம் அளிக்கப்படுகிறது.

நிறைகள்:

- குறைந்த கால அளவில் மிகுதியான பகுதிகளிலிருந்து விவரங்கள் சேகரிக்க முடியும்.
- மனித உழைப்பு குறைகிறது.

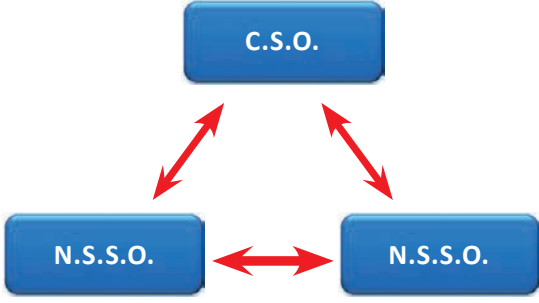
வரம்புகள்:

- இம்முறை கற்றவர்களுக்கு மட்டுமே பயன்படுகிறது.
- அனுப்பப்பட்ட சில வினாப்பட்டியல்கள் திரும்பப் பெறப்படுவதில்லை.
- சில வினா விடைப்பட்டியல்கள் முழுமையாகப் பூர்த்தி செய்யப்படாமல் திரும்பப் பெறப்படுகின்றன.
- வினாக்களின் தன்மையையும் தகவல் அளிப்பவரின் ஈடுபாட்டையும் பொறுத்து இதன் வெற்றி அமைகிறது.

வினாத்தொகுப்புப்பட்டியல்

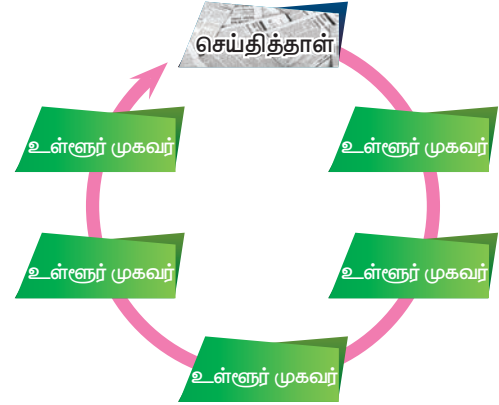
வினாத்தொகுப்புப்பட்டியல் என்பது புள்ளியில் ஆய்வாளருக்குத் தேவையான தரவுகளைப் பெறும் வகையில் தொகுக்கப்பட்ட வினாக்களைக் கொண்டு அமைக்கப்படும் பட்டியலாகும். எடுத்துக்காட்டாக, மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு, சில நேர்முகத் தேர்வு போன்றவற்றில் வினாத்தொகுப்புப்பட்டியல் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

2.2.4 அருகமை தொடர்பு முறை



இம்முறையில் ஆய்வாளர் பல இடங்களில் அருகில் உள்ள முகவர்களை நியமனம் செய்து பல இடங்களிலுள்ள தகவல்கள் சேகரிக்கின்றார். முகவர்களால் சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்கள் ஆய்வாளர்களுக்கோ அல்லது தலைமை யகத்திற்கோ அனுப்பப்படுகிறது. பத்திரிக்கை துறையிலும் அரசாங்க நிறுவனத்திலும் இம்முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

இந்திய அரசின், மத்திய புள்ளியியல் அமைப்பானது தனது கிளை அமைப்பாக நாட்டின் மாதிரி ஆய்வு அமைப்பைக்கொண்டு தகவல்களைச் சேகரிக்கிறது. பத்திரிக்கை வெளியீட்டாளர்கள் தினசரி செய்திகளைச் சேகரிப்பதற்கு உள்ளூர் நிருபர்களை நியமித்து இருக்கிறார்கள். அந்நிருபர்கள் சேகரித்த தகவல்களைப் பத்திரிக்கையின் தலைமை அலுவலகத்திற்கு அனுப்புகிறார்கள்.



இம்முறை ஒரு சிக்கனமான முறையாகும். மேலும் சரியான நேரத்தில் தொடர்ச்சியாகவும் தகவல்களைப் பெறமுடியும். இம்முறையில் தொடர்பாளர்களால் ஏற்படும் பிழைகளுக்கு அதிக வாய்ப்புள்ளது.

2.2.5 கணக்கெடுப்பாளர் மூலம் தரவு சேகரித்தல்:

இம்முறையில் பயிற்சி பெற்ற கணக்கெடுப்பாளரோ, ஆய்வாளரோ தகவல் சேகரிப்பதற்கு வினா விவர பட்டியலைத் தங்களோடு கொண்டு சென்று தாங்களாகவே விவரங்களைச் சேகரிக்கிறார்கள். வினாப்பட்டியலில் தகவல் பெறுபவரே விவரங்களைப் பூர்த்தி செய்கிறார். இம்முறையில் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் கணக்கெடுப்பாளர்களுக்கு மதிப்பூதியம் வழங்கப்படுகிறது. இம்முறையானது கல்வியறிவில்லாத தகவல் அளிப்பவரைக் கொண்ட தொகுதிக்குப் பயன்படுகிறது. இம்முறையின் வெற்றியானது கணக்கெடுப்பாளருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட பயிற்சியிலேயே உள்ளது. வாக்காளர் பட்டியல் தயாரித்தல், குடும்ப அட்டையில் பதிவிட தகவல் சேகரித்தல் போன்றவை இம்முறையில் சேகரிக்கப்படுகின்றன. தேசிய மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு அமைப்பானது (NSSO) வினா விவர பட்டியலைக் கொண்டு தேவையான விவரங்களைச் சேகரிக்கிறது.

2.3 இரண்டாம் நிலை தரவுகள்

முன்பே சேகரிக்கப்பட்டு, வெளியிடப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து தற்போதைய விசாரணைக்காக எடுத்துக்கொள்ளப்படும் தரவுகள் இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள் என்று அழைக்கப்படும். இவை அரசாங்கத்தால் வெளியிடப்பட்ட அறிக்கைகளிலிருந்தும், பதிவேடுகள்,

பத்திரிக்கைகள், பொருளாதார நிபுணர்களால் எழுதப்பட்ட புத்தகங்கள் மற்றும் வலைதளங்கள் போன்றவற்றின் மூலமும் பெறப்படுகின்றன. இரண்டாம் நிலை தரவுகளைப் பெறுவது நேரத்தையும் செலவையும் குறைக்கிறது. இரண்டாம் நிலை தரவுகளைப் பயன்படுத்துவதற்கு முன் அவற்றின் தகுதியினையும், உண்மைதன்மையையும், துல்லியதன்மையையும், போதுமானதா என்பது பற்றியும் சோதித்துக் கொள்ள வேண்டும்

இரண்டாம் நிலை தரவுகளின் ஆதாரங்கள்:

இரண்டாம் நிலை தரவுகள் குறிப்பாக இரண்டு வகையான ஆதாரங்களாகப் பெறப்படுகின்றன. அவை வெளியிடப்பட்ட ஆதாரங்கள் மற்றும் வெளியிடப்படாத ஆதாரங்கள் ஆகும்.

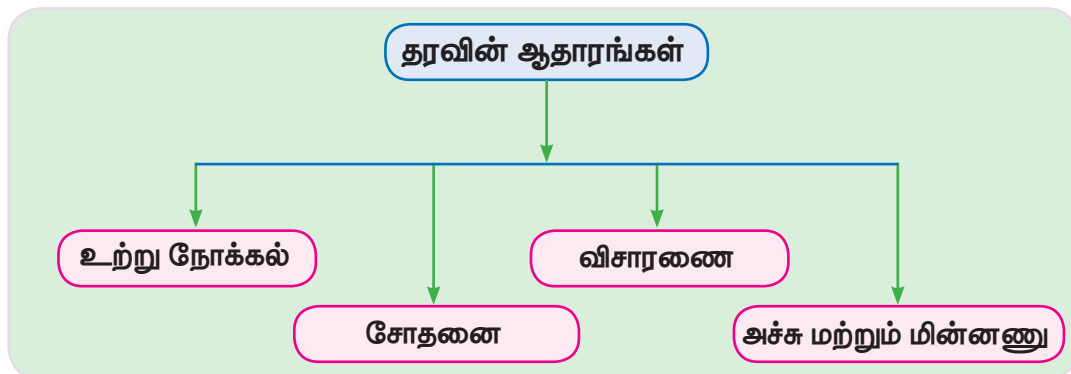
வெளியிடப்பட்ட ஆதாரங்கள் என்பன:

- அரசு சார்ந்த வெளியீடுகள், ரிசர்வ் வங்கியின் செய்தி வெளியீடுகள் (RBI Bulletin) மத்திய புள்ளியியல் நிறுவனத்தால் (Central Statistical Organisation–CSO) வெளியிடப்படும் இந்திய புள்ளியியல் செய்தி சுருக்கங்கள், தமிழக அரசின், பொருளாதார மற்றும் புள்ளியியல் துறையில் வெளியிடப்படும், தமிழக அரசின் புள்ளியியல் செய்திச் சுருக்கங்கள்

உலகளாவிய பிரசுரங்கள்

- உலக சுகாதார கழகத்தின் (World Health Organisation – WHO) வெளியீடுகள்
- உலக வங்கியின் (World Bank) வெளியீடுகள்
- உலக தொழிலாளர் கழகத்தின் (International Labour Organisation – ILO) வெளியீடுகள்
- ஐக்கிய நாடுகள் (United Nations Organisation–UNO) வெளியீடுகள்
- இந்திய மருத்துவ ஆராய்ச்சிக் கழகங்களின் (Indian Council of Medical Research – ICMR) வெளியீடுகள்
- இந்திய வேளாண்மை ஆராய்ச்சிக் கழகம் (Indian Council of Agricultural Research – ICAR) வெளியீடுகள்
- செய்தி பிரசுரங்கள், கட்டுரைகள், செய்தித்தாள்கள் (எக்னாமிக் டைம்ஸ்; பிசினஸ் லைன்)

வெளியிடப்படாத தரவுகள் அரசு மற்றும் தனியார் நிறுவனங்களின் கோப்புகள் மற்றும் பதிவேடுகளிலிருந்தும் பெறப்படுகின்றன. மேற்கண்ட ஆதாரப் பதிவுகளை வரைபடமாக கீழே காணலாம்.



முதல் நிலை மற்றும் இரண்டாம் நிலை தரவுகளை ஒப்பிடல்

முதல் நிலை	இரண்டாம் நிலை
முதன் முதலாகப் பெறப்படும் தரவு	ஏற்கனவே இருக்கும் ஆதாரங்களிலிருந்து தொகுக்கப்படும் தரவு.
ஆய்வாளர் (அல்லது) அவரின் குழுவினரால் நேரடியாகப் பெறப்படும் தரவு.	ஒருவரால் சேகரிக்கப்பட்ட முதல்நிலை தரவுகளிலிருந்து மற்றொருவரால் தொகுக்கப்படும் தரவுகள்
செலவினங்களை அதிகரிக்கும்	செலவினங்களைக் குறைக்கும்
நேரத்தை அதிகரிக்கும்	ஏற்றுக்கொள்ளும் வகையிலான நேரத்தை எடுக்கும்.
தனி நபர் பிழையால் பாதிக்கப்பட கூடியது.	தனி நபர் பிழை வெகுவாக குறைக்கப்படுகிறது.

2.4 முழுமைத் தொகுதி:

புள்ளியியலின் செயல்பாடுகளில் முழுமைத் தொகுதி மற்றும் மாதிரிகள் என்ற கருத்துகள் முக்கிய பங்கு வகுப்பதால் அவற்றைப் பற்றித் தெளிவாக அறிந்து கொள்வோம்.

முழுமைத் தொகுதி: புள்ளியியலில் முழுமைத்தொகுதி என்பது ஆய்விற்கு தேவையான அனைத்து கூறுகள் அல்லது அனைத்து உறுப்புகளின் தொகுப்பாகும். எடுத்துக்காட்டாக,

- தமிழ்நாட்டிலுள்ள ஒரு கல்லூரியின் கல்வி தரத்தை அறிந்து கொள்ள விரும்புகிறோம் எனில் அக்கல்லூரியில் பயிலும் அனைத்து மாணவர்களின் தொகுப்பு ஒரு முழுமைத் தொகுதியாகும்.
- ஒரு மேல்நிலைப்பள்ளியில், மேல்நிலை வகுப்பில் பயிலும் மாணவர்களின் பொருளாதார நிலையை அறிந்து கொள்வது நோக்கமெனில் அப்பள்ளியில் +1 மற்றும் +2 வகுப்பில் பயிலும் மாணவர்களின் தொகுப்பே முழுமைத் தொகுதியாகும். முழுமைத்தொகுதி என்பது உயிருள்ள மற்றும் உயிரற்றவைகளுக்கும் பொருந்தும்

முடிவுறு முழுமைத்தொகுதி

ஒரு முழுமைத்தொகுதி எண்ணிடத்தக்கதாகவோ, அதன் உறுப்புகளைக் குறியிட்டுக் காண்பிக்கத்தக்கதாகவோ இருப்பின் அவை முடிவுறு முழுமைத்தொகுதி எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு மணி நேர கால அளவில் நெடுஞ்சாலையில் செல்லும் வாகனங்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியில் ஒரு மாத காலத்திற்குள் ஏற்படும் பிறப்புகளின் எண்ணிக்கை, ஒரு குறிப்பிட்ட காலஅளவில் வரும் தொலைபேசி அழைப்புகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் கூறலாம். ஒரு முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை N என்று குறிக்கிறோம். இது முழுமைத்தொகுதியின் அளவு எனப்படும்.

முடிவுறா முழுமைத்தொகுதி

ஒரு முழுமைத்தொகுதியிலுள்ள உறுப்புகள் (கூறுகள்) எண்ணிடத்தக்க முடியாததாகவும், அல்லது குறியிடத்தக்க முடியாததாகவும் இருப்பின் அம்முழுமைத்தொகுதி முடிவுறா முழுமைத்தொகுதி அல்லது எண்ணிட முடியாத முழுமைத்தொகுதி எனப்படும்.



முடிவுறு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து மாதிரிக் கணிப்பை இப்பாடத்தின் பிற்பகுதியில் காண்போம். முடிவுறா முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து மாதிரிக் கணிப்பை முழுமைத்தொகுதியின் மாதிரிகளின் பரவலில் இருந்து பெறுகிறோம். ஒரு முடிவுறா தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட வாய்ப்பு மாதிரி என்பது ஒரு நிகழ்தகவு பரவலில் இருந்து பெறப்பட்ட வாய்ப்பு மாதிரி என்பதே ஆகும். இவ்விவரங்களை இரண்டாம் வருட (+2) பாடப்பகுதியில் உள்ள 'வேறுபாடுகளின் முக்கியத்துவத்தை அறியும் சோதனையில்' பயன்படுத்துவோம்.

2.5 முழு கணக்கெடுப்பு முறை (Census Method)

இம்முறையானது முழுகணிப்பு முறை என்றும் அழைக்கப்படும். இம்முறையில் புள்ளியியல் முழுமைத் தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பிலிருந்தும் தரவுகள் பெறப்படும். இந்திய மக்கள்தொகைக் கணக்கெடுப்பு இதற்கு ஒரு சிறந்த எடுத்துக்காட்டாகும். மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பு ஒவ்வொரு பத்து வருட இடைவெளியில் எடுக்கப்படும். இம்முறையில் ஒவ்வொரு வீட்டிலிருந்தும், தரவுகள் பெறப்படுகின்றன. இம்முறையானது மக்கள் சார்ந்த விவரங்களுக்கு முக்கியத்துவம் கொடுக்கிறது. இவ்விவரமானது இந்திய பொது பதிவு அதிகாரியின் தலைமையின் கீழ் சேகரிக்கப்பட்டு இந்திய அரசால் வெளியிடப்படுகிறது.

சாதகமான சூழல்:

இவ்வகையான கணக்கெடுக்கும் முறை முழுமைத் தொகுதியின் அளவு மிகக் குறைவாகவும், விரிவாக இல்லாமல் இருக்கும் சூழலில் பயன்படுத்துவதற்கு ஏற்றது. அவ்வாறு இல்லையெனில், கீழ்க்கண்ட குறைபாடுகள் பெறக்கூடும்.

குறைபாடுகள்:

- இம்முறை கணக்கெடுப்பில் நேரமும், செலவும் அதிகமாகும். மேலும், அதிக எண்ணிக்கையிலான வல்லுனர்களும், பயிற்சி பெற்றவர்களும் தேவைப்படுவர்.
- மிக அதிகப்படியான வேலையின் காரணமாக பிழைகள் வர காரணமாகிறது.
- அழியும் தன்மையுள்ள உறுப்புகளைக் கொண்ட தொகுதியைப் பெற, இந்த முறை ஏற்றது அல்ல. எடுத்துக்காட்டாக

இரத்த பரிசோதனை, அரிசியின் வெந்திருக்கும் நிலை, மின் விளக்குகளின் ஆயுட்காலம் போன்ற பல ஆய்விற்கு இம்முறை பயன்படாது

- ஆய்வு நடைபெறும் பகுதி பரப்பளவில் அதிகமாக இருப்பின், முழுமை தொகுதியின் தன்மை முழுதும் தெரியாத நிலையிலும் இம்முறை பயன்படுத்தப்படுவதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக,

இந்திய காடுகளில் உள்ள புலிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுதல், மரங்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுதல்.

2.6 மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Sampling method):

மேற்கண்ட சூழ்நிலைகளில் மாதிரிக் கணிப்பு முறை சிறந்தது. மாதிரி என்பது முழுமை தொகுதியிலிருந்து விகிதாசார முறையில் பெறப்பட்ட ஒரு சிறு பகுதியாகும். இதிலிருந்து முழுமைத் தொகுதியின் பண்புகளை அறிய முடியும்.



மாதிரிக் கணிப்பு முறை என்பது முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து, முழுமைத் தொகுதியின் பண்புகளைத் தெரிந்து கொள்வதற்காக மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் முறையாகும். முழுமைத் தொகுதியின் பண்புகளைக் கொண்ட ஒரு மாதிரி, முழுமைத் தொகுதியின் ஒரு பிரதிநிதியாக கருதப்படும்.

மாதிரிக் கூறு (அ) மாதிரி அலகு: முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறக்கூடிய மேலும் சிறு பகுதிகளாகப்பிரிக்கமுடியாத கூறுமாதிரி அலகு (அல்லது) மாதிரிக் கூறு எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக குடும்பம் சார்ந்த ஆய்வில் ஒரு குடும்பத்தின் தலைவர் ஒரு மாதிரிக் கூறு ஆவார். ஒரு வகுப்பில் மாணவர்களின் சராசரி வயதினை அறிந்து கொள்ளும் ஆய்வில் அவ்வகுப்பில் ஒவ்வொரு மாணவரும் ஒரு மாதிரி அலகு ஆகும்.



"ஒரு பாணை சோற்றுக்கு ஒரு சோறு பதம்" என்ற தமிழ் பழமொழி மாதிரி எடுத்தலைப் பற்றி சுருக்கமாகவும் தெளிவாகவும் கூறுகிறது.

மாதிரிக் கணிப்பு பட்டியல்: மாதிரிக் கணிப்பு முறையை செயல்படுத்தும்போது ஒவ்வொரு மாதிரிக் கணிப்பு அலகிற்கும் ஒன்றுக்கு ஒன்று தொடர்புடைய வகையில் அதை அடையாளம் காண ஓர் எண் தருவது அவசியமாகிறது. அவ்வாறு பெறப்பட்ட பட்டியல் அல்லது வரைபடம் மாதிரிக் கணிப்பு பட்டியல் எனப்படும் (எடுத்துக்காட்டாக) ஒரு மாவட்டத்தில் உள்ள கிராமங்களின் பட்டியல், +1 மற்றும் +2 பயிலும் மாணவர்களின் பெயர் பட்டியல்.

மாதிரி அளவு : ஒரு மாதிரியில் உள்ள அலகுகளின் எண்ணிக்கை மாதிரி அளவு எனப்படும்.

நிறைகள்

● செலவு: மாதிரிக் கணிப்பு ஆய்விற்கு ஆகும் செலவானது முழு கணிப்பு முறையில் ஆகும். செலவோடு ஒப்பிடும்போது மிக குறைவு.

- காலம்: மிகப்பெரிய தரவுகளை பெறுவதற்கான கால அளவைவிட மாதிரிக் கணிப்பு முறையில் ஆகும் கால அளவு குறைவு.
- துல்லியம்: முழுகணிப்பு முறையில் பெறப்பட்ட முடிவுகளைவிட, மாதிரிக் கணிப்பு முறையில் பெறப்படும் அளவுகள் மிக துல்லியமாக உள்ளதாக சோதனைகள் மூலம் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.
- அழியும்தன்மை: அழியும்தன்மை உள்ள உறுப்புகளைக் கொண்ட முழுமை தொகுதிக்கு, மாதிரிகணிப்பு முறையே ஏற்றதாகும்.

வரம்புகள்

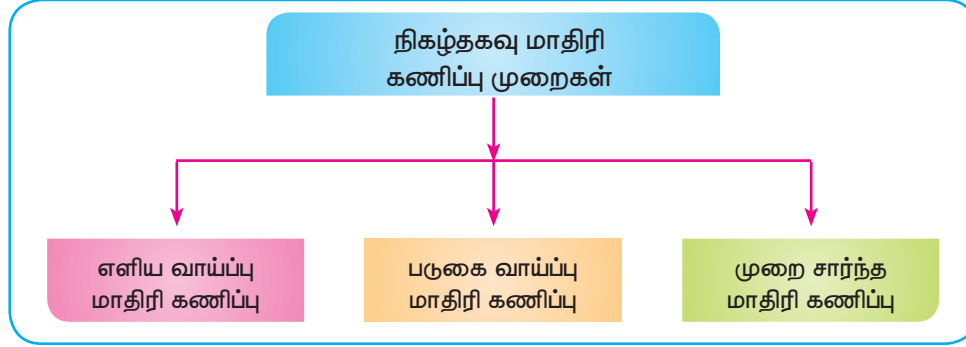
- இம்முறையின் சரியான முடிவு என்பது ஆய்வாளரின் நேர்மையான அணுகுமுறையில் உள்ளது.
- சரியான மாதிரிகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படவில்லையெனில், மாதிரிக் கணிப்பு பிழைகள் ஏற்பட வாய்ப்பிருக்கிறது.

2.7 நிகழ்தகவு மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Probability sampling):

நிகழ்தகவு மாதிரிக் கணிப்பு முறை அல்லது வாய்ப்பு மாதிரிகணிப்பு முறை என்பது முழுமைத் தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளை வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுத்து மாதிரி அமைக்கும்

முறையாகும். வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறையில், அலகுகள் அனைத்தும் தேர்வு செய்வதற்கு ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவைப் பெற்றிருக்கும். வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறையில், ஆய்வாளர்களின் தனிப்பட்ட பிழை ஏற்படுவது தடுக்கப்படுகிறது.

நிகழ்தகவு மாதிரிக் கணிப்பு முறையின் சில முக்கிய கணிப்பு முறைகள்: (1) எளிய வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு (Simple Random Sampling), (2) படுகை வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு (Stratified Sampling), (3) முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு (Systematic Sampling).



2.7.1 எளிய வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறை

இம்முறையில் மாதிரி தேர்வு செய்யப்படும்போது ஒவ்வொரு மாதிரியும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கு ஒரு சமமான நிகழ்தகவைப் பெற்றிருக்கும் அல்லது ஒவ்வொரு உறுப்பும் மாதிரியில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கு ஒரு சமமான நிகழ்தகவைப் பெற்றிருக்கும் அவற்றை இங்கு காண்போம்.

(1) குலுக்கல் முறை

N உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு முடிவுறு முழுமை தொகுதியிலிருந்து n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டுமெனில், முதலில் முழுமைத் தொகுதியில் உள்ள அலகுகளுக்கு 1 முதல் N வரை உள்ள எண்களால் குறியிட வேண்டும். பின் ஒரே மாதிரியான N துண்டு சீட்டுகள் அல்லது அட்டைகளை எடுத்து, 1 முதல் N வரை எல்லாவற்றிற்கும் குறியிட வேண்டும். அப்படி எண்ணிடப்பட்ட சீட்டுகள் (அ) அட்டைகளை ஒரே மாதிரியாக மடித்து ஓர் உருளையிலோ, பெட்டியிலோ, கொள்கலனிலோ இட்டு, ஒவ்வொரு முறையும் நன்றாக சீட்டுகளைக் குலுக்கி ஒவ்வொரு உறுப்புகளாகத் தேர்வு செய்து, n அலகுகள் உள்ள மாதிரியைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும். இம்முறையே குலுக்கல் முறை எனப்படுகிறது. உறுப்புகளை ஒவ்வொன்றாக தேர்வு செய்யும்போது, முதலில் எடுக்கப்பட்ட ஓர் உறுப்பை, அடுத்த உறுப்பைத் தேர்வு செய்வதற்குமுன், உருளையில் திரும்ப வைத்தோ, வைக்காமலோ இருக்கலாம். இம்முறையில் ஒவ்வொரு உறுப்பும் நிகழ்தகவின் அடிப்படையிலேயே தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது.

