Modelos Mixtos

“Definiciones básicas”

M.Sc. Henry Luis López García
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua
Facultad de Ciencia e Ingeniería

@Hen1985

"Los datos son el nuevo petróleo. Es valioso, pero si no está refinado, realmente no se puede usar. Tiene que cambiarse a gas, plástico, productos químicos, etc. para crear una entidad valiosa que impulse la actividad rentable; entonces los datos deben desglosarse, analizarse para que tengan valor ".

- Clave humby

Sin datos empíricos respecto de la situación actual, no es posible trazar con confianza nuestro camino hacia el cumplimiento de los Objetivos de Desarrollo Sostenible. Con ese propósito, el presente informe también refleja los desafíos enfrentados en la recopilación, el procesamiento, el análisis y la diseminación de la información suficientemente desglosada, accesible, oportuna y confiable y exige una mejor formulación de políticas basada en los datos. Las tecnologías de hoy en día posibilitan la recolección de los datos necesarios para cumplir con la promesa de no dejar a nadie atrás, pero es imprescindible el liderazgo político, los recursos y el compromiso de utilizar las herramientas disponibles en la actualidad (ONU, 2018).

- Antonio Gutiérrez, Secretario General de las Naciones Unidas (ONU,2018)

Estadística

Planificación

- Objetivos bien definidos
- Presupuesto ($)
- Recursos (humanos y materiales)
- Prueba Piloto
- Variable de diseño
- Tamaño de la muestra

Recolección

- Aplicación de los formularios a través de la técnica por encuesta
- Extracción de datos (redes sociales, IoT)
- Registros vitales
- CENSO

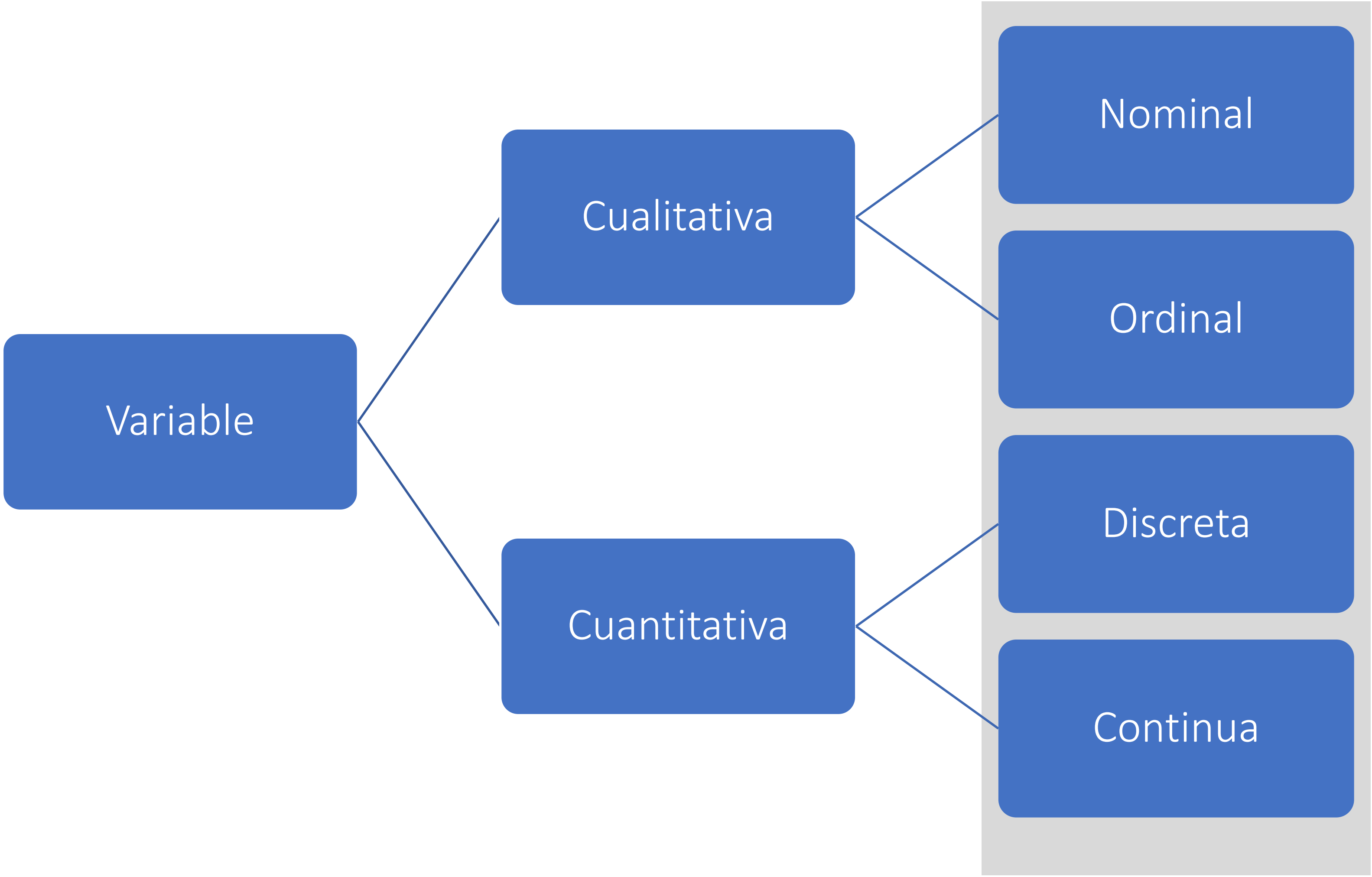
Procesamiento

- Almacenamiento
- Limpieza de datos
- Análisis Exploratorio (EDA)
- Aplicación estadística paramétrica o no paramétrica
- Modelización

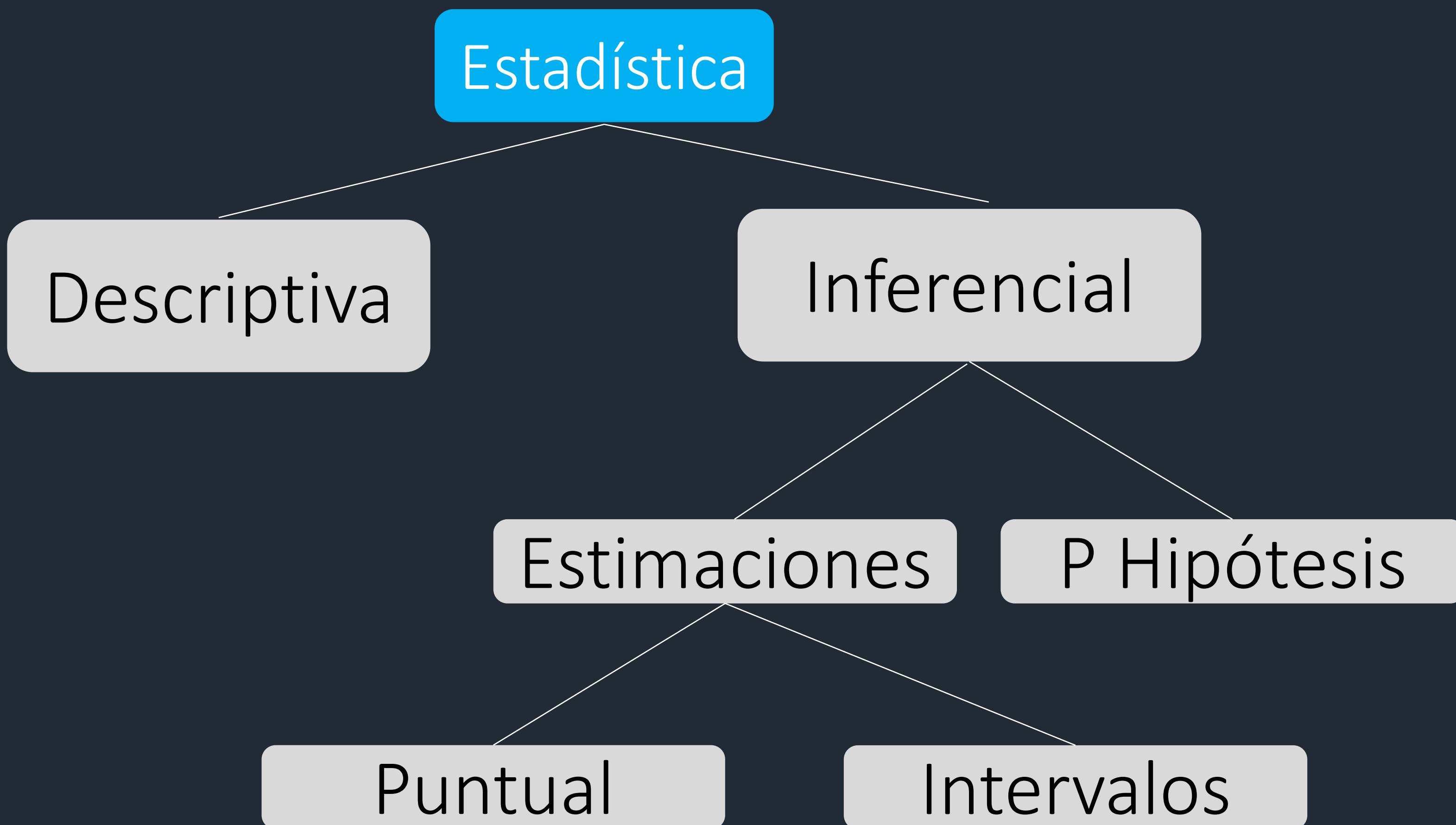
Análisis

- Análisis de los resultados
- Gobernanza
- Line base
- Medición de impacto
- Mejora continua

