Departamento de MATEMÁTICA & Estadística

UNAN-Managua

Bioestadística

Tema 7: Distribución normal y t-student

MSc. Henry Luis López García

Objetivos

- Conocer la distribución normal estándar y la distribución t-student.
- Calcular áreas bajo la curva de una distribución normal estándar .

Contenido

- Distribución normal estándar
- Áreas bajo la curva de la distribución normal estándar
- Distribución t-student

Conceptos fundamentales

Estas distribuciones se emplearán en el estudio de fenómenos aleatorios en disciplinas como la ingeniería y las ciencias aplicadas o bien en los negocios y la económica.

La distribución normal o Gausiana es indudablemente la más importante y la de mayor uso de todas las distribuciones continuas de probabilidades. Es la piedra angular en la aplicación de la inferencia estadística en el análisis de datos, puesto que las distribuciones de muchas estadísticas tienden hacia la distribución normal (Canavos, 1988).

Una variable aleatoria x que tiene distribución con forma de campana (figura 1) se denomina variable normal. La ecuación matemática para la distribución de probabilidad de la variable aleatoria normal depende de dos parámetros μ y σ ,su media y su deviation estándar.

Conceptos fundamentales

La distribución normal. La función de densidad de la variable aleatoria normal X, con media μ y varianza σ^2, es:

$$n(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right]^2}, \qquad -\infty < x < \infty$$