திரும்ப வைக்காத முறையில் எளிய வாய்ப்பு மாதிரி தேர்வு செய்யும் முறை (SRSWOR):

ஒரு முறை தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அலகு, அடுத்த அலகை தேர்ந்தெடுப்பதற்கு முன், திரும்ப பெட்டியில் போடப்படாமல் ஒவ்வொரு உறுப்பாக தேர்ந்தெடுக்கும் முறை திரும்ப வைக்காத முறையில் எளிய வாய்ப்பு மாதிரியைத் தெரிவு செய்யும் முறை எனப்படும்.

திரும்ப வைக்கும் முறையில் எளிய வாய்ப்பு மாதிரியைத் தேர்வு செய்யும் முறை (SRSWR):

ஒரு முறை எடுக்கப்பட்ட உறுப்பு மற்றொரு உறுப்பைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு முன் பெட்டியில் வைக்கப்பட்டு ஒவ்வொரு உறுப்பாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் முறைக்கு இப்பெயராகும்.

குறிப்புரை:

முழுமைத் தொகுதியின் அளவு மிக அதிகமாக இருப்பின், இம்முறை கடினமான ஒன்றாகும். அச்சமயங்களில், சமவாய்ப்பு உள்ள எண்களின் அட்டவணையிலிருந்து (table of random numbers) மாதிரி அலகுகளைத் தேர்வு செய்யலாம்.

(2) வாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை:

எளிய வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பிற்கு, வாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி மாதிரியைத் தேர்வு செய்வது எளிதாகும். பலவகையான வாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணைகள் உள்ளன. அவற்றுள் சில

- கென்டல் மற்றும் ஸ்மித் இன் வாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை (Kendall and Smith random number table).
- டிப்பெட்ஸின் வாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை (Tippet's random number table).
- பிஸர் மற்றும் யேட்ஸின் வாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை (Fisher's and Yates' random number table).

வாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தும் முறை:

இங்கு வாய்ப்பு எண்களைப் பயன்படுத்தி, கொடுக்கப்பட்ட ஒரு முழுமை தொகுதியிலிருந்து, ஓர் எளிய வாய்ப்பு மாதிரியைத் தேர்வு செய்யும் முறையைப் பற்றி பார்க்கிறோம்.

இவ்வட்டவணையானது வெவ்வேறு இலக்கங்களில் ஆன எண்களைக் கொண்டிருக்கிறது. இவ்வெண்களில் இலக்கங்கள் 0 லிருந்து 9 வரை இருக்கும். மேலும் இவ்வெண்கள் வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பை உறுதி செய்யும். எண்களின் அட்டவணையின் ஒரு பகுதியானது பிற்சேர்க்கையாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. இப்பகுதியைப் பயன்படுத்தி 100 உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு முடிவுறு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து 10 உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு மாதிரியைத் தேர்வு செய்வதைக் காண்கிறோம். அதற்கான படிகள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

- 100 உறுப்புகளின் பட்டியல் தயாரிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் எண் குறியிடப்படுகிறது. அவ்வெண்கள் 00 என தொடங்கி 99 வரை முடிகிறது.
- வாய்ப்பு அட்டவணையிலிருந்து ஓர் எண் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அவ்வெண் மாதிரி அலகுகளைத் தேர்வு செய்யும் தொடக்கப் புள்ளியாகக் கருதப்படுகிறது.
- அத்தொடக்கப் புள்ளியிலிருந்து செங்குத்தாகவோ, கிடைமட்டமாகவோ, மூலை விட்டத்திலோ நகர்ந்து எண்களைத் தேர்வு செய்கிறோம்.
- எண்ணிடப்பட்ட உறுப்புகளைக் கொண்ட முழுமை தொகுதியில், உறுப்புகள் 00 லிருந்து 99 வரை இரு இலக்கங்களையே கொண்டுள்ளதால் இரு இலக்க எண்களையே தேர்வு செய்கிறோம். மேலும் தேர்வு செய்யும்போது காணுகின்ற எந்த எண்களையும் விட்டுவிடுதல் கூடாது.



- (v) இவ்வாறு தொடருகையில், 99ஐ விட அதிகமான மதிப்பு உள்ள எண்களைக் காணும்போது அவ்வெண்கள் புறக்கணிக்கப்படுகின்றன. மேலும் 99 அல்லது அதைவிடக் குறைவான மதிப்பு உள்ள எண்களைக் காணும்போது அவ்வெண்கள் சேர்த்துக் கொள்ளப்படுகின்றன. இதே முறை 10 எண்களைப் பெறும் வரை தொடரப்படுகிறது.
- (vi) திரும்ப வைக்காத வகையில் உறுப்புகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன எனில், ஒருமுறை பதிவு செய்யப்பட்ட எண் திரும்பவும் காணப்படின், அவ்வெண்ணை தவிர்த்து அடுத்த எண்ணைத் தேர்வு செய்கிறோம்.
- (vii) இவ்வாறாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 10 எண்களை, முழுமைத் தொகுதியின் உறுப்புகளின் எண்களோடு ஒப்பிட்டு, அவ்வெண் கொண்ட உறுப்புகளைத் தேர்ந்தெடுத்து மாதிரி அளவு 10 உள்ள மாதிரி பெறப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.1

220 உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு முடிவுறு தொகுதியிலிருந்து 15 உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுக்க.

தீர்வு

- படி 1 : தொகுதியிலுள்ள 220 உறுப்புகளுக்கும் 000 விலிருந்து 219 வரை உள்ள எண்களைக் கொண்டு எண் குறியிட வேண்டும்..
- படி 2 : அதிகபட்ச எண் 219, ஒரு மூன்று இலக்க எண் ஆதலால், ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணைத் தொடக்க புள்ளியாகத் தேர்ந்தெடு. வாய்ப்பு எண்கள் பட்டியலில் உள்ள அத்தொடக்கப்புள்ளி 066 என்க (1 வது நிரையிலும், 4 வது நிரலிலும் உள்ள எண்ணின் முதல் மூன்று இலக்கங்கள்).
- படி 3 : மாதிரி அளவு 15 உள்ள ஒரு மாதிரியை தேர்ந்தெடுக்க, இதே நிரலின் கீழ்புறமாக நகர்ந்து, எண்களை தேர்வு செய்யவும்.
- படி 4 : எளிய வாய்ப்பு மாதிரியை பெறுவதற்காக, இம்முறையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட எண்கள் 066, 147, 119, 194, 093, 180, 092, 127, 211, 087, 002, 214, 176, 063, மற்றும் 176 என்க.

விளக்க எடுத்துக்காட்டு:

எடுக்கப்பட்ட சம வாய்ப்பு எண் 892 என்க. ஆனால் முழுமைத் தொகுதியின் உறுப்புகளுக்கு அதிகபட்சமாக ஒதுக்கப்பட்ட எண் 219, ஆகையால் 219ன் நான்கு மடங்குகளைக் கழித்து வரும் எண் 016ஐ எடுக்கப்போகும் மாதிரி அலகிற்குக் கொடுக்கிறோம்.

$$(\text{எ.து: } 892 - 4 \times 219 = 892 - 876 = 16)$$

வகை(1): திரும்ப வைக்கும் முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட வாய்ப்பு மாதிரியின் உறுப்புகளின் எண்கள் 066, 147, 119, 194, 093, 180, 092, 127, 211, 087, 002, 214, 176, 063 மற்றும் 176

வகை(2): திரும்ப வைக்காத முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் வாய்ப்பு மாதிரியின் உறுப்புகளின் எண்கள் 066, 147, 119, 194, 093, 180, 092, 127, 211, 087, 002, 214, 176, 063 மற்றும் 157.

[குறிப்பு : இரண்டாவது வகையில் 176 இரு முறை தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதிலிருந்து தவிர்க்கப்பட்டு உள்ளது]

நிறைகள்:

- இது முழுமைத் தொகுதியின் நம்பிக்கையான பிரதிநிதியாகும்.
- இது தனி நபரால் ஏற்படும் பிழைக்கும், விருப்பு வெறுப்பிற்கும் அப்பாற்பட்டது.
- இது பயன்படுத்துவதற்கு எளிதான ஒரு முறையாகும்..
- மாதிரி பிழையினை அறிந்து கொள்வதற்கு எளிதானது.



குறிப்பு

வாய்ப்பு எண்கள் அறிவியல் கணிப்பான்கள் மூலமோ (அ) கணினியின் மூலமோ உருவாக்கப்படலாம்.

வரம்புகள்:

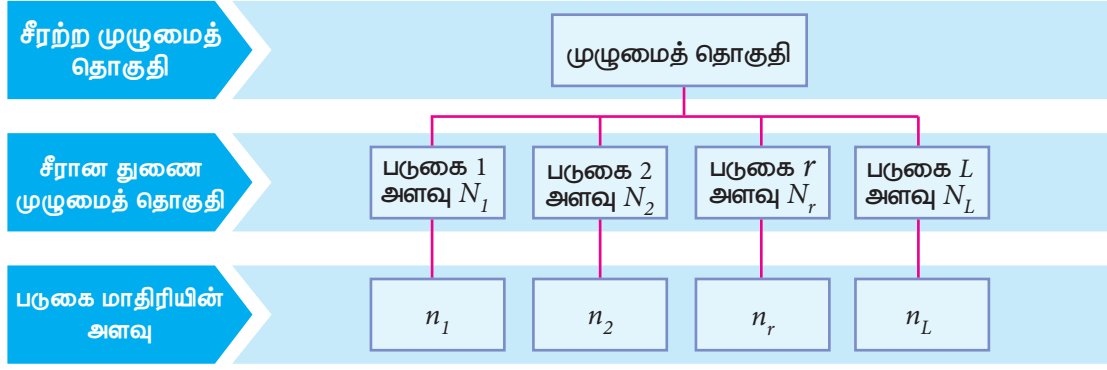
- அலகுகளின் மதிப்பு மிக அதிக அளவில் வித்தியாசப்பட்டிருப்பின், இம்முறையில் பெறப்படும் மாதிரிகள் உண்மையான பிரதிநிதியாக இருப்பதில்லை.
- முழுமைத் தொகுதியின் உறுப்புகள் சீரற்றதாக இருக்கும்போது இம்முறையினைப் பயன்படுத்த முடியாது.
- தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட உறுப்புகளின் மதிப்புகள் அதிக இடைவெளியில் இருப்பின், இம்மாதிரியின் மதிப்புகளைக் கொண்டு மதிப்பீடு செய்வது கடினமாகும்.

கருத்து: எளிய வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறையானது, முழுமைத் தொகுதியானது சீரானதாக இருக்கும்போதே மிகவும் சரியான முறையாக இருக்கும். மாறாக முழுமைத் தொகுதி சீரற்றதாக இருக்கும்போது படுகை முறை மாதிரிக் கணிப்பு மிக சரியான முறையாக இருக்கும்.

2.7.2 படுகை முறை மாதிரிக் கணிப்பு (Stratified Random Sampling)

இம்முறையில் N உறுப்புகள் கொண்ட முழுமைத் தொகுதி சீரற்றதாக இருக்கும்போது, பொதுவான உறுப்புகள் அல்லாத, சீரான L துணை முழுமைத் தொகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. இவைகள் படுகைகள் எனப்படும். மேலும் i ஆவது படுகையின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை N_i என்றும் $N_1 + N_2 + \dots + N_L = N$ எனவும் இருக்குமாறு படுகைகள் பிரிக்கப்படுகிறது. மேலும் $(i = 1, 2, 3, \dots, L)$

மாதிரி அளவு n_i உள்ள ஒரு மாதிரி, i ஆவது படுகையிலிருந்து சார்பற்ற வகையில் எளிய வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. (இங்கு $i = 1, 2, \dots, L$) மேலும் $n_1 + n_2 + \dots + n_L = n$.



இம்முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு மாதிரி பருகை முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட வாய்ப்பு மாதிரி எனப்படும். ஒவ்வொரு பருகையிலும் மாதிரியின் அளவைத் தீர்மானிப்பதில் இருவகைகள் உள்ளன. அவைகள் விகிதாசார அளவில் (Proportional method) உறுப்புகள் சேர்க்கும் முறை மற்றும் உகந்த அளவில் உறுப்புகள் சேர்க்கும் முறை (Optimum method) விகிதாசார அளவு முறையில், மாதிரியின் அளவானது பருகையின் அளவின் விகிதாசாரத்தில் உள்ளது. பருகையின் அளவானது அதிகமாக இருப்பின், அப்பருகையில் இருந்து அதிக உறுப்புகளை (பிரதிநிதிகளை) மாதிரி பெற்றிருக்கும். அதுபோல பருகையின் அளவு குறைவாக இருப்பின், அதிலிருந்து குறைவான உறுப்புகளையே, மாதிரி பெற்றிருக்கும். i வது பருகையிலிருந்து எடுக்கப்படும் மாதிரியின் அளவு $n_i = (n/N) \times N_i$ என்ற விதிமுறையின்படி பெறப்படுகிறது. உகந்த ஒதுக்கீடு முறையானது, பருகையிலுள்ள வித்தியாசம் மற்றும் செலவு இவைகளால் மாதிரியின் அளவு n_i தீர்மானிக்கப் படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

ஒரு போட்டித் தேர்வின் அறிமுகத்தைப் பற்றிய ஓர் ஆய்விற்காக மூன்று பள்ளிகளில் பயிலும் மாணவர்களிடமிருந்து கருத்துக்கள் பெறப்பட்டன. அப்பள்ளியில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை முறையே 2000, 2500 மற்றும் 4000 ஆகும். மாதிரியின் அளவு 170 என முடிவு செய்யப்பட்டது எனில் ஒவ்வொரு பள்ளியிலிருந்து பெறப்படும் மாதிரியின் அளவுகள் என்ன என்பதை கணக்கிடுக.

தீர்வு

இங்கு $N = 2000 + 2500 + 4000 = 8500$, $n = 170$ எனில் $n_1 = n_2 = n_{13} = ?$

$$N_1 = 2000, \quad N_2 = 2500, \quad N_3 = 4000$$

$$n_1 = (n/N) \times N_1 = (170 / 8500) \times 2000 = 40$$

$$n_2 = (n/N) \times N_2 = (170 / 8500) \times 2500 = 50$$

$$n_3 = (n/N) \times N_3 = (170 / 8500) \times 4000 = 80$$

எனவே 40 மாணவர்கள் முதல் பள்ளியிலிருந்தும், 50 மாணவர்கள் இரண்டாம் பள்ளியிலிருந்தும், 80 மாணவர்கள் மூன்றாம் பள்ளியிலிருந்தும் எளிய வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு, பருகைபடுத்தப்பட்ட வாய்ப்பு மாதிரியாகப் பெறுகிறோம்.

பருகை முறையின் முக்கிய நோக்கமானது, முழுமை தொகுதியினை நல்ல முறையில்

பல்வேறு பகுதியாகப் பிரித்து, அவற்றின் முக்கியத்துவத்தின் தன்மையை உணர்த்துவதே ஆகும். பருகை முறைக்கான சூழல்கள் மாநிலங்கள், வயது மற்றும் இனம், கல்வித்திறன், திருமண விவரம் போன்ற பல வகைகளாகும்.

குணநிலைக் கொண்டு பருகைகள் பிரிக்க முடியாத நடைமுறை பிரச்சனை உள்ள சூழல்களில், நிர்வாகரீதியான சூழல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு பருகைகள் பிரிக்கப்படுகின்றன.

நிறைகள்

- முழுமைத் தொகுதியின் பல பகுதிகளைப் பற்றியும் அறியமுடிகிறது.
- மாதிரிகள் குறிப்பிட்ட அளவில் இருக்கும்போது, செலவிற்கும், துல்லியத்திற்கும், நம்பகத்தன்மைக்கும் ஏற்ற வகையில், மாதிரியின் அளவைத் தீர்மானிக்கலாம்.
- இம்முறையில் தேர்வு செய்யப்படும் ஒரு மாதிரி நம்பகத்தன்மை உடையது.
- பல பருகைகளிலிருந்து முழுமைத் தொகுதியின் பிரதிநிதிகள் உள்ளன.
- பிழை பெரிதும் தவிர்க்கப்படுகிறது. மேலும் மிக அதிக அளவில் துல்லியமானது.

வரம்புகள்

- சரியான முறையில் பருகைகள் பிரிக்கப்படுவதில் தவறுகள் நிகழ வாய்ப்பு இருப்பதால், துல்லியமான முடிவை இழக்க வாய்ப்பு இருக்கிறது.
- விகிதாசார பருகை முறையில் முழுமை தொகுதியில் ஒவ்வொரு பருகையின் விகிதத்தைப் பற்றிய துல்லியமான தகவல் தெரிந்திருக்க வேண்டும்.

2.7.3 முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Systematic Sampling)

இம்முறையில் முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள உறுப்புகளுக்கு 1 முதல் N வரை ஏறுவரிசையில் எண்ணிடப்படுகிறது. n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு மாதிரியைத் தேர்வு செய்வதற்கு $k = \frac{N}{n}$ என உள்ளவாறு m உறுப்புகள் கொண்ட $(n-1)$ மாதிரி இடைவெளிகள் பெறப்படுகிறது. பின் முதல் இடைவெளியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஓர் உறுப்பு தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அது i ஆவது உறுப்பு என்க. இங்கு $i \leq k$. இந்த எண், மாதிரியை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான தொடக்கப் புள்ளியாகும். மற்ற உறுப்புகள் மதிப்பு இடைவெளியில் ஒவ்வொரு மாதிரி இடைவெளியிலிருந்தும் பெறப்படுகின்றன.

$$i, k+i, 2k+i, 3k+i, \dots, nk$$

இம்முறையில் பெறப்படும் மாதிரிக்கான வரைபடம்								
மாதிரி இடைவெளி 1	1	2	3	4	...	i	...	k
மாதிரி இடைவெளி 2	$k+1$	$k+2$	$k+3$	$k+4$...	$k+i$...	$2k$
மாதிரி இடைவெளி 3	$2k+1$	$2k+2$	$2k+3$	$2k+4$...	$2k+i$...	$3k$
மாதிரி இடைவெளி 4	$3k+1$	$3k+2$	$3k+3$	$3k+4$...	$3k+i$...	$4k$



மாதிரி இடைவெளி n	$(n-1)k+1$	$(n-1)k+2$	$(n-1)k+3$	$(n-1)k+4$...	$(n-1)k+i$...	nk
--------------------	------------	------------	------------	------------	-----	------------	-----	------

ஆகவே இம்முறையில் முதல் உறுப்பு தேர்வு செய்யப்பட்டவுடன் மாதிரியின் மற்ற உறுப்புகள் தானாகவே தீர்மானிக்கப்பட்டுவிடுகிறது. முதல் உறுப்பு முதல் இடைவெளியில் k உறுப்புகளில் ஏதாவது ஒர் உறுப்பாக இருக்கலாமாதலால், இம்முறையானது k முறை சார்ந்த மாதிரிகளை, சம நிகழ்தகவு வாய்ப்புகளுடன் உருவாக்குகிறது. N ஆனது, n -ன் முழுமடங்காக இல்லாதபோது சில மாதிரி இடைவெளிகளின் அளவுகள் ஒரே ஒரு எண்ணின் அளவிற்கு மாறுபட்டிருக்கும்



குறிப்பு

இம்முறையில் எடுக்கப்பட்ட மாதிரியை, பகுதி வாய்ப்பு மாதிரி என அழைக்கிறோம். ஏனெனில், முதல் உறுப்பு மட்டுமே வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது மற்ற உறுப்புகள் வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படவில்லை.

நிறைகள்:

- இம்முறையானது எளிதானது மற்றும் வசதியானது.
- குறைந்த நேரமே தேவைப்படும் முறையாகும்.
- இது முடிவுறா முழுமை தொகுதிக்கும் பயன்படுத்தக்கூடியதாகும்.

வரம்புகள்:

- இது ஒரு பகுதி வாய்ப்பு மாதிரியாக இருப்பதால், முழுமை தொகுதியின் ஒரு பிரதிநிதியாக இம்மாதிரி இருக்காது.

எடுத்துக்காட்டு 2.3

மாதிரி அளவு $n = 10$ உள்ள ஒரு முறை சார்ந்த வாய்ப்பு மாதிரி முழுமைதொகுதி அளவு $N = 200$ உள்ள ஒரு முழுமை தொகுதியிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டுமெனில் $k = \frac{N}{n} = \frac{200}{10} = 20$ ஆகும் முதல் மாதிரி இடைவெளியில் 1லிருந்து 20 வரை உள்ள எண்கள் இருக்கும். இதிலிருந்து சாதாரணமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட எண் 7 எனில் இம்முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாதிரியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்கள்

7, 27, 47, 67, 87, 107, 127, 147, 167, 187.

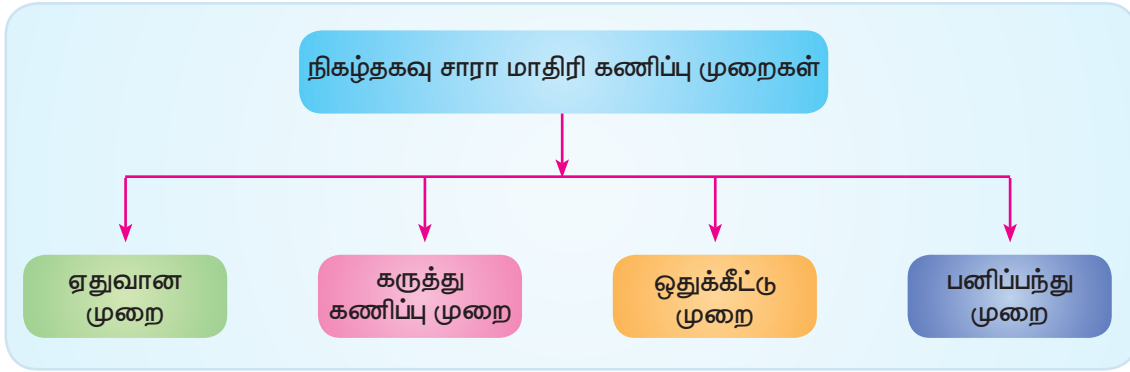
பயன்பாடுகள்:

- முறைசார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பானது, நெடுஞ்சாலையில் உள்ள மரங்களைப் பற்றிய விவரங்களை அறிதல், தொகுப்பு வீடுகளிலிருந்து விபரங்கள் அறிதல் போன்ற சூழ்நிலைகளில் முக்கியமாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- தொழிற்சாலைகளில், பொருட்களைத் தயாரிக்கும் உபகரணங்கள் நல்ல முறையில் செயல்படுகின்றனவா என்பதைச் சோதிக்க எடுக்கப்படும் உறுப்புகளின் மாதிரிக்கு, இம்முறை பெரிதும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. உதாரணமாக ஒவ்வொரு பதினைந்தாவது தயாரிக்கப்படும் பொருட்களின் சேகரிப்பு இம்முறையிலான மாதிரிக் கணிப்பு ஆகும்.

- இம்முறையை வாடிக்கையாளரைப் பற்றிய ஆய்விற்கு எடுக்கப்படும் மாதிரிக்குப் பயன்படுத்தலாம். ஒரு சந்தை மதிப்பீட்டாளர் ஒரு வணிக வளாகத்திற்குள் நுழையும் ஒரு நபரைத் தன்னிச்சையாக தேர்ந்தெடுத்தபின், அவரை தொடக்க உறுப்பாக கொண்டு ஒவ்வொரு பத்தாவது நபரையும் மாதிரிகளாகத் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

2.8 நிகழ்தகவு சாரா மாதிரிக் கணிப்பு :

நிகழ்தகவு சாரா மாதிரிக் கணிப்பு முறை என்பதாவது, மாதிரிக் கூறுகளின் சமவாய்ப்பிற்கு முக்கியத்துவம் அளிக்காமல், ஆய்வாளரின் கருத்துக்கு ஏற்றபடி மாதிரி உறுப்புகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் முறை ஆகும். இம்முறையானது, தொகுதியின் குணங்களைப் பிரதிபலிக்கக்கூடிய உறுப்புகளைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் என்பது முக்கியமாக கருதப்படாதபோது பயன்படுத்தப்படுகிறது. இங்கு ஆய்வாளரின் கருத்தும் அவருக்கு ஏதுவானதாகவும் உள்ள சூழலும் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. பொதுவாக நான்கு வகையான நிகழ்தகவு சாரா மாதிரிக் கணிப்பு முறைகள் உள்ளன. அவை ஏதுவான மாதிரிக் கணிப்பு முறை, கருத்துக் கணிப்பு முறை, ஒதுக்கீட்டு மாதிரிக் கணிப்பு முறை மற்றும் பணிப்பந்து கணிப்பு முறை என்பதாகும்.