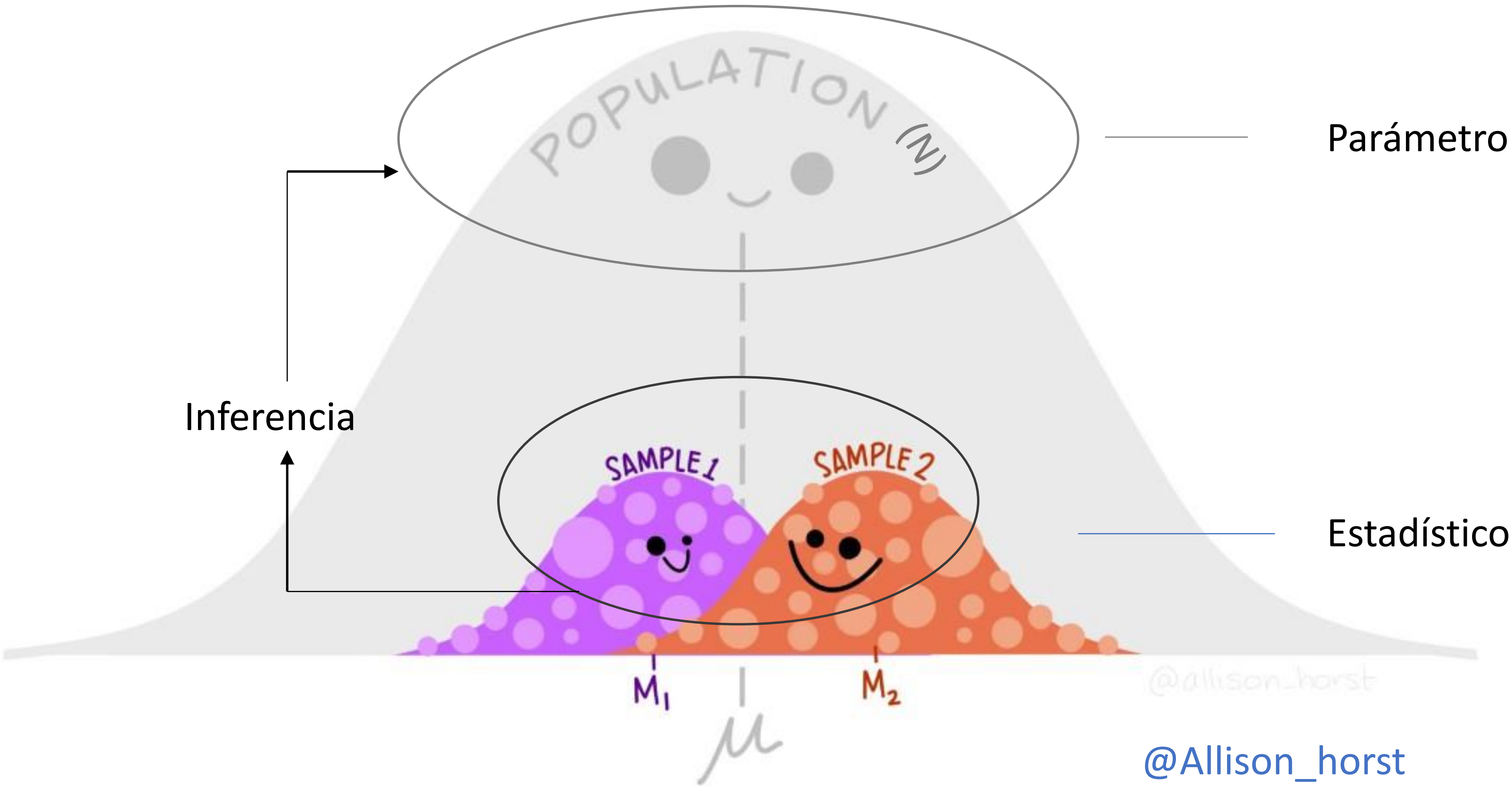
Variables


Variable
Cualitativa
Cuantitativa
Nominal
Ordinal
Discreta
Continua

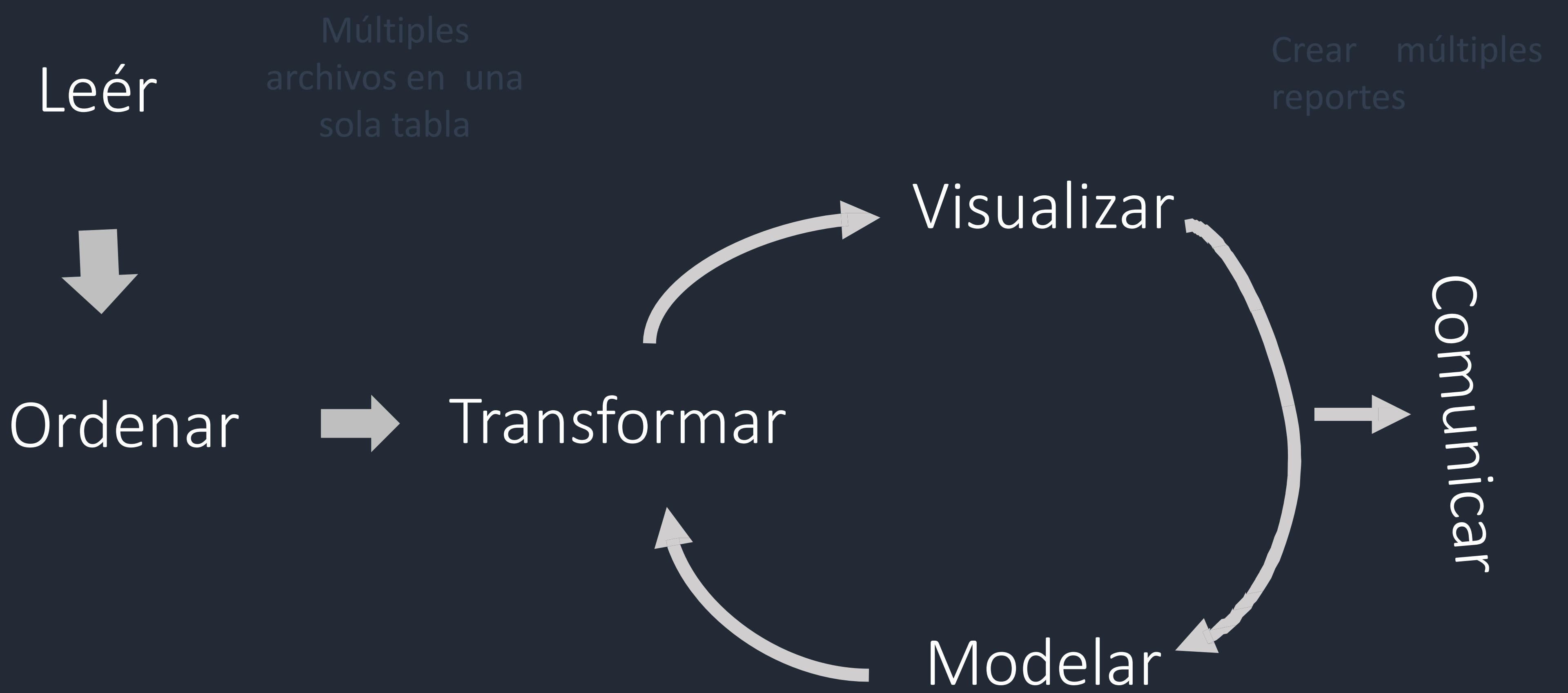
División clásica

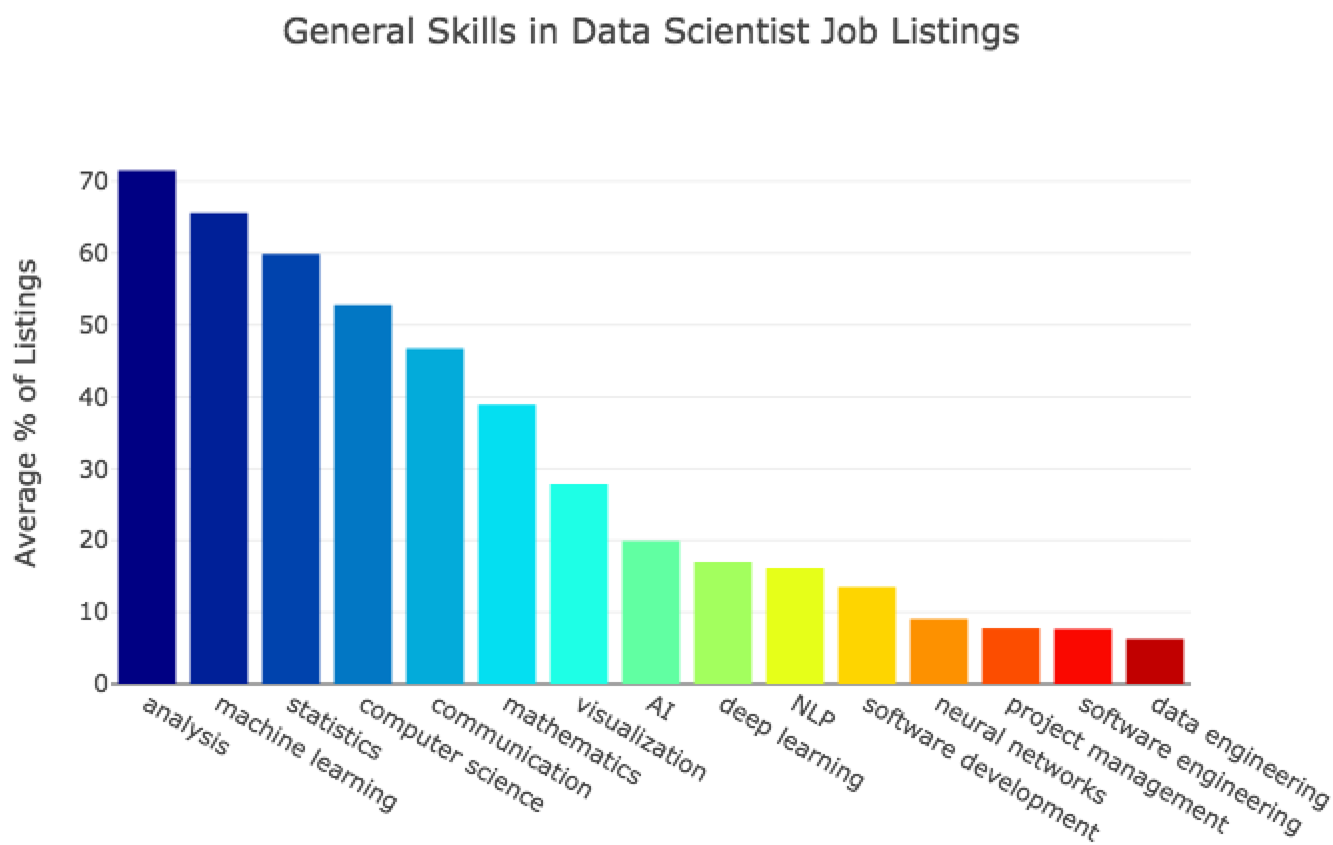


Población y muestra

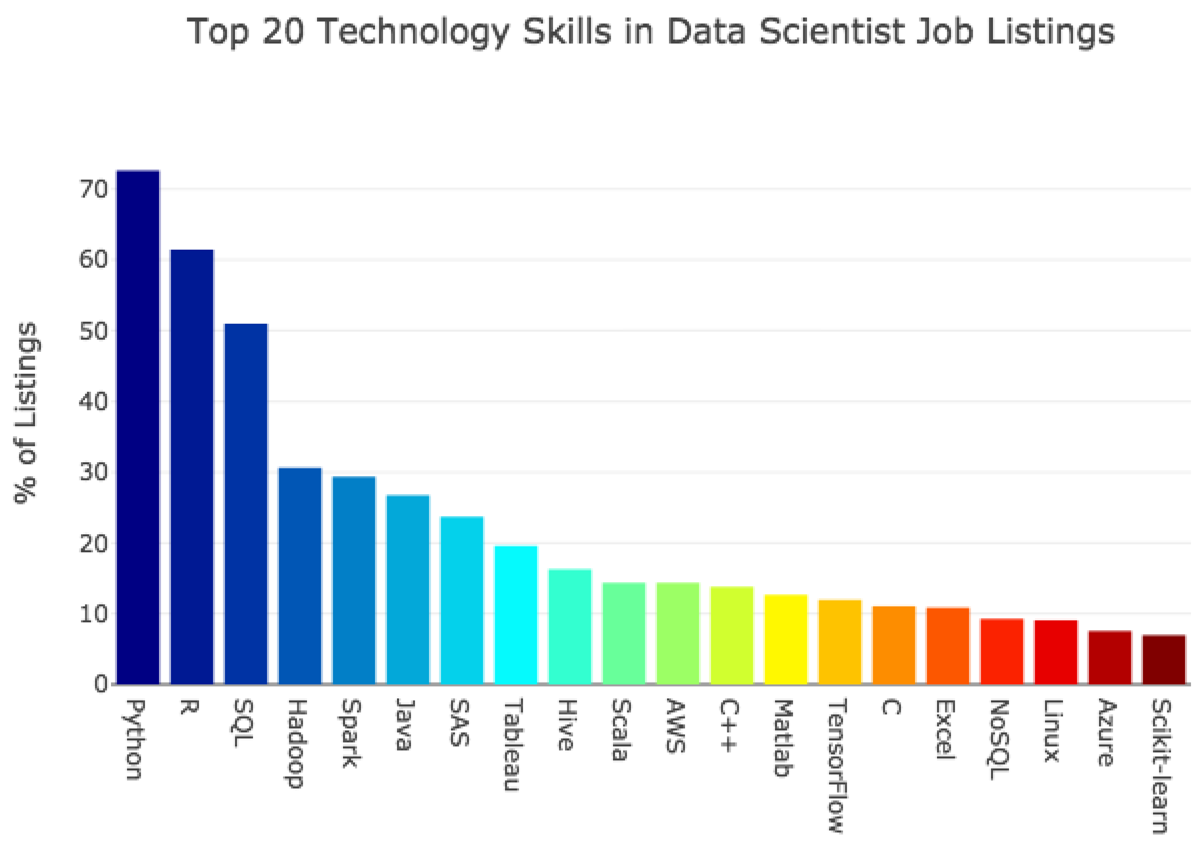


Ciencia de datos





https://towardsdatascience.com/the-most-in-demand-skills-for-data-scientists-4a4a8db896db



https://towardsdatascience.com/the-most-in-demand-skills-for-data-scientists-4a4a8db896db

Modelos Mixtos

“Análisis de regresión lineal”

M.Sc. Henry Luis López García
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua
Facultad de Ciencia e Ingeniería

@Hen1985

Contenidos

- Modelo de regresión lineal
- Estimación de lo (β_0,β_1)
- Propiedad de los estimadores por mínimos cuadrados
- Estimación de (σ^2)
- Prueba de significación del modelo de regresión
- Diagnósticos de los residuos
- Coeficiente de correlación
