

Bioestadística

“Contraste de Hipótesis”

MSc. Henry Luis López García

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua



Hen1985

Objetivos

- Comprender la lógica de la estimación, a través del contraste de Hipótesis.
- Probar Hipótesis para la media, con varianza conocida y varianza desconocida.

Contenidos

- Conceptos básicos
- Contraste de Hipótesis relacionada con una salo media.
- σ Varianza conocida
- σ Varianza desconocida

Conceptos fundamentales

- En la primer clasificación de los tipos de estudio se tiene un alcance descriptivo, en el segundo, encontramos los de alcance confirmatorio, estos se logran específicamente con los contraste de Hipótesis, aunque por el tiempo asignado a este semestre, solo nos centraremos en el contraste de Hipótesis para la media y la proporción poblacional.

Contraste de Hipótesis

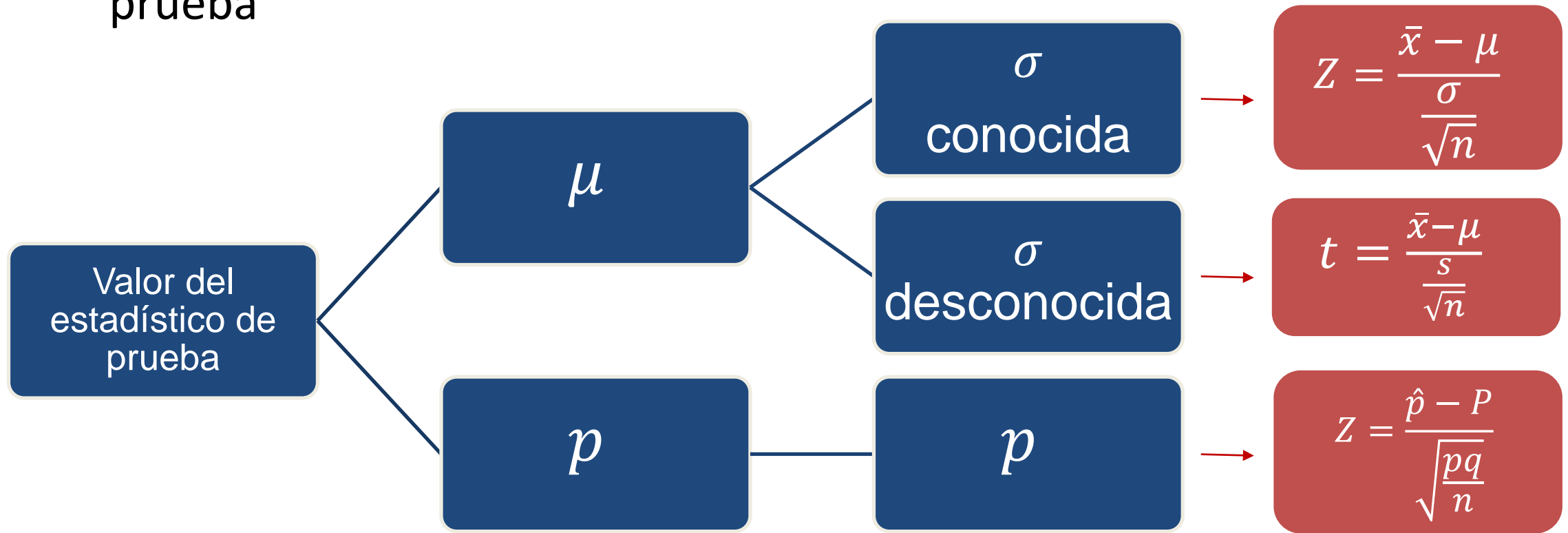
- Una Hipótesis Estadística es una afirmación o conjetura acerca de una o más poblaciones.
- Una prueba de Hipótesis (o prueba de significancia) es un procedimiento para someter a prueba una afirmación acerca de una propiedad (parámetro) de una población.