2.8.1 ஏதுவான மாதிரிக் கணிப்பு முறை :

ஆய்வாளரின் வசதிக்காக, எளிதாக கிடைக்கக்கூடிய ஆதாரங்களிலிருந்து மாதிரிகளைப் பெறுகிற முறையாகும். ஆய்வாளர் கிடைக்கக்கூடிய ஆதாரங்களிலிருந்து ஆய்வின் தன்மைக்கு ஏற்ப மாதிரியின் உறுப்புகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் முறையாகும்.

நிறைகள்:

- விரைவான ஆய்விற்கு மிக பயனுள்ள முறையாகும்.
- எளிதாகக் கிடைக்கக்கூடிய முடிவுகளைப் பயன்படுத்துகிறது.
- மிகவும் பரபரப்பானதாகவும், முரண்பட்டதாகவும் உள்ள ஒரு விவரத்தைப் பற்றி மக்களின் கருத்தை விரைவில் அறிந்துகொள்ள இம்முறை பயன்படுகிறது.
- நேரத்தையும் செலவையும் குறைக்கிறது.

வரம்புகள்:

- பிழையான தேர்விற்கு அதிக வாய்ப்பு உள்ளது
- தவறான தகவல்கள் பெறுவதற்கு வாய்ப்பிருக்கிறது
- முழுமைத் தொகுதியினைப் பிரதிபலிக்காத மாதிரி வர வாய்ப்புள்ளது.

- எளிதில் கிடைக்காத, தொகுதியின் உறுப்பாக அல்லாத தொகுதியின் சம்பந்தமில்லாத உறுப்புகளின் தேர்வினால் பிழைகள் வர வாய்ப்புள்ளது.



குறிப்பு

இம்முறையில் ஆய்வு முடிவுகளைப் பொதுமைபடுத்தும்போது ஏற்படும் பிழைகளால் சிறந்த முடிவுகளைப் பெற முடிவதில்லை. எனவே, இம்முறையான மாதிரிக் கணிப்புகளை வழிகாட்டுநர் ஊக்குவிப்பதில்லை. ஆனால் சில குறிப்பிட்ட சூழ்நிலைகளில் ஏதுவான மாதிரி கணிப்பு முறை மட்டுமே உகந்ததாக இருக்கிறது. உதாரணமாக, ஒரு விமான நிறுவனத்தின் வாடிக்கையாளரின் திருப்தியைப் பற்றி ஓர் ஆய்வாளர் தெரிந்துகொள்ள வேண்டுமெனில் இம்முறையை மட்டுமே தேர்ந்தெடுக்கமுடியும். ஏனெனில் கிடைக்க கூடிய வாய்ப்புகளிலிருந்துதான், தகவல்களைப் பெறமுடியும்.

2.8.2 பணிபந்து மாதிரிக் கணிப்பு (Snowball Sampling):

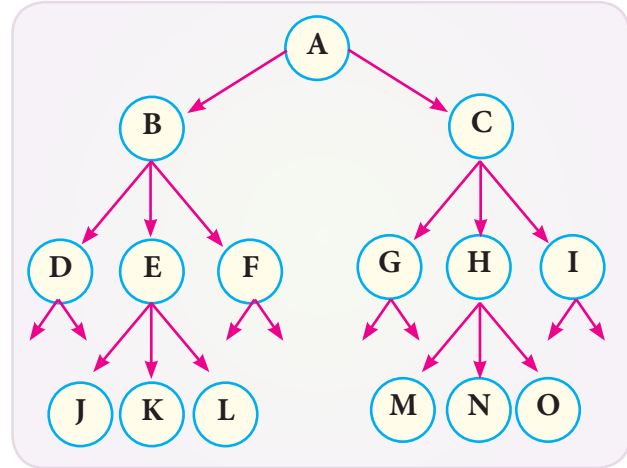
இம்முறையில், முதலில்தகவல் அளிப்பவர்களைக் கொண்டு ஒரு குழு தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அவர்களிடமிருந்தே மற்ற தகவல் அளிப்பவர்களின் பெயர்களைத் தருமாறு வேண்டப்படுகிறது. இம்முறையில் ஆய்விற்கு உட்படுத்தப்பட்ட உறுப்புகளிலிருந்தே, மற்ற பல பயனுள்ள உறுப்புகளை அறிய முடிகிறது. இத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளைக் கண்டறிவதே கடினமான ஒன்றாகும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு குறிப்பிட்ட தொழிலில் ஈடுபடும் தொழிலாளர்கள், போதைக்கு அடிமையானவர்கள் போன்றவர்களை கொண்ட தொகுதியின் மாதிரிகளை இம்முறையைப் பயன்படுத்தியே கணிக்கிறோம். இம்முறை மாதிரிக் கணிப்பில் சங்கிலி தொடர் போன்ற பரிந்துரைகள் மூலம் பெறப்படுகிறது. எனவே இம்மாதிரிக் கணிப்பை சங்கிலிதொடர் பரிந்துரை மாதிரிக் கணிப்பு முறை என்றும் அழைக்கிறோம்.

நிறைகள்:

- இம்முறை ஒரு குறிப்பிட்ட சிறிய அளவிலான முழுமைத் தொகுதிக்குப் பொருத்தமான முறையாகும்.
- எளிதில் அறிய முடிகின்ற தகவல் அளிப்பவரை உறுப்புகளாகக் கொண்ட ஆய்விற்கு மிகவும் பயனுள்ளதாகும்.

வரம்புகள்:

- மிக அதிக காலம் எடுக்கும்.
- பொதுவாக பிரதிநிதித்துவமான மாதிரியாக இருப்பதில்லை.
- தகவல் அளிப்பவருக்கு மிகக் குறைவாக அறிமுகமானவர்கள், விரும்பாதவர்கள், கருத்துக்கு முரணானவர்கள் முழுமைத் தொகுதியின் உறுப்புகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு மிக மிகக் குறைவு.



2.8.3 கருத்து மாதிரிக் கணிப்பு அல்லது நோக்கமுடைய மாதிரிக் கணிப்பு (Judgement Sampling)



இம்முறையைப் பயன்படுத்தும் ஆய்வாளர், சில உறுப்புகள் மற்ற எந்த உறுப்புகளையும் விட மிகச் சிறந்த பிரதிபலிப்பாக இருக்கும் என கருதுகிறார். இம்முறையில் ஆய்வாளர் தன் சொந்த விருப்படியே உறுப்புகளைத் தேர்வு செய்கிறார். அதாவது எந்த வகையான மாதிரிகள், முழுமைத் தொகுதியின் பிரதிநிதியாக இருக்குமென அவர் கருதுகிறாரோ அவ்வகையான மாதிரிகளையே அவர் தேர்ந்தெடுக்கிறார். இம்முறையானது பொதுவாக ஆய்வின் பண்புகளைக் கொண்டிருக்கக்கூடிய உறுப்புகள் மிக குறைவான எண்ணிக்கையில் உள்ள சூழலில் பயன்படுத்தப்படும். இம்முறையானது, ஒரு குறிப்பிட்ட மக்களிடமிருந்தோ, ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வுகளிலிருந்தோ, ஒரு குறிப்பிட்ட விலைப்பட்டியலிலிருந்தோ மாதிரியை தேர்ந்தெடுக்கும்போது பயனுள்ளதாக இருக்கும். இம்முறை கணிப்பானது, நோக்கமுடைய கணிப்புமுறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

உதாரணம்

- (i) வினாடி வினா போட்டிக்கு மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுப்பது
- (ii) பேச்சு போட்டிக்கு மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுப்பது போன்றவற்றிற்கு இம்முறையிலேயே மாதிரிக் கணிப்பு நடத்தப்படுகிறது.

நிறைவுகள்:

- செலவு குறைவான முறை
- மிகக் குறைவான காலம் தேவைப்படும்.
- மிக எளிதானது

வரம்புகள்:

- முழுவதும் ஆய்வாளரின் தன்னிச்சையான முடிவுக்கு உட்பட்டது.
- பொதுவாக பொருத்தமில்லாத முறையாக உள்ளது.
- முழுமைத் தொகுதியின் சில உறுப்புகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கு மிக குறைவான வாய்ப்புகள் பெற்றுள்ளன (அல்லது) வாய்ப்புகள் பெறாமல் இருக்கின்றன.
- ஆய்வாளரின் சுய விருப்பத்திற்கு ஏற்ப, மாதிரி எடுக்கப்படுவதால், அவை முழுமைத் தொகுதியின் பிரதிநிதியாக இருப்பதில்லை.

2.8.4 ஒதுக்கீட்டு மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Quota Sampling)

இது நிகழ்தகவு சாரா மாதிரிக் கணிப்பு முறையின் மற்றொரு முறையாகும். இம்முறையில் முழுமைத் தொகுதியானது பல குழுக்களாகப் பிரிக்கப்படுகின்றன. ஆய்வாளர் அவற்றிற்கு சில பங்குகளை ஒதுக்குகிறார். ஒவ்வொரு குழுவிலிருந்தும் மாதிரி உறுப்புகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது ஆய்வாளரின் சுயவிருப்பத்திற்கு உட்பட்டது. இம்முறையே ஒதுக்கீட்டு மாதிரிக் கணிப்புமுறை எனப்படும். இம்முறையில் குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையில் குறிப்பிட்ட உறுப்பினர்களே மாதிரியில் சேர்க்கப்படுகின்றனர்.



2.9.2 மாதிரிக் கணிப்பு சாரா பிழைகள் (Non-Sampling Errors)

மாதிரிக் கணிப்பு சாரா பிழைகள் பல்வேறு காரணங்களால் ஏற்படுகின்றன. அது ஆய்வைப் பற்றி திட்டமிடுதலில் தொடங்கி, விபரங்களை செயல்படுத்துதல் பகுப்பாய்தல், இறுதி நிலை வரைக்கும் ஏற்பட வாய்ப்பு இருக்கிறது. மாதிரிக் கணிப்பு சாரா பிழையானது மாதிரிக் கணிப்பு பிழையைவிட பாதகமானது, ஏனெனில் மாதிரியின் அளவை அதிகப்படுத்தி மாதிரிகணிப்பு பிழையினை வேண்டுமளவிற்கு குறைத்துக்கொள்ள முடியும். ஆனால் மாதிரிக் கணிப்பு சாராத முறையில் மாதிரியின் அளவு அதிகப்படுத்தினால்கூட பிழையைக் குறைப்பது மிகக் கடினம். மாதிரிகணிப்பு சாரா பிழையின் சில முக்கிய காரணங்களை நாம் இப்போது காண்போம்..

(i) பதில் பெறாமை அல்லது பதிலளிக்காமையால் ஏற்படும் பிழைகள்:

மாதிரிக் கணிப்பற்ற பிழைகள், ஆய்வாளர் தகவல் பெறாமல் விடுவதினாலோ, தகவல்கள் விடுபடுவதினாலோ, தகவல் அளிப்பவர் தரவுகள் தர மறுப்பதினாலோ, ஆய்வின் காலத்தில், தகவல் அளிப்பவர் இல்லாமல் இருக்கும் சூழ்நிலையினாலோ ஏற்படுகிறது.

(ii) அளவிடுதலினால் ஏற்படும் பிழைகள்:

அளவிரும் காரணிகள் பிழையானதாகவும், துல்லியமற்றதாகவும் இருக்கும் சூழ்நிலைகள். தகவல் அளிப்பவர் சரியான தகவல் தெரியாதவராகவும், உறுதியற்ற தகவல் தருபவராகவும் இருக்கும் சூழ்நிலைகள் இவற்றிற்கான பொதுவான எடுத்துக்காட்டுகள் வயது, வருமானம், கடந்த கால நிகழ்வுகள் போன்றவை பற்றிய விவரங்கள் பெறுதல். ஆய்வாளர் சரியான விவரங்களைப் பதிவிடாமல் இருப்பது. குறியிடுதல், கோர்த்தல் மற்றும் பட்டியல் இடல் போன்ற காரணங்களால் ஏற்படும் பிழைகள்.

உள்ளடக்க பிழைகள்:

உள்ளடக்க பிழைகள் என்பன குறைவான உள்ளடக்க பிழைகள் மற்றும் அதிகப்படியான உள்ளடக்க பிழைகள் என இரு வகையாகப் பிரிக்கப்படுகின்றது. குறைவான உள்ளடக்க பிழைகள் கீழ்க்கண்ட சூழல் களில் நிகழ்கின்றன:

- மாதிரிப்பட்டியலில் தேர்வு செய்யப்பட்ட ஓர் உறுப்பிலிருந்து ஆய்வாளர் தகவல் பெறாமல் இருப்பது.
- தேர்வு செய்யப்பட்ட ஓர் உறுப்பைத் தவறாக தகுதியற்றது என வகைப்படுத்துதல்.
- ஓர் உறுப்பைத் தவிர்ப்பது அல்லது விட்டுவிடுதல் இதேபோல அதிகப்படியான உள்ளடக்க பிழைகள் ஏற்படும் சூழல்கள்.

இதுபோல், அதிகப்படியான உள்ளடக்க பிழைகள் கீழ்க்கண்ட சூழல் களில் நிகழ்கின்றன:

- மாதிரி பட்டியலில் தகுதியற்ற அலகுகளை உள்ளடக்குதல்.
- மாதிரி பட்டியலில் ஒரே உறுப்பு பலமுறை இடம் பெறுதல்.

இது போன்ற பிழைகளைக் கண்டுகொள்ளாமல் விட்டுவிட முடியாது. ஏனெனில் இவையெல்லாம் சேர்ந்தால் ஆய்வின் அடிப்படை நோக்கத்தையே வீணடிக்கக் கூடியதாக இருக்கும்.

மாதிரி ஆய்வு எடுத்தலை செயல்படுத்துதல்

தரவுகள் பெறுவதைப் பற்றியும், மாதிரிகள் எடுத்தலின் வகைகள் பற்றியும் மேற்கண்ட விவரங்களின் வாயிலாக விரிவான விளக்கங்களைப் பெற்றோம். எனினும் மாதிரி எடுத்தல்

மூலமாக தரவுகளைப் பெற முடிவு செய்வோமெனில் கீழ்க்கண்ட நிலைகளைக் கடைபிடிக்க வேண்டும்.

நிலை (i) மாதிரி திட்டத்தைத் தயாரித்தல்

தெளிவாக வரையறுக்கப்பட்ட ஒன்றன்பின் ஒன்றாக எடுக்கக்கூடிய நிலைகளை ஆய்வாளர் பின்பற்றி, இறுதியாக ஒரு மாதிரியைப் பெறவேண்டும்.

- (i) தொடர்புடைய முழுமைத் தொகுதியை வரையறுத்தல்.
- (ii) முழுமைத் தொகுதியின் உறுப்பின் பட்டியலை முடியுமெனில் தவிர்க்கவும். இது பெரும்பாலும் மாதிரி பட்டியல் போல் ஒன்றாக இருக்கும்.
- (iii) மாதிரியின் அளவை முடிவு செய்தல்.
- (iv) சரியான மாதிரிக் கணிப்பு முறையைத் தேர்வு செய்தல்
- (v) மாதிரியைத் தெரிவு செய்தல்
- (vi) மாதிரியின் மதிப்பை உறுதி செய்தல்
- (vii) தேவையெனில் மறு மாதிரி எடுத்தல்.

நிலை (ii) முன்னோட்ட ஆய்வு அல்லது முன்னறிதல்

இது ஒரு வழிகாட்டுதல் ஆய்வாகும். பொதுவாக சிறு அளவில் பிரதான ஆய்விற்கு முன் நடத்தப்படுகிறது. வழிகாட்டுதல் ஆய்விலிருந்து பெறப்பட்ட தகவல்கள், பெரிதளவில் செய்யப்படும் பிரதான ஆய்வின் தன்மையை மேம்படுத்தவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இவ்வாய்வு கீழ்க்கண்ட வகையில் பயன்படுகிறது.

- (i) சரியான ஆய்விற்காகும் செலவைத் தீர்மானிக்கப் பயன்படுகிறது.
- (ii) வினா பட்டியலைத் திருத்துவதற்குப் பயன்படுத்துதல்.
- (iii) கள ஆய்வாளர்களைப் பயிற்றுவிக்கப் பயன்படுகிறது.
- (iv) களத்தில் ஏற்படும் பிழைகளைக் களையப் பயன்படுகிறது.
- (v) ஆய்வின் மற்ற பல விவரங்களை முடிவு செய்யப் பயன்படுகிறது.

நிலை (iii) தகவல் அளிக்காதவர்களை அல்லது தகவல் அளிக்க மறுப்பவர்களைச் சமாளித்தல்

தகவல் அளிக்காதவர்கள் அல்லது மறுப்பவர்களிடமிருந்து விவரங்களைப் பெறுவதற்கான வழிமுறைகள் கண்டறியப்படவேண்டும்..

நினைவில் கொள்க...

- புள்ளியியல் ஆய்வுகள் தரவுகள் மூலமாகவே நடைபெறுகிறது.
- தரவு, முதல் நிலை தரவு இரண்டாம் நிலை தரவு என இருவகைப்படும்.
- ஆய்வின் தன்மையைப் பொறுத்து தரவுகளின் ஆதாரம் அமையும்.
- ஒவ்வொரு தரவு பெறும் முறைக்கும் நிறை குறைகள் உள்ளன. எனவே தரவுகள் பெற பொறுத்தமான முறையைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.
- முழுமைத் தொகுதியின் அனைத்து உறுப்புகளையும் ஆய்வு செய்வது என்பது எளியது அல்ல. எனவே, மாதிரிகளின் பிழைகளிலிருந்து முழுமைத் தொகுதியின் பண்புகளை அறிவது சிறந்ததாகும்.



- மாதிரிக் கணிப்புமுறையைப் பயன்படுத்துகையில், முழுமைத் தொகுதியின் மாதிரி பட்டியல் கொடுக்கக்கூடியதாக உள்ளதா என்பதை முக்கியமாகக் கூற வேண்டும். மேலும் அதற்கு தகுந்த மாதிரிகணிப்பைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.
- பல வகையான மாதிரிகணிப்பு முறைகள் இருந்தாலும், வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறைக்கு முன்னுரிமை அளிக்கப்படுகிறது. ஏனெனில், அது முழுமை தொகுதியின் பிரதிநிதியாக இருக்கிறது.

பியிற்சி

I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:



1. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எந்த தரவு பெறும் முறை, முதல்நிலை தரவு முறையைச் சார்ந்தது அல்ல?
 - (a) வினாபட்டியல் கொண்டு தரவு பெறும் முறை
 - (b) வெளியிடப்பட்ட ஆதாரங்களிலிருந்து தரவுகள் பெறப்படும் முறை
 - (c) அருகமைந்த ஆய்வாளரைக் கொண்டு தரவு பெறும் முறை
 - (d) மறைமுக ஆய்வின் மூலம் தரவுகள் பெறும் முறை
2. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எந்த முறை நிகழ்தகவு சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (a) ஒதுக்கீட்டு மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (b) பணிப்பந்து மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (c) முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (d) ஏதுவான மாதிரிக் கணிப்பு முறை
3. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எந்த முறை, பகுதி நிகழ்தகவு சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (a) ஒதுக்கீட்டு மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (b) பணிப்பந்து மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (c) முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை
 - (d) ஏதுவான மாதிரிக் கணிப்பு முறை
4. தரவுகளைச் சேகரித்தல் என்பதன் நோக்கில் ஒரு வினாத் தொகுதி என்பது
 - (a) ஆய்வாளரால் பயன்படுத்தப்படும் வினாபட்டியல்
 - (b) தரவுகளை சேகரிக்கும்போது உள்ள நிகழ்ச்சிகளின் பட்டியல்
 - (c) கணிப்பு முறையில் பயன்படுத்தும் கருவி
 - (d) இரண்டாம் நிலை தரவுகள்
5. வினாபட்டியல் கொண்டு தரவுகள் சேகரிக்கும் முறையில், கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது தவறானது?
 - (a) குறைந்த நேரத்தில் பெரும்பகுதியில் தரவு பெறுதல்
 - (b) இம்முறையினை எந்தவொரு தகவல் அளிப்பவரிடத்திலும் பயன்படுத்த முடியும்
 - (c) தகவல் பெறும் விகிதம் மிக குறைவாக இருக்கலாம்



27. மாதிரிக்கும், மாதிரிக் கணிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைப் பட்டியலிடுக.
28. வாய்ப்பு மாதிரிக்கும், எளிய வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கூறுக.
29. மாதிரிக் கணிப்பு சார்ந்த பிழைக்கும், மாதிரிக் கணிப்பு சாரா பிழைக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கூறுக.
30. வினாபட்டியலிற்கும் வினாத்தொகுதிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கூறுக.
31. பணிபந்து மாதிரிக் கணிப்புமுறை என்பதை விவரி. இம்முறை எம்மாதிரியான சூழ்நிலைக்கு ஏற்றது என கூறுக.
32. ஏன் முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறையானது, பகுதி வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறை என அழைக்கப்படுகிறது?
33. தகவல் அளிக்காமைக்கு ஆதாரங்கள் எவை எனக் கூறுக.
34. முன் சோதனை வரையறு. அதன் சிறப்புகளைக் கூறுக.
35. மாதிரிக் கணிப்பு சாரா பிழைகளின் ஆதாரங்களைப் பட்டியலிடு.

V. விரிவான விடையளி

36. முதல் நிலை தரவினைச் சேகரிக்கும் வெவ்வேறான முறைகளைப்பற்றி விவரி. மேலும் அவற்றின் நிறை மற்றும் குறைகளைப் பற்றிய உன் கருத்தைக் கூறுக.
37. வினாபட்டியல் தயாரித்தலில் உள்ள வழிகாட்டுதல்கள் என்ன? மேலும் அவற்றைப் பற்றி விவரி.
38. தரவுகளைப் பெறுவதில் முழுகணிப்பு முறையைவிட மாதிரிக் கணிப்புமுறை சிறந்தது என்பதை விவாதிக்கவும்.
39. பங்கீட்டு வாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறை எந்த சூழ்நிலைக்கு உகந்த முறை எனக் கூறு. எவ்வாறு அது போன்ற மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பாய்? ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் விவரிக்கவும்.
40. நிகழ்தகவு சாரா மாதிரிக் கணிப்பு என்றால் என்ன? ஒவ்வொன்றையும் தக்க எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.
41. மாதிரிக் கணிப்பு சாரா பிழைகளை விவரித்து எழுதுக.

விடைகள்

I. 1. b. 2. c. 3. c. 4. c. 5. b. 6. a. 7. b. 8. c.

II. 9. புள்ளியியலுக்கான மூலப்பொருள் 10. வினாக்களின் தொடர் வரிசை

11. மாதிரியிலுள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை

12. நிகழ்தகவு சாரா 13. முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை

அத்தியாயம்

3



பேராசிரியர் ஜான்
வில்லர் டக்கி
(16 June, 1915– 26 June, 2000)

ஜான் வில்லர் டக்கி ஓர் அமெரிக்க கணிதவியலார். அவர் அமெரிக்காவிலுள்ள நியூ பெட்ஃபோர்ட் என்ற ஊரில் 1915ஆம் ஆண்டு ஜூன் 16இல் பிறந்தார். 1937ஆம் ஆண்டு பிரவுன் பல்கலைக் கழகத்தில் வேதியியலில் முதுகலை பட்டமும், பிரின்ஸ்டன் பல்கலைக் கழகத்தில் கணிதத்தில் முனைவர் பட்டமும் பெற்றார். அவர் AT & T Bell நிறுவனத்தில் புள்ளியியல் முறைகள் பற்றி ஆய்வுகள் நடத்தியுள்ளார். அங்கு கணினியில் பயன்படுத்தப்படும் Binary Digit என்பதிலிருந்து Bit என்ற சொல்லை உருவாக்கினார். அவரது 'தரவுகளில் தேடலாய்வுப் பகுப்பாய்வு' எனும் நூலில் 'கட்ட விளக்கப்படம் வரைதல்' எனும் புதிய நுணுக்கத்தை அறிமுகப்படுத்தியுள்ளார். புள்ளியியலில் உள்ள ஆர்வத்தால், டக்கியின் வீச்சு சோதனை, டக்கி-லாம்டா பரவல், டக்கியின் கூடுதல் சோதனை, டக்கியின் கிளைத்தேற்றம் போன்றவற்றை உருவாக்கியுள்ளார். ராண்டம் முறையில் அலைமாலைப் பகுப்பாய்வு வழிமுறைகளைக் கண்டறிந்ததற்காக 1982ஆம் ஆண்டு IEEE விருதினைப் பெற்றார். அவர் நியூஜெர்ஸியில் உள்ள நியூப்ரன்ஸ்விக் என்ற ஊரில் ஜூலை 26.07.2000 அன்று மறைந்தார்.

