דף נוסחאות

I- תחשיב הפסוקים

גרירות לוגיות IMPLICATIONS LOGICAL	
I1 :	$R \Rightarrow R \vee S$
I2 :	$S \Rightarrow R \vee S$
I3 :	$R \wedge S \Rightarrow R$
I4 :	$R \wedge S \Rightarrow S$
I5 :	$R \text{ and } S \Rightarrow R \wedge S$
I6 :	$\neg R \text{ and } (R \vee S) \Rightarrow S$
I7 :	$S \Rightarrow (R \rightarrow S)$
I8 :	$\neg R \Rightarrow (R \rightarrow S)$
I9 :	$\neg(R \rightarrow S) \Rightarrow R$
I10 :	$\neg(R \rightarrow S) \Rightarrow \neg S$
I11 :	$R \text{ and } (R \rightarrow S) \Rightarrow S$
I12 :	$\neg S \text{ and } (R \rightarrow S) \Rightarrow \neg R$
I13	$(P \rightarrow R) \text{ and } (R \rightarrow S) \Rightarrow P \rightarrow S$
I14	$(P \vee R) \text{ and } (P \rightarrow S) \text{ and } (R \rightarrow S) \Rightarrow S$

שקילויות EQUIVALENCES	
E1 :	$R \vee T \Leftrightarrow T$
E2 :	$R \vee F \Leftrightarrow R$
E3 :	$R \wedge F \Leftrightarrow F$
E4 :	$R \wedge T \Leftrightarrow R$
E5 :	$R \vee R \Leftrightarrow R$
E6 :	$R \wedge R \Leftrightarrow R$
E7 :	$R \vee (\neg R) \Leftrightarrow T$
E8 :	$R \wedge (\neg R) \Leftrightarrow F$
E9 :	$\neg(\neg R) \Leftrightarrow R$
E10 :	$R \vee S \Leftrightarrow S \vee R$
E11 :	$R \wedge S \Leftrightarrow S \wedge R$
E12 :	$R \vee (S \vee Q) \Leftrightarrow (R \vee S) \vee Q$
E13 :	$R \wedge (S \wedge Q) \Leftrightarrow (R \wedge S) \wedge Q$
E14 :	$R \vee (S \wedge Q) \Leftrightarrow (R \vee S) \wedge (R \vee Q)$
E15 :	$R \wedge (S \vee Q) \Leftrightarrow (R \wedge S) \vee (R \wedge Q)$
E16 :	$\neg(R \vee S) \Leftrightarrow \neg R \wedge \neg S$
E17 :	$\neg(R \wedge S) \Leftrightarrow \neg R \vee \neg S$
E18 :	$R \vee (R \wedge S) \Leftrightarrow R$
E19 :	$R \wedge (R \vee S) \Leftrightarrow R$
E20 :	$R \rightarrow S \Leftrightarrow \neg R \vee S$
E21 :	$R \rightarrow S \Leftrightarrow \neg S \rightarrow \neg R$
E22 :	$R \leftrightarrow S \Leftrightarrow (R \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow R)$
E23 :	$R \rightarrow (S \rightarrow Q) \Leftrightarrow (R \wedge S) \rightarrow Q$

II- תחשיב הפרדיקטים

גרירות לוגיות LOGICAL IMPLICATIONS	
:I15	$\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$
:I16	$\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$
:I17	$\exists x\, P(x) \rightarrow \forall x\, Q(x) \Rightarrow \forall x\, (P(x) \rightarrow Q(x))$
:I18	$\forall x P(x) \Rightarrow \exists x P(x)$
: I19	$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x(P(x) \vee Q(x))$
: I20	$\forall x\, (P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall x\, P(x) \rightarrow \forall x\, Q(x)$
: I21	$\forall x\, (P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \exists x\, P(x) \rightarrow \exists x\, Q(x)$
: I22	$\forall x\, P(x) \rightarrow \forall x\, Q(x) \Rightarrow \exists x\, (P(x) \rightarrow Q(x))$
: I23	$\exists x\, \forall y\, P(x,y) \Rightarrow \forall y\, \exists x\, P(x,y)$
:I24	$\forall x\, \exists y\, (P(x,y) \rightarrow Q(x,y)) \Rightarrow \exists x\, \forall y\, P(x,y) \rightarrow \exists x\, \exists y\, Q(x,y)$