Contraste de Hipótesis

- **Hipótesis Nula (H_0):** Consiste generalmente en una afirmación concreta sobre la forma de una distribución de probabilidad o sobre el valor de alguno de los parámetros de esa distribución. El nombre de “nula” significa “sin valor, efecto o consecuencia”, partiendo siempre de la igualdad (indicando lo contrario a la alternativa).
- **Hipótesis Alternativa (H_1):** La hipótesis H_1 es la negación de la nula. En la forma simbólica de la hipótesis alternativa debe emplear alguno de estos símbolos: $<$, $>$, o bien, \neq .

Contraste de Hipótesis

- Transformación de datos muestrales en un estadístico de prueba

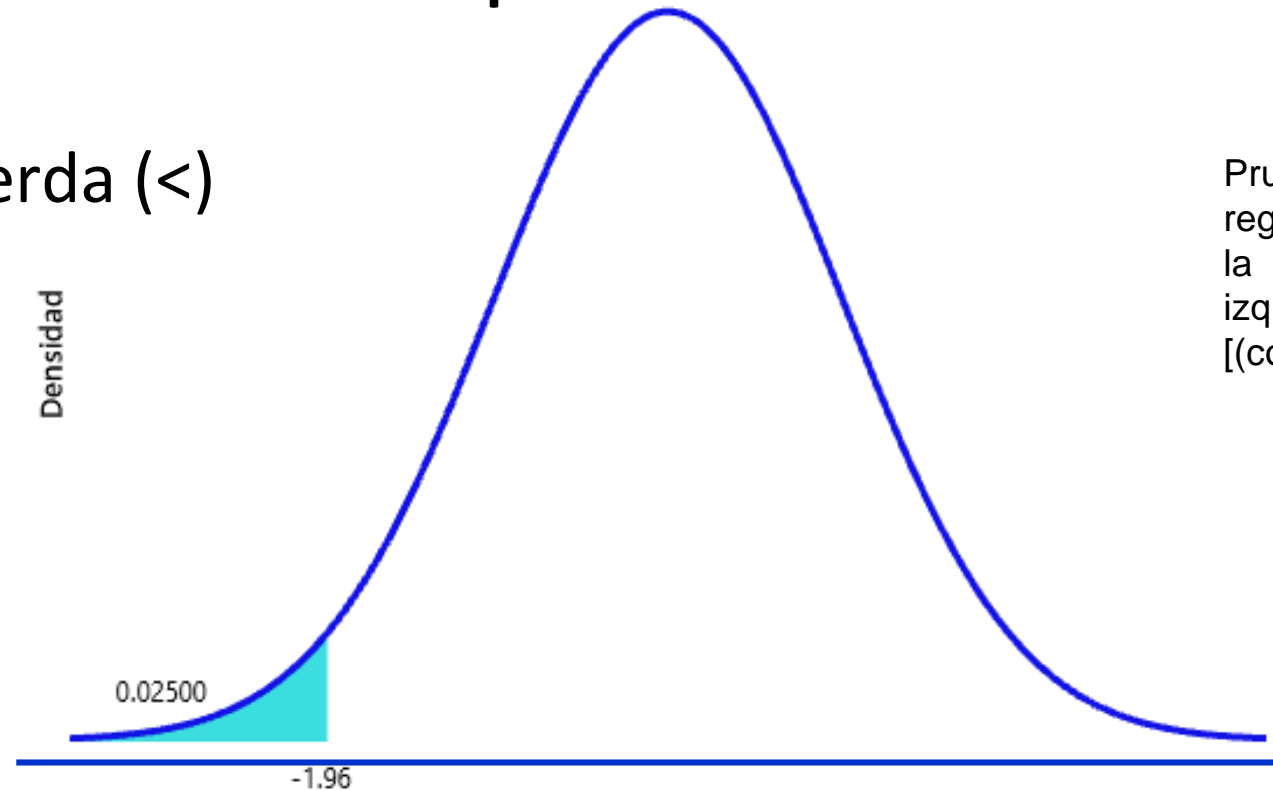


Herramientas para evaluar el estadístico de prueba

- La **región crítica** (o región de rechazo) es el conjunto de todos los valores del estadístico de prueba que pueden provocar que rechacemos la hipótesis nula.
- El **nivel de significancia** (denotado con α) es la probabilidad de que el estadístico de prueba caiga en la región crítica, cuando la hipótesis nula es verdadera. Si el estadístico de prueba cae en la región crítica, rechazamos la hipótesis nula, de manera que α es la probabilidad de cometer el error de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera.
- Un **valor crítico** es cualquier valor que separa la región crítica (donde rechazamos la hipótesis nula) de los valores del estadístico de prueba que no conducen al rechazo de la hipótesis nula. Los valores críticos dependen de la naturaleza de la hipótesis nula, de la distribución muestral que se aplique y del nivel de significancia α .