'அறிவே சக்தியாகும். வெறும் தரவுகள் எப்பொழுதும் தரவுகள்தாம். எவ்வளவு அதிகமான தரவுகளை நாம் பெற்றிருக்கிறோம் என்பது முக்கியமல்ல. அவற்றை எப்படி அறிவுப்பூர்வமாக பயன்படுத்துவதற்கு மாற்றுகிறோம் என்பதே முக்கியம்'.

நோக்கங்கள்



- ★ வகைப்படுத்துதல் மற்றும் அட்டவணையிருதலின் முக்கியத்துவத்தை வலியுறுத்துதல்.
- ★ வகைப்படுத்துதலிலும், அட்டவணையிருதலிலும் உள்ள பல வகைகளை வேறுபடுத்திக் காட்டுதல்.
- ★ நிகழ்தகவுப் பரவல்களை உருவாக்கும் முறை பற்றி விளக்குதல்.
- ★ தண்டு-இலை வரைபடம் பற்றி விளக்குதல்.
- ★ மேற்கண்ட பாடப்பகுதிகளை எண்களோடு பொருந்தும் எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குதல்.



3.0 முன்னுரை

முந்தைய பாடத்தில், தரவுகளின் பல்வேறு வகைகளையும், அவற்றைச் சேகரிக்கும் முறைகளைப் பற்றியும் அறிந்தோம். மேலும் முழுமைக் கணக்கெடுப்பு முறை மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு முறை பற்றியும் தகுந்த எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விரிவாகக் கற்றோம். இங்கு சேகரிக்கப்படும் விவரங்களைத் தரவுகள் என்று கூறுகிறோம். தரவு என்பது தொடர்புடைய விவரங்களின் தொகுப்பு ஆகும். பல சமயங்களில், தரவுகள் எண்ணிக்கையில் அதிகமாகவும் பன்முகத் தன்மை பெற்றதாகவும் காணப்படும். அந்நிலையில் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளை முறையாக வகைப்படுத்தும்போது, நல்ல புரிதலோடு, புள்ளியியல் பகுப்பாய்வுக்கும் பயன்படுத்த முடிகிறது. இங்கு வகைப்படுத்துதல் பற்றி இனி விரிவாகக் காண்போம்.

3.1 தரவுகளை வகைப்படுத்துதல்

எந்த வகையிலும் தொகுக்கப்படாத மற்றும் வரிசைப்படுத்தப்படாத தரவுகள் செப்பனிடப்படாத தரவுகள் (raw data) எனப்படும். அவை, கையாள்வதற்கு எண்ணிக்கையில் அதிகமாகவும் பன்முகத்தன்மை பெற்றதாகவும் இருக்கும். எனவே அவற்றை ஒரு குறிப்பிட்ட வடிவத்தில் தொகுக்கப்படவேண்டியது அவசியமாகிறது. செப்பனிடப்படாத விவரங்களில் உள்ள தகவல்களை எண்களைப் பொருத்தோ பண்புகளைப் பொருத்தோ அமைக்கப்படுவதை வரிசை (array) என்கிறோம். குறிப்பாக அவற்றை ஏறுவரிசையிலோ, இறங்குவரிசையிலோ அமைப்பதைத் தொடர்புடைய வரிசை (ordered array) என்கிறோம். தொகுக்கப்படாத விவரங்களைக் கொண்டு முக்கிய முடிவுகளை எடுப்பது கடினம். எனவே அந்த விவரங்கள் சுருக்கமாகவும் ஒரே வகை பண்புகளைக் கொண்டு வகைப்படுத்தப்பட்டதாகவும் இருந்தால் பகுப்பாய்வுக்கும், கருத்தாய்வு செய்வதற்கும் பயன்படும்.

வகைப்படுத்துதல் என்பது முதல்நிலைத் தகவல்களை ஒரு குறிப்பிட்ட முறையான வடிவத்தில் அமைப்பதாகும். தரவுகளை அதன் பொதுவான மற்றும் தொடர்புடைய பண்புகளைப் பொறுத்துக் குழுக்களாக அமைப்பதே வகைப்படுத்துதல் என வேறொரு செக்ரிஸ்ட் வரையறுக்கிறார். மேலும் வகைப்படுத்துதல் என்பது தரவுகளை அவற்றின் தன்மைக்கேற்ப ஒருங்கமைவுத்தன்மை வாய்ந்த பல்வேறு குழுக்களில் அமைப்பதாகும். ஆனால், குழுக்களிடையே ஒருங்கமைவுத்தன்மை இல்லாமல் இருக்கலாம்.

வகைப்படுத்துதலின் நோக்கங்கள்

தரவுகளை வகைப்படுத்துதலில் பல நோக்கங்கள் உள்ளன. அவற்றில் முக்கியமானவற்றை இங்கு காண்போம்.

- தரவுகளின் தன்மைகளை விளக்குகிறது.
- ஒரே மாதிரியான தரவுகளை ஒப்பிட உதவுகிறது
- ஒத்த பண்பற்றதரவுகளில் இருந்து ஒத்தபண்புடைய தரவுகளைப் பிரித்து வகைப்படுத்த உதவுகிறது.
- வேறுபட்ட தரவுப்புள்ளிகளில் உள்ள ஒத்த பண்பை விளக்குகிறது.
- வகைப்படுத்தும் போது அமையும் சுருக்கப்பண்பினால், தரவுகளின் ஒற்றுமைகளையும், வேற்றுமைகளையும் புரிந்து கொள்ள முடிகிறது.
- சிக்கலமைப்புடன் கூடிய தரவுகளையும் எளிமையாகக் கையாள்வதற்கு உதவுகிறது.
- பிந்தைய புள்ளியியல் செயல்பாடுகளுக்குப் பயன்படும் வகையில் உள்ளது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

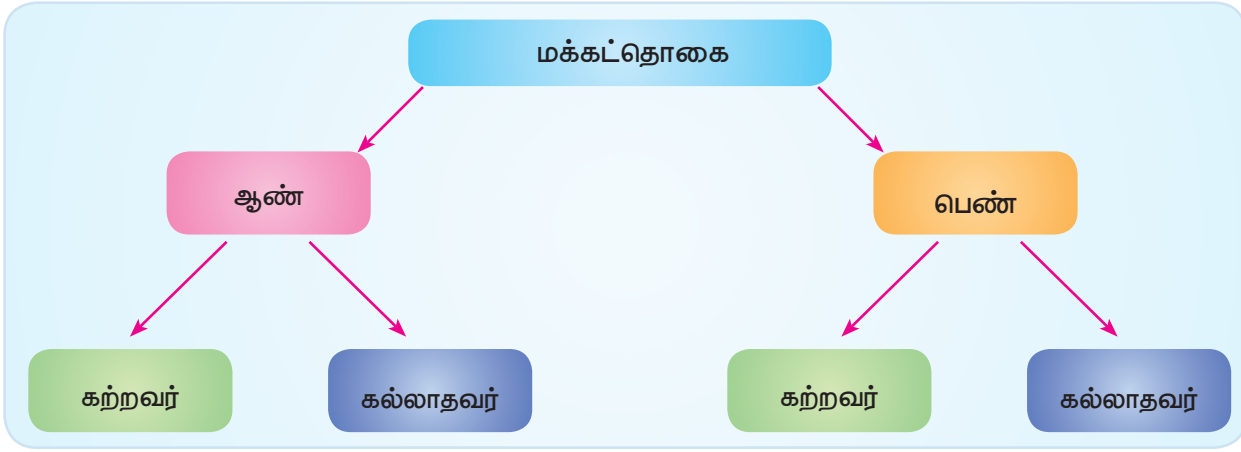
சில ஆயிரம் வருடங்களுக்கு முன்பே உலகத்துப் பொருள்களைத் தொல்காப்பியர் உயர்திணை, அஃறிணை என இரண்டாக வகைப்படுத்தினார். உயிர்களை அவற்றுக்குள்ள அறிவின் படி ஆறாக வகைப்பாடு செய்துள்ளார்.

உத்திர பிரதேசம்	2082
மேற்கு வங்காளம்	2731

ஆதாரம்: புள்ளியியல் மற்றும் பொருளியல் இயக்குநரகம், விவசாயம் மற்றும் விவசாய நல அமைச்சகம், இந்திய அரசு.

3.2.3 பண்புசார் வகைப்படுத்துதல்

தரவுகளைப் பண்புகளுக்கேற்ப வகைப்படுத்தும் முறைக்கு பண்புசார் வகைப்படுத்துதல் எனப்படும். நாடு, மதம், பாலினம், திருமண நிலை, எழுத்தறிவு போன்றவற்றைப் பண்புகளுக்கான எடுத்துக்காட்டாகக் கூறலாம்.



படம் 3.1

பண்புசார் வகைப்படுத்துதலை இரு பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம். அவை.

1. எளியமுறை வகைப்படுத்துதல் (simple classification)
2. பன்முக வகைப்படுத்துதல் (manifold classification)

செப்பனிடப்படா தரவுகளை ஒரே ஒரு பண்பின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்துவது எளிய வகைப்படுத்துதல் எனப்படும். ஒத்த பண்புகளை உடைய அலகுகள் ஒரு குழுவாகவும் மற்றவை வேறொரு குழுவாகவும் எடுத்துக்கொள்ளப்படும். எழுத்தறிவு, பாலினம், பொருளாதார நிலை, போன்றவை எளிய முறை வகைப்படுத்துதலின் கீழ் அமையும்.

பன்முக வகைப்படுத்துதல் என்பது இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட பண்புகளை ஒரே சமயத்தில் பயன்படுத்தி வகைப்படுத்துவதாகும். பண்புகளின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து தரவுகள் பல்வேறு பிரிவுகளாக பிரிக்கப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நாட்டின் மக்கள் தொகை ஆண் மற்றும் பெண் என இரு பிரிவுகளாக வகைப்படுத்தப்படுவதைக் கூறலாம். மேலும் இந்த இரு பிரிவுகளையும் கற்றவர், கல்லாதவர் என உட்பிரிவுகளாக வகைப்படுத்தலாம்.

பண்புகளைப் பொறுத்து வகைப்படுத்தும்போது அதில் இடம்பெறும் பண்புகள் தெளிவாக வரையறுக்கப்பட வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக வருமானத்தைச் சார்ந்த குழுக்களாக



அமைக்கப்படும். அட்டவணை என்பது புள்ளியியல் தரவுகளை முறையாக வரிசைப்படுத்தி நிரை (row), நிரல்களாக (column) அமைக்கப்படுவதாகும்.

அட்டவணைப்படுத்துதலின் முக்கிய நோக்கம், பொதுவாக ஓர் ஆய்வுக்குத் தேவைப்படும் வினாக்களுக்கான விடைகளை அந்த அட்டவணையில் பெறும்படி அமைப்பதாகும். பகுப்பாய்வு முறையில் கருத்துகளை உய்த்துணர்வதற்கும் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட தரவுகள் பயன்படுகின்றன. புள்ளியியல் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தும் இறுதி வடிவம் அட்டவணை எனப்படும். இவ்வட்டவணைப்படுத்துதலே புள்ளியியலின் அடுத்தகட்டப் பயன்பாட்டிற்கான அடிப்படையாகக் கருதப்படுகிறது.

அட்டவணையிடுதலின் பயன்கள்

- வகைப்படுத்தியபின், புள்ளியியல் தரவுகளை ஒரு முறையான வடிவத்தில் அமைக்கும் அடுத்தக்கட்ட படியாகும்.
- தரவுகளை நிரைகளாகவும், நிரல்களாகவும் அட்டவணையில் அமைக்கும்போது தகவல்களை எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடிகிறது.
- அட்டவணைப் படுத்துதல் மூலம் தரவுகளை சுருக்கமாகவும் மிகத் தெளிவாகவும் குறைந்த இடத்திலேயே அமைக்கலாம்.
- தரவுகளை ஒரே அட்டவணையில் அமைக்கும்போது ஒப்பிடுவதற்கு எளிதாக இருக்கும்.
- தரவுப்புள்ளிகளை அட்டவணையில் நல்ல முறையில் அமைக்கும்போது, ஒரு வகைக் காட்சிப்பொருளைப் போன்று எளிதில் நினைவில் நிற்கும்.
- தரவுப் பதிவுகளில் உள்ள குறைகள், பிழைகள், விடுபட்டவை ஆகியவற்றை எளிதில் கண்டறிவதற்கு உதவுகிறது.
- அட்டவணைப் பதிவுகளிலிருந்து பெறும் தரவுகளைப் பிந்தைய புள்ளியியல் செயல்பாடுகளுக்குப் பயன்படுத்தி சரியான முடிவுகளைப் பெறுவதற்குப் பயன்படுகிறது.

3.4 அட்டவணையின் வகைகள்:

அட்டவணைகள் பொதுவாக பொது அட்டவணை (General Table), சுருக்க அட்டவணை (Summary Table) என இரு வகையாக வகைப்படுத்தப்படும். பொது அட்டவணையில், ஒரு கருத்தின் அடிப்படையில் அதற்குத் தேவையான எல்லா விவரங்களும் விரிவாக அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டிருக்கும். அதன் முக்கிய நோக்கம் ஒரே இடத்தில், கிடைத்த எல்லா தகவல்களையும் பார்த்து முடிவுகளை எளிதில் மேற்கொள்ள உதவுவதற்காக ஆகும். பொதுவில் இவ்வட்டவணைகள் தகவல் அறிக்கைகளில் பிற்சேர்க்கையாக அமைக்கப்படும்.

சுருக்க அட்டவணைகள், சில தனிப்பட்ட காரணங்களைக் கருதி உருவாக்கப்படுகின்றன. அவை, பொது அட்டவணைகளைவிட அளவில் சிறியவை. அவை பாடப்பொருளுக்குள் அமையும் விவரங்களை மட்டும் வலியுறுத்துகின்றன. சுருக்க அட்டவணைகள், பொது அட்டவணைகளிடமிருந்து பெறப்படுவதால், பொது அட்டவணை வழி தோன்றும் அட்டவணைகள் (Derived Table) என்றும் கூறலாம்.



அட்டவணை அமைக்கும்போது கவனிக்க வேண்டிய பொது விதிகள்

அட்டவணை அமைக்கும்போது கீழ்க்கண்டவற்றைக் கருத்தில் கொள்ளவேண்டும்.

- அட்டவணை சுருக்கமாகவும் புரிந்து கொள்வதற்கு எளிமையாகவும் இருக்க வேண்டும்.
- குழப்பங்களைத் தவிர்த்து தரவுகளின் முக்கியத்துவத்தை வெளிக்கொணர்வதாகவும் அமைய வேண்டும்.
- அதிக தரவுகளை ஒரே அட்டவணையில் வழங்குவதைத் தவிர்த்தல் வேண்டும். அவ்வாறு வழங்கும்போது தவறும் சீரற்ற தோற்றமும் ஏற்படும். அது போன்ற சூழலில் தரவுகளின் தன்மைக்கு ஏற்ப அட்டவணையின் எண்ணிக்கையினை அதிகரிப்பது, தேவையைப் பூர்த்தி செய்வதாக அமையும்.
- நிரல்களில் உள்ள விவரங்களை ஒப்பிடும் விதமாக சதவீதம், கூடுதல், சராசரி போன்றவை அருகருகே அமைக்க வேண்டும். கூடுதல் போன்றவற்றை திடமான (அச்சு) எழுத்துக்களில் அமைக்க வேண்டும்.
- ஒவ்வொரு அட்டவணையும் சுருக்கமான சுய விளக்கத் தலைப்பினைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.
- முக்கிய தலைப்புகளும், துணைத் தலைப்புகளும் தக்க இடைவெளியோடு அமைக்க வேண்டும்.
- ஆதாரக் குறிப்புகள் அட்டவணையின் கீழ் அடிக்குறிப்பாக இருக்க வேண்டும். விளக்கக் குறிப்புகள் முழுமையான வடிவத்தில் அடிக்குறிப்புப் பகுதியில் இருத்தல் வேண்டும்.
- அட்டவணையின் நிரை, நிரல் தலைப்புகளில் பொருத்தமான அலகுகள் குறிக்கப்பட்டிருக்க வேண்டும்.
- நிரல்களின் தலைப்புகளை எளிதில் ஒப்பிடுவதற்காக எண்களாலும் குறிப்பிட வேண்டும்.
- அட்டவணைப்படுத்தும்போது அகர வரிசைப்படியோ, காலம் சார்ந்தோ, இடம் சார்ந்தோ, வேறு ஏதேனும் பொருத்தமான வரிசைப்படியோ இடம் பெறும் உறுப்புகளை அமைக்கலாம்.
- அட்டவணையில் இடம் பெறும் அனைத்து விவரங்களும் துல்லியத்தன்மை வாய்ந்ததாக இருக்க வேண்டும். அவ்வாறு இல்லையெனில் அவை தோராயமானவை என்பதைக் குறிப்பிட வேண்டும்.

3.6 நிகழ்வெண் பரவல்

செப்பனிடப்படா தரவுகளை ஓர் அட்டவணையில் அவற்றின் மதிப்பிற்கு ஏற்ப சில குழுக்களாக வகைப்படுத்தி அமைத்து அவற்றின் எண்ணிக்கையை அதற்கு ஏற்ற குழுக்களுக்கு எதிராக எழுத வேண்டும். அக்குழுக்களுக்குள் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்வெண் எனப்படும். அவ்வாறு பல குழுக்களுக்குள் அமையும் நிகழ்வெண்களை நிகழ்வெண் பரவல் என்கிறோம். நிகழ்வெண் பரவல்கள், தனித்த நிகழ்வெண் பரவல், தொடர் நிகழ்வெண் பரவல் என இருவகைப்படும்.

3.6.1 தனித்த நிகழ்வெண் பரவல்

சில சமயங்களில் குறிப்பிட்ட செப்பனிடப்படா தரவில் உறுப்புகள் பலமுறை வந்திருப்பதைக் காணலாம். அத்தரவு உறுப்புகளை ஒழுங்குபடுத்தி அட்டவணையில் அமைக்கலாம். அவ்வாறு தரவு



குழு எல்லைகள் (Class limits)

ஒரு குழுவின் இரு எல்லைகளும் குழு எல்லைகள் எனப்படும். குழுவின் சிறிய மதிப்பு கீழ் எல்லை எனவும், பெரிய மதிப்பு மேல் எல்லை எனவும் அழைக்கப்படும்.

குழு இடைவெளி (Class Interval)

ஒரு குழுவின் மேல் எல்லைக்கும், கீழ் எல்லைக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசமே, பிரிவு இடைவெளி அல்லது குழு இடைவெளி என்று அழைக்கப்படும்.

குழு பிணைப்பு எல்லைகள் (Class boundaries)

தொடர் நிகழ்வெண் பரவலில், ஒரு குழுவின் மேல் எல்லை மற்றும் அதைத் தொடர்ந்து வரும் குழுவின் கீழ் எல்லை இரண்டிற்கும் இடையேயுள்ள மையப்புள்ளியே குழுவின் பிணைப்பு எல்லை எனப்படும். ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் ஒரு கீழ் பிணைப்பு எல்லையும், ஒரு மேல் பிணைப்பு எல்லையும் இருக்கும்.

மைய மதிப்பு அல்லது மையப் புள்ளி (Mid- point)

ஒரு குழுவின் மேல் பிணைப்பு எல்லைக்கும் கீழ் பிணைப்பு எல்லைக்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசத்தின் பாதி அளவே மைய மதிப்பு அல்லது மைய புள்ளி எனப்படும்.

குழுவின் பிரிவிடை அளவு (Width or size)

ஒரு குழுவின் மேல் பிணைப்பு எல்லைக்கும் கீழ் பிணைப்பு எல்லைக்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசத்தின் பாதி அளவே மையமதிப்பு அல்லது மையப்புள்ளி எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.11.2இல் பிரிவு இடைவெளி 0–4இல் 0 என்பது கீழ் எல்லை, 4 என்பது மேல் எல்லை ஆகும். 0–4இன் கீழ் பிணைப்பு எல்லை -0.5 ஆகும். அதேபோல், 5–9இன் கீழ் பிணைப்பு எல்லை 4.5 ஆகும். இவ்வாறு எல்லா குழுக்களுக்கும் அவற்றின் பிணைப்பு எல்லைகளைக் காணலாம். இவ்வெடுத்துக்காட்டில் இக்குழுக்களின் பிரிவிடை அளவு 5 ஆகும்.

3.6.3 தொடர் நிகழ்வெண் பரவல் அமைக்கும் முறைகள்

சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறையும் தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறையும்

தொடர் நிகழ்வெண் பரவல் அமைக்கும் முறைகளில் சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை (Inclusive method) தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறை (Exclusive method), திறந்தவெளி அமைப்பு முறை (Open end classes) எனும் முறைகள் உள்ளன. அவற்றை இங்கு காண்போம்.

சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை

இம்முறையில், குழுவின் மேல் எல்லை, கீழ் எல்லை இரண்டையும் சேர்த்துக் கணக்கிடப்படுகிறது.

குடும்பத்திலுள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கை, தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை போன்ற



முகடு என்பது அடிக்கடி நிகழும் மதிப்பாகும். தண்டு-இலைப் பதிவில் 276 மூன்று முறை வந்திருப்பதைக் காணலாம். எனவே, முகடு 276 ஆகும்.

முகடு என்பது அடிக்கடி நிகழும் மதிப்பாகும். தண்டு-இலைப் பதிவில் 276 மூன்று முறை வந்திருப்பதைக் காணலாம். எனவே, முகடு 276 ஆகும்.

வீச்சு என்பது பெரிய மதிப்பிற்கும், சிறிய மதிப்பிற்கும் உள்ள வித்தியாசம் ஆகும். தண்டு-இலைப் பதிவில் மிகப்பெரிய மதிப்பு கடைசி மதிப்பாகவும் மிகச்சிறிய மதிப்பு முதல் மதிப்பாகவும் இருக்கும். எனவே வீச்சு என்பது $298 - 252 = 46$ ஆகும்.

நினைவில் கொள்க...

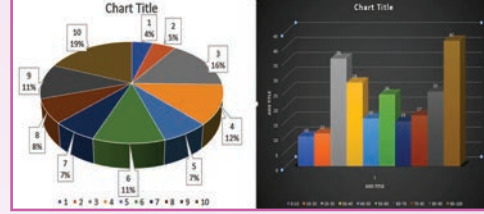
- தரவு உறுப்புகளை வரிசையாக அமைக்கும்போது துணைத் தகவல்களைப் பெற முடிகிறது.
- புள்ளியியல் தரவுகளை வகைப்படுத்துதல் மூலம் சுருக்கமாக அமைக்கப்பட வேண்டியது அவசியம் ஆகும்.
- தரவுகளைப் பல்வேறு தொகுப்புகள் அல்லது குழுக்களாகப் பிரித்து, குழுக்களில் உள்ள உறுப்புகளிடையே ஒத்த பண்புகளைப் பொருத்து அமைக்கப்படும், குழுக்களுக்குள் வேறுபட்டும் அமைக்கப்படும் முறையே வகைப்படுத்துதல் எனப்படும்.
- வகைப்படுத்துதலை நான்கு வகையாகப் பிரிக்கலாம். அவை (1) காலம் சார் வகைப்படுத்துதல், (2) இடம்சார் வகைப்படுத்துதல், (3) பண்புசார் வகைப்படுத்துதல், (4) அளவின் மூலம் வகைப்படுத்துதல்.
- அட்டவணை என்பது புள்ளியியல் தரவுகளை முறையாக வரிசைப்படுத்தி நிரை (Row) நிரல்களாக (Column) அமைக்கப்படுவதாகும்.
- அட்டவணைத் தலைப்பு, பொருத்தமானாதாகவும் அட்டவணையின் விவரங்கள் மற்றும் தன்மைகளைச் சுருக்கமாகக் கூறும்படி அமைக்க வேண்டும்.
- ஒவ்வொரு அட்டவணைக்கும் ஓர் அட்டவணை எண் தரப்பட வேண்டும். அது பல அட்டவணைகள் இருக்கும்போது சரியான அட்டவணையைக் காண உதவும்.
- நிரைகளின் தலைப்புகளும், நிரல்களின் தலைப்புகளும், சுருக்கமாகவும், சுயவிளக்கம் தருபவையாகவும் இருக்க வேண்டும்.
- சுருக்க அட்டவணைகள் அமைப்பதின் நோக்கம், அதில் உள்ள தகவல்களைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும் கருத்து உய்த்துணர்வதற்குப் பயன்படும் படியாக அமைப்பதே ஆகும்.
- ஓர் அட்டவணையில் தரவுகளிலுள்ள உறுப்புகளை அவற்றின் மதிப்பிற்கு ஏற்ப சில குழுக்களுக்குள் வகைப்படுத்தி அமைத்து அவற்றின் எண்ணிக்கையை அதற்கு ஏற்ற குழுக்களுக்கு எதிராக எழுதவேண்டும். அக்குழுக்களுக்குள் அமையும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்வெண் எனப்படும். இதுவே, நிகழ்வெண் பரவல் எனப்படும்.
- பெரிய அளவிலான தரவு உறுப்புகளைப் பல பிரிவுகளாகவோ, குழுக்களாகவோ, நிகழ்வெண்களோடு உருவாக்கும் முறை தொகுத்த நிகழ்வெண் பரவல் எனப்படும்.
- தொடர்புக் குவிவு நிகழ்வெண் பரவல் சதவீதமாகக் குறிக்கப்படுகிறது.
- தரவுகளில் இரண்டு மாறிகளைப் பெற்றிருக்கும்போது இருமாறி அல்லது இருவழி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி தரவுகளைச் சுருங்கக் கூறலாம்.



