Theoretische Informatik
Prof. Dr. Florin Manea
Dr. Tore Koß

Sommersemester 2025
Georg-August-Universität Göttingen
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Theoretische Informatik

Bearbeitung des 2. Übungsblatts

(20 Punkte)

Abgabe bis Mo., 5. Mai, 7 Uhr.

Um die Klausurzulassung zu erhalten, benötigen Sie mindestens 50% aller erreichbaren Punkte und müssen einmal eine Ihrer Lösungen in einer der Übungsgruppen präsentieren.

Hinweise zur Abgabe der Lösungen:

Die Lösungen der Aufgaben werden im PDF-Format in der Stud.IP-Veranstaltung der Vorlesung über das Vips-Modul hochgeladen. Sie können Ihre Bearbeitungen mit LaTeX, Markdown, o.Ä. formatieren. Eine Abgabe handschriftlicher Lösungen (vorzugsweise eingescannt) ist ebenfalls möglich; achten Sie jedoch bitte auf Lesbarkeit und eine klare Strukturierung.

Aufgabe 1: Einmal mischen bitte! (5 Punkte)

a)

Seien $R_1 = (a|b)a$ und $R_2 = b(a|b)b$ zwei reguläre Ausdrücke und $L_i = \mathcal{L}(R_i)$ die dazugehörigen regulären Sprachen.

Geben Sie alle Worte der folgenden Sprachen in Mengenschreibweise (d.h., eine Menge pro Sprache) und in *längen-lexikographischer*[1] Ordnung an:

$$L_1, L_2, L_1 \cdot L_2, L_1 \cup L_2, L_1 \cap L_2$$

b)

Das *Shuffle-Produkt* $L\#K$ zweier Sprachen $L, K \subseteq \Sigma^*$ ist im Skript $1.5 - 5$ definiert.

Geben Sie alle Worte der Sprache $\{\varepsilon, aab\}\#\{ba\} \subseteq \{a,b\}^*$ ebenfalls in Mengenschreibweise und *längen-lexikographischer* Ordnung an.

[1] Gehen Sie grundsätzlich davon aus, dass die Kleinbuchstaben entsprechend des Alphabets geordnet sind, also $a \prec b \prec c \prec \dots$.

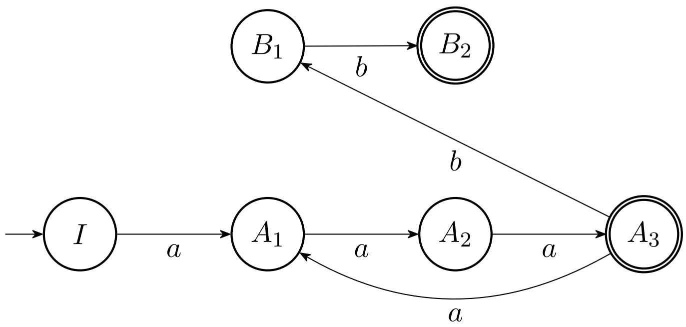
Aufgabe 2: Business as regular (5 Punkte)

Reguläre Ausdrücke ℓ und r heißen äquivalent (als Gleichung geschrieben: $\ell \equiv r$), wenn sie die gleiche Menge von Wörtern beschreiben (d.h. $M_\ell = M_r$). Welche der folgenden Gleichungen gelten, welche nicht? Geben Sie eine Begründung (wenn $\ell = r$) oder ein Beispielwort, das nur von einem der beiden Ausdrücke beschrieben wird (wenn $\ell \neq r$), an.

1. $(a|b)* \equiv (a * |b*)$?
2. $(a|b) * b \equiv a * b(a * b)*$?
3. $(ab|a) * ab \equiv (aa * b)*$?
4. $ab(ab|b) * a \equiv aa * b(aa * b) * a$?

Aufgabe 3: Erkennungsdienst (5 Punkte)

a)



Geben Sie die Sprache, die dieser DFA erkennt, in der Mengenschreibweise an und totalisieren Sie den DFA.

b)

Geben Sie einen DFA für die Sprache L_b aller Wörter über $\{0, a, b\}^*$ an, die maximal drei aufeinanderfolgende Nullen haben.

Aufgabe 4: Wolf, Ziege und Kohl (5 Punkte)

In einem bekannten Rätsel möchte ein Bauer zusammen mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf einen Fluss überqueren, doch das Boot kann außer ihm nur einen weiteren Passagier fassen. Er kann weder den Wolf mit der Ziege, noch die Ziege mit dem Kohl unbeaufsichtigt an einem Ufer lassen, ohne zu riskieren, dass einer aufgefressen wird.

Setzt der Bauer zusammen mit Wolf (bzw. Ziege / Kohlkopf) über den Fluss, so beschreiben wir diesen Übergang einfach als Zeichen W (bzw. Z / K). Setzt der Bauer alleine über, schreiben wir dafür B. Jede Folge solcher „Übersetzen-über-den-Fluss"-Schritte wird beschrieben durch ein Wort über dem Alphabet $\Sigma = \{B, K, W, Z\}$. Das Wort ZB bedeutet zum Beispiel, dass der Bauer zunächst die Ziege auf die andere Seite bringt und alleine zurück fährt. Die Menge der Wörter, die eine Schrittfolge beschreiben, bei der alle lebendig auf der anderen Seite ankommen, ist eine formale Sprache L.

Modellieren Sie einen DFA über Σ, der genau L akzeptiert.