Tipos de prueba de Hipótesis

- Cola izquierda ($<$)



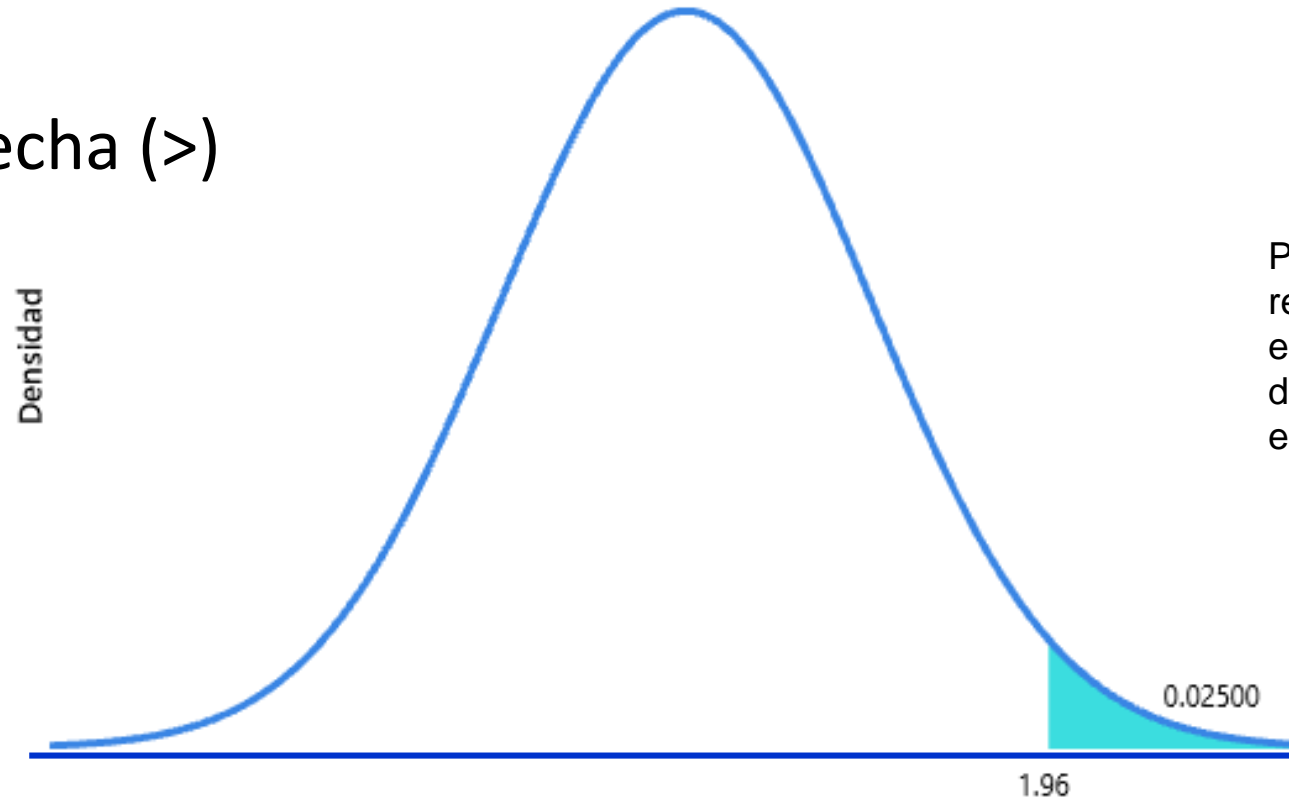
Prueba de cola izquierda: La región crítica se encuentra en la región (cola) extrema izquierda bajo la curva [(como en la figura)].

$$H_1 = \mu < \mu_0$$

Signo usado en H_1 : $<$ Prueba de cola izquierda

Tipos de prueba de Hipótesis

- Cola derecha ($>$)