இணையச்செயல்பாடு

பரவல் செவ்வகப்படம் மற்றும் வட்ட விளக்கப் படம் வரைதல்

excel மூலம் தரவுகளைக்
கொண்டு வரைபடம் எளிதாய்
வரைவோமா!

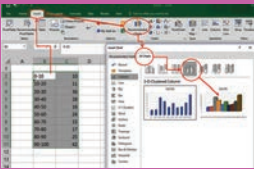


நம்மிடம் இருக்கும் தரவுகளைக் கொண்டு , பரவல் செவ்வகப்படம் மற்றும் வட்ட விளக்கப் படம் வரைவது எப்படி என்று தெரிந்து கொள்ளுங்கள்:

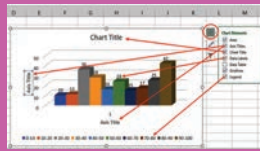
படிகள்

1. Ms – Excel பணித்தானை எடுத்துக் கொள்ளவும். X – அச்சிற்குரிய விவரங்களை முதல் நிரலிலும்(– column) அதற்குரிய மற்ற விவரங்களை அடுத்தடுத்த நிரல்களிலும் தட்டச்சு செய்யவும். தட்டச்சு செய்த விவரங்களை (select) தேர்வு செய்து, விளக்க வரைபடத்தைப் பெறுவதற்கு Insert-ஐ அழுத்தவும். அங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள விளக்க வரைபடங்களில் 'bar chart 3D Cluster column' ஐத் தேர்வு செய்யவும்.
2. தேவையான பரவல் செவ்வகப்படம் கிடைக்கும். தற்போது வலப்புறமுள்ள மூன்று பாவைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து விளக்க அட்டவணைமையின் அமைப்பை மாற்றவும். முதலில், முதல் பொத்தானை அழுத்தி 'Chart elements' – ஐ மாற்றியமைக்கவும். 'Axis Titles', 'Data labels' மற்றும் Chart title –ஐத் தேர்வு செய்யவும். வரைபடத்தாளின் நிலையை மாற்ற, 'Legend' ஐ அழுத்தி மாற்றலாம்.
3. வரைபடத்தை அழகு படுத்த 2-வது மெனு Styles-ஐ தேர்வு செய்யவும்.
4. வட்ட விளக்கப் படம் பெறுவதற்கு Insert-ஐ அழுத்தி. அங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள விளக்க வரைபடங்களில் 'Pie or Doughnut 3D Pie' ஐத் தேர்வு செய்யவும்.

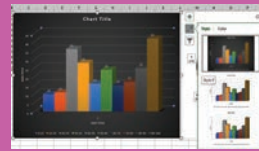
படி 1



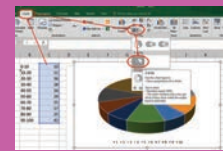
படி 2



படி 3



படி 4



* படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டுமே.

உரலி:

<https://www.calculatorsoup.com/calculators/statistics/stemleaf.php>



நீண்ட நாள் மனதில் நிலைக்கக்கூடியதாவும் இருக்கும் என்பது அனைவராலும் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட உண்மையாகும். மேலும் ஒரு சராசரி மனிதனால் எண்களை விட படங்களை எளிதாகப் புரிந்து கொள்ள இயலும். அதனால்தான் செய்தித்தாள்கள், இதழ்கள், பத்திரிக்கைகள், விளம்பரங்கள் போன்றவை எண் விவரங்களை வரைபடங்கள் மற்றும் விளக்கப்படங்கள் மூலம் விளக்குகிறது.

4.1 விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களின் பொருளும் முக்கியத்துவமும்

விளக்கப்படம் (Diagrams)

ஒரு விளக்கப்படம் என்பது தரவுகளைப் பற்றிய அடிப்படை உண்மைகளையும், பல்வேறு தரவுகளுக்கு உண்டான தொடர்புகளையும் படம் பிடித்துக் காட்டுகிறது. விளக்கப்படங்கள் எளிமையாகப் புரிந்து கொள்ளக்கூடியதாகவும் அனைவராலும் பாராட்டக்கூடியதாகவும் உள்ளது. இது மற்றவர்களின் கவனத்தைக் கவர்ந்து, நேரத்தை மிச்சப்படுத்தி விரைவாக புரிந்து கொள்ள உதவுகிறது. இது குறிப்பாக தன்மைத் தரவுகளை விளக்கத் தேவைப்படுகிறது.

- பண்புசார் தரவுகள் – Qualitative data

வரைபடங்கள் (Graphs):

பொதுவாக எண் தரவுகள் வரைபடம் மூலம் குறிக்கப்படுகிறது. வரைபடங்களை சராசரி மனிதனால் எளிதில் புரிந்து கொள்ள இயலாத போதும், கவனத்தை ஈர்க்க இயலாத போதும், வகைப்படுத்துதல் மற்றும் அட்டவணைப்படுத்துதல் போன்ற முறைகளில் உள்ள சிக்கல்களைக் குறைக்கிறது. புள்ளியியல் நிபுணர்கள் தரவுகளை வரைபடங்கள் மூலமாக விளக்குவதற்கு உண்டான முக்கியத்துவத்தை உணர்ந்திருக்கிறார்கள். வரைபடங்கள் வரைபடத்தாளில் கையால் வரையப்படுகிறது.

விளக்கப்படங்கள் மற்றும் விளக்கப்படங்களின் சிறப்புத் தன்மைகள்:

கீழ்க்கண்ட காரணங்களால் விளக்கப் படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் மிக அதிக அளவில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

- அவை மனதை கவர்வதாகவும் ஆழமாகப் பதிய வைப்பதாகவும் உள்ளன.
- தரவுகளை எளிமையாகவும் நுட்பமாகவும் அளிக்கின்றன.
- ஒப்பிடுவதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- நேரத்தையும், உழைப்பையும் குறைக்கின்றன.
- சிறந்த முறையில் நினைவில் நிறுத்துவதற்கு உதவுகின்றன.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

கிரிக்கெட் விளையாட்டில் வரைபடங்களும் விளக்கப்படங்களும் மற்ற விளையாட்டுக்களை விட அதிகளவில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

வகைப்படுத்தப்பட்ட மாறிகளுக்காக இப்படம் வரையப்படுகிறது. வணிகம் மற்றும் பொருளாதாரத் துறைகளில் தரவுகளை விளக்குவதற்கு இவ்வகைப்படங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 4.1

ஒரு நிறுவனம் தயாரித்த பொருட்களின் உற்பத்தி விலை (ரூ. இலட்சங்களில்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

- (i) எளிய பட்டை விளக்கப்படம் வரைக.
- (ii) எந்த ஆண்டு உற்பத்தி செய்த பொருளின் விலை
(i) அதிகம் (ii) குறைவு (iii) 40 இலட்சத்திற்கு குறைவு
- (iii) நிறுவனம் தயாரித்த பொருளின் சராசரி உற்பத்தி விலை என்ன?
- (iv) 2014 முதல் 2015 ஆம் ஆண்டு வரை எத்தனை சதவீதம் உயர்ந்துள்ளது?

ஆண்டு	உற்பத்தி விலை
2010	55
2011	40
2012	30
2013	25
2014	35
2015	70

தீர்வு:

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு எளிய பட்டை விளக்கப்படம் பின்வரும் முறையில் வரைய வேண்டும்.

- நிலை 1: ஆண்டுகளை X அச்சில் குறித்து 'ஆண்டு' எனக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- நிலை 2: உற்பத்தி விலையை Y அச்சில் குறித்து "உற்பத்தி விலை". (ரூ. இலட்சத்தில்) எனக் குறிப்பிட வேண்டும்
- நிலை 3: நிலைக்குத்து செவ்வக பட்டைகள், ஆண்டு குறிப்பிடப்பட்ட இடத்திற்கு மேல் வரையப்பட வேண்டும். மற்றும் அதன் உயரம் உற்பத்தி விலையின் எண்ணளவிற்கு விகிதாச்சாரத்தில் அமைக்க வேண்டும்.
- நிலை 4: நிலைகுத்து பட்டைகள் அனைத்தும் ஒரே வண்ணத்தில் தீட்டப்பட வேண்டும்.

இது புகழ்பெற்ற பெரிட்டோ விதி என அழைக்கப்படுகிறது.

பெரிட்டோ வரைபடம் என்பது எளிய பட்டைவிளக்கப்படத்தை ஒத்ததாகும். ஆனால் பட்டைகள் அதன் உயரத்தின் இறங்கு வரிசையில் அமைக்கப்படுகிறது. கூடுதலாக, மாறிகளின் பல்வேறு கூறுகளின் குவிவு நிகழ்வெண்கள் (சதவீதத்தில்) நேர்க்கோட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. இக்கோடு முக்கியமற்ற பலவற்றில் முக்கியமான சிலவற்றை அறிய உதவுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 4.2

ஒரு பள்ளியின் நிர்வாகம் அதன் வேதியியல் ஆய்வகத்தின் உபகரணங்களை சேதமாவதற்கு எதிராக பொருத்தமான தடுப்பு நடவடிக்கைகளைத் தொடங்க விரும்பியது. 2017ஆம் ஆண்டின் போது ஆய்வகத்தின் சேதம் பற்றி சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

உபகரணங்கள்	சேதமடைந்தவற்றின் எண்ணிக்கை
பியூரெட்	45
கூம்பு குடுவை	75
சோதனைக்குழாய்	150
பிப்பெட்	30

மேற்கண்ட தரவுகளுக்கு பெரிட்டோ வரைபடம் வரைக. முறிவுகளை குறைப்பதற்கு எந்த கருவிகளுக்கு அதிக கவனம் தேவைப்படுகிறது எனக் காண்க.

தீர்வு:

நாம் பலவற்றில் முக்கியமான சிலவற்றை கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்பதால் நாம் பெரிட்டோ வரைபடத்தை வரையலாம்.

படி 1 : சேதமடைந்த உபகரணங்களின் எண்ணிக்கையை இறங்கு வரிசையின்படி உபகரணங்களை ஒழுங்குபடுத்துக.

படி 2 : பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு உபகரணத்திற்கும் சேதத்தின் சதவிகிதம் காண்க.

$$\frac{\text{சேதமடைந்த உபகரணங்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{சேதமடைந்த உபகரணங்களின் மொத்தம்}} \times 100$$

படி 3 : ஒவ்வொரு உபகரணத்திற்கும் குவிப்பு சதவீதம் கணக்கிடுக.

படி 4 : X அச்சில் உபகரணங்களையும் Y அச்சில் சேதமடைந்த உபகரணங்களின் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கவும். இந்த தரவுகளுக்கு எளிய பட்டை விளக்கப்படம் வரைக. பட்டை விளக்கப்படங்களை இடைவெளியின்றி அடுத்தடுத்து வரைக.

படி 5 : வரைபடத்தாளின் பக்கத்தில் Y அச்சுக்கு இணையாக ஒரு கதிர் வரைந்து அதில் சதவீதத்தை குறிக்கவும்.



4.3.5 விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம் (Percentage Bar Diagram)

கூறுபட்டை விளக்கப்படத்தில் மற்றொரு வடிவம் விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம் ஆகும். இங்கு கூறுகளின் உயரம் உண்மையான மதிப்புகளுக்குப் பதிலாக அதன் சதவீதங்களைக் காட்டுகிறது. கூறுபட்டை விளக்கப்படங்களுக்கும், சதவீதப் பட்டை விளக்கப்படங்களுக்கும் உள்ள முக்கிய வேறுபாடு என்னவெனில், முதலாவதில் விவரங்களே வெவ்வேறானவையாக இருப்பதால், பட்டைகள் வெவ்வேறு உயரங்களைப் பெற்றிருக்கும். பின்னதில் எல்லா விவரங்களும் நூற்றுமானத்திற்கு மாற்றப்படுவதால் 100% உயரத்தைப் பெற்றிருக்கும்.

கூறுபட்டை விளக்கப்படத்தை விட விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம் அதிக கவரும் தன்மை உடையது. கூறுகளை ஒப்பிடுவதற்கு விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம் மிகவும் எளிதாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.5

எடுத்துக்காட்டு 4.4 இன் விவரங்களுக்கு விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம் வரைக.

- (i) பள்ளி 1 கணினிக்காக செலவு செய்த தொகையின் விழுக்காடு என்ன?
- (ii) பள்ளி 2 எவற்றிற்கு பள்ளி 1 ஐ விட அதிகம் செலவு செய்கிறது?

தீர்வு :

இரண்டு பள்ளிகளின் பல்வேறு செலவினங்களுடன் மொத்த செலவினங்களின் விழுக்காடுகளுடன் ஒப்பீடு செய்வதால் விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம் வரையப்படுகிறது.

நிலை 1 : X அச்சில் பள்ளிகளைக் குறித்து, "பள்ளி" எனக் குறிப்பிட வேண்டும்.

நிலை 2 : Y அச்சில் செலவினங்களின் விழுக்காடுகளை குறித்து, "செலவினங்களின் விழுக்காடு" எனக் குறிப்பிட வேண்டும்.

நிலை 3 : ஒவ்வொரு பள்ளிக்கும் செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம் வரையப்பட வேண்டும். அதன் மொத்த உயரம் நூறாகும்.

நிலை 4 : ஒவ்வொரு பட்டையும் அதன் விழுக்காட்டு செலவினங்களுக்கு ஏற்ப கூறுகளாகப் பிரிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு செவ்வகப் பெட்டியின் பரப்பும் அதற்கு ஒத்த செலவின விழுக்காட்டிற்கு விகித சமமாக இருக்கும். ஒவ்வொரு பள்ளியின் செவ்வகப் பெட்டியும் வெவ்வேறு வண்ணங்களால் தீட்டப்பட வேண்டும். ஒவ்வொரு பள்ளியின் ஒரே மாதிரி செலவினங்களுக்கு ஒரே மாதிரி வண்ணங்கள் தீட்டப்பட வேண்டும்.

நிலை 5 : செவ்வகப் பெட்டிகளின் வண்ணங்கள் எச்செலவினங்களை குறிக்கின்றன என்று குறிப்பிட வேண்டும்.

விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம் படம் 4.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

4.3.6 வட்ட விளக்கப்படம் (Pie Diagram)

இது வட்ட வடிவில் உள்ளதால், வட்ட விளக்கப்படம் என அழைக்கப்படுகிறது. 360° கோணம் உள்ள வட்டத்தைப் பல்வேறு வட்டகோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம். வட்டக்கோணப்பகுதி மையத்தில் தாங்கும் கோணம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூறுகளின் நிகழ்வெண்ணின் எண்ணளவிற்கு ஏற்ற விகிதத்தில் இருக்கும்.

செயல்முறை:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைய கீழ்க்காணும் வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்துக.

- (i) மொத்த அலைவெண் N ஐ கணக்கிடுக.
- (ii) ஒவ்வொரு கூறுகளின் கோணத்தையும் பிரிவு நிகழ்வெண்
 $\frac{\text{பிரிவு நிகழ்வெண்}}{N} \times 360$ என்ற வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடுக.
- (iii) தேவையான அளவு ஆரத்தை கிடைமட்டமாகக் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
- (iv) முதல் கூறின் கணக்கிட்ட கோணத்தைக் கொண்டு கடிகார எதிர் திசையில் முதல் வட்டகோணப் பகுதியை வரைக.
- (v) இரண்டாவது கூறின் கோணத்திற்கு தொடர்புடைய வட்ட கோணப்பகுதியை முதல் வட்டக்கோணப்பகுதிக்கு அடுத்து இருக்குமாறு வரைய வேண்டும்.
- (vi) கூறுகளுக்கும் இம்முறையை பயன்படுத்தவும்.
- (vii) ஒவ்வொரு வட்டக்கோணப்பகுதிக்கும் வெவ்வேறு வண்ணம் தீட்டுக / நிழலிடுக.
- (viii) ஒவ்வொரு கூறுக்கும் படக்குறிப்பு குறிப்பிட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.6



கீழே கொடுக்கப்பட்ட தரவுகள் (ரூ நூறில்) ஒரு குடும்பத்தின் செலவினங்களைக் குறிப்பிடுகிறது. இதற்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

இனங்கள்	செலவு (ரூ நூறில்)
உணவு	87
உடை	24
பொழுதுபோக்கு	11
கல்வி	13
வாடகை	25
இதர செலவுகள்	20

உருவப்படத்திலிருந்து,

- (i) வாரத்தில் பயணம் செய்த பயணிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (ii) தொடர் வண்டியில் எந்நாளில் அதிகக் கூட்டம் இருந்தது?
- (iii) அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்த பட்சம் பயணம் செய்தவர்களுக்கு இடையேயுள்ள வேறுபாடு காண்க.

தீர்வு:

- (i) இங்கு  என்ற உருவப்படத்தின் மொத்த எண்ணிக்கை 48, ஒவ்வொரு  என்ற படமும் 100 நபர்களைக் குறிப்பதால் ஒரு வாரத்தில் பயணம் செய்த மொத்த பயணிகளின் எண்ணிக்கை $48 \times 100 = 4800$.
- (ii) தொடர்வண்டியில் வியாழக்கிழமை அதிகக்கூட்டம் இருந்தது.
- (iii) வியாழக்கிழமையன்று அதிகபட்ச பயணிகள் பயணம் செய்தனர்.
வியாழக்கிழமை பயணம் செய்த பயணிகளின் எண்ணிக்கை $10 \times 100 = 1000$
புதன்கிழமையன்று குறைந்தபட்ச பயணிகள் பயணம் செய்தனர். = 4
புதன்கிழமை பயணம் செய்த பயணிகளின் எண்ணிக்கை $4 \times 100 = 400$
அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்சம் பயணம் செய்தவர்களுக்கு இடையேயான வேறுபாடு $1000 - 400 = 600$ நபர்கள்.

4.4 வரைபடங்களின் வகைகள்

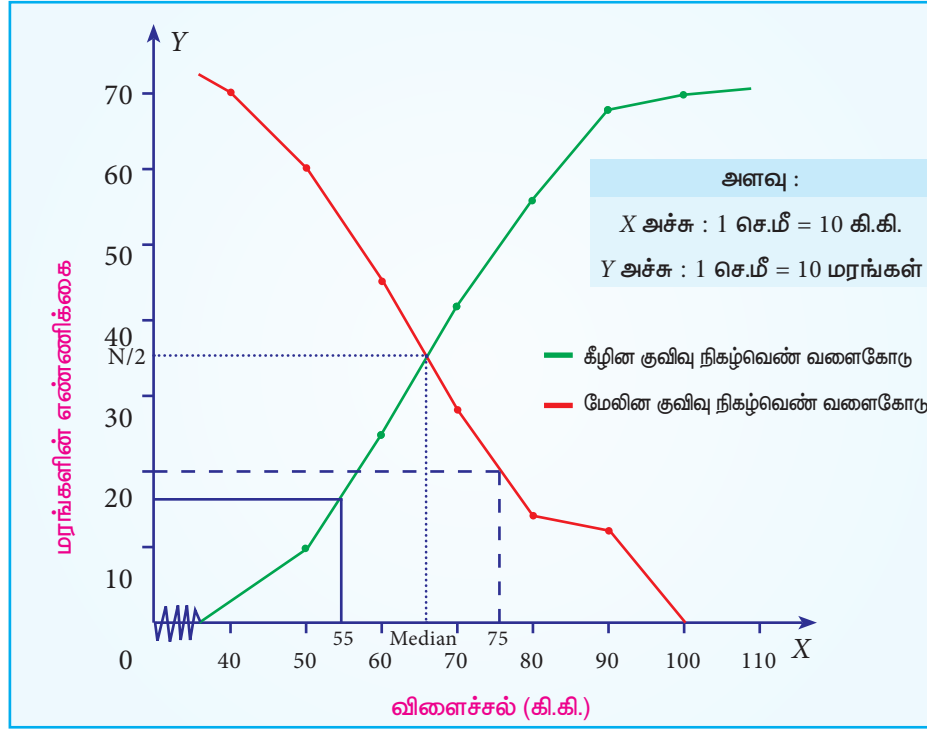
அளவுகளைக் கொண்ட மாறியின் நிகழ்வெண் பரவலின் புள்ளியியல் இயல்பை வெளிக் கொணர வரைபடமுறை உதவுகிறது. அளவை மாறி தனித்த மாறியாகவோ தொடர்ச்சியான மாறியாகவோ இருக்கலாம். பொதுவாக அதிகம் பயன்படுத்தப்படும் வரைபடங்கள்

- (i) பரவல் செவ்வகப்படம் (Histogram)
- (ii) நிகழ்வெண் பண்முகவரைபடம் (Frequency Polygon)
- (iii) நிகழ்வெண் வளைகோடு (Frequency Curve)
- (iv) கூட்டுநிகழ்வெண் வளைகோடு (Cumulative Frequency Curves (Ogives))

4.4.1 பரவல் செவ்வகப்படம் (Histogram)

பரவல் செவ்வகப்படம் என்பது பட்டைகள் ஒன்றோடொன்று இணைந்த வரைபடம். இது நிகழ்வெண் பரவல் எவ்வாறு பரவி உள்ளது என்பதைக் காட்சிப்படுத்துகிறது.

பிரிவு இடைவெளிகளை X அச்சிலும், நிகழ்வெண்களை Y அச்சிலும் எடுத்துக்கொள்க. ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியில் வரையப்படும் நிலைகுத்துப்பட்டைகளின் உயரங்கள் அப்பிரிவு நிகழ்வெண்ணின் விகிதத்தில் இருக்குமாறு வரைய வேண்டும்.



படம் 4.14 மாங்காய்களின் விளைச்சல் மற்றும் மரங்களின் எண்ணிக்கைக்கான குவிவு நிகழ்வெண் வளைகோடு

- (i) 16 மாமரங்கள் 55 கி.கி க்கு குறைவாக விளைச்சல் தருகின்றன.
- (ii) 20 மாமரங்கள் 75 கி.கி க்கு அதிகமாக விளைச்சல் தருகின்றன.
- (iii) இடைநிலை அளவு = 66 கி.கி

4.5 விளக்கப்படம் மற்றும் வரைபடங்களுக்கும், அட்டவணைகளுக்கும் இடையேயான ஒப்பீடு

தரவுகள் அட்டவணை மூலமாகவும், விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் மூலமாக விளக்கப்படுகின்றன. அட்டவணையின் பல்வேறு விதமான இயல்புகளை விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களுடன் பின்வருமாறு ஒப்பிடப்படுகின்றன.

- (i) அட்டவணை சுருக்கமாக, மிகச் சரியான செய்திகளைத் தருகின்றன. ஆனால் விளக்கப்படங்கள், வரைபடங்கள் தோராயமான செய்திகளைத் தருகின்றன.
- (ii) அட்டவணையானது விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களை விட அதிக செய்திகளைத் தருகின்றது.
- (iii) அட்டவணையைப்படிக்கின்றபொழுது மிகவும் கவனத்துடன் படிக்க வேண்டியுள்ளதால் அதனைக் கொண்டு விளக்கம் அளிப்பது கடினம். ஆனால் விளக்கப்படத்திலும் வரைபடத்திலும் விளக்கம் அளிப்பது எளிது.
- (iv) சாதாரண மனிதனுக்கு அட்டவணையை விட விளக்கப்படங்களும், வரைபடங்களும் அதிக கவர்ச்சியாக இருக்கிறது.