Donde $\pi = 3.14159 \ldots \ldots \ldots \ldots y\ e = 2.71828$

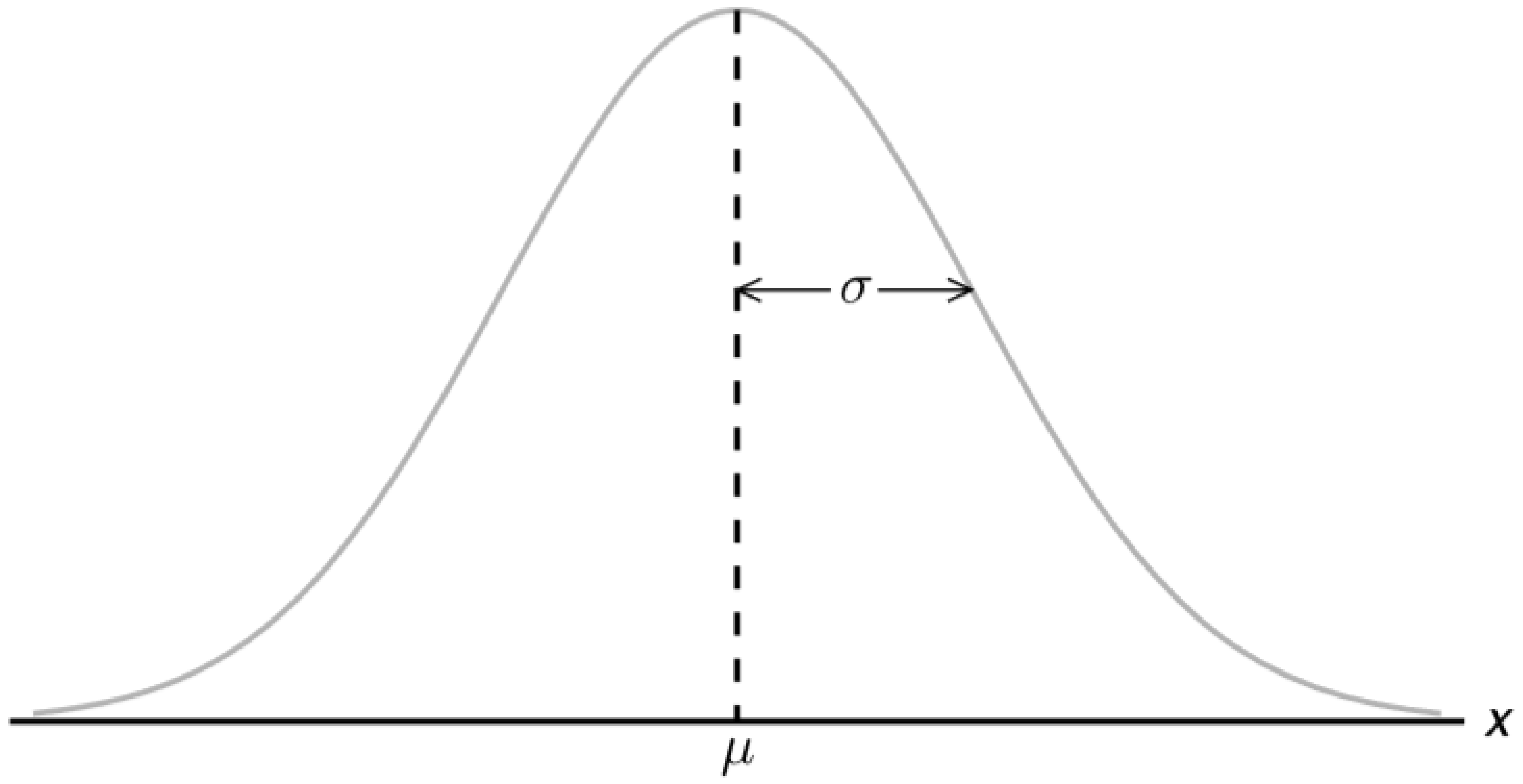


Figura número 1. La curva normal

Propiedades de la curva normal

1. La moda, que es el punto sobre el eje horizontal donde la curva tiene su máximo, ocurre en X=μ.
2. La curva es simetría alrededor de su eje donde se tiene la media μ.
3. La curva tiene su punto de inflexión en x= $\mu \pm \sigma$.
4. El área total bajo la curva y arriba de eje horizontal es igual a 1.

Conceptos fundamentales

Transformación de cualquier observación de cualquier variable aleatoria normal X, en un nuevo conjunto de observación de una variable aleatoria normal Z con media cero y varianza 1. Esto puede realizarse mediante:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