שקילויות EQUIVALENCES	
: E24	$\exists x P(x) \Leftrightarrow \neg\forall x\, \neg P(x)$
: E25	$\forall x P(x) \Leftrightarrow \neg\exists x\, \neg P(x)$
: E26	$\exists x (P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$
: E27	$\forall x\, (P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$
: E28	$\exists x\, \exists y\, P(x,y) \Leftrightarrow \exists y\, \exists x\, P(x,y)$
: E29	$\forall x\, \forall y\, P(x,y) \Leftrightarrow \forall y\, \forall x\, P(x,y)$
: E30	$\exists x\, (P(x) \vee Q) \Leftrightarrow \exists x\, P(x) \vee Q$ אם x איננו חופשי ב- Q
: E31	$\exists x(P \vee Q(x)) \Leftrightarrow P \vee \exists x Q(x)$ אם x איננו חופשי ב-P
: E32	$\exists x(P(x) \wedge Q) \Leftrightarrow \exists x P(x) \wedge Q$ אם x איננו חופשי ב-Q
: E33	$\exists x(P \wedge Q(x)) \Leftrightarrow P \wedge \exists x\, Q(x)$ אם x לא חופשי ב- P
: E34	$\forall x(P(x) \vee Q) \Leftrightarrow \forall x\, P(x) \vee Q$ אם x איננו חופשי ב- Q
: E35	$\forall x\, (P \vee Q(x)) \Leftrightarrow P \vee \forall x\, Q(x)$ אם x איננו חופשי ב- P
:E36	$\forall x(P(x) \wedge Q) \Leftrightarrow \forall x P(x) \wedge Q$ אם x איננו חופשי ב-Q
: E37	$\forall x(P \wedge Q(x)) \Leftrightarrow P \wedge \forall x\, Q(x)$ אם x איננו חופשי ב-P
: E38	$Q_1 x P(x) \vee Q_2 y R(y) \Leftrightarrow Q_1 x Q_2 y (P(x) \vee R(y))$
: E39	$Q_1 x P(x) \wedge Q_2 y R(y) \Leftrightarrow Q_1 x Q_2 y (P(x) \wedge R(y))$

(*) בשתי השקילויות האחרונות Q2,Q1 מייצגות אחד משני הכמתים.

מערכת ההיסק L_2

האקסיומה: $A \vee \neg A$

כללי היסק:

R1: הנחות

R2: שימוש בשקילויות וגרירות

R3: דדוקציה

R4: דרך השלילה

R5: מהפסוק $\forall x P(x)$ ניתן להסיק $P(y)$.

R6: מהפסוק $\exists x P(x)$ ניתן להסיק $P(y)$, בתנאים הבאים:

א. y אינו מופיע כמשתנה חופשי בשום הנחה,

ב. y אינו מופיע כמשתנה חופשי בשום שלב קודם בתהליך ההיסק.

R7: מהפסוק $P(y)$ ניתן להסיק $\exists x P(x)$.

R8: מהפסוק $P(y)$ ניתן להסיק $\forall x P(x)$, בתנאים הבאים:

א. y אינו מופיע כמשתנה חופשי בשום הנחה,

ב. y אינו מופיע כמשתנה חופשי בשלב המתקבל על פי כלל 6.

מערכת ההיסק $L_{\rightarrow}$

האקסיומות:

- A1. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
- A2. $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
- A3. $(\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow ((\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta)$

כלל היסק: MP

ניתן להשתמש במשפט הדדוקציה.