- Estimación de (ρ)
- Prueba de significancia del coeficiente de correlación muestral (ρ)

Regresión lineal

La regresión es una técnica estadística para investigar y modelar la relación entre variables.

Propósito de la regresión lineal:

- Describir la regresión lineal entre y & x
- Determinar cuanta variación en y puede ser explicada por la relación con x
- Predecir valores nuevos de y usando nuevos valores de x

Regresión lineal

Consideremos el modelo de regresión lineal simple un modelo con solo un regresor x que tiene una relación con una respuesta y, donde la relación es una línea recta.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \qquad (ecuación\ 1)$$

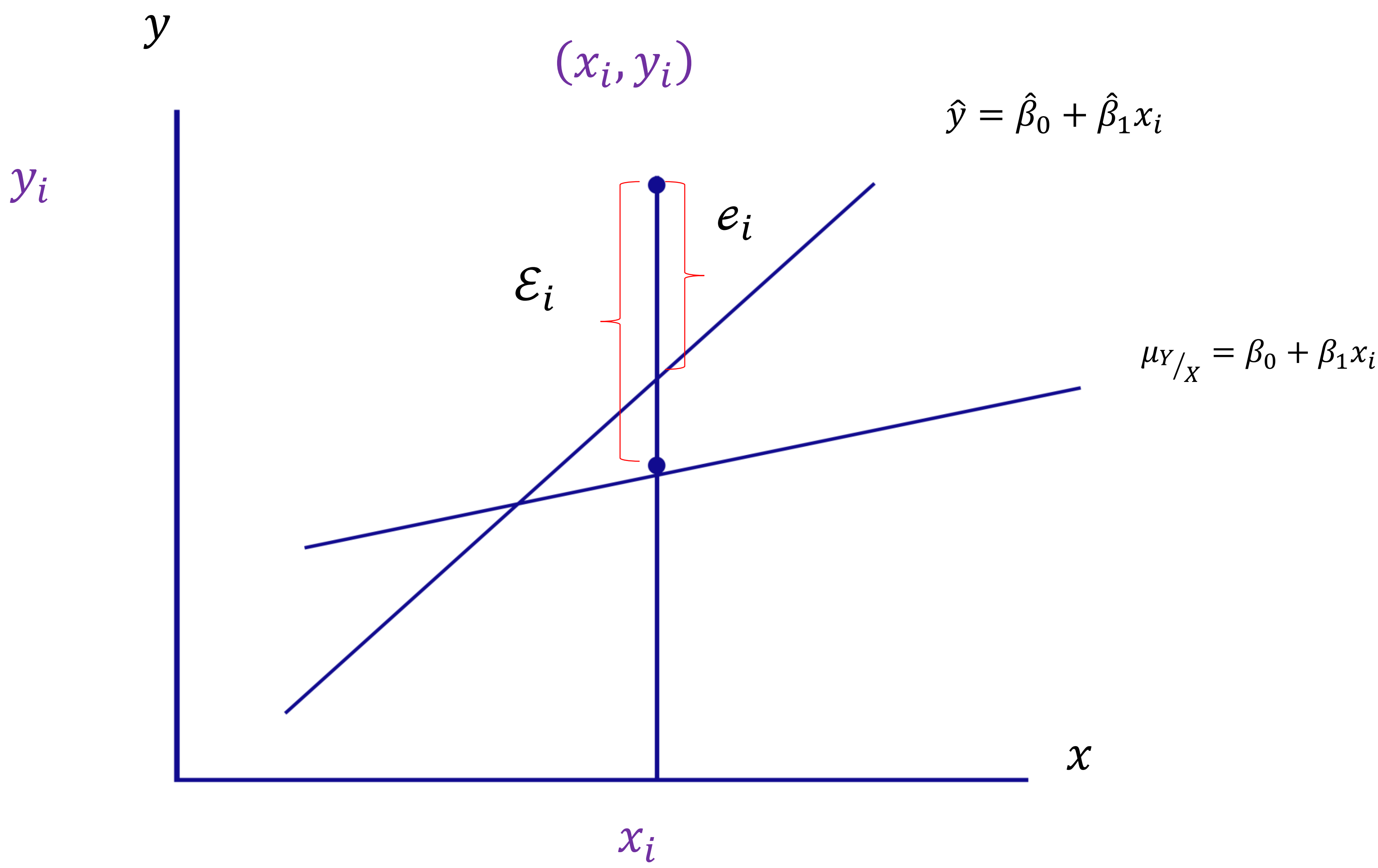
Por tanto observando el modelo:

- Necesitamos estimar dos parámetros $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.
- $\hat{\beta}_0$ es el intercepto, la media de la distribución de probabilidad de y cuando x es 0.