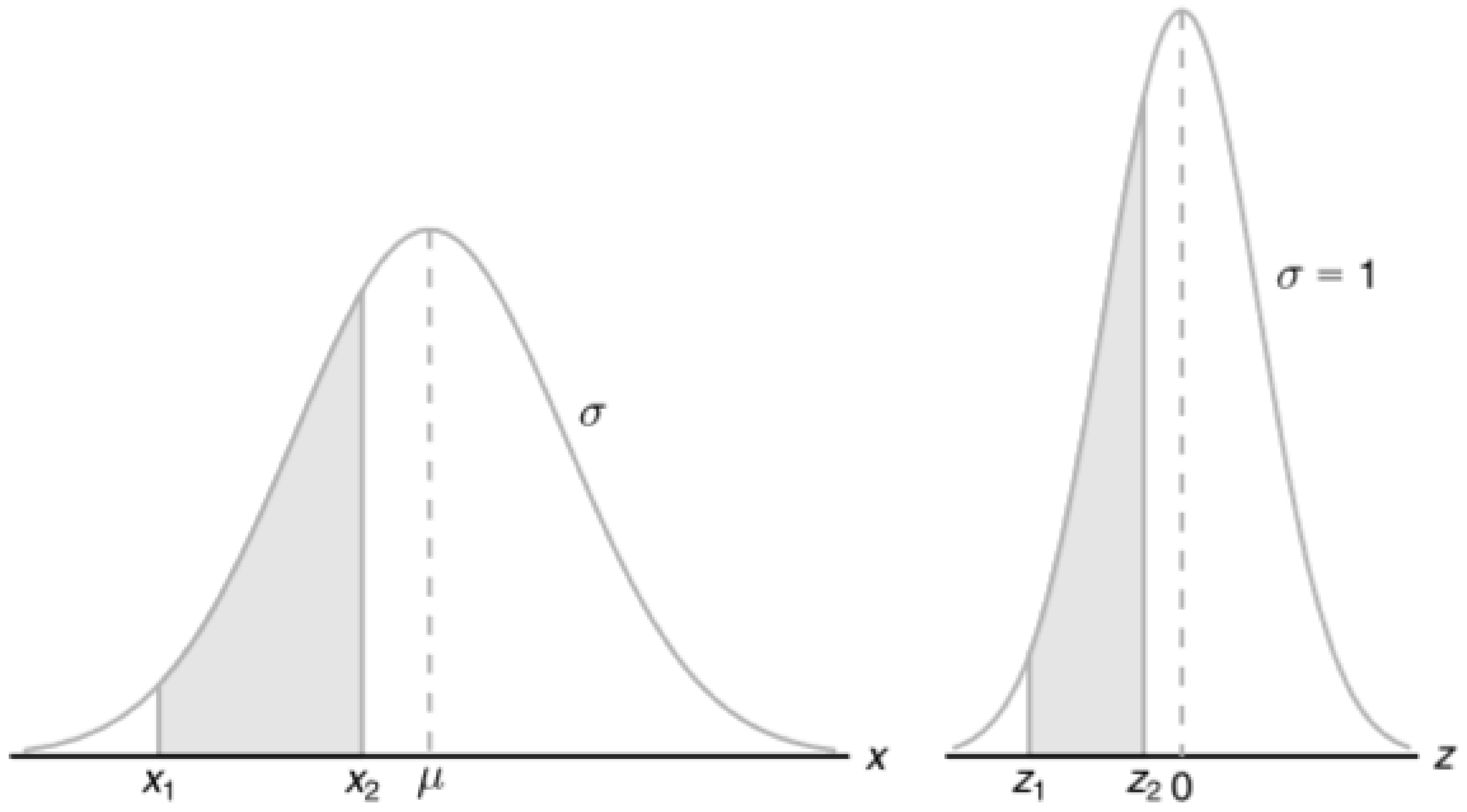


Figura número 2. Distribuciones normales original y transformada

Notación para expresar las probabilidades

1. $P(Z \leq z)$ denota la probabilidad de que la puntuación z se menor o igual que z.
2. $P(Z \geq z)$ denota la probabilidad de que la puntuación z sea mayor o igual que z.
3. $P(Z_1 \leq z \leq Z_2)$ denota la probabilidad de que la puntuación z este entre Z_1 y Z_2.

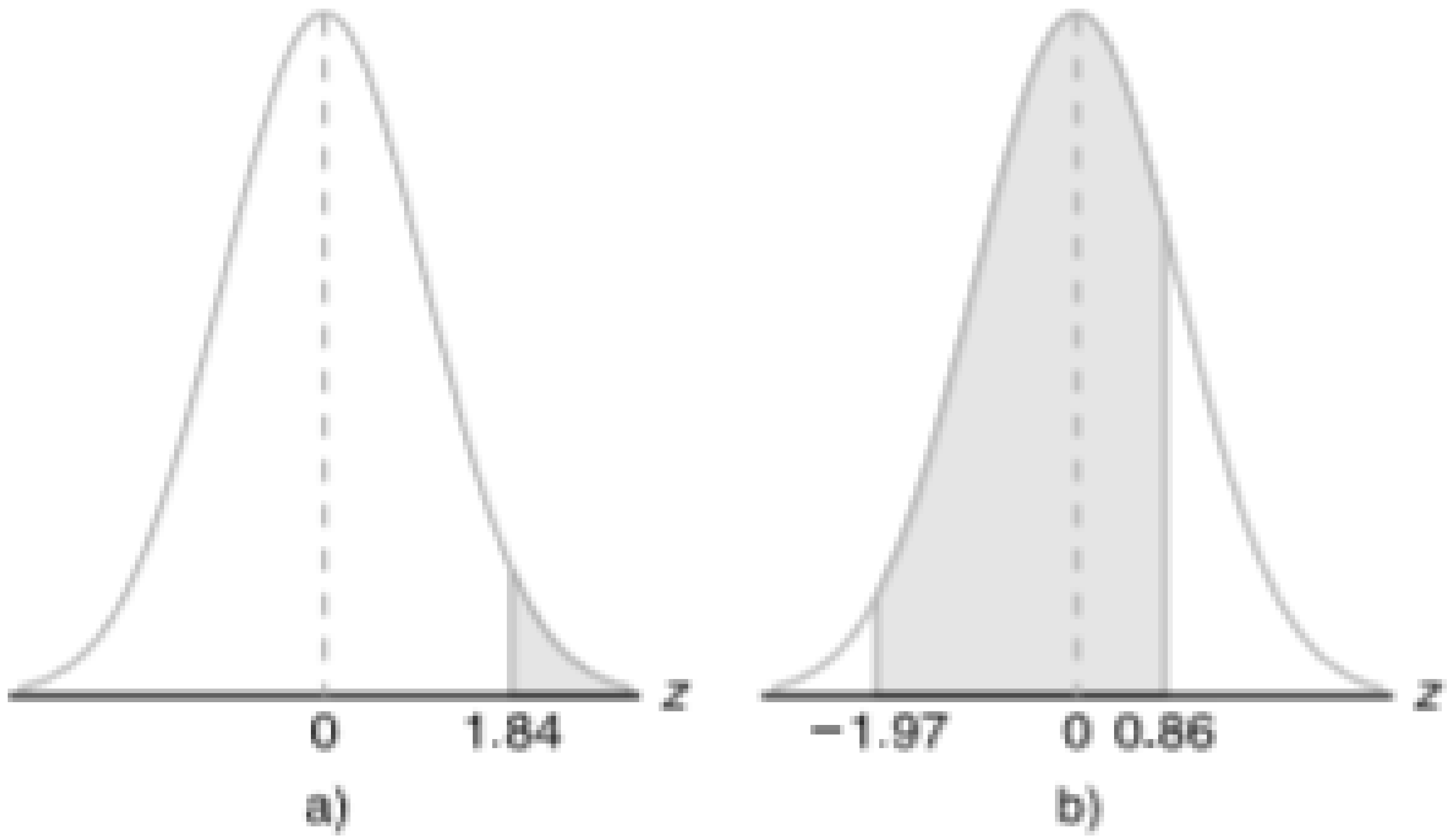
Departamento de Estadística y Matemática
Ing. Estadística