- (v) பரவலில் பொதிந்துள்ள போக்கினை அட்டவணையைக் காட்டிலும் விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் மூலம் எளிதாக ஒப்பிடலாம்.
- (vi) அட்டவணையை விட விளக்கப்படங்களும் வரைபடங்களும் எளிதில் தவறான புரிதலை ஏற்படுத்துகின்றன.

விளக்கப்படங்களுக்கும் வரைபடங்களுக்கும் இடையேயான ஒப்பீடு

- (i) விளக்கப்படங்கள் சாதாரண தாளில் வரைய முடியும். ஆனால் வரைபடங்கள் வரைதாளில் மட்டும் வரைய முடியும்.
- (ii) விளக்கப்படங்கள் மூலம் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் பற்றிய தகவல்களைப் பொருத்தமாகவும், திறம்படவும் வெளிப்படுத்தமுடியும். ஆனால் வரைபடத்தில் சாதாரணமாக ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகள் பற்றிய தகவல்களை வரைவது கடினம்.
- (iii) வரைபடங்கள் இடைஇருகைகள் மற்றும் / அல்லது புறமுக இருகை செய்வதற்குப் பயன்படுகிறது. ஆனால் வரைபடங்கள் இச்செயல்களுக்குப் பயன்படுத்த இயலாது.
- (iv) வரைபடங்கள் மூலம் இடைநிலை அளவை சரியாகக் கணக்கிட இயலும். ஆனால் விளக்கப்படங்கள் மூலம் இடைநிலை அளவைக் கணக்கிட இயலாது.
- (v) விளக்கப்படங்கள் தரவு / மாறிகளை ஒப்பிடப் பயன்படுகிறது. ஆனால் வரைபடங்கள் மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினைக் காணப் பயன்படுகிறது.

நினைவில் கொள்க...

- ஒரு விளக்கப்படம் என்பது தரவுகளைப் பற்றியும் அதன் தொடர்புகளையும் எளிய முறையில் படம் பிடித்துக் காட்டுகிறது.
- எளிய பட்டை விளக்கப்படம் கிடைமட்டமாகவோ, நிலைக்குத்தாகவோ வரையப்படுகின்றன. தரவுகளை விளக்குவதற்கு வணிகம் மற்றும் பொருளியல் துறைகளில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- பெரிட்டோ வரைபடம் எளிய பட்டை விளக்கப்படத்தை ஒத்ததாகும். ஆனால் அவற்றின் பட்டைகள் அவற்றின் உயரங்களைப் பொறுத்து இறங்கு வரிசையில் அமைக்கப்படுகிறது. மேலும் மாறிகளின் குவிவு நிகழ்வெண்கள் சதவீதத்தில் நேர்கோட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.
- பல பட்டைகளால் அமைந்த பல கட்ட பட்டை விளக்கப்படம், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட புள்ளியியல் தகவல்களை ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுகிறது.
- கூறுபட்டை விளக்கப்படத்தில் உள்ள பட்டைகள், ஒன்றின் மீது ஒன்றாக அமைந்து பல புள்ளியியல் தரவுகளை ஒப்பிடுவதற்கு, பல கட்ட பட்டை விளக்கப்படங்களைப் போல் உதவுகிறது.
- விழுக்காடு அல்லது சதவீத பட்டை விளக்கப்படம், கூறுபட்டை விளக்கப்படத்தைப் போன்றதே ஆகும். இங்கு கூறுகளின் உயரங்கள் சதவீதங்களாகக் குறிப்பிடப்படுகின்றன.



- பட்டை விளக்கப் படம் வட்ட வடிவில் அமைந்துள்ள ஓர் படமாகும். 360° கோணமுள்ள வட்டத்தைப் பல்வேறு வட்டக் கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம். வட்டக்கோணப் பகுதி மையத்தில் தாங்கும் கோணம், கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூறுகளின் நிகழ்வெண்களின் எண்ணளவுக்கு ஏற்ற விகிதத்தில் இருக்கும்.
- புள்ளி விவரத் தரவுகளை உருவங்கள் மூலம் விளக்குவது உருவ விளக்கப்படம் எனப்படும். இவை அனைவரது கவனத்தையும் எளிதில் ஈர்க்கும் தன்மை கொண்டதாகும்.
- பரவல் செவ்வகப் படம் என்பது பட்டைகள் ஒன்றோடொன்று இணைந்த வரைபடம். இது நிகழ்வெண் பரவல் எவ்வாறு பரவியுள்ளது என்பதைக் காட்சிப்படுத்துகிறது.
- நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்க மென்மையாக வரையப்படும் ஒரு வளைவரை நிகழ்வெண் வளைகோடு ஆகும். நிகழ்வெண் பன்முக வரைபடத்தின் மையப்புள்ளிகளை கையால் மென்மையாக இணைத்து வளைகோடு வரைவதாகும்.
- குவிவு நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிப்பதற்கு இரு முறைகளில் கீழினக் குவிவு நிகழ்வெண் வளைகோடு, மேலினக் குவிவு நிகழ்வெண் வளைகோடு, என்பவை வரைபடத்தில் குறிப்பிடப்படும்.
- இரு வளைகோடுகளையும் ஒரே வரைபடத்தாளில் வரைந்தால், அவை வெட்டும் புள்ளியின் X ஆயத்தொலைவு, இடைநிலை அளவாகும்.



பயிற்சி

I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க

1. பின்வருவனவற்றுள் எந்த பட்டை விளக்கப்படம் ஒரே உயரத்தில் இருப்பதைக் காட்டுகிறது.

(a) எளிய பட்டை விளக்கப்படம்	(b) விழுக்காடு பட்டை விளக்கப்படம்
(c) கூறுபட்டை விளக்கப்படம்	(d) பலகட்டப்பட்டை விளக்கப்படம்
2. பின்வரும் விளக்கப்படங்களில் எது தரவுகளை உருவங்கள் மூலம் விளக்கப்படுகிறது.

(a) உருவ விளக்கப்படம்	(b) பெரிட்டோ வரைபடம்
(c) வட்ட விளக்கப்படம்	(d) பரவல் செவ்வகப்படம்
3. எந்த விளக்கப்படத்தில் தரவுகள் கோணங்களாக மாற்றப்படுகிறது.

(a) உருவ விளக்கப்படம்	(b) பெரிட்டோ வரைபடம்
(c) வட்ட விளக்கப்படம்	(d) பரவல் செவ்வகப்படம்
4. பின்வரும் விளக்கப்படங்களில் எந்த விளக்கப்படத்தில் அதன் உயரத்திற்கு ஏற்ப இறங்கு வரிசையில் அமைக்கப்படுகிறது

(a) உருவ விளக்கப்படம்	(b) பெரிட்டோ வரைபடம்
(c) வட்ட விளக்கப்படம்	(d) பரவல் செவ்வகப்படம்
5. பல் அங்க பட்டை விளக்கப்படத்தில் பட்டைகள் ----- இருக்கின்றன.

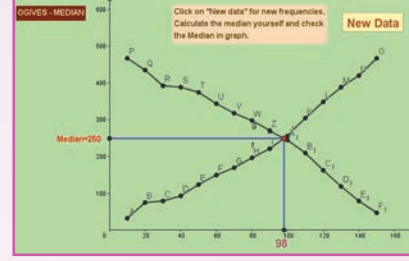
(a) கூறுகளாக	(b) அடுத்தடுத்து
(c) கூறுகளாகவும் அடுத்தடுத்தும்	(d) கூறுகளாகவும், சமமாகவும்



இணையச்செயல்பாடு

ஓகைவ் - இடைநிலை

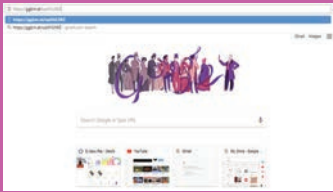
ஓகைவ் வளைகோட்டைப்
பயன்படுத்தித் தரவுகளின்
இடைநிலைகளை அறிவோமா!



படிகள்

1. கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக்குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி GeoGebra பக்கத்திற்குச் செல்க.
2. "11th Standard Statistics" எனும் GeoGebra பணிப்புத்தகத்தில் "Ogives-Median" க்கான பணித்தாளை எடுத்துக் கொள்ளவும்
3. ஓகைவ் பணிப்புத்தகத்தில், வலப்பக்கத்தில் x -மதிப்பும், அலைவெண்களும் முதல் இரு நிரல்களில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். 3 மற்றும் 4-ம் நிரல்களில் 'கீழின வளர்' மற்றும் 'மேலின வளர்' அலைவெண்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். இவற்றை இடப்பக்கம் உள்ள ஓகைவ் வளைவுகளுடன் ஒப்பிடுக. "New Data" -வை சொருக்கித் தரவுகளை மாற்றலாம்.
4. இடைநிலை மதிப்பைக் காண்பதற்கு, இரண்டு ஓகைவ்களும் வெட்டும் புள்ளியிலிருந்து இரண்டு அச்சுகளுக்கும் செங்குத்துக் கோடு வரைந்து x -அச்சின் மதிப்பைக் (இடைநிலை) குறித்துக்கொள்ளவும். "New Data" -வை சொருக்கித் தரவுகளை மாற்றி புதிய இடைநிலை மதிப்பைக் காண்க.

படி 1



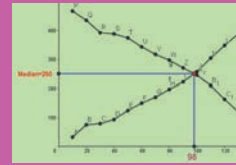
படி 2



படி 3



படி 4



* படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டுமே.

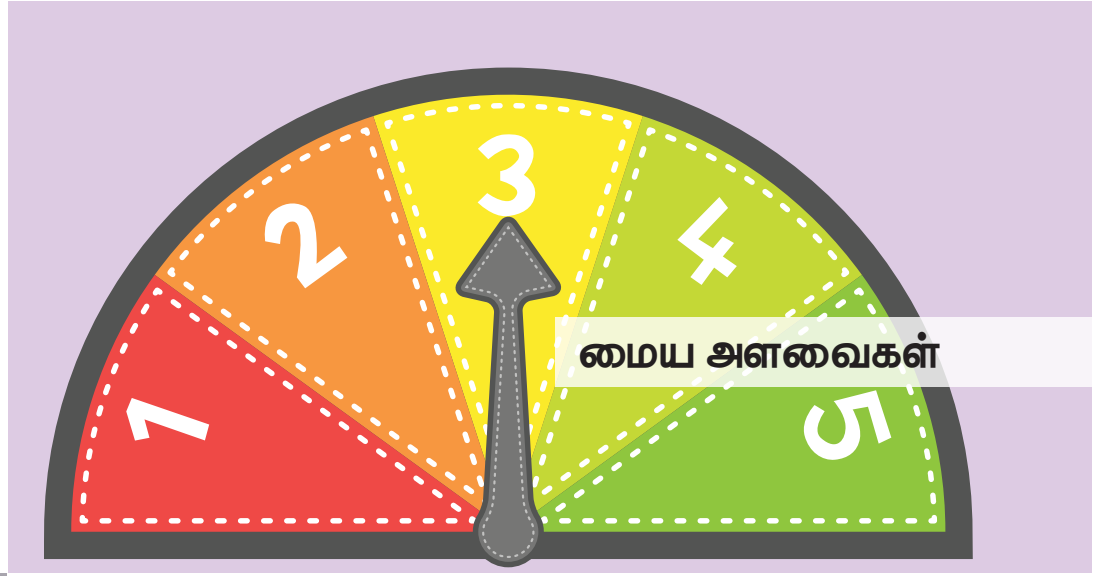
உரலி:

<https://ggbm.at/uqVhSJWZ>



அத்தியாயம்

5



சர் பிரான்ஸிஸ் கால்ட்டன்

(16 பிப்ரவரி 1822 – 17 சனவரி 1911)

சர் பிரான்ஸிஸ் கால்ட்டன், இங்கிலாந்தில் பிறந்த புள்ளியியலார். அவர் சமூகவியல், உளவியல், இனமேம்பாட்டியல், வானிலை, புவியியல், புதிய ஆய்வுகள் போன்ற பல துறைகளில் சிறந்து விளங்கிய வித்தகர். அவர் 340க்கும் மேற்பட்ட ஆராய்ச்சி கட்டுரைகளும், புத்தகங்களும் வெளியிட்டுள்ளார். ஒட்டுறவு என்ற கருத்தை உருவாக்கி, சராசரி சார்ந்த உடன் தொடர்பு போக்குகளைக் கண்டு அறிமுகப்படுத்தியுள்ளார். அவர் முதன் முதலில் மனிதருக்குள்ளேயுள்ள புத்தி கூர்மையின் மரபு சார்ந்த வேறுபாடுகளை, புள்ளியியல் முறைப்படி ஆய்வு செய்வதற்காக வினாப்பட்டியல் அமைத்து தரவுகளைச் சேகரிக்கும் முறையைப் பயன்படுத்தினார்.

அறிவியலை அடிப்படையாகக் கொண்ட வானிலையியலில், முதன்முறையாக வரைபடங்கள் மூலம் புயல் உருவாகும் முறையைக் கண்டறிந்தார். அதை ஐரோப்பிய அளவுகோலுக்கு இணங்க குறுகிய கால வானிலை பற்றிய முழுமையான பதிவு செய்தார். அவர் மேலும் காது கேளாதோருக்காக, அவர்களைச் சோதனை செய்யும் கால்ட்டன் விசில் எனும் கருவியைக் கண்டுபிடித்து அவர்களுக்குப் பயன்படும்படியாக உதவியுள்ளார்.

'மனித மனம் எண்களால் ஆன அதிக எண்ணிக்கையுடைய தரவுகளை ஒரே சமயத்தில் கிரகித்து நினைவில் வைத்திருக்கும் ஆற்றல் பெற்றிருக்கவில்லையாதலால், அத்தரவுகளைப் பற்றி நமக்குப் போதுமான அளவில் விளக்கம் பெறும்படியாக சில எண்களைக் கொண்டே அவற்றைக் குறிப்பிட வேண்டிய அவசியம் ஏற்பட்டுள்ளது'

- பேராசிரியர் ஆர்.ஏ.பிஷர்

நோக்கங்கள்



- ★ சராசரி என்பது ஒரு குழுவைப் பற்றிக் குறிப்பிடும் அளவை என்பதை அறிதல்.
- ★ கணித சராசரி அளவைகளையும், இடம் சார்ந்த சராசரிகளையும் விதிப்படி கணக்கிடுதல்.
- ★ கால்மானங்கள், பதின்மானங்கள், நூற்றுமானங்களைக் கணக்கிட்டு விளக்குதல்
- ★ சராசரிகளுக்கிடையேயுள்ள தொடர்புகளைப் புரிந்து கொண்டு அவற்றின் பயன்களைக் கூறுதல்



$$G. M. = 18.14$$

பாடவாரியாக 109 மாணவர்களின் மதிப்பெண்களின் பெருக்கு சராசரி 18.14

நிறைகள்

- எல்லா விவரங்களின் தன்மைக்கும் பொருந்தும்
- நன்கு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது
- இது மென்மேலும் பல கணித செயல்பாடுகளுக்கு உகந்தது
- முனை உறுப்புகளால் குறைந்த அளவே பாதிக்கப்படும்
- விகிதங்கள், வீதங்கள், சதவீதங்கள் இவற்றின் சராசரி காண்பதில் இது பொருத்தமானது.

வரம்புகள்:

- புரிந்து கொள்ள கடினமானது
- ஏதேனும் ஒரு மதிப்பு பூச்சியமாகவோ அல்லது குறை எண்ணாகவோ இருக்கும் இடங்களில் இது பயன்படாது.
- தொடரில் உள்ள சரியான மதிப்பாக பெருக்குச் சராசரி இருக்க முடியாது.
- விகிதங்களில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அறிய இயலுமே தவிர, கூட்டு சராசரியைப் போல மாற்றங்களில் ஏற்படும் சரியான வித்தியாசத்தை தர இயலாது.

5.3.3 இசைச்சராசரி (H.M.)

ஒரு மாறியின் மதிப்புகளின் தலைகீழிகளின் சராசரியின் தலைகீழி அதன் இசைச்சராசரி எனப்படும்.

(a) தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கான இசைச் சராசரி (H.M. for Ungrouped data)

$$x_1, x_2, \dots, x_n \text{ என்பது } n \text{ மாறிகள் எனில் அதன் இசைச் சராசரி H. M.} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i} \right)}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.11

ஒரு மனிதன் காரில் 4 மணி நேரத்தில் ஜெய்ப்பூரிலிருந்து ஆக்ரா வரை உள்ள தூரத்தைக் கடக்கிறார். முதல் 1 மணி நேரத்தில் காரின் வேகம் 50 கி.மீ / மணி இரண்டாவது மணி நேரத்தில் காரின் வேகம் 65 கி.மீ / மணி மூன்றாவது மணி நேரத்தில் காரின் வேகம் 80 கி.மீ / மணி மற்றும் நான்காவது மணி நேரத்தில் காரின் வேகம் 55 கி.மீ / மணி எனில் கார் ஓட்டுனரின் சராசரி வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

x	50	65	80	55	மொத்தம்
$1/x$	0.0200	0.0154	0.0125	0.0182	0.0661

வரம்புகள்:

- இதனை கணக்கிடுவதும், புரிந்து கொள்வதும் கடினம்
- எல்லா மதிப்புகளும் கணக்கீடு முறையில் அமைகிறது.
- கணக்கீடு கடினமாக இருப்பதால் இது பிரபலமாகவில்லை.
- இது ஒரு சுருக்கமான எண்ணை தவிர அத்தொடரின் சரியான உறுப்பாக இருக்க இயலாது.

எங்கே பயன்படும்?

மதிப்பு / அலகு வடிவத்தில் தரவுகள் அமையும் போது இசைச்சராசரி பயன்படுகிறது. ஆகவே சராசரி வேகம் காணப் பயன்படுகிறது.

சராசரிகளுக்கிடையேயான உறவு:

எந்தவொரு பரவலிலும் மூலத்தரவுகள் வெவ்வேறானவை எனில் A.M., G.M. மற்றும் H.M ஆகியவை வெவ்வேறாக இருக்கும். மேலும் கீழ்க்கண்ட வரிசையில் அமையும்.

$$A.M. \geq G.M \geq H.M$$

5.3.4 இடைநிலை அளவு

வரிசைப்படுத்தப்பட்ட தரவு உறுப்புகளை இரு சரிபாதியாகப் பிரிக்கும் இடத்திலுள்ள உறுப்பின் மதிப்பு இடைநிலை அளவு அல்லது இடைநிலை எனப்படும். 50% மதிப்புகள் இடைநிலை மதிப்பிற்கு மேலும், 50% மதிப்புகள் அதற்குக் கீழும் இருக்கும். எனவே இடைநிலை அளவு என்பது இடம் சார்ந்த சராசரி என்று கூறப்படுகிறது.

(a) செப்பனிடப்படா தரவுகளுக்கான இடைநிலை அளவு

முதலில் கொடுக்கப்பட்ட தரவு உறுப்புகளை அவற்றின் எண் அளவிற்கு ஏற்ப ஏறுவரிசையிலோ, இறங்கு வரிசையிலோ அமைக்க வேண்டும்.

- (i) தரவு உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n என்பது ஒற்றை எண்ணாக இருப்பின் $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு இடைநிலை அளவு எனப்படும்.
- (ii) தரவு உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n என்பது இரட்டை எண்ணாக இருந்தால் தரவுகளுக்கு இடையில் இரண்டு எண்கள் இருக்கும். அந்த இரண்டு எண்களின் சராசரியே இடைநிலை அளவாகும்.

$$\text{இடைநிலை} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \text{ஆவது உறுப்பு} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ஆவது உறுப்பு}}{2}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.14

சென்னையில் உள்ள சில ஐந்து நட்சத்திர பெரும் விடுதிகளில் உள்ள அறைகளின் எண்ணிக்கை 71, 30, 61, 59, 31, 40, 29 ஆகும். இடைநிலையளவு மூலம் அறைகளின் சராசரி எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவுகளை ஏறுவரிசையில் அமைக்க 29, 30, 31, 40, 59, 61, 71

$$n = 7$$

$$\text{இடைநிலை} = \frac{7+1}{2} = 4 \text{ஆவது உறுப்பு}$$

∴ இடைநிலை அளவு = 40 அறைகள்

எடுத்துக்காட்டு 5.15

1974, 1975 ஆண்டுகளில் விளைந்த வேளாண் பொருட்களின் ஏற்றுமதி மதிப்பு 8 காலாண்டுகளில் (மில்லியன் டாலரில்) 29.7, 16.6, 2.3, 14.1, 36.6, 18.7, 3.5, 21.3 ஆகத் தரப்பட்டுள்ளது. அவற்றிற்கு இடைநிலை மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு உறுப்புகளை இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

36.6, 29.7, 21.3, 18.7, 16.6, 14.1, 3.5, 2.3

$$n = 8$$

$$\begin{aligned} \text{இடைநிலை} &= \frac{4\text{ஆவது உறுப்பு} + 5\text{ஆவது உறுப்பு}}{2} \\ &= \frac{18.7 + 16.6}{2} \\ &= 17.65 \text{ மில்லியன் டாலர்கள்} \end{aligned}$$

குவிவு நிகழ்வெண்கள்:

ஒரு தொகுக்கப்பட்ட பரவலின் ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் அதற்குரிய நிகழ்வெண்கள் உண்டு. குழுவின் ஒரு எல்லைக்கு மேலும் அல்லது அதற்குக் கீழும் அமையும் நிகழ்வெண்களைக் காண வேண்டுமெனில் நிகழ்வெண்களை அவ்வெல்லைவரை கூட்ட வேண்டும். இவ்வாறு அமைக்கப்படும் நிகழ்வெண்கள் கூட்டு நிகழ்வெண்கள் அல்லது குவிவு நிகழ்வெண்கள் என்று கூறப்படும். இக்குவிவு நிகழ்வெண்கள் இடைநிலையளவு, கால்மானங்கள், பதின்மானங்கள் நூற்றுமானங்கள் காண்பதற்குப் பயன்படுகிறது.

(b) தொகுப்புத் தரவுகளுக்கான இடைநிலை அளவு

கீழ்க்கண்ட வழிமுறைப்படி இடைநிலையளவைக் காணலாம்.

(i) குவிவு நிகழ்வெண்களைக் கணக்கிட்டு எழுதுக.

(ii) $N = \sum f =$ மொத்த நிகழ்வெண்கள் எனில் $\frac{N+1}{2}$ காண்க.

நிறைகள்:

- இடைநிலையளவு கணக்கிடுவதற்கு எளிதானது. இம்மதிப்பை நடுவில் உள்ள இடத்தைப் பார்த்தும் காணலாம். வரைபடம் மூலமும் காணலாம்.
- எல்லை மதிப்புகளால் இடைநிலை மதிப்பு பாதிக்கப்படுவதில்லை.
- குழுக்களின் பிரிவிடைகள் மாறுபட்டு இருந்தாலும் இடைநிலையளவைக் காண முடியும்.

வரம்புகள்:

- பிந்தைய கணக்கீட்டுச் செயல்களில் அதிகம் பயன்படுத்த இயலாது.
- இது இடம் சார்ந்த மைய மதிப்பினை மட்டுமே சார்ந்த சராசரி.
- தரவிலுள்ள உண்மை மதிப்புகளைச் சாராத தன்மையும் இதற்கு உண்டு.

5.3.5 முகடு

ஒர் உறுப்பையே மையப்படுத்தி அதைச் சுற்றியே மற்ற உறுப்புகளும் அதிகமாக அமைந்திருப்பதை முகடு சார்ந்த பரவலாகும் என்று கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன் என்ற புள்ளியியலார் கூறுகின்றனர்.



அதிக வாகனங்கள் செல்லும் சாலை ஒன்றில், ஒரு குறிப்பிட்ட கால அளவில் அச்சாலையில் செல்லும் போக்குவரத்து பற்றிய கணக்கெடுப்பு நடத்தியதில் இரு சக்கர வாகனங்களே, மற்ற எல்லா வாகனங்களைவிட அதிகம் செல்வதாகக் கண்டறியப்பட்டது. இக்கணக்கெடுப்பில் இரு சக்கர வாகனங்களே அதிக நிகழ்வெண்களைப் பெற்றிருப்பதால், அதன் முகடு 'இரு சக்கர வாகனம்' என்பதாகும்.