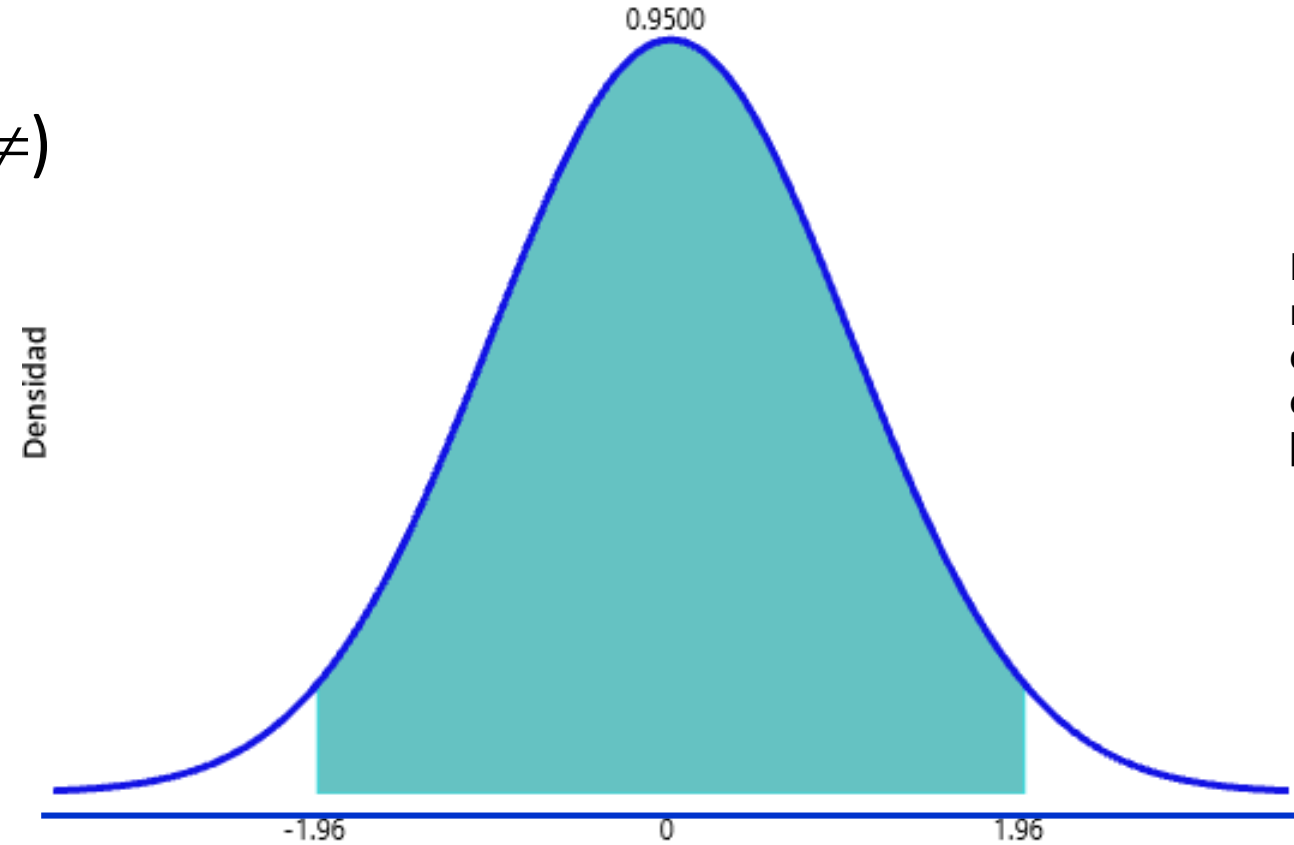
Prueba de cola derecha: La región crítica se encuentra en la región (cola) extrema derecha bajo la curva [como en la figura c)].

$$H_1 = \mu > \mu_0$$

Signo usado en H_1 : $>$ Prueba de cola derecha

Tipos de prueba de Hipótesis

- Dos cola (\neq)



Prueba de dos colas: La región crítica se encuentra en las dos regiones (colas) extremas bajo la curva [como en la figura b)].