Conceptos fundamentales

Ejemplo

Dada una distribución normal estándar, encuentre el área bajo la curva que yace

a. A la derecha de z=184
b. Entre z=1.97 y z=0.86



Ejercicios propuestos

1. Dada una distribución normal, encuentre el área bajo la curva que cae
   - ✓ A la izquierda de z=1.3
   - ✓ A la derecha de z= -0.89
   - ✓ Entre z=-2.16 y z=-0.65
   - ✓ A la izquierda de z=-1.39
   - ✓ A la derecha de z=1.96
   - ✓ Entre z=-0.48 y z=1.74

2. Dada una distribución con $\mu = 30$ y $\sigma = 6$, entonces encuentre.
   - ✓ El área de la curva normal a la derecha de X=17.
   - ✓ El área de curva normal a la izquierda de X=22.
   - ✓ El área de la curva normal entre X=32 y X=41.

Ejercicios propuestos

3. Un investigador de la UCLA reporta que las ratas viven un promedio de 40 semanas cuando sus dietas son muy restringidas y luego enriquecidas con vitaminas y proteínas. Suponiendo que las vidas de tales ratas están moralmente distribuidas con una desviación estándar de 6.3 meses, encuentre la probabilidad de que una rata determinada viva
   - ✓ Más de 32 meses
   - ✓ Menos de 28 meses
   - ✓ Entre 37 y 49 meses

4. La precipitación pluvial promedio, registrada hasta centésimas de milímetro, en un lugar determinado (w), en el mes de marzo es de 9.22 centímetros. Suponiendo que se trata de una distribución normal de 2.83 centímetros, encuentre la probabilidad de que en el próximo marzo este lugar tenga
   - ✓ Menos de 1.84 centímetros de lluvia.
   - ✓ Más de 5 centímetros de lluvia.
   - ✓ Más de 13.8 centímetros de lluvia.