தரவு உறுப்புகளால் ஆன ஒரு கணத்தில் எவ்வறுப்பு அதிக முறை அதில் நிகழ்ந்திருக்கிறதோ அந்த உறுப்பு முகடு என்று கூறப்படும். இவ்வாறு அமையும் முகடு, ஒரு பரவலில் ஒன்றாகவோ, இரண்டாகவோ, பலவாகவோ இருக்கலாம்.

முகடு காணும் முறை

(a) தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கு முகடு காணுதல்

ஒரு தரவு கணத்தில் எந்த மதிப்பு அதிக முறை காணப்படுகிறதோ அதுவே முகடு எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.21

20 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 90, 70, 50, 30, 40, 86, 65, 73, 68, 90, 90, 10, 73, 25, 35, 88, 67, 80, 74, 46 இவற்றிற்கு முகடு காண்க

தீர்வு:

மற்ற எல்லா மதிப்பெண்களை விட 90 என்ற மதிப்பெண் மூன்று முறை நிகழ்ந்திருப்பதால் முகடு 90 ஆகும்.



நினைவில் கொள்க...

- மையப்போக்கு அளவை என்பது முழு தரவு மதிப்புகளை ஒரே ஒரு மதிப்பைக் கொண்டு விளக்குவதாகும்.
- கூட்டு சராசரி என்பது தரவின் எல்லா உறுப்புகளையும் கூட்டி, தரவு உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கக் கிடைப்பதாகும்.
- ஒரு குழுவில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளுக்கும் சமமுக்கியத்துவம் அளித்து சராசரி கணக்கிடப்பட்டால் அது எளிய கூட்டு சராசரி எனப்படும். குழு உறுப்புகளுக்கு வேறு வேறு நிறைகளை அளித்து சராசரி கணக்கிடப்பட்டால் அது நிறையிட்ட கூட்டு சராசரி என்று கூறப்படும்.
- ஏறு வரிசையிலோ, இறங்கு வரிசையிலோ தரவு உறுப்புகளை அமைத்தபின் இடையில் உள்ள உறுப்பின் மதிப்பை இடைநிலையளவு அல்லது இடைநிலை என்று கூறப்படும்.
- தரவு உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு தொடரைப் பல பகுதிகளாகப் பிரித்து கணக்கிட்டுக் கிடைக்கும் மதிப்புகள் பிரிவு மதிப்புகள் என்று கூறப்படும். அவை கால்மானங்கள், பதின்மானங்கள், நூற்றுமானங்கள் என்று அழைக்கப்படும்.
- முகடு என்பது ஒரு தொடரில் மிக அதிகமுறை நிகழும் உறுப்பு ஆகும். ஒரு குழுவில் அதிக நிகழ்வெண்கள் பெறும் உறுப்பு முகடு எனப்படும்.

பயிற்சி

I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க

1. கீழ்க்கண்டவற்றில் மையப்போக்கு அளவை எது ?
 (a) இடைநிலை (b) பதின்மானங்கள்
 (c) கால்மானங்கள் (d) நூற்றுமானங்கள்
2. பெருக்கல் சராசரி மற்ற சராசரியை விட எப்பொழுது சிறந்தது?
 (a) தரவுகள் மிகை மற்றும் குறையாக இருக்கும்போது
 (b) தரவுகள் விகிதம் மற்றும் சதவிகிதத்தில் இருக்கும்போது
 (c) தரவுகள் இரட்டையாக இருக்கும்போது
 (d) தரவுகள் இடைவெளியில் இருக்கும்போது
3. தரவுகள் அனைத்தும் சமமாக இருக்கும்போது A.M., G.M. மற்றும் H.M. இவற்றிற்கிடையேயான உறவு
 (a) A.M. = G.M. = H.M. (b) A.M. < H.M. < G.M.
 (c) A.M. < G.M. < H.M. (d) A.M. > G.M. > H.M.
4. 11, 7, 6, 9, 12, 15, 19 மதிப்புகளின் இடைநிலை
 (a) 9 (b) 12 (c) 15 (d) 11



எத்தனை முக்கோணங்கள் உள்ளன?



சில கணித முறைகள்



சீனிவாச ராமானுஜன்

(22 டிசம்பர், 1887 - 26 ஏப்ரல், 1920)

சீனிவாச ராமானுஜன் ஒரு மிகச் சிறந்த இந்திய கணித மேதை ஆவார். அவர் தமிழ்நாட்டிலுள்ள ஈரோட்டில் 1887 ஆம் ஆண்டு டிசம்பர் 22இல் பிறந்தார். அவரது பங்களிப்பான எண்ணியலில் பிரிவுச் சார்புகளின் பண்புகள் என்ற கண்டுபிடிப்பு மகத்தானதாகும்.

1911-ம் ஆண்டு தனது முதல் கணித ஆய்வை இந்திய கணிதவியல் கழகத்தில் வெளியிட்டார். அத்தருணத்திலிருந்து அவரது மேதைமை சிறிது சிறிதாக உலகிற்கு வெளிப்படத் துவங்கியது. 1913ஆம் ஆண்டு, எச்.ஹார்டி என்ற ஆங்கில கணிதவியலாருடன் தொடர்பு ஏற்பட்டது. அதனால் அவருக்கு சென்னைப் பல்கலைக்கழகத்தில் சிறப்பு உதவித் தொகையும், கேம்பிரிட்ஜிலுள்ள டிரினிட்டி கல்லூரியில் கணித ஆய்வுக்கான உதவித்தொகையும் கிடைத்தது.

1914ஆம் ஆண்டு, பல்வேறு மதக்கட்டுப்பாட்டுகளுக்கிடையே ராமானுஜன் இங்கிலாந்து சென்றார். அங்கே ஹார்டியுடன் இணைந்து சில கணித ஆய்வுகளை நிகழ்த்தியுள்ளார். அவற்றுள் முக்கியமானது எண்களின் பிரிவுச் சார்புகள் ஆகும். அவரது ஆய்வுக் கட்டுரைகள் ஆங்கில இதழ்களிலும் மற்ற ஐரோப்பிய இதழ்களிலும் வெளியிடப்

பட்டன. 1918ஆம் ஆண்டு லண்டன் ராயல் கழகத்தின் உறுப்பினராகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டார். 1917ஆம் ஆண்டிலிருந்தே காச நோயினால் துன்பப்பட்டுக்கொண்டிருந்தார். ஓரளவு தேறியபின் 1919ஆம் ஆண்டு இந்தியாவிற்குத் திரும்பினார். நோயால் வருந்திய அவர் 1920ஆம் ஆண்டு ஏப்ரல் 26ஆம் நாள் தமிழ்நாட்டிலுள்ள கும்பகோணத்தில் மறைந்தார். அவரது கணித மேதைமை பற்றி அப்போது பலர் அறிந்திருக்கவில்லை. அவர் விட்டுச் சென்ற கணித கண்டுபிடிப்புகள் சிலவற்றை மூன்று கையேடுகளில் எழுதி வைத்திருப்பதை பின்னர் கண்டறிந்துள்ளனர். அவை 'தொலைந்த கையேடுகள்' என்று அழைக்கப்படுகின்றது. அவரது வாழ்நாளில் வெளியிடப்படாமல் இருந்த அவரது கண்டுபிடிப்புகளில் இருந்த கணித கருத்துக்கள், அவரது மறைவுக்குப் பிறகும் ஆய்வு செய்யப்பட்டு வருகின்றன.

"எண்களே எமது நண்பர்கள்".

- சீனிவாச ராமானுஜன்

நோக்கங்கள்



- ★ வரிசை மாற்றங்கள். சேர்மானங்கள் பற்றி புரிந்து கொள்ளுதல்
- ★ ஈருறுப்புத் தொடர், அடுக்குத் தொடர், மடக்கைத் தொடர் பற்றி அறிதல்
- ★ வகையிடல் பற்றி அறிந்து கொண்டு கணக்குகளின் தீர்வு காணல்
- ★ தொகையிடல் பற்றி அறிந்து கொண்டு கணக்குகளின் தீர்வு காணல்



அறிமுகம்

பின்வரும் பாடப்பகுதிகளில், மேலும் பல புள்ளியியல் பாடக் கருத்தாக்கங்களும், அதைச் சார்ந்த கணக்கீடுகளும் இடம் பெற இருக்கின்றன. எனவே இவற்றைக் கற்பதற்கு முன்பு, அவற்றில் பயன்படும் புதிய கணித கருத்தாக்கங்கள் கணித விதிகள், தீர்வு காண்பதற்கான முறைகள் பற்றி முதலில் நன்கு அறிந்திருக்க வேண்டும். எனவே புள்ளியியலில் பயன்படும் சில கணித முறைகளையும், நுண்கணிதம் என்னும் பகுதியையும் இப்பாடப்பகுதியில் அறிமுகப்படுத்துகிறோம்.

7.1 எண்ணுதலின் அடிப்படை விதிகள்

சில கணிதத் தீர்வுகளுக்கு, எண்ணுதலின் அடிப்படை விதிகளைப் பயன்படுத்தித் தீர்வுகளைக் காணலாம். அவ்விதிகள் எண்ணுதலின் கூட்டல்விதி என்றும் எண்ணுதலின் பெருக்கல்விதி என்றும் இருவகைப்படும்.

எண்ணுதலின் அடிப்படை கூட்டல் விதி:

ஒரு நிகழ்வு m வழிகளிலும், மற்றொரு நிகழ்வு n வழிகளிலும் நடந்தால் அவற்றில் ஏதேனும் ஒன்று ஒரே நேரத்தில் நடக்கலாம் அல்லது இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் நடந்தால் அதை $m + n$ வழிகளில் நடக்கும் என்று கருதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.1

ஒரு பெட்டியில் 5 சிவப்பு நிற பந்துகளும், 6 பச்சை நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. ஒருவர் அப்பெட்டியிலிருந்து ஒரு சிவப்பு பந்தையோ, பச்சை பந்தையோ எடுக்க வேண்டுமெனில் எத்தனை வழிகளில் அவர் எடுக்க முடியும்?

தீர்வு:

பெட்டியில் உள்ள, 5 சிவப்பு நிற பந்துகளை 5 வழிகளிலும், 6 பச்சை நிற பந்துகளை 6 வழிகளிலும் தெரிவு செய்யலாம். எண்ணுதலின் அடிப்படை கூட்டல் விதியின்படி, ஒரு சிவப்பு அல்லது பச்சை நிற பந்தினைத் தெரிவு செய்ய $5 + 6 = 11$ வழிகள் உள்ளன.

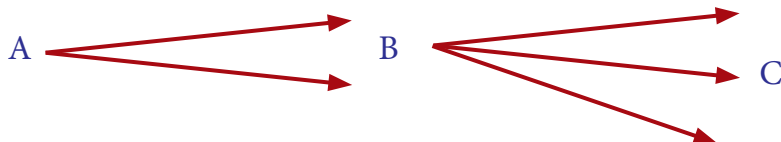
எண்ணுதலின் அடிப்படை பெருக்கல் விதி:

சார்பற்ற இரு நிகழ்ச்சிகளில் ஒரு நிகழ்ச்சி m வழிகளிலும் மற்றொரு நிகழ்ச்சி n வழிகளிலும் நடந்தால் இரு நிகழ்ச்சிகளும் ஒரே நேரத்தில் $m \times n$ வழிகளில் நடக்கும் என கருதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.2

ஒருவர் A என்ற இடத்திலிருந்து C என்ற இடத்திற்கு B வழியாகச் செல்ல வேண்டும். A யிலிருந்து B வரை செல்ல இரு வழிகளும், B இலிருந்து C வரை செல்ல மூன்று வழிகளும் உள்ளன. அவ்வாறெனில் அவர் எத்தனை வழிகளில் A இலிருந்து C க்கு செல்லலாம்?

தீர்வு:



7.5 நுண்கணிதம் பற்றிய அறிமுகம் (Introduction to Elementary calculus)

புள்ளியியலில் தொடர்ச்சியான வாய்ப்பு மாறிகளைப் (continuous random variables) பற்றியும் அவற்றைப் பயன்படுத்திக் கணக்குகளைச் செய்வதற்கு முற்படுமுன் உயர்நிலை கணிதத்தில் உள்ள நுண்கணிதம் என்ற பகுதியில் உள்ள வகையிடல் மற்றும் தொகையிடல் பற்றிய அடிப்படையறிவு நமக்குத் தேவைப்படுகிறது.

எனவே புள்ளியியலில் பயன்படும் நுண்கணிதப் பகுதிகளில் உள்ள எளிய கருத்துகளையும், விதிகளையும் இப்பாடத்தில் அறிமுகப்படுத்துகிறோம்.

7.5.1 வகையிடல் (Differentiation)

சார்புகள் மற்றும் சார்பு மதிப்புகள் பற்றி முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றிருக்கிறோம். சார்பு மதிப்பு என்பது மிகச் சரியான மதிப்பாகும். ஏதேனும் ஒரு சார்பு $f(x)$ க்கு $x = a$ எனும்போது, $f(a) = k$ என்பதாகும். சார்பு மதிப்பிற்கு மிகவும் நெருக்கமான மதிப்பு எல்லை மதிப்பு எனப்படும். எல்லை மதிப்பு என்பது தோராயமான மதிப்புதான். ஆனால் அது k என்ற சார்பு மதிப்பிற்கு மிகமிக நெருக்கமாகவும் ஏறத்தாழ சார்பு மதிப்பிற்குச் சமமாகவும் இருக்கும்.

சார்பு மதிப்பு 4 எனில் எல்லைமதிப்பு 4.00000001 ஆகவோ 3.99999994 ஆகவோ இருக்கும். இங்கு சார்பு மதிப்பும் எல்லை மதிப்பும் ஏறத்தாழ சமமாக இருப்பதைக் காண்கிறோம். அவற்றிற்கிடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை என்பதை அறிகிறோம். எனவே பல சமயங்களில் சில சிக்கலான தீர்வுகளுக்கு எல்லை மதிப்புகளைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

x ன் மதிப்பு 2i நோக்கிச் செல்லுமாயின், அச்சார்பின் எல்லை மதிப்பு $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = l$ என்றுகுறிக்கப்படும். எல்லைமதிப்புகளில்ஒருசிறப்பானஎல்லைமதிப்பான $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ என்பது பொருத்தமான மதிப்பாக இருக்குமேயானால், அந்த எல்லை மதிப்பை x ஐப் பொருத்த f என்ற சார்பின் வகைக்கெழு என்கிறோம். அதை $f'(x)$ என்று குறிப்பிடுகிறோம். y என்பது x இன் சார்பு எனில், அது வகைக்கெழு மதிப்பையும் பெற்றிருக்குமானால், x ஐப் பொருத்த y இன் வகைக் கெழுவை $\frac{dy}{dx}$ என்று குறிப்பிடுகிறோம். இம்முறையில் எல்லை மதிப்புகளின் வகைக்கெழு காண்பது வகையிடல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

வகையிடலில் சில விதிகள்:

- (i) மாறிலியின் வகைக்கெழு, பூச்சியம் ஆகும். அதாவது c என்பது மாறிலி எனில் $f'(c) = 0$
- (ii) u என்பது x இன் சார்பு மாறி, k என்பது மாறிலி மற்றும் வகையிடலைக் குறிக்க ' (dash) $[k u]' = k[u]'$
- (iii) $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- (iv) $(u v)' = u'v + u v'$
- (v) $\left[\frac{u}{v} \right]' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

அடிப்படை நிகழ்தகவு கோட்பாடுகள்



பிளெய்சி பாஸ்கல்

(19 சூன் 1623 –
19 ஆகஸ்ட் 1662)

பிளெய்சி பாஸ்கல், பிரான்ஸ் நாட்டில் பிறந்த கணிதவியலார். அவரே நவீன நிகழ்தகவு பற்றிய கருத்துக்களுக்கு அடிப்படையானவர். அவர் குழந்தையிலேயே மேதையாக விளங்கியவர். 1642ஆம் ஆண்டு, இளம் பதிற்பருவத்திலேயே கணக்கிடும் கருவிகள் பற்றி ஆய்வுகள் மேற்கொண்டார். பின் மூன்றாண்டுகளுக்குப் பின் 20 கணக்கிடும் கருவிகளை உருவாக்கினார். அவை பாஸ்கலின் கணிப்பான்கள் என்று அழைக்கப்பட்டன. பின் வந்த 10 ஆண்டுகளில், எந்திர கணிப்பான் கண்டுபிடித்த இருவரில் இவரும் ஒருவர்.

பாஸ்கல் தன் 16ஆம் வயதில், வீழலியல் வடிவியல் என்ற துறையில் ஒரு சிறந்த கட்டுரையை வெளியிட்டார். பெர்மாட் என்பவருடன் இணைந்து நிகழ்தகவு கருத்தாக்கங்களை உருவாக்கியுள்ளார். அது பொருளியியல் மற்றும் சமூக அறிவியலில் பெரும் தாக்கங்களை ஏற்படுத்தியுள்ளது. பாஸ்கல் வாழ்ந்த காலத்தில் அவரது கருத்துகள் பெரும்பாலும் பல்வேறு எதிர்ப்புகளைச் சந்தித்த பின்னர் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டன.

'அறிவார்ந்த கற்பனைத் திறன் எப்போதும் தனக்கே உரிய தடுப்பு நிலைகளுடன் நிகழ்தகவின் வரம்புகளுக்குள்ளேயே அமைகிறது'.

- தாமஸ் ஹக்லி

நோக்கங்கள்:



- ★ வாய்ப்பு மாறி, முயற்சி, நிகழ்ச்சி, கூறுவெளி பற்றி அறிதல்.
- ★ நிகழ்தகவு தேற்றங்களைப் புரிந்து கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- ★ சாரா நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் பெருக்கல் தேற்றத்தை புரிந்து கொள்ளுதல்.
- ★ நிபந்தனை நிகழ்தகவு பற்றி விவரித்தல்.
- ★ பேயெஸின் தேற்றத்தை கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.



அறிமுகம்

ஒவ்வொரு அறிவியல் ஆய்வும் 'நிகழ்ச்சி'யின் விளைவு நடக்கும் அல்லது நடக்காது என்ற இயற்கை நிகழ்வுகளின் பாங்காக அமையும் என்பதைக் காண நடத்தப்படுகிறது. நடைமுறை வாழ்க்கையில் பல நிகழ்ச்சிகள் நிச்சயமற்ற நிலையில் நடக்கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக,

- கொடுக்கப்பட்ட ரேடிய அணுவின் சிதைவானது குறிப்பிடப்பட்ட கால அளவில் சிதையலாம், சிதையாமலும் இருக்கலாம்.
- மழைக்காலங்களில் தாவரங்கள் பொதுக்காரணிகளால் பாதிக்கப்படலாம், பாதிக்கப்படாமலும் இருக்கலாம்.
- தங்கத்தின் விலை அதிகரிக்கும் நிகழ்ச்சி ஒரு நாட்டின் பொருளாதார நிலையுடன் தொடர்புடையது.
- புற்று நோயாளிக்கு நோயைக் குணப்படுத்த குறிப்பிட்ட கால அளவில் கொடுக்கப்படும் மருந்து.

மேற்கூறிய நிகழ்வுகளில் ஒரு நிச்சயமற்ற நிலை நிலவுகிறது. ஒரு மாணவனுக்குக் கூட ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்தில் குறிப்பிட்ட பாடப்பகுதியில் ஒரு குறிப்பிட்ட வினா தேர்வில் கேட்கப்படலாம் என்ற நிச்சயமற்ற நிலை உள்ளது. எனினும், மாணவன் தேர்வுக்கு தயாராகும் பொழுது ஒரு வினாவை ஆழமாகப் படிக்கலாம் அல்லது அவ்வினாவை தேர்ந்தெடுக்காமல் விட்டு விடலாம் என்ற ஒரு முடிவெடுக்க கட்டாயப்படுத்தப்படுகிறான். சுருக்கமாகக் கூறின் ஒருவர் நிச்சயமற்ற நிலையை உணர்ந்து, அறிவுப்பூர்வமாக முடிவெடுக்க வேண்டியுள்ளது.

இம்மாதிரியான சூழ்நிலையில், வாய்ப்பு பற்றிய அறிவு அல்லது நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு காணுதல் பற்றிய ஆர்வம் முக்கியத்துவம் பெறுவதால் இது கட்டாயமாகிறது. நடைமுறை வாழ்க்கையில் வாய்ப்புகளின் மதிப்புகள் அல்லது நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு காணுதல் மிகவும் அவசியமாகிறது. நிகழ்தகவைப் பற்றி வரையறுக்கும் முன்பு மாணவர்கள் பின்வரும் சொற்களைப் பற்றி அறிந்திருக்க வேண்டும்.

8.1 வாய்ப்பு சோதனை, கூறுவெளி, கூறுபுள்ளி, நிகழ்ச்சி

புள்ளியியலில் சோதனை என்பது 'ஒரு விளைவை ஏற்படுத்துவதற்கான முயற்சி'. அது ஆய்வகத்தில் செய்யப்படும் சோதனையாக இருக்கவேண்டிய அவசியமில்லை

வாய்ப்பு சோதனை: ஒரு சோதனையானது பின்வரும் நிலைகளில் உள்ள போது "வாய்ப்பு சோதனை" எனப்படுகிறது.

- (i) முன்கூட்டியே அனைத்து விளைவுகளையும் கணிக்க இயலும்.
- (ii) முயற்சியின் விளைவை முன்கூட்டியே கூற இயலாது,
- (iii) ஒரே சூழ்நிலையில் எத்தனை முறை வேண்டுமானாலும் மீண்டும் மீண்டும் செய்ய இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.4

உயிருள்ள அல்லது உயிரற்ற பொருட்களின் ஆயுட்காலம் கணக்கிடப்படும் சோதனையின் கூறுவெளி

$$S = \{x: x \geq 0\},$$

x ஆயுட்காலத்தைக் குறிக்கும். இது எண்ண இயலாத கூறுவெளிக்கு எடுத்துக்காட்டாகும்.

நிகழ்ச்சி:

கூறுவெளியின் உட்கணம் ஒரு நிகழ்ச்சியாகும்.

இப்பாடத்தில் நிகழ்ச்சிகளை ஆங்கில பெரிய எழுத்துகளிலும் (Capital Letters) அதன் உறுப்புகள் ஆங்கில சிறிய எழுத்துகளிலும் (Small Letters) குறிக்கப்படுகிறது.

எ.கா. 8.2 இல் குடும்பங்களில் மூத்த பெண் குழந்தையாக இருக்கும் நிகழ்ச்சியை

$$A = \{g, gb, gg\}$$

குடும்பங்களில் ஒரு குழந்தை ஆண் குழந்தையாக இருக்கும் நிகழ்ச்சியை

$$B = \{b, bg, gb\}.$$

எடுத்துக்காட்டு 8.4 இல் உட்கணம் $A = \{x: 0 < x \leq 5000\}$ என்பது பொருட்களின் ஆயுட்காலம் அதிகபட்சம் 5000 மணி நேரம் என்ற நிகழ்ச்சியை குறிக்கும்.

8.1.1 ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் (Mutually exclusive events)

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகளாயின், அவற்றில் ஏதேனும் ஒன்று நடக்கும் சமயத்தில் வேறு எந்த நிகழ்ச்சியும் நடைபெற இயலாது. ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் ஒரே சமயத்தில் நடைபெற இயலாது.

குறிப்பாக, நிகழ்ச்சி A மற்றும் B ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில் அவை வெட்டாக் கணங்களாகும்., அதாவது, $A \cap B = \emptyset$

எடுத்துக்காட்டாக,

ஒரு பகடை உருட்டும் போது $A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $B = \{4, 5, 6\}$ என்பவை இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் என்க. இங்கு $A \cap B = \emptyset$. எனவே A மற்றும் B ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகளாகும்.



8.2 நிகழ்தகவின் வரையறைகள்:

நிகழ்தகவு என்பது நிச்சயமற்ற நிகழ்வின் அளவீடு, நிகழ்தகவு கணக்கிடுவதற்கு மூன்று வெவ்வேறு வகையான அணுகுமுறைகள் உள்ளன.

$$\text{i.e. } n(s) = 16C_3 = \frac{16 \times 15 \times 14}{1 \times 2 \times 3} = 560$$

12 மாணவர்களிலிருந்து 3 மாணவர்களை $12C_3$ வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்

$$\text{i.e. } n(A) = 12C_3 = \frac{12 \times 11 \times 10}{1 \times 2 \times 3} = 220$$

$$\begin{aligned} \text{தேவையான நிகழ்தகவு } P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{220}{560} = \frac{11}{28} \\ &= 0.392 \end{aligned}$$

8.2.2 புள்ளியியல் நிகழ்தகவு (சார் நிகழ்வெண் / பிந்தைய அணுகுமுறை)

ஒரு வாய்ப்பு சோதனை முறை திரும்பத் திரும்ப ஒரே மாதிரியான சூழ்நிலையில் செய்யப்பட்டால், A என்ற நிகழ்ச்சி $n(A)$ முறை நிகழ்ந்தால், நிகழ்ச்சி A நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n} \text{ என வான்மைஸஸ் (Von Mises) வரையறை செய்கிறார்.}$$

இந்த அணுகுமுறையில் நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதற்கான அனுபவ ஆதாரத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு நிகழ்தகவு கணக்கிடப்படுவதால் அது **சார் நிகழ்வெண் அல்லது பிந்தைய நிகழ்தகவு** எனப்படும்.