$$H_1 = \mu \neq \mu_0$$

Signo usado en H1: \neq Prueba de dos colas

Líneas guías

- Estas guías sirven para determinar cuál hipótesis deberá ser establecida como H_0 y cual como H_1 :
- Si la afirmación sugiere una sola dirección entonces H_1 se establecerá utilizando el símbolo de desigualdad ($<$ o $>$) correspondiente a la dirección sugerida. A qui algunas expresiones claves para este caso, más que, menos que, superior a, inferior a, etc.
- Si la afirmación sugiere una dirección compuesta (igualdad y dirección), entonces esta dirección compuesta completa (\leq o \geq) se expresa como H_0 , pero utilizando únicamente el signo igual y H_1 se da en la dirección opuesta. A qui algunas expresiones claves para este caso: al menos (\geq), igual que ($=$), mayor que ($>$), no mayor que ($<$) .
- Si el enunciado del problema no sugiere ninguna dirección alguna en la afirmación entonces H_1 se establece utilizando el signo (\neq).

Procedimiento para la prueba de Hipótesis

1. Establecer la hipótesis nula H_0 de que $\theta = \theta_0$.
2. Seleccionar una hipótesis alternativa apropiada H_1 de una de las alternativas $\theta < \theta_0$, $\theta > \theta_0$ o $\theta \neq \theta_0$.
3. Seleccionar un nivel de significancia de tamaño α .
4. Seleccionar el estadístico de prueba apropiado y establecer la región crítica. (si la decisión se va a basar en un valor P no es necesario establecer la región crítica).
5. Calcular el valor del estadístico de prueba de los datos muestrales.
6. Decidir: Rechazar H_0 si el estadístico de prueba tiene un valor en la región crítica (o si el valor de P es menor o igual que el nivel de significancia deseado α); de otra forma no rechazar la H_0 .

Prueba relacionado con una sola media varianza conocida

- Criterios de rechazo para la prueba de Hipótesis

Hipótesis nula	Valor de la estadística de prueba bajo H_0
$H_0 = \mu = \mu_0$	$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
Hipótesis alternativa	Criterio de rechazo
$H_1 = \mu \neq \mu_0$	Rechazo H_0 cuando $z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$ o cuando $z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
$H_1 = \mu > \mu_0$	Rechazo H_0 cuando $z \geq z_{1-\alpha}$
$H_1 = \mu < \mu_0$	Rechazo H_0 cuando $z \leq z_{\alpha}$

Prueba relacionado con una sola media varianza desconocida

- Criterios de rechazo para la prueba de Hipótesis

Hipótesis nula	Valor de la estadística de prueba bajo H_0
$H_0 = \mu = \mu_0$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
Hipótesis alternativa	Criterio de rechazo
$H_1 = \mu \neq \mu_0$	Rechazo H_0 cuando $t \leq t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}$ o cuando $t \geq t_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)}$
$H_1 = \mu > \mu_0$	Rechazo H_0 cuando $t \geq t_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)}$
$H_1 = \mu < \mu_0$	Rechazo H_0 cuando $t \leq t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}$

Ejercicios propuestos

1. El Instituto Eléctrico Edison publica cifras del número anual de kilowatts-hora que gastan varios aparatos electrodomésticos. Se afirma que una aspiradora gasta un promedio de 46 kilowatts-hora al año. Si una muestra aleatoria de 12 hogares que se incluye en un estudio planeado se obtienen los siguientes datos en kilowatts-hora, ¿en un nivel de significancia de 0.05 esto sugiere que las aspiradoras gastan, en promedio, menos de 46 kilowatts-hora anualmente? Suponga que la población de kilowatts hora es normal.

54.8 50.2 83.9 50.7 43.3 47.5 35.3 50.3 65.4 36.8 4.4 5.9

Ejercicios propuestos

2. Un fabricante de equipo deportivo ha desarrollado un nuevo sedal sintético para pesca que se considera tiene una resistencia a la ruptura de 8 kilogramos con una desviación estándar de 0.5 kilogramos. Pruébese la hipótesis de que $\mu=8$ kilogramos, en contra oposición a la alternativa de que $\mu \neq 8$ kilogramos si se prueba una muestra aleatoria de 50 sedales y se encuentra que tiene una resistencia promedio a la ruptura de 7.8 kilogramos. Utilice un nivel de significancia del 0.01.