Departamento de Estadística y Matemática

Ing. Estadística

Tabla área bajo la curva normal

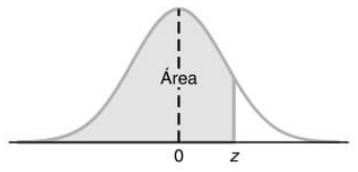


Tabla A.3 Áreas bajo la curva normal

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
−3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
−3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
−3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
−3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
−2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

Tabla A.3 (continuación) Áreas bajo la curva normal

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Conceptos fundamentales

La distribución t se usa de manera extensa en problemas que tienen que ver con inferencia acerca de la media de la población o en problemas que implican muestras comparativas (es decir, en casos donde se trata de determinar si las medias de dos muestras son significativamente diferentes). El lector debería notar que el uso de la distribución t para el estadístico

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

requiere que X1, X2,..., Xn sea normal. El uso de la distribución t y la consideración del tamaño de la muestra no se relacionan con el teorema del límite central. El uso de la distribución normal estándar en vez de T para n ≥ 30 solamente implica, en este caso, que S es un estimador suficientemente bueno de σ.

Conceptos fundamentales

La distribución de T es similar a la distribución de Z en que ambas son simétricas alrededor de una media de cero. Ambas distribuciones tienen forma de campana; pero la distribución t es más variable, debido al hecho de que los valores T dependen de las fluctuaciones de dos cantidades,$\bar{x}$ y s^2; mientras que los valores Z dependen sólo de los cambios de una muestra a otra. La distribución de T difiere de la de Z en que la varianza de T depende del tamaño de la muestra n y siempre es mayor que 1. Únicamente cuando el tamaño de la muestran $n \rightarrow \infty$ las dos distribuciones serán las mismas. En la fi gura 3 mostramos la relación entre una distribución normal estándar ($v = \infty$) y las distribuciones t con 2 y 5 grados de libertad.