Regresión lineal

- $\hat{\beta}_1$ es a menudo llamado la pendiente, mide la tasa de cambio en y por una unidad de cambio en x.

- La estimación de los parámetros es a través de los mínimos cuadrados, lo que resuelve este modelo por medio minimizar e_i realmente $\sum_{i:1}^{n} e^2{}_i$.



y
(x_i, y_i)
$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$
y_i
e_i
ε_i
$\mu_{Y/X} = \beta_0 + \beta_1 x_i$
x
x_i

Estimación de (β_0 y β_1)

- Los parámetros $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ son desconocidos y se deben de estimar con los datos de la muestra, ahora supongamos que hay n pares de datos: (y_1, x_1), (y_2, x_2),…… (y_n, x_n).

- Entonces para estimar $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ se usa el método de mínimo cuadrados, esto es, estimar $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ tales que la suma de los cuadrados de las diferencias entre las observaciones y_i y la línea recta sea mínima, según la ecuación puede escribirse

Estimación de (β_0 y β_1)

- Considerando la $(y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon)$ es un modelo de regresión poblacional mientras que la ecuación 2, es un modelo muestral de regresión, escrito en términos de los n pares de datos(y_i, x_i) i =1, 2, ,.......,n

$$s(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i:1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \qquad \sum_{i:1}^{n} e^2{}_i$$

- Los estimadores por mínimos cuadrados, de β_0 y β_1, que se designarán por $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$, deben de satisfacer

Estimación de (β_0 y β_1)

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \beta_0}\right|_{\widehat{\beta}_0,\widehat{\beta}_1} = -2 \sum_{i:1}^{n}\left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right) = 0$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \beta_1}\right|_{\widehat{\beta}_0,\widehat{\beta}_1} = -2 \sum_{i:1}^{n}\left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right)x_i = 0$$

Se simplifican estas dos ecuaciones se obtiene

$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i:1}^{n} x_i = \sum_{i:1}^{n} y_i \qquad \hat{\beta}_0 \sum_{i:1}^{n} x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i:1}^{n} {x^2}_i = \sum_{i:1}^{n} y_i x_i$$

Ecuaciones normales de mínimos cuadrados

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \qquad (ecuación\ 3)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)(\sum_{i=1}^{n} x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}} \qquad (ecuación\ 4)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

Ecuaciones normales por mínimos cuadrados

Una forma cómoda de escribir la ecuación 4

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

Suma corregida de los productos cruzados de las x_i & y_i

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)(\sum_{i=1}^{n} x_i)}{n} = \sum_{i=1}^{n} y_i(x_i - \bar{x})$$

Suma corregida de cuadrados de las x_i

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} {x^2}_i - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

Residual (e_i)

- La diferencia entre el valor observado y_i & el valor ajustado correspondiente $\hat{y}_i$ se le llama residual, matemáticamente, el $i - ésimo$ residual es

$$e_i = y_i - \hat{y} = y_i - \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i\right), \quad \text{i} = 1, 2, \ldots \ldots, n$$

$$(ecuación\ 5)$$

- Los residuales tienen un papel importante en la adecuación del modelo de regresión ajustado, y para detectar diferencias respecto a las hipótesis básicas.

Propiedad de los estimadores

- Los es estimadores por mínimos cuadrados $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ tienen algunas propiedades importantes, estas se describen:

- La suma de los residuales en cualquier modelo de regresión que contenga una ordenada al origen $\hat{\beta}_0$ siempre es igual a cero, esto es.

$$\sum_{i:1}^{n}(y_i - \hat{y}_i) = \sum_{i:1}^{n} e_i = 0$$

Propiedad de los estimadores

- La suma de los valores observados y_i es igual a la suma de los valores ajustados $\hat{y}_i$

$$\sum_{i:1}^{n} y_i = \sum_{i:1}^{n} \hat{y}_i$$

- La línea de regresión de mínimos cuadrados siempre pasa por el **centroide** de los datos, que es el punto (y_i, x_i).

Propiedad de los estimadores

- La suma de los residuales, ponderados por el valor correspondiente de la variable regresora, siempre es igual a cero:

$$\sum_{i:1}^{n} x_i e_i = 0$$

- La suma de los residuales, ponderados por el valor ajustado correspondiente, siempre es igual a cero:

$$\sum_{i:1}^{n} \hat{y}_i e_i = 0$$

Estimación de σ^2

- Además de estimar $\hat{\beta}_0\ y\ \hat{\beta}_1$, se requiere un estimado se σ^2 para probar hipótesis y formar estimados de intervalos pertinentes al modelo de regresión, el estimado de σ^2 se obtiene de la suma cuadrado residuales, o suma cuadrado del error:

$$MSr_{Res} \sum_{i:1}^{n} e^2{}_i = \sum_{i:1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

- Se puede deducir una formula fácil de MSr_{Res} sustituyendo

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

Estimación de σ^2

$$SS_{Res} = \sum_{i:1}^{n} {y^2}_i - n\bar{y}^2 - \hat{\beta}_1 S_{xy}$$

$$SS_T = \sum_{i:1}^{n} {y^2}_i - n\bar{y}^2 = \sum_{i:1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$

Es justo la suma de cuadrado corregida, de las observaciones de las respuestas por lo que:

$$SS_{Res} = SS_T - \hat{\beta}_1 S_{xy}$$

Estimación de σ^2

- La suma de cuadrado de residuales tiene $n-2$ grados de libertad, porque dos grados de libertad se asocian con los estimados $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ que se usan para obtener $\hat{y}_i$, por lo que un estimador insesgado de σ^2 es

$$MS_{Res} = \frac{SS_{Res}}{n-2} = \hat{\sigma}^2$$

- La cantidad MS_{Res} se le llama cuadrado medio residual la raíz cuadrada de $\hat{\sigma}^2$, se llama el error estándar de la regresión y tiene la misma unidad que la variable de respuesta y.

Prueba de significancia de regresión

- La siguientes hipótesis se relacionan con la significancia de la regresión, el no rechazar la $\mathrm{H}_0: \beta_1 = 0$, implica que no hay relación lineal entre x & y. Esto puede implicar que x tiene muy poco valor para explicar la variación de y y que el mejor estimador x es $\hat{y} = \bar{y}$, o que la verdadera relación entre x & y no es lineal.

$$\mathrm{H}_0: \beta_1 = 0$$

$$\mathrm{H}_1: \beta_1 \neq 0$$

Prueba de significancia de regresión

- El procedimiento de prueba para $\mathrm{H}_0 \colon \beta_1 = 0$, se puede establecer, tan solo usando el estadístico t, en la siguiente ecuación:

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}_1}{se(\widehat{\beta}_1)}, donde \qquad se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{MS_{Res}}{S_{xx}}}$$

- Rechazando $\mathrm{H}_0 \colon \beta_1 = 0$ si, $\quad |t_0| > t_{\left(\frac{\propto}{2}, n-2\right)}$

Prueba de significancia de regresión

- El procedimiento de prueba para $\mathrm{H}_0\colon \beta_0 = 0$, se puede establecer, tan solo usando el estadístico t, en la siguiente ecuación:

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}_0}{se(\widehat{\beta}_0)}, donde \qquad se(\hat{\beta}_0) = \sqrt{MS_{Res}\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)}$$

- Rechazando $\mathrm{H}_0\colon \beta_0 = 0$ si, $\quad |t_0| > t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-2\right)}$

Diagnósticos de los residuos

Las principales premisas que se han hecho hasta ahora al estudiar el análisis de regresión son las siguientes:

1. La relación entre la respuesta y y los regresores es lineal, al menos en forma aproximada.
2. El termino error ε tiene media cero.
3. El termino error ε tiene varianza σ^2 constante.
4. Los errores tienen distribución normal.

Diagnósticos de los residuos

Como se pude considerar que un residual es la desviación entre los datos y el ajuste, también es una medida de variabilidad de la variable de respuesta que no explica el modelo de regresión. También conviene imaginar que los residuales son los valores realizados, u observados de los errores del modelo, por la que toda desviación de las premisas de los errores se debe reflejar en los residuos.