Ejercicios propuestos

3. Una muestra aleatoria de 64 bolsas de palomitas (rosetas) de maíz con queso cheddar pesan, en promedio 5.23 onzas con una desviación estándar de 2.24 onzas. Pruebe la hipótesis nula de que $\mu=5.5$ onzas contra la hipótesis alternativa, $\mu<5.5$ onzas con un nivel de significancia de 0.05.

Ejercicios propuestos

4. Una empresa de material eléctrico fabrica bombillas de luz que tienen una duración que se distribuye de forma aproximadamente normal con una media de 800 horas y una desviación estándar de 40 horas. Pruebe la hipótesis de que $\mu = 800$ horas contra la alternativa $\mu \neq 800$ horas, si una muestra aleatoria de 30 bombillas tiene una duración promedio de 788 horas. Utilice un nivel de significancia del 0.05.

Ejercicios propuestos

5. Debería ser de interés para el lector ver resultados por computadora comentados que muestren el resultado de una prueba t de una sola muestra. Suponga que un ingeniero se interesa en probar el sesgo en un medidor de pH. Se reúnen datos de una sustancia neutra ($\text{pH} = 7.0$). Se toma una muestra de las mediciones y los datos son los siguientes: 7.07 7.00 7.10 6.97 7.00 7.03 7.01 7.01 6.98 7.08. Utilice un nivel de significancia de 0.07 y suponga que la distribución del contenido es normal.

Ejercicios propuestos

6. Pruebe la hipótesis de que el contenido promedio de los envases de un lubricante específico es de 10 litros, si los contenidos de una muestra aleatoria de 10 envases son 10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3 y 9.8 litros. Utilice un nivel de significancia de 0.01 y suponga que la distribución del contenido es normal.

Ejercicios propuestos

7. Se realiza un experimento para estudiar el nivel (en minutos) que se requiere para que la temperatura del cuerpo de un lagarto del desierto alcance los 45° partiendo de la temperatura normal de su cuerpo mientras está en la sombra. Se obtuvieron las siguientes observaciones: 10.1 ; 12.5 ; 12.2 ; 10.2 ; 12.8 ; 12.1 ; 11.2 ; 11.4 ; 10.7 ; 14.9 ; 13.9 ; 13.3. Se pide:

- 1) ¿Puede concluirse que el tiempo medio requerido para alcanzar la dosis letal es más de 15 minutos?
- 2) ¿Puede concluirse que el tiempo medio requerido para alcanzar la dosis letal es inferior a 13 minutos?

Ejercicios propuestos

8. Una muestra aleatoria de 100 muertes registradas en los Estados Unidos durante el año pasado mostro una vida promedio de 71.8 años. Suponiendo una desviación estándar poblacional de 8.9 años, ¿parecería esto indicar que la vida promedio hoy en día es mayor que 70 años? Utilice un nivel de significancia del 0.05.

Área bajo la curva normal

		Región crítica, nivel de significancia									
Signo usado	%	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
	$1 - \alpha$	0.900	0.910	0.920	0.930	0.940	0.950	0.960	0.970	0.980	0.990
	α (región crítica o sig)	0.100	0.090	0.080	0.070	0.060	0.050	0.040	0.030	0.020	0.010
>	valor critico	1.282	1.341	1.405	1.476	1.555	1.645	1.751	1.881	2.054	2.326
<	valor critico	-1.282	-1.341	-1.405	-1.476	-1.555	-1.645	-1.751	-1.881	-2.054	-2.326
\neq	$\frac{\alpha}{2}$	0.05	0.045	0.04	0.035	0.03	0.025	0.02	0.015	0.01	0.005
	$1 - \frac{\alpha}{2}$	0.95	0.955	0.96	0.965	0.97	0.975	0.98	0.985	0.99	0.995
	valor critico	1.645	1.695	1.751	1.812	1.881	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576
	valor critico	-1.645	-1.695	-1.751	-1.812	-1.881	-1.960	-2.054	-2.170	-2.326	-2.576