Conceptos fundamentales

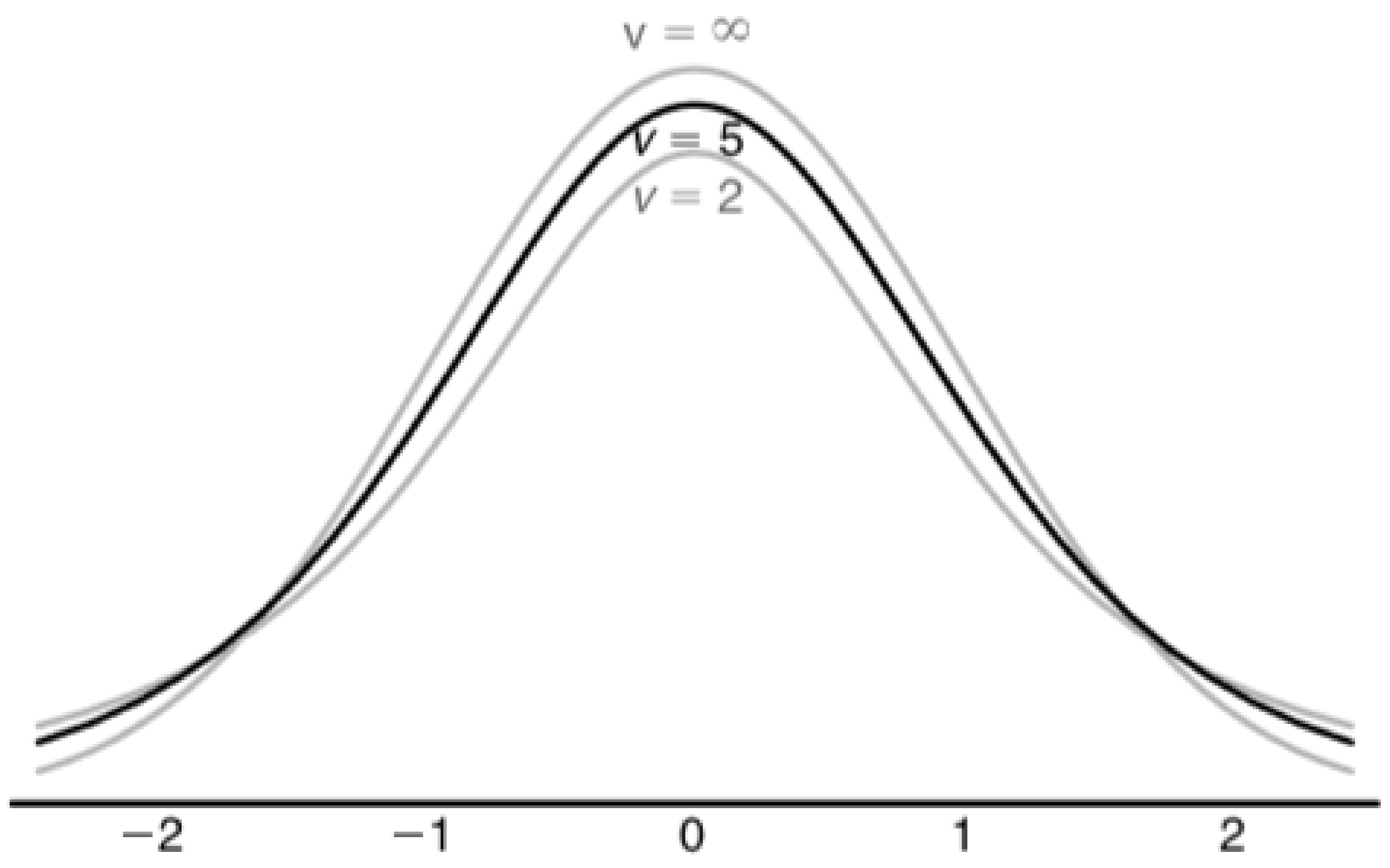


Figura número 3. Curva de la distribución t para v=1:5

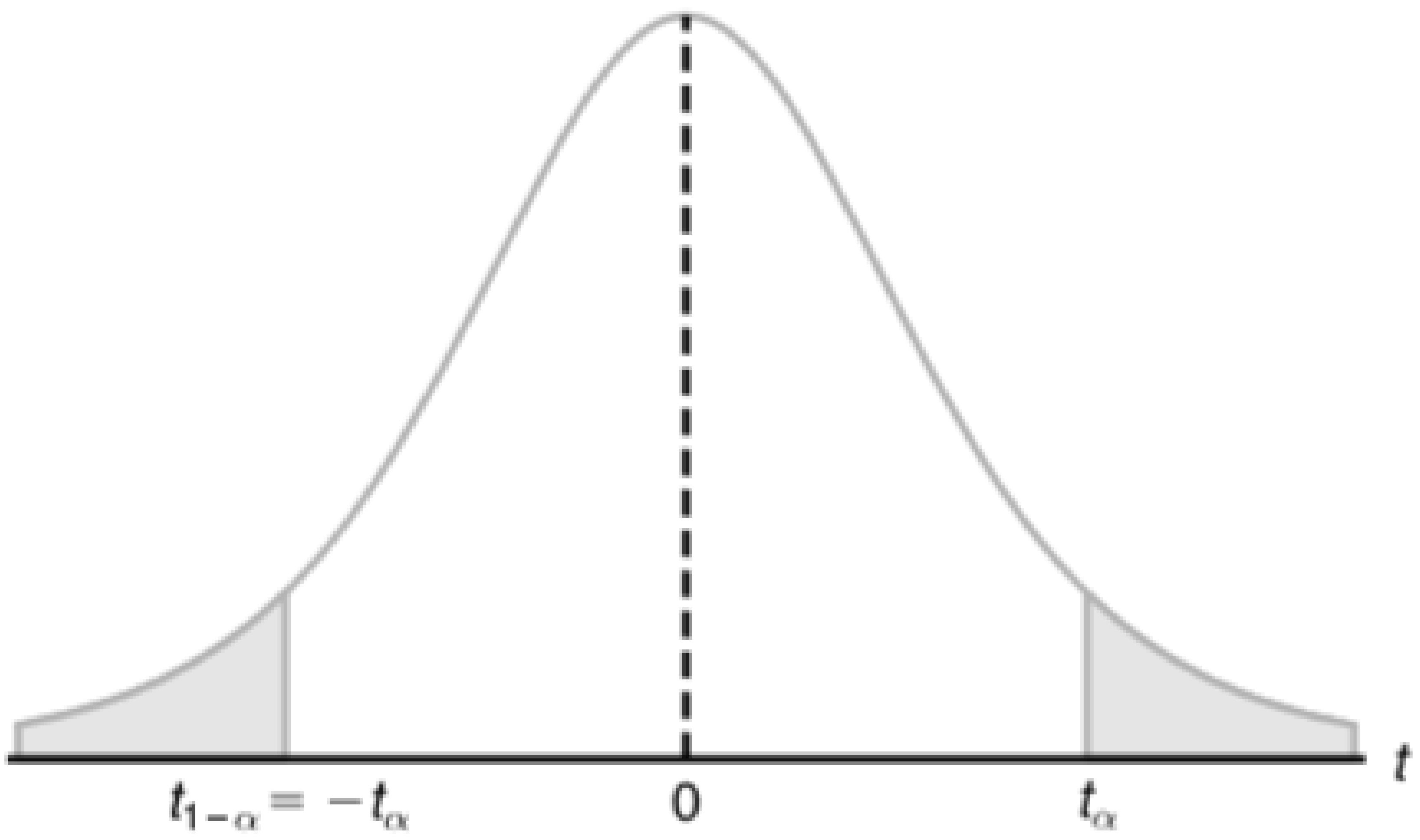


Figura número 4. Propiedad de asimetría distribución t

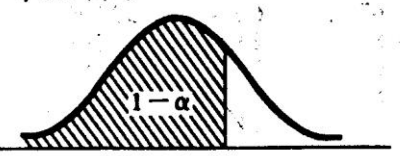
Conceptos fundamentales

Se acostumbra representar con t_α el valor t por arriba del cual encontramos un área igual a α. De aquí, el valor t con 10 grados de libertad que deja un área de 0.025 a la derecha es t = 2.228. Como la distribución t es simétrica alrededor de una media de cero, tenemos $t_{1-\alpha} = -t_\alpha$; es decir, el valor t que deja un área de 1 − α a la derecha y, por lo tanto, un área de α a la izquierda es igual al valor t negativo que de ja un área de α en la cola derecha de la distribución (véase la figura 4). Esto es, $t_{0.95} = -t_{0.05}$, $t_{0.99} = -t_{0.01}$, etcétera

Tabla t-studen

TABLA F Valores de cuantiles de la distribución t de Student

$$P(T \le t_{1-\alpha,\nu}) = \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma(\nu/2)} \int_{-\infty}^{t_{1-\alpha,\nu}} [1 + (t^2/\nu)]^{-(\nu+1)/2} dt = 1 - \alpha$$