Diagnósticos de los residuos

- Residuales estandarizados, ya que la varianza aproximada de un residual se estima con MS_{Res}, el cuadrado medio de los residuales, un escalamiento lógico de los residuales sería el de los residuales estandarizados,

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}}}, \quad i = 1,2,3,\dots,n \qquad MS_{Res} = \frac{\sum_{i:1}^{n} {e^2}_i}{n-p}$$

- Los residuales estandarizados tiene media cero y varianza aproximadamente unitaria, en consecuencia un residual estandarizado grande $(d_i > 3)$.

Diagnósticos de los residuos

- Residuales estudentizados, Las violaciones de las premisas, del modelo, están con más probabilidad, en los puntos remotos, y pueden ser difíciles de detectar por inspecciones de los residuales ordinarios e_i por que en general sus residuales serán menores, entonces, un procedimiento lógico es examinar los residuales estudentizados,

$$r_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}(1-h_{ii})}}, \quad i = 1,2,3, \ldots, n \qquad h_{ii} = X(X^I X)^{-1} X^I$$

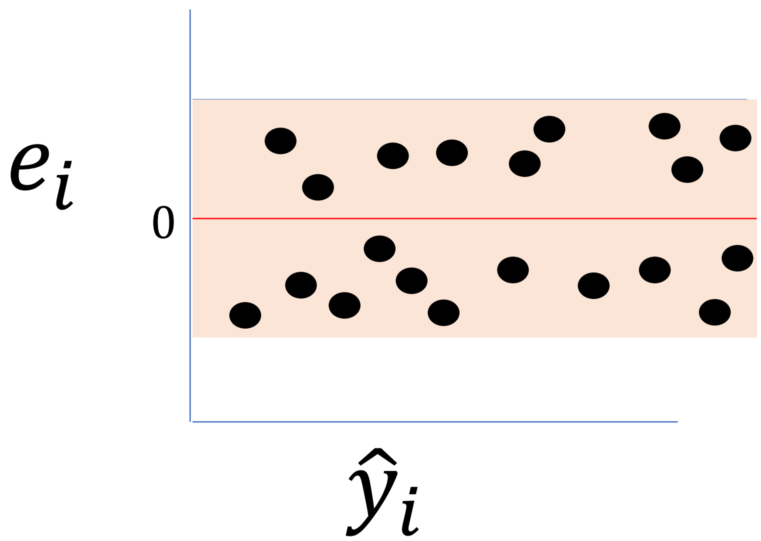
Agregar a X V $= (1,1,1, \ldots., 1)$

Diagnósticos de los residuos

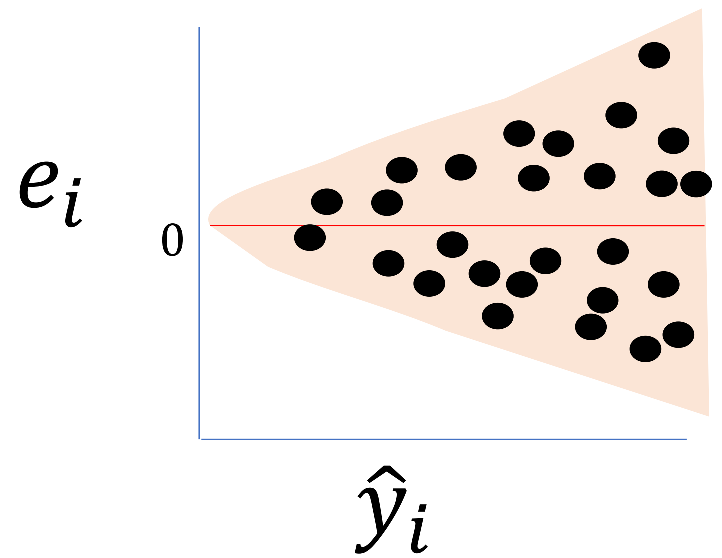
- Residuales PRESS, no es más que el residual ordinario ponderado por los elementos diagonal de la matriz de sombrero h_{ii}. Los residuales asociados con puntos para los h_{ii} es grande tendrán PRESS residuales grandes., estos serán por lo general puntos de gran influencia,

$$e_{(i)} = \frac{e_i}{1-h_{ii}}, \quad i = 1,2,3,\ldots,n \qquad\qquad h_{ii} = X(X^I X)^{-1} X^I$$

Diagnósticos de los residuos

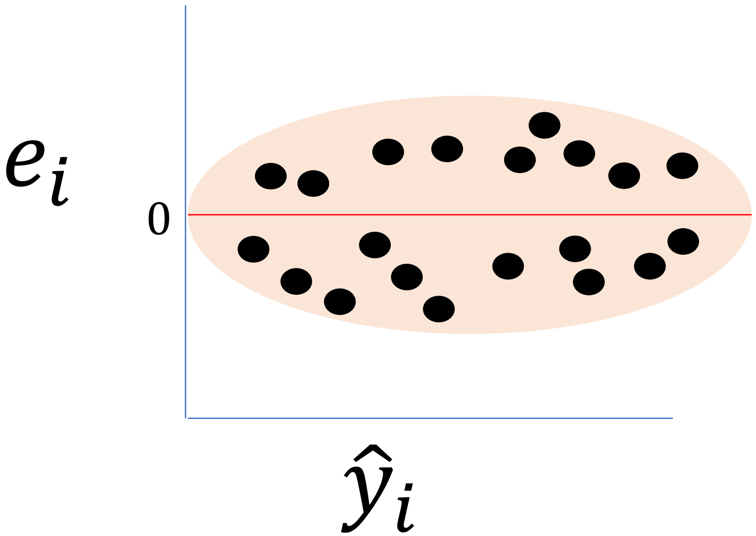


a)

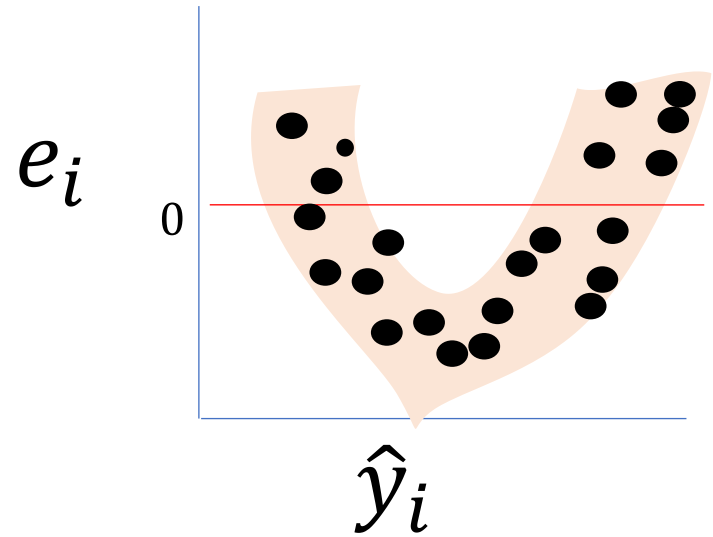


b)

Diagnósticos de los residuos



c)



d)

Modelos Mixtos

“Clase práctica # 1”

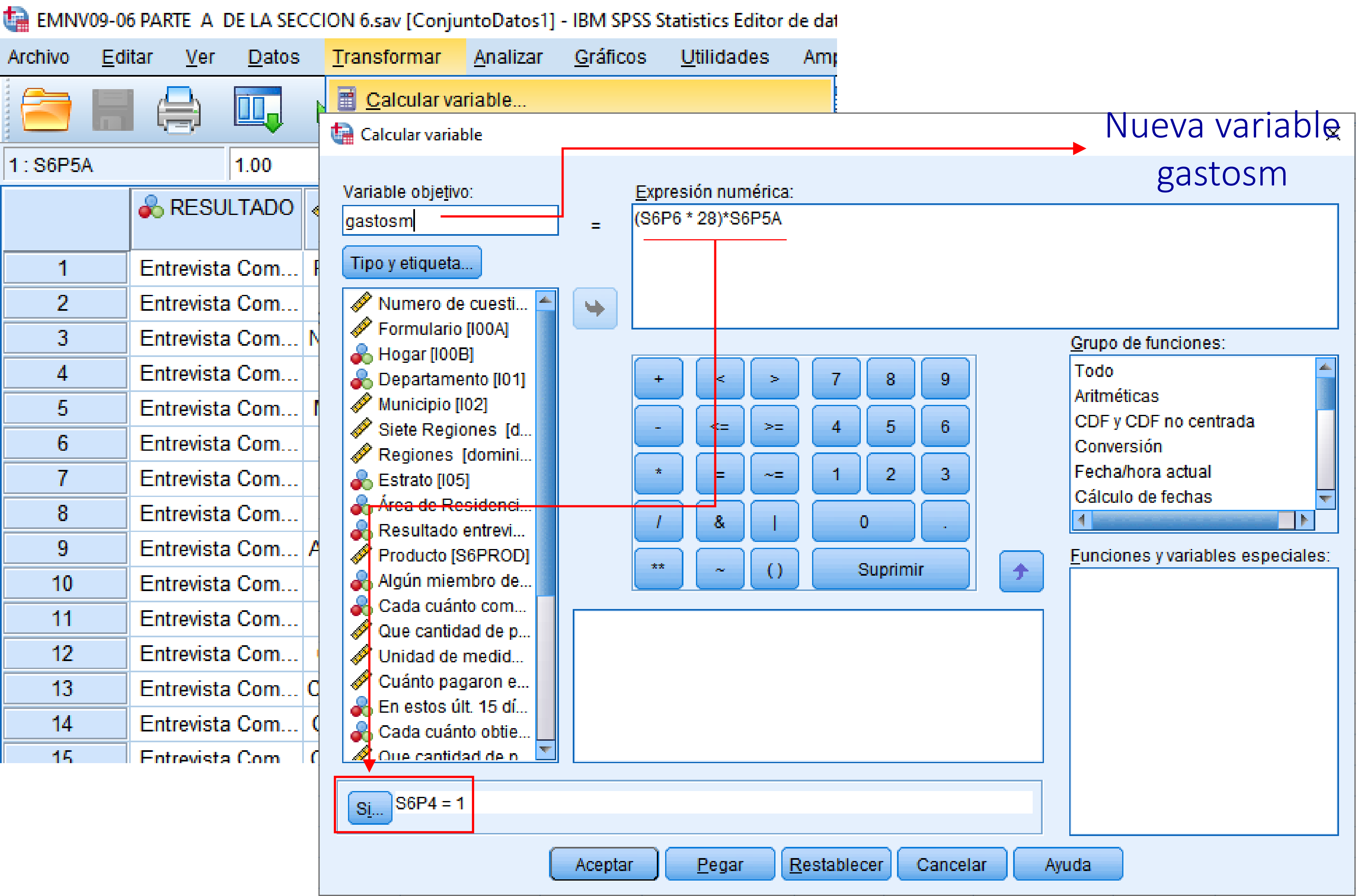
M.Sc. Henry Luis López García
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua
Facultad de Ciencia e Ingeniería