Percentiles de la distribución t o de studen

α	0.05	0.95	0.045	0.955	0.04	0.96	0.035	0.965	0.03	0.97	0.025	0.975	0.02	0.98	0.015	0.985	0.01	0.99	0.005	0.995
1	-6.314	6.314	-7.026	7.026	-7.916	7.916	-9.058	9.058	-10.579	10.579	-12.706	12.706	-15.895	15.895	-21.205	21.205	-31.821	31.821	-63.657	63.657
2	-2.920	2.920	-3.104	3.104	-3.320	3.320	-3.578	3.578	-3.896	3.896	-4.303	4.303	-4.849	4.849	-5.643	5.643	-6.965	6.965	-9.925	9.925
3	-2.353	2.353	-2.471	2.471	-2.605	2.605	-2.763	2.763	-2.951	2.951	-3.182	3.182	-3.482	3.482	-3.896	3.896	-4.541	4.541	-5.841	5.841
4	-2.132	2.132	-2.226	2.226	-2.333	2.333	-2.456	2.456	-2.601	2.601	-2.776	2.776	-2.999	2.999	-3.298	3.298	-3.747	3.747	-4.604	4.604
5	-2.015	2.015	-2.098	2.098	-2.191	2.191	-2.297	2.297	-2.422	2.422	-2.571	2.571	-2.757	2.757	-3.003	3.003	-3.365	3.365	-4.032	4.032
6	-1.943	1.943	-2.019	2.019	-2.104	2.104	-2.201	2.201	-2.313	2.313	-2.447	2.447	-2.612	2.612	-2.829	2.829	-3.143	3.143	-3.707	3.707
7	-1.895	1.895	-1.966	1.966	-2.046	2.046	-2.136	2.136	-2.241	2.241	-2.365	2.365	-2.517	2.517	-2.715	2.715	-2.998	2.998	-3.499	3.499
8	-1.860	1.860	-1.928	1.928	-2.004	2.004	-2.090	2.090	-2.189	2.189	-2.306	2.306	-2.449	2.449	-2.634	2.634	-2.896	2.896	-3.355	3.355
9	-1.833	1.833	-1.899	1.899	-1.973	1.973	-2.055	2.055	-2.150	2.150	-2.262	2.262	-2.398	2.398	-2.574	2.574	-2.821	2.821	-3.250	3.250
10	-1.812	1.812	-1.877	1.877	-1.948	1.948	-2.028	2.028	-2.120	2.120	-2.228	2.228	-2.359	2.359	-2.527	2.527	-2.764	2.764	-3.169	3.169
11	-1.796	1.796	-1.859	1.859	-1.928	1.928	-2.007	2.007	-2.096	2.096	-2.201	2.201	-2.328	2.328	-2.491	2.491	-2.718	2.718	-3.106	3.106
12	-1.782	1.782	-1.844	1.844	-1.912	1.912	-1.989	1.989	-2.076	2.076	-2.179	2.179	-2.303	2.303	-2.461	2.461	-2.681	2.681	-3.055	3.055
13	-1.771	1.771	-1.832	1.832	-1.899	1.899	-1.974	1.974	-2.060	2.060	-2.160	2.160	-2.282	2.282	-2.436	2.436	-2.650	2.650	-3.012	3.012
14	-1.761	1.761	-1.821	1.821	-1.887	1.887	-1.962	1.962	-2.046	2.046	-2.145	2.145	-2.264	2.264	-2.415	2.415	-2.624	2.624	-2.977	2.977
15	-1.753	1.753	-1.812	1.812	-1.878	1.878	-1.951	1.951	-2.034	2.034	-2.131	2.131	-2.249	2.249	-2.397	2.397	-2.602	2.602	-2.947	2.947
16	-1.746	1.746	-1.805	1.805	-1.869	1.869	-1.942	1.942	-2.024	2.024	-2.120	2.120	-2.235	2.235	-2.382	2.382	-2.583	2.583	-2.921	2.921
17	-1.740	1.740	-1.798	1.798	-1.862	1.862	-1.934	1.934	-2.015	2.015	-2.110	2.110	-2.224	2.224	-2.368	2.368	-2.567	2.567	-2.898	2.898
18	-1.734	1.734	-1.792	1.792	-1.855	1.855	-1.926	1.926	-2.007	2.007	-2.101	2.101	-2.214	2.214	-2.356	2.356	-2.552	2.552	-2.878	2.878