$t_{1-\alpha,\nu}$

ν	$t_{0.001}$	$t_{0.005}$	$t_{0.010}$	$t_{0.025}$	$t_{0.050}$	$t_{0.100}$	$t_{0.200}$
1	−318.309	−63.657	−31.821	−12.706	−6.314	−3.078	−1.376
2	−22.327	−9.925	−6.965	−4.303	−2.920	−1.886	−1.061
3	−10.215	−5.841	−4.541	−3.182	−2.353	−1.638	−0.978
4	−7.173	−4.604	−3.747	−2.776	−2.132	−1.533	−0.941
5	−5.893	−4.032	−3.365	−2.571	−2.015	−1.476	−0.920
6	−5.208	−3.707	−3.143	−2.447	−1.943	−1.440	−0.906
7	−4.785	−3.499	−2.998	−2.365	−1.895	−1.415	−0.896
8	−4.501	−3.355	−2.896	−2.306	−1.860	−1.397	−0.889
9	−4.297	−3.250	−2.821	−2.262	−1.833	−1.383	−0.883
10	−4.144	−3.169	−2.764	−2.228	−1.812	−1.372	−0.879
11	−4.025	−3.106	−2.718	−2.201	−1.796	−1.363	−0.876
12	−3.930	−3.055	−2.681	−2.179	−1.782	−1.356	−0.873
13	−3.852	−3.012	−2.650	−2.160	−1.771	−1.350	−0.870
14	−3.787	−2.977	−2.624	−2.145	−1.761	−1.345	−0.868
15	−3.733	−2.947	−2.602	−2.131	−1.753	−1.341	−0.866
16	−3.686	−2.921	−2.583	−2.120	−1.746	−1.337	−0.865
17	−3.646	−2.898	−2.567	−2.110	−1.740	−1.333	−0.863
18	−3.610	−2.878	−2.552	−2.101	−1.734	−1.330	−0.862
19	−3.579	−2.861	−2.539	−2.093	−1.729	−1.328	−0.861
20	−3.552	−2.845	−2.528	−2.086	−1.725	−1.325	−0.860
21	−3.527	−2.831	−2.518	−2.080	−1.721	−1.323	−0.859
22	−3.505	−2.819	−2.508	−2.074	−1.717	−1.321	−0.858
23	−3.485	−2.807	−2.500	−2.069	−1.714	−1.319	−0.858
24	−3.467	−2.797	−2.492	−2.064	−1.711	−1.318	−0.857
25	−3.450	−2.787	−2.485	−2.060	−1.708	−1.316	−0.856
26	−3.435	−2.779	−2.479	−2.056	−1.706	−1.315	−0.856
27	−3.421	−2.771	−2.473	−2.052	−1.703	−1.314	−0.855
28	−3.408	−2.763	−2.467	−2.048	−1.701	−1.313	−0.855
29	−3.396	−2.756	−2.462	−2.045	−1.699	−1.311	−0.854
30	−3.385	−2.750	−2.457	−2.042	−1.697	−1.310	−0.854
35	−3.340	−2.724	−2.438	−2.030	−1.690	−1.306	−0.852
40	−3.307	−2.704	−2.423	−2.021	−1.684	−1.303	−0.851
45	−3.281	−2.690	−2.412	−2.014	−1.679	−1.301	−0.850
50	−3.261	−2.678	−2.403	−2.009	−1.676	−1.299	−0.849
60	−3.232	−2.660	−2.390	−2.000	−1.671	−1.296	−0.848
70	−3.211	−2.648	−2.381	−1.994	−1.667	−1.294	−0.847
80	−3.195	−2.639	−2.374	−1.990	−1.664	−1.292	−0.846
90	−3.183	−2.632	−2.369	−1.987	−1.662	−1.291	−0.846
100	−3.174	−2.626	−2.364	−1.984	−1.660	−1.290	−0.845
200	−3.131	−2.601	−2.345	−1.972	−1.652	−1.286	−0.843
500	−3.107	−2.586	−2.334	−1.965	−1.648	−1.283	−0.842
1000	−3.098	−2.581	−2.330	−1.962	−1.646	−1.282	−0.842

TABLA F (continuación) Valores de cuantiles de la distribución t de Student

ν	$t_{0.800}$	$t_{0.900}$	$t_{0.950}$	$t_{0.975}$	$t_{0.990}$	$t_{0.995}$	$t_{0.999}$
1	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.656	318.294
2	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
35	0.852	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340
40	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
45	0.850	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.281
50	0.849	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261
60	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
70	0.847	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211
80	0.846	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195
90	0.846	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183
100	0.845	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174
200	0.843	1.286	1.652	1.972	2.345	2.601	3.131
500	0.842	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	3.107
1000	0.842	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581	3.098

Bibliografía

Alberca, A. S. (2014). Bioestadística Aplicada con R y RK Teaching. España.
Canavos, G. C. (1988). Probabilidades y Estadística Aplicaciones y Métodos. México.
Castillo, I. (2006). Estadística descriptiva y Cálculo de probabilidades . Madrid: PEARSON EDUCACIÓN .
Daniel, W. W. (1991). Bioestadística Base para el análisis de la ciencias de la salud. México: LIMUSA.
F.Triola, M. (2013). Estadística. México: PEARSON.
Gallego, G. A. (2015). Estadística Básica.
Isaza, L. V. (2012). Estadística Descriptiva con MINITAB. Colombia .
James N. Miller, J. C. (2002). Estadística y Químiometría para Química Analítica. Madrid: Pearson Educación.S.A.
Joseph F, Ralph E, Ronald, William. (1999). España.
Levine, B. (2014). Estadística para Administración . México: PEARSON.
Triola, M. F. (2013). Estadística . México: PEARSO.