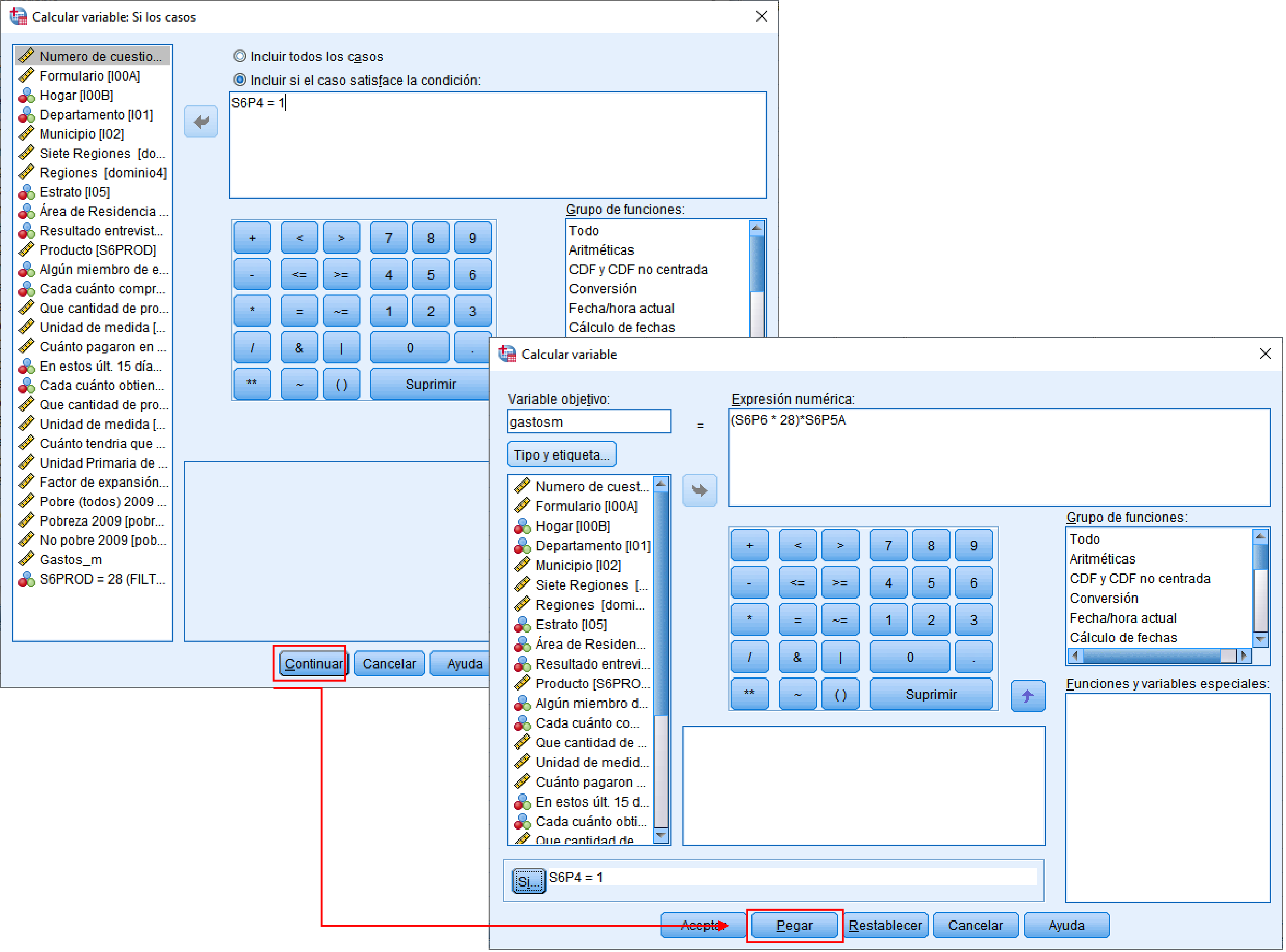
@Hen1985

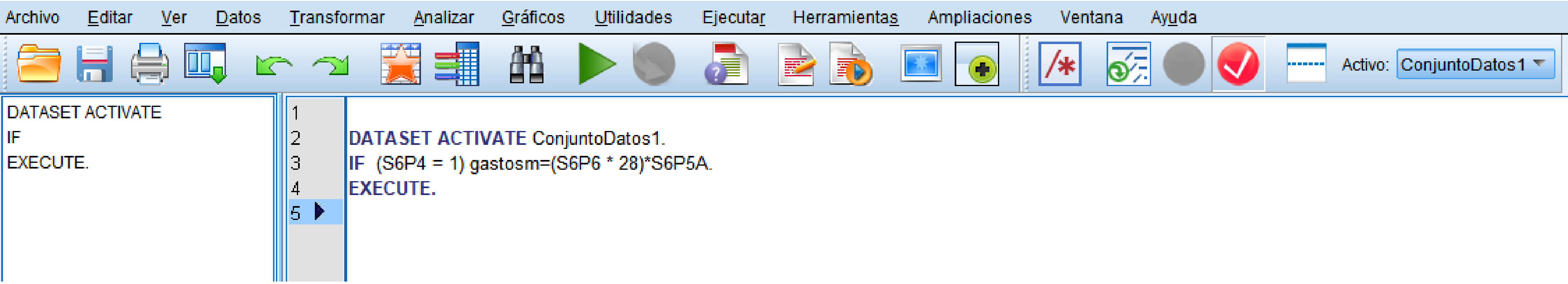
Información de las variables

Data 2009			Data 2014		
Nombre	Etiqueta	Valores	Nombres	Etiqueta	Valores
S6PROD	Producto….		S6PROD	Producto….	
S6P9	Cada…….	1: Diario 2: Semanal 3: Quincenal 4: Mensual 5: Trimestral 6: Semestral 7: Anual 8:N/S 9: Ignorado	S7P4	Cada ……	1: Diario 2: Semanal 3: Quincenal 4: Mensual 5: Trimestral 6: Semestral 7: Anual 8:N/S 9: Ignorado
S6P6	Cuánto pagaron ……		S7P6	Cuánto pagaron ….	
S6P5A	Que cantidad..		S7P5A	Que cantidad..	

Procedimiento para construir gastosm emnv-2009




Calcular variable: Si los casos
Numero de cuestio...
Formulario [I00A]
Hogar [I00B]
Departamento [I01]
Municipio [I02]
Siete Regiones [do...
Regiones [dominio4]
Estrato [I05]
Área de Residencia ...
Resultado entrevist...
Producto [S6PROD]
Algún miembro de e...
Cada cuánto compr...
Que cantidad de pro...
Unidad de medida [...
Cuánto pagaron en ...
En estos últ. 15 día...
Cada cuánto obtien...
Que cantidad de pro...
Unidad de medida [...
Cuánto tendria que ...
Unidad Primaria de ...
Factor de expansión...
Pobre (todos) 2009 ...
Pobreza 2009 [pobr...
No pobre 2009 [pob...
Gastos_m
S6PROD = 28 (FILT...
Incluir todos los casos
Incluir si el caso satisface la condición:
S6P4 = 1
Grupo de funciones:
Todo
Aritméticas
CDF y CDF no centrada
Conversión
Fecha/hora actual
Cálculo de fechas
Suprimir
Continuar
Cancelar
Ayuda
Calcular variable
Variable objetivo:
gastosm
Expresión numérica:
(S6P6 * 28)*S6P5A
Tipo y etiqueta...
Funciones y variables especiales:
Si...
S6P4 = 1
Aceptar
Pegar
Restablecer
Cancelar
Ayuda