19	-1.729	1.729	-1.786	1.786	-1.850	1.850	-1.920	1.920	-2.000	2.000	-2.093	2.093	-2.205	2.205	-2.346	2.346	-2.539	2.539	-2.861	2.861
20	-1.725	1.725	-1.782	1.782	-1.844	1.844	-1.914	1.914	-1.994	1.994	-2.086	2.086	-2.197	2.197	-2.336	2.336	-2.528	2.528	-2.845	2.845
21	-1.721	1.721	-1.777	1.777	-1.840	1.840	-1.909	1.909	-1.988	1.988	-2.080	2.080	-2.189	2.189	-2.328	2.328	-2.518	2.518	-2.831	2.831
22	-1.717	1.717	-1.773	1.773	-1.835	1.835	-1.905	1.905	-1.983	1.983	-2.074	2.074	-2.183	2.183	-2.320	2.320	-2.508	2.508	-2.819	2.819
23	-1.714	1.714	-1.770	1.770	-1.832	1.832	-1.900	1.900	-1.978	1.978	-2.069	2.069	-2.177	2.177	-2.313	2.313	-2.500	2.500	-2.807	2.807
24	-1.711	1.711	-1.767	1.767	-1.828	1.828	-1.896	1.896	-1.974	1.974	-2.064	2.064	-2.172	2.172	-2.307	2.307	-2.492	2.492	-2.797	2.797
25	-1.708	1.708	-1.764	1.764	-1.825	1.825	-1.893	1.893	-1.970	1.970	-2.060	2.060	-2.167	2.167	-2.301	2.301	-2.485	2.485	-2.787	2.787
26	-1.706	1.706	-1.761	1.761	-1.822	1.822	-1.890	1.890	-1.967	1.967	-2.056	2.056	-2.162	2.162	-2.296	2.296	-2.479	2.479	-2.779	2.779
27	-1.703	1.703	-1.758	1.758	-1.819	1.819	-1.887	1.887	-1.963	1.963	-2.052	2.052	-2.158	2.158	-2.291	2.291	-2.473	2.473	-2.771	2.771
28	-1.701	1.701	-1.756	1.756	-1.817	1.817	-1.884	1.884	-1.960	1.960	-2.048	2.048	-2.154	2.154	-2.286	2.286	-2.467	2.467	-2.763	2.763
29	-1.699	1.699	-1.754	1.754	-1.814	1.814	-1.881	1.881	-1.957	1.957	-2.045	2.045	-2.150	2.150	-2.282	2.282	-2.462	2.462	-2.756	2.756
30	-1.697	1.697	-1.752	1.752	-1.812	1.812	-1.879	1.879	-1.955	1.955	-2.042	2.042	-2.147	2.147	-2.278	2.278	-2.457	2.457	-2.750	2.750

Bibliografía

- Alberca, A. S. (2014). Bioestadística Aplicada con R y RK Teaching. España.
- Canavos, G. C. (1988). Probabilidades y Estadística Aplicaciones y Métodos. México.
- Castillo, I. (2006). Estadística descriptiva y Cálculo de probabilidades . Madrid: PEARSON EDUCACIÓN .
- Daniel, W. W. (1991). Bioestadística Base para el análisis de la ciencias de la salud. México: LIMUSA.
- F.Triola, M. (2013). Estadística. México: PEARSON.
- Gallego, G. A. (2015). Estadística Básica.
- Isaza, L. V. (2012). Estadística Descriptiva con MINITAB. Colombia .
- James N. Miller, J. C. (2002). Estadística y Químiometría para Química Analítica. Madrid: Pearson Educación.S.A.
- Joseph F, Ralph E, Ronald, William. (1999). España.
- Levine, B. (2014). Estadística para Administración . México: PEARSON.
- Triola, M. F. (2013). Estadística . México: PEARSON.

¿Cómo encontrar el material?



<https://github.com/Hen1985/Bioestadistica>