

Mathematischer Vorkurs

Robin Heinemann

September 26, 2016

Contents

1	Messwert und Maßeinheit	1
1.1	Beispiel	1
1.2	Bezeichnungen	2
1.3	Maßeinheiten	2
1.3.1	Beispiel:	2
1.3.2	SI-Einheiten	2
2	Zeichen und Zahlen	5
2.1	Summenzeichen	5
2.1.1	Beispiel	5
2.1.2	Rechenregeln	6
2.2	Produktzeichen	7
2.2.1	Beispiel	7
2.3	Fakultätszeichen	7
3	misc	7

1 Messwert und Maßeinheit

Zu jeder phys. Größe gehören Messwert und Maßeinheit, d.h. Zahlewert

.

Einheit

1.1 Beispiel

Geschw.

$$v = \text{km s}^{-1}$$

1.2 Bezeichnungen

Abkürzung	Bedeutung
t	time
m	mass
v	velocity
a	acceleration
F	Force
E	Energy
T	Temperature
p	momentum
I	electric current
V	potential

Wenn das lateinische Alphabet nicht ausreicht: griechische Buchstaben

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \Delta, \Gamma, \epsilon, \zeta, \eta, \Theta, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \Xi, \pi, \rho, \sigma, \tau, \phi, \chi, \psi, \omega, \Omega$

1.3 Maßeinheiten

Maßeinheiten werden über Maßstäbe definiert.

1.3.1 Beispiel:

1 m = Strecke, die das Licht in

$$\frac{1}{299792458} \text{s}$$

zurücklegt.

1.3.2 SI-Einheiten

Internationaler Standard (außer die bösen Amerikaner :D)

Größe	Einheit	Symbol
Länge	Meter	m
Zeit	Sekunden	s
Masse	Kilogramm	kg
elektrischer Strom	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Lichstärke	Candela	cd
ebener Winkel	Radian	rad
Raumwinkel	Steradian	sr
Stoffmenge	Mol	mol

1. Radiant Kreisumfang

$$U = 2\pi r$$

Bogenmaß

$$b = \phi r$$

Umrechnung in Winkelgrad

$$2\pi \text{ rad} \stackrel{\wedge}{=} 360^\circ$$

$$\frac{\text{Winkel in Radiant}}{2\pi} = \frac{\text{Winkel in Grad}}{360}$$

2. Steradian

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

3. Abgeleitete Einheiten

GröÙe	Einheit	Symbol	Equivalent
Frequenz	Hertz	Hz	1/s
Kraft	Newton	N	kg m s ⁻²
Energie	Joule	J	N m
Leistung	Watt	W	J s ⁻¹
Druck	Pascal	Pa	N m ⁻²
elektrischer Ladung	Coulomb	C	A s
elektrisches Potenzial	Volt	V	J C ⁻¹
elektrischer Widerstand	Ohm	Ω	V A ⁻¹
Kapazität	Farad	F	C N ⁻¹
magn. Fluss	Weber	Wb	V s ⁻¹

4. Prefix / Größenordnungen

Prefix	$\log\{10\}$	Abkürzung
Dezi	-1	d
Zenti	-2	c
Milli	-3	m
Mikro	-6	μ
Nano	-9	n
Piko	-12	p
Femto	-15	f
Atto	-18	a
Zepta	-21	z
Yokto	-24	y
Deka	1	D
Hekto	2	h
Kilo	3	k
Mega	6	M
Giga	9	G
Tera	12	T
Peta	15	P
Exa	18	E
Zetta	21	Z
Yotta	24	Y

2 Zeichen und Zahlen

Zeichen	Bedeutung
+	plus
·	mal
=	gleich
<	ist kleiner als
>	ist größer als
∠	Windel zwischen
-	minus
≠	ungleich
≤	kleiner gleich
≥	größer gleich
≈	ungefähr gleich
±	plus oder minus
⊥	steht senkrecht auf
≡	ist identisch gleich
≪	ist klein gegen
≫	ist groß gegen
∞	größer als jede Zahl
→ ∞	eine Größe wächst über alle Grenzen \ Limes
Σ	Summe

2.1 Summenzeichen

2.1.1 Beispiel

•

$$\sum_{n=1}^3 a_n = a_1 + a_2 + a_3$$

- Summe der ersten m natürlichen Zahlen

$$\sum_{n=1}^m n = 1 + 2 + \dots + (m-1) + m = \frac{m(m+1)}{2}$$

- Summe der ersten m Quadrate der natürlichen Zahlen

$$\sum_{n=1}^m n^2 = 1 + 4 + \dots + (m-1)^2 + m^2 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{6}$$

- Summe der ersten m Potenzen einer Zahl ($q \neq 1$)

$$\sum_{n=0}^m q^n = 1 + q + \dots + q^{m-1} + q^m = \frac{1 - q^{m+1}}{1 - q}$$

sog. *geometrische Summe*

– Beweis

$$s_m = 1 + \dots + q^m$$

$$qs_m = q + \dots + q^{m+1}$$

$$s_m - qs_m = s_m(1 - q) = 1 - q^{m+1}$$

2.1.2 Rechenregeln

•

$$\sum_{k=m}^n a_k = \sum_{j=m}^n a_j$$

•

$$c \sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=m}^n ca_k$$

•

$$\sum_{k=m}^n a_k \pm \sum_{j=m}^n b_k = \sum_{k=m}^n (a_k \pm b_k)$$

•

$$\sum_{k=m}^n a_k + \sum_{k=n+1}^p a_k = \sum_{k=m}^p a_k$$

•

$$\sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=m+p}^{n+p} a_{k-p} = \sum_{k=m-p}^{n-p} a_{k+p}$$

•

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{j=1}^m b_j\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_i b_j$$

falls

$$n = m$$

$$\sum_{i,j=1}^n a_i b_j$$

2.2 Produktzeichen

2.2.1 Beispiel

$$\prod_{n=1}^3 a_n = a_1 a_2 a_3$$

2.3 Fakultätszeichen

$$m! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (m-1) \cdot m = \prod_{n=1}^m n$$

3 misc

mathe für physiker vs. analysis klasuren gebündelt auslandssemester