Hacer el mismo procedimiento para las demás categorías, luego seleccionar las sintaxis y dar en el botón

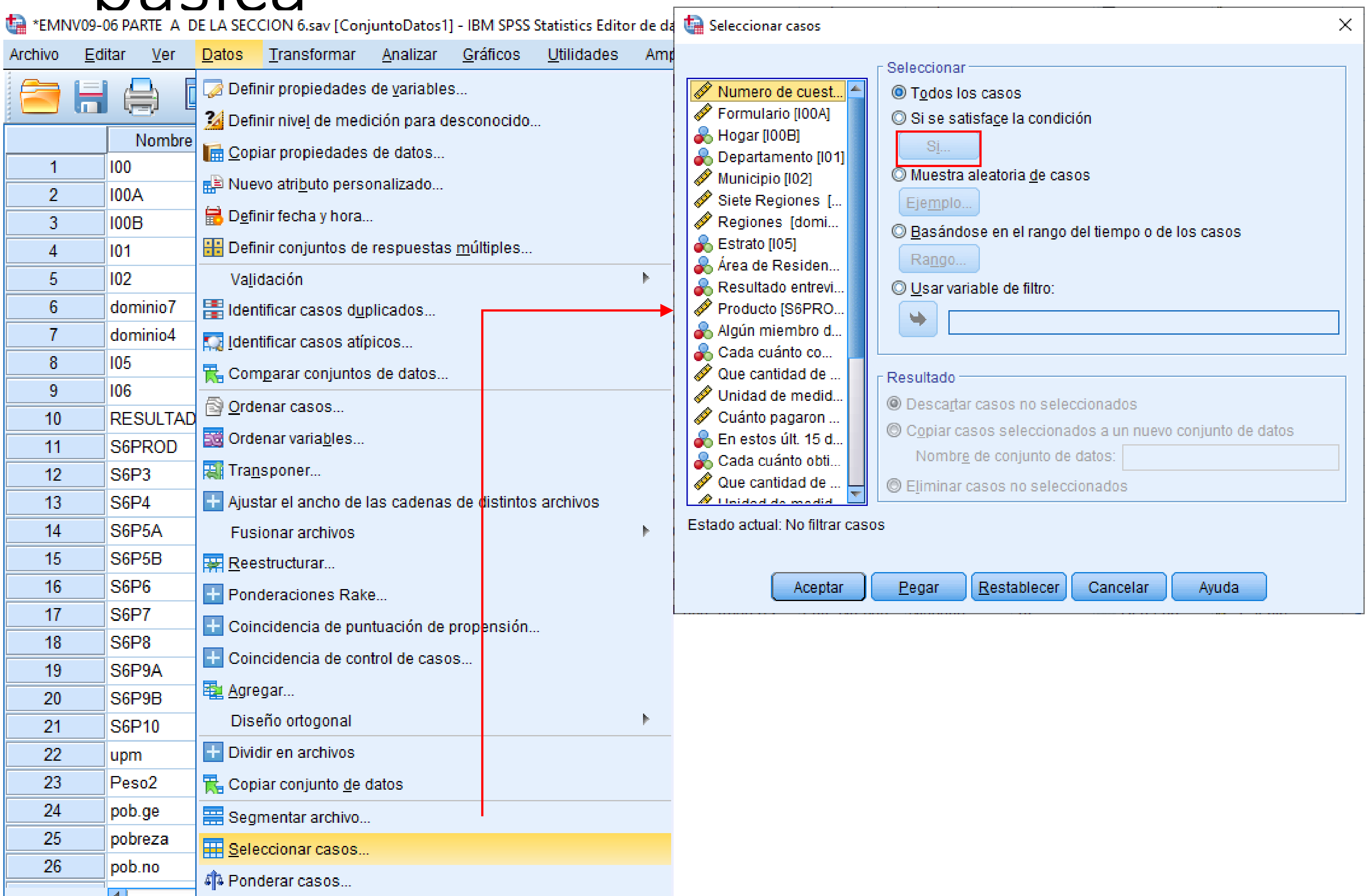
Construir la variable gastosm data 2009

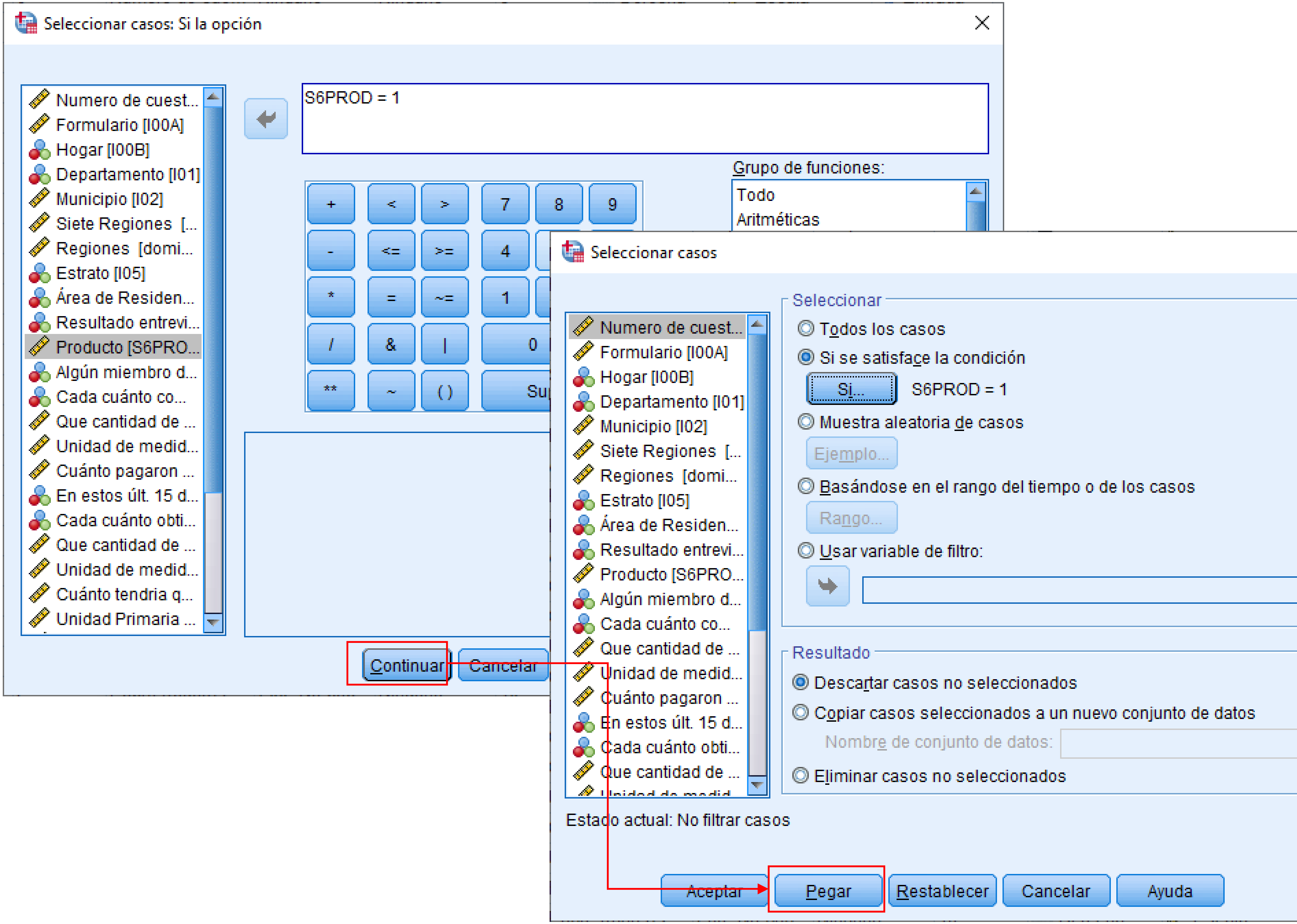
```
IF  (S6P4 = 1) gastosm=(S6P6*28)*S6P5A.
EXECUTE.

IF  (S6P4 = 1) gastosm=(S6P6*28)*S6P5A.
EXECUTE.

IF  (S6P4 = 2) gastosm=(S6P6*4)*S6P5A.
EXECUTE.

IF  (S6P4 = 3) gastosm=(S6P6*2)*S6P5A.
EXECUTE.

IF  (S6P4 = 4) gastosm=(S6P6*1)*S6P5A.
EXECUTE.

IF  (S6P4 = 5) gastosm=(S6P6/3)*S6P5A.
EXECUTE.

IF  (S6P4 = 6) gastosm=(S6P6/6)*S6P5A.
EXECUTE.

IF  (S6P4 = 7) gastosm=(S6P6/12)*S6P5A.
EXECUTE.
```