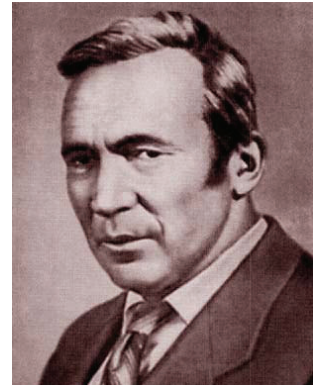


குறிப்பு:

சில சோதனைகளைத் திரும்பத் திரும்ப செய்ய இயலாது என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். அந்நிகழ்வுகளில் சார் நிகழ்வெண் அணுகுமுறையை செயல்படுத்த இயலாது. பாரம்பரிய அணுகுமுறையில் நிகழ்தகவு கணக்கிட, கூறுவெளி முடிவுறு கணமாக இருத்தல் வேண்டும். இந்நிகழ்வு அரிதாகும் ஆதலால் கணித நிகழ்தகவு மற்றும் புள்ளியியல் நிகழ்தகவுகளில் உள்ள வரம்புகளை களைய அடுத்த பகுதியில் நிகழ்தகவு கோட்பாடு அணுகுமுறையை அளிக்கிறோம்

8.3 நிகழ்தகவுக் கோட்பாடு (Probability theory) :

சோவியத் கணிதவியலாளர் ஆண்ட்ரே நிக்கோலேவிச் கோல்மோகோரவ் (Probability theory, Topology, Intuitionistic logic, Turbulence theory..., Wikipedia) ஆகியவற்றில் குறிப்பிடத்தக்க பங்களிப்பு செய்துள்ளார். 1993 இல் நிகழ்தகவு கோட்பாடு அணுகுமுறையை அறிந்தார். எளிய, ஐயமற்ற கூற்றுகள் கொண்ட அக்கோட்பாட்டை நிரூபணமின்றி அளித்தார். புதிய முடிவுகளை இக்கோட்பாட்டைக் கொண்டு காண இயலும். அவை தேற்றங்களாயின.



A.N. கோல்மோகோரவ்

8.3.1 நிகழ்தகவுக் கோட்பாடு அணுகுமுறை:

ஒரு வாய்ப்பு சோதனையின் கூறுவெளி S என்க. ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சி $A \in S$ க்கும் $P(A)$ என்ற எண் உள்ளது எனில் $P(A)$, $A \in S$ என்பது A இன் நிகழ்தகவு என்று அழைக்கப்படும்.



வாய்ப்பு மாறிகளும் கணித எதிர்பார்ப்பும்



சைமன் டெனிஸ் பாய்சான்
(21 சூன், 1781 – 25 ஏப்ரல், 1840)

சைமன் டெனிஸ் பாய்சான் என்பவர் பிரான்ஸ் நாட்டைச் சார்ந்த கணிதவியலார். வரையறுத்த தொகையிடல், மின்காந்தவியல், நிகழ்தகவு ஆகியவற்றில் அவரது பங்கு குறிப்பிடத்தக்கது. பாய்சானின் மிகப் பெரிய ஆய்வு நிகழ்தகவு பற்றியதாகும். பாய்சான் பரவல் மிக முக்கிய கண்டுபிடிப்பாகும். அவரது பங்களிப்பான பெரும் எண்களின் பரவல் விதி ஈருறுப்பு பரவலை தோராயமாக்குவதில் மிக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாகும்.

பாய்சான் பரவல் இப்போது ரேடியோ செயல்கள், போக்குவரத்து, காலம் அல்லது வெளிகளில் இடம்பெறும் நிகழ்ச்சிகளில் அமையும் ராண்டம் நிகழ்வுகள் போன்றவற்றிற்கு அடிப்படையாக விளங்குகிறது.

‘பிரபஞ்சத்தில் உள்ள எல்லாமே வாய்ப்புகளை எதிர்நோக்கியே காத்திருக்கிறது’.

- டெமாக்ரிடஸ்

நோக்கங்கள்



- வாய்ப்பு மாறியின் முக்கியத்துவத்தைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- வாய்ப்பு மாறியின் வகைகளை அறிந்து கொள்ளுதல்.
- நிகழ்தகவு சார்புகளின் வகைகளைத் தெரிந்து கொள்ளுதல்.
- குவிவு பரவல் சார்பின் பண்புகளை அறிதல்.
- எதிர்பார்ப்பின் கருத்தினைத் தெரிந்து கொள்ளுதல்.
- எதிர்பார்ப்பின் தேற்றங்களை ஆய்வு செய்தல்.
- விலக்கப்பெருக்குத் தொகை உருவாக்கும் சார்பு மற்றும் சிறப்பியல்புச் சார்பினை வேறுபடுத்துதல்.



அறிமுகம்

நாம் சென்ற பாடப்பகுதியில் நிகழ்தகவு பற்றி படித்துள்ளோம். நிகழ்தகவு கூறுகளின் தொடர்ச்சியாக வாய்ப்பு மாறி மற்றும் நிகழ்தகவு பரவல்கள் ஆகிய இரு வேறு கருத்துக்களில் கவனம் செலுத்த வேண்டியுள்ளது. நிகழ்தகவு பரவலின் வரையறையைப் பற்றி படிப்பதற்குமுன் வாய்ப்பு மாறியைப்பற்றி தெரிந்து கொள்வது மிகவும் முக்கியம் மற்றும் அவசியமாகிறது. பொதுவாக ஒரு சோதனையானது சில குறிப்பிட்ட நிபந்தனையின் அடிப்படையில் திரும்ப திரும்ப நடத்தப்பெற்றால் மாறிகளுக்குக் கிடைக்கப் பெறும் மதிப்புகள் சமமாக அமையும். எனினும் சில சமயங்களில் ஒரே மாதிரியான சோதனையில் வெவ்வேறு விளைவுகள் கிடைக்கப்பெறுகின்றன. இதன் விளைவாக மாறிகள் பெறும் மதிப்புகள் தீர்மானிக்க இயலாத நிலையில் சோதனை, வாய்ப்பு சோதனையாகிறது.

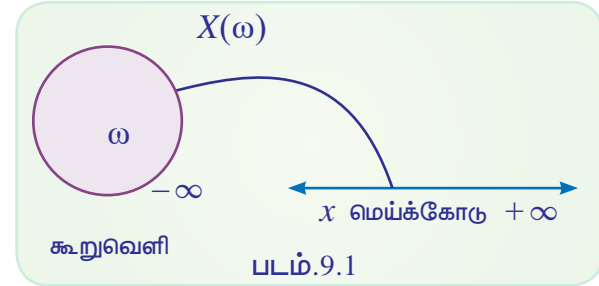
நாம் வாய்ப்பு சோதனை, கூறுபுள்ளி, கூறுவெளி மற்றும் நிகழ்ச்சி ஆகியவற்றை முன்பே படித்துள்ளோம். வாய்ப்பு சோதனையில் கூறுவெளியில் உள்ள மதிப்புகளைவிட அவற்றுடன் தொடர்புடைய எண்களுக்கு (x) முக்கியத்துவம் தரப்படுகிறது. இம்மதிப்புகள் ஒவ்வொரு சோதனையின் விளைவுகளுக்கு ஏற்ப மாறுபடும். எனவே இது மாறி எனப்படும். இம்மாதிரியான தருணங்களில் வாய்ப்பு மாறி என்ற தனித்துவமிக்க மாறி தேவையாகிறது. வாய்ப்பு சோதனையின் விளைவுகளுடன் தொடர்புடைய மாறி வாய்ப்பு மாறி எனப்படும்.

9.1 வாய்ப்பு மாறி

வரையறை

S என்பது வாய்ப்பு சோதனையின் கூறுவெளி வாய்ப்பு சோதனையின் விளைவுகள் மெய் எண்களோடு தொடர்புகொள்ளுமாறு அமைக்கப் பெறுவதை வாய்ப்பு மாறி X என்கிறோம். அதாவது ஒரு மாறியில் பெறப்படும் எண்கள் ஒரு வாய்ப்பு

சோதனையின் விளைவுகளால் பெறப்பட்ட எண்களாக இருந்தால் அது வாய்ப்பு மாறி எனப்படும். ஒரு வாய்ப்பு சோதனையில் கூறுவெளியில் உள்ள ஒவ்வொரு விளைவிற்கும் (ω) ஒரே ஒரு மெய்யெண் x (வாய்ப்பு மாறி பெறும் மதிப்பு) உடன் தொடர்புடையது. அதாவது $X(\omega) = x$



பொதுவாக வாய்ப்பு மாறிகள் $X, Y, Z \dots$ என்ற பெரிய ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும். அவைபெறும் மதிப்புகள் x, y, q என்னும் ஆங்கில சிறிய எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும். எடுத்துக்காட்டாக ஓ ஒரு வாய்ப்பு மாறி எனில் பெறும் மதிப்புகள் $x_1, x_2 \dots$ என்று குறிக்கப்படுகின்றன எடுத்துக்காட்டாக,

(i) வாய்ப்பு சோதனை: பகடை உருட்டுதல்

கூறுவெளி $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

வாய்ப்பு மாறி X பகடையில் தோன்றும் எண்கள்



ஜேக்கப் பெர்னோலி
(6 சனவரி 1655 – 16 ஆகஸ்ட் 1705)

ஜேக்கப் பெர்னோலி ஸ்விட்சர்லாந்தில், பேஸல் என்ற ஊரில் பிறந்த கணிதவியலாளர் ஆவார். அவரது பெற்றோர் விருப்பத்திற்கு எதிராக கணிதமும் வானவியலும் கற்று பின்னாட்களில் பெரும் சாதனை புரிந்துள்ளார். 1676ஆம் ஆண்டிலிருந்து 1682ஆம் ஆண்டுவரை ஐரோப்பா முழுவதும் பயணித்து அக்காலத்தில் உள்ள கணித கண்டுபிடிப்புகள் பலவற்றையும் கற்றறிந்தார்.

அவரது முதல் முக்கிய பங்களிப்பாக, அளவையியலும் இயற்கணிதமும் என்ற தலைப்பில் அறிக்கைக் குறிப்பாக 1685ஆம் ஆண்டு வெளியிட்டார். பிறகு நிகழ்தகவு பற்றியும் 1687ஆம் ஆண்டு வடிவியலில் சிலவற்றையும் வெளியிட்டார். ஜேக்கப் பெர்னோலியின் 1690 ஆம் ஆண்டு வெளியிடப்பட்ட கட்டுரையில் நுண்கணிதத்தின் வரலாறு பற்றியது மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாகும். அதில் தான் தொகையிடல் பற்றிய சொல் பொருளோடு பயன்படுத்தப்பட்டது. 1683ஆம் ஆண்டு கண்டுபிடித்த என்ற மாறிலி கூட்டுவட்டியுடன் தொடர்புடைய $(1 + 1/n)^{1/n}$ என்ற கோவை சார்ந்ததாகும் என்று கண்டறிந்தார்

'சிறந்த குடிமகனாக விளங்கும் ஒவ்வொருவரும் என்றாவது ஒரு நாள் படிப்பதிலும் எழுதுவதிலும் புள்ளியியல் சார்ந்த எண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியே ஆக வேண்டும் என்ற நிலை வந்தே தீரும்'.

– எச்.ஜி.வெல்ஸ்

நோக்கங்கள்:



- ★ நிகழ்தகவுப் பரவலை அறிந்து கொள்ளுதல்
- ★ தனித்த மற்றும் தொடர் பரவலை வேறுபடுத்துதல்
- ★ ஈருறுப்பு மற்றும் பாய்சான் பரவலைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் காணல்
- ★ சீரான மற்றும் இயல்நிலைப் பரவலைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் கணக்கிடுதல்
- ★ பொருத்துதலை வெவ்வேறு பரவல்களுக்கு உபயோகித்தல்



அறிமுகம்:

முந்தைய பாடங்களில், சில வாய்ப்பு மாறிகளுக்கான நிகழ்தகவுப் பரவல்கள் அமைக்கும் முறைகளைக் கற்றோம். அப்பரவல்களில் நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் அவை இடம் பெறும் சோதனைகளைப் பொறுத்தே வாய்ப்பு மாறிகளின் மதிப்புகளைப் பெறமுடியும் என்பதை அறிந்தோம்.

இப்பாடத்தில் இன்னும் பல கருத்தியியல் பரவல்களைப் பற்றி கற்கப் போகிறோம். இப்பரவல்களில், நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளை, சில நிபந்தனைகள் மற்றும் அனுமானங்களைக் கொண்டு பெறப்பட்ட சூத்திரத்தின்படி பெறுகிறோம். பல நிகழ்தகவு பரவல்கள் இருப்பினும், மிக முக்கியமான பரவல்கள் பெர்னெளலி, ஈருறுப்பு, பாய்சான், இயல்நிலை மற்றும் சீரான பரவல்கள் ஆகும்.

நடைமுறைச் சூழல்களில், வாய்ப்பு சோதனையின் சூழலை நன்குணர்ந்து, அதற்கு ஏற்ற நிகழ்தகவு பரவலைக் கண்டு தேவையானவற்றைப் பெறவேண்டும். நிகழ்தகவு பரவல்களில் இடம்பெறும் மையபோக்கு சிதறல் அளவைகள் மற்றும் சமச்சீர் தன்மை ஆகியவற்றைப் பற்றியும் கற்கவிருக்கிறோம்.

10.1 தனித்த பரவல்கள்.

10.1.1 பெர்னெளலின் பரவல்:

இது ஜேம்ஸ் பெர்னெளலி (1654–1705) என்ற ஒரு சுவிஸ் கணித வல்லுநரால் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. இப்பரவல் ஒரே ஒரு முயற்சியைக் கொண்டுள்ளது. இம்முயற்சியில் வெற்றி, தோல்வி இரு விளைவுகள் மட்டுமே உள்ளது. வெற்றியின் நிகழ்தகவு p எனில் தோல்வியின் நிகழ்தகவு $q = 1 - p$ என்கிறோம்.

வரையறை:

ஒரு வாய்ப்பு மாறி ஒரு பெர்னெளலி பரவலைக் கொண்டு இருக்கிறது எனில் அதன் நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பானது.

$$P(X = x) = \begin{cases} p^x q^{1-x} & x = 0, 1 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases}$$

பெர்னெளலின் பரவலின் பண்புகள்:

(i) முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை 1

(ii) $q = 1 - p$

(iii) பரவலின் முக்கிய அளவைகள்

(iv) (i) சராசரி = p (ii) மாறுபாடு = pq (iii) திட்டவிலக்கம் = \sqrt{pq}

10.1.2 ஈருறுப்பு பரவல்

அறிமுகம்:

ஜேம்ஸ் பெர்னெளலி ஈருறுப்பு பரவலை 1700 ஆம் வருடம் கண்டுபிடித்தார். ஆனால் அவர் இறந்து 8 வருடங்கள் கடந்தபின் 1713-ல் முதல் முறையாக வெளியிடப்பட்டது. சார்பற்ற n பெர்னெளலியின் பரவல்களின் கூடுதலே ஈருறுப்பு பரவல் எனப்படும்.

அதாவது n சார்பற்ற பெர்னெளலி சோதனையில் இருந்து கிடைக்கும் முடிவுகளின் தொகுப்பே ஓர் ஈருறுப்பு பரவலின் விளைவு ஆகும். இங்கு ஒவ்வொரு பெர்னெளலி பரவலில் p என்பது வெற்றியின் நிகழ்தகவு ஆகும். $q=1-p$ என்பது தோல்வியின் நிகழ்தகவு ஆகும்.

வரையறை:

வெற்றிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் வாய்ப்பு மாறி X இன் சார்பற்ற முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை n மற்றும் p என்பது ஒவ்வொரு முயற்சியிலும் உள்ள வெற்றிக்கான நிலையான நிகழ்தகவு எனில், X ன் நிகழ்தகவு திண்மைச் சார்பு

$$P(X = x) = \begin{cases} nC_x p^x q^{n-x} & \text{for } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases} \quad q=1-p$$



குறிப்பு:

- X என்பது ஓர் ஈருறுப்பு வாய்ப்பு மாறி எனில், $X \sim B(n, p)$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.
- n, p என்பவை இப்பரவலின் பண்பளவைகள் ஆகும்
- $(q+p)^n$ இல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் இப்பரவலில் உள்ள நிகழ்தகவுகளின் மதிப்புகள் ஆகும்.

ஈருறுப்பு பரவலுக்கான நிபந்தனைகள்:

கீழ்க்கண்ட சோதனைகளின் நிபந்தனைகள் படி நாம் ஒரு ஈருறுப்பு பரவலைப் பெறுகிறோம்.

- முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை n ஒரு முடிவுறு எண் ஆகும்.
- ஒவ்வொரு முயற்சியும் மற்ற முயற்சிகளோடு சார்ந்ததல்ல.
- ஒவ்வொரு முயற்சியும் மற்ற முயற்சிகளோடு சார்ந்ததல்ல.
- ஒவ்வொரு முயற்சியும் ஒரு வெற்றியிலோ அல்லது ஒரு தோல்வியிலோ முடியும்.



குறிப்பு:

நாணயங்களைச் சுண்டுதல், பகடை உருட்டுதல், திரும்ப வைக்கும் முறையில் சீட்டு கட்டுக்களை எடுத்தல் போன்ற கணக்குகள் ஈருறுப்புப் பரவல் சார்ந்த கணக்குகள் ஆகும்.



23. 'ஓர் ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் முறையே 7 மற்றும் 4' என்ற கூற்றைப் பற்றிய உமது கருத்தைக் கூறுக.
24. $(0.68 + 0.32)^{10}$ என்ற ஈருறுப்பு பரவல், இரண்டு வெற்றிகளுக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
25. ஒரு துறைமுகத்தில், 10 கப்பல்களில் சராசரியாக 8 கப்பல்கள் பாதுகாப்பாக கரை சேருகின்றன எனில், 1600 கப்பல்களில், கரை சேரும் கப்பல்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் காண்க.
26. ஒரு பாய்ஸான் பரவலிற்கு இரு எடுத்துக்காட்டுகள் தருக
27. ஒரு பாய்ஸான் பரவலின் மாறுபாடு 0.5 எனில் $P(X=3)$ ஐ கணக்கிடுக. [$e^{-0.5} = 0.6065$]
28. ஒரு பாய்ஸான் பரவலின் குணங்களைக் கூறுக.
29. X ஓ என்பது ஒரு பாய்ஸான் மாறி என்க. மேலும் $P(X=1) = P(X = 2)$ எனில் அதன் சராசரியைக் கணக்கிடு.
30. ஏன் $U(a, b)$ இ ஒரு செவ்வக பரவல் என அழைக்கப்படுகிறது.
31. $X \sim U(-10, 10)$ எனில் X இன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காண்க.
32. $B(n, p)$ ஆனது, $N(\mu, \sigma^2)$ வாக மாறுவதற்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுக.
33. ஒரு பாய்ஸான் பரவலானது ஒரு இயல் நிலை பரவலாக மாறுவதற்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுக.
34. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ என இருக்கும் போது $P(|X - \mu| < 3\sigma)$ ன் மதிப்பைக் காண்க
35. திட்ட இயல் நிலை பரவலைப் பற்றி ஒரு குறிப்பு வரைக.
36. இயல் நிலை பரவலின் பரப்பு சம்பந்தப்பட்ட பண்புகளைக் கூறுக.

IV. சிறு வினா (ஒரு சொற்றொடரில் விடையளி):

37. ஒரு தானியங்கி இயந்திரம் தயாரித்த திருகுகளில் 10% குறைபாடு உடையன. அத்தயாரிப்புகளிலிருந்து 20 திருகுகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகையில் (i) சரியாக 2 மட்டும் (ii) அதிக பட்சம் 3 மட்டும் (iii) குறைந்தது 2 திருகுகள் குறைபாடு உடையவைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
38. 100 கைக்கடிகாரங்கள் உள்ள ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடுடையன. அதிலிருந்து 10 கைக்கடிகாரங்கள் எடுக்கப்படுகையில் (i) 10 குறைபாடு உடையவையாக (ii) அதிகபட்சம் 3 குறைபாடு உடையவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
39. ஒரு தயாரிப்பாளர் தயாரிக்கும் தொலைக்காட்சிப் பெட்டியில் 5% குறைபாடு உடையன. 100 பெட்டிகள் கொண்ட தொகுப்பாக தொலைக்காட்சி பெட்டிகளை விற்றார். மேலும் 4



பதினொன்றாம் வகுப்பு – புள்ளியியல் செய்முறை

அறிமுகம்

புள்ளியியல் அணுகுமுறைகள் அன்றாட வாழ்வில் நமக்கு முக்கியமானவைகளாகும். உற்பத்தி, நுகர்வு, விநியோகம், வங்கிப்பரிவர்த்தனை மற்றும் காப்பீடு, வணிகம், போக்குவரத்து போன்ற பல்வேறு நடவடிக்கைகள் தொடர்பான தரவுகளின் பகுப்பாய்வில் அவை பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்ய, பல்வேறு புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு முறைகளுள் தகுந்தவற்றை தெரிவு செய்து பயன்படுத்தும் வாய்ப்பினையும் அதற்கான சிந்தனையைத் தூண்டும் வகையில் செய்முறைப் பயிற்சி அமைகிறது.

பதினொன்றாம் வகுப்பு செய்முறைப் பாடப் பகுதியில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தலைப்புகளில் பாடப் பகுதியில் உள்ள எடுத்துக் காட்டுகள் அல்லது பயிற்சி வினாக்கள் அல்லது இவை தொடர்பான வாழ்வியல் சூழலுக்கு ஏற்ற வினாக்கள் கொடுக்கப்படும். செய்முறை வினாத்தாளானது இரு பிரிவுகளைக் கொண்டதாகும். ஒவ்வொரு பிரிவிலும் ஐந்து வினாக்கள் கொடுக்கப்பட்டு, மாணவர்கள் பிரிவிற்கு இரண்டு வினாக்கள் வீதம் மொத்தம் நான்கு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும்.

புள்ளியியல் செய்முறைப் பயிற்சியின் நோக்கங்கள்

- இது ஒத்ததரவுகளுடன் ஒப்பிட உதவுகிறது
- தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்துதல்
- அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட தரவுகளைப் படவடிவத் தரவுகளுடன் ஒப்பிடுதல்
- தரவுகளை வரைபடத்தில் குறித்தல்
- தரவுகளைப் பொருத்தமான படங்களில் குறித்தல்
- படவடிவத்தரவுகளையும் வரைபடத்தரவுகளையும் வேறுபடுத்துதல்
- கணிதச் சராசரிகள் மற்றும் நிலைப்படுத்தப்பட்ட சராசரியைக் கணக்கிடுகிடல்
- கால்மானம், பதின்மானம், நூற்றுமானங்கள் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடல் மற்றும் விளக்குதல்
- பரவல் அல்லது சிதறல் அளவைகள் காணல்
- நிகழ்தகவு தேற்றங்களைப் புரிந்து கொண்டு அவற்றைக் கணக்கீடுகளில் பயன்படுத்துதல்
- கோட்ட அளவைக் கணக்கிடுதல்
- ஈருறுப்பு மற்றும் பாய்சான் பரவல்களைப் பொருத்துதல்

மாணவர்க்கான குறிப்புகள்

மாணவர்கள் அனைத்துச் செய்முறை வகுப்புகளுக்கும் வருகைதர வேண்டும். கருத்தியல் கணக்குகளுக்கும் செய்முறைக் கணக்குகளுக்கும் இடையில் நெருங்கிய தொடர்பு உள்ளது என்பதையும் அவர்கள் நினைவிற் கொள்ள வேண்டும்.

- ❖ கீழ்க்கண்டவற்றைத் தவறாமல் செய்முறை வகுப்புகளுக்குக் கொண்டு வரவேண்டும்
 - செய்முறைக்குறிப்பேடு
 - செய்முறைப்பதிவேடு
 - சீவியபென்சில்
 - அழிப்பான்
 - அளவுகோல்
 - வரைபடத்தாள்