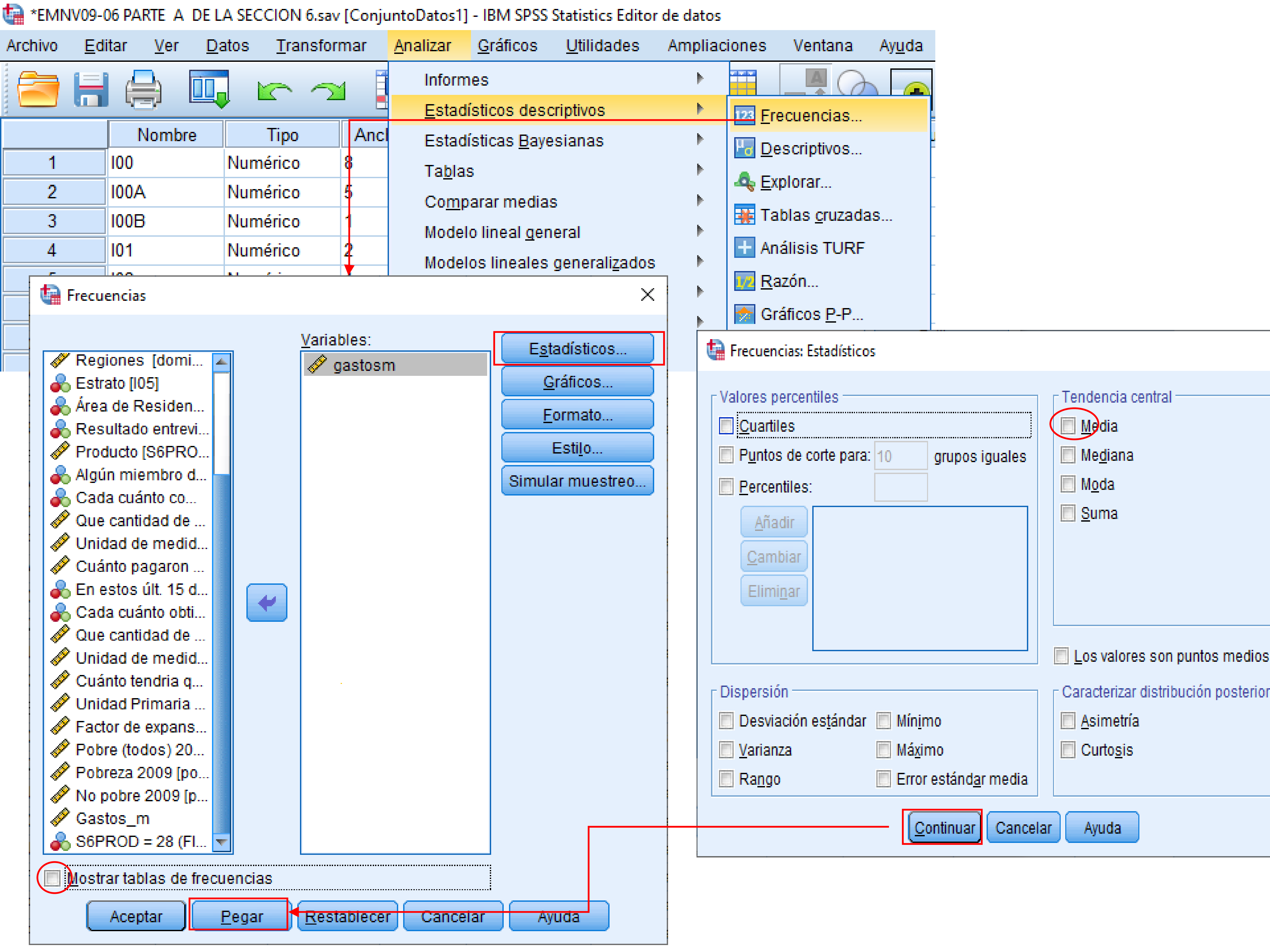
Verificar el archivo de trabajo para la variable

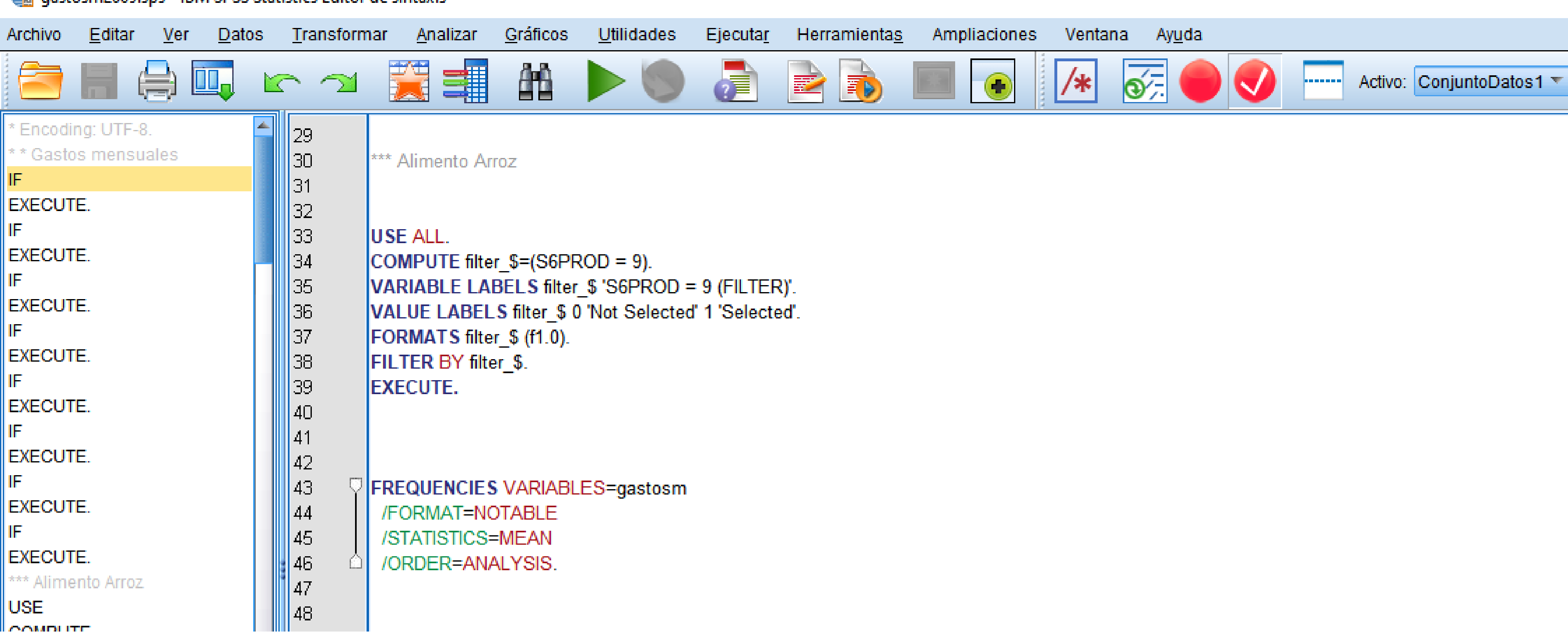
- S6PROD: Producto (emvn-2009)
- S6PROD: Producto (emvn-2014)

Solicitar el gasto promedio mensual para los alimentos de la canasta básica




Seleccionar casos: Si la opción
S6PROD = 1
Grupo de funciones:
Todo
Aritméticas
Numero de cuest...
Formulario [I00A]
Hogar [I00B]
Departamento [I01]
Municipio [I02]
Siete Regiones [...
Regiones [domi...
Estrato [I05]
Área de Residen...
Resultado entrevi...
Producto [S6PRO...
Algún miembro d...
Cada cuánto co...
Que cantidad de ...
Unidad de medid...
Cuánto pagaron ...
En estos últ. 15 d...
Cada cuánto obti...
Que cantidad de ...
Unidad de medid...
Cuánto tendria q...
Unidad Primaria ...
Continuar
Cancelar
Seleccionar casos
Seleccionar
Todos los casos
Si se satisface la condición
Si...
S6PROD = 1
Muestra aleatoria de casos
Ejemplo...
Basándose en el rango del tiempo o de los casos
Rango...
Usar variable de filtro:
Resultado
Descartar casos no seleccionados
Copiar casos seleccionados a un nuevo conjunto de datos
Nombre de conjunto de datos:
Eliminar casos no seleccionados
Estado actual: No filtrar casos
Aceptar
Pegar
Restablecer
Cancelar
Ayuda


*EMNV09-06 PARTE A DE LA SECCION 6.sav [ConjuntoDatos1] - IBM SPSS Statistics Editor de datos
Archivo
Editar
Ver
Datos
Transformar
Analizar
Gráficos
Utilidades
Ampliaciones
Ventana
Ayuda
Nombre
Tipo
Ancl
1 I00 Numérico 8
2 I00A Numérico 5
3 I00B Numérico 1
4 I01 Numérico 2
Informes
Estadísticos descriptivos
Estadísticas Bayesianas
Tablas
Comparar medias
Modelo lineal general
Modelos lineales generalizados
Frecuencias...
Descriptivos...
Explorar...
Tablas cruzadas...
Análisis TURF
Razón...
Gráficos P-P...
Frecuencias
Variables:
gastosm
Estadísticos...
Gráficos...
Formato...
Estilo...
Simular muestreo...
Regiones [domi...
Estrato [I05]
Área de Residen...
Resultado entrevi...
Producto [S6PRO...
Algún miembro d...
Cada cuánto co...
Que cantidad de ...
Unidad de medid...
Cuánto pagaron ...
En estos últ. 15 d...
Cada cuánto obti...
Que cantidad de ...
Unidad de medid...
Cuánto tendria q...
Unidad Primaria ...
Factor de expans...
Pobre (todos) 20...
Pobreza 2009 [po...
No pobre 2009 [p...
Gastos_m
S6PROD = 28 (FI...
Mostrar tablas de frecuencias
Aceptar
Pegar
Restablecer
Cancelar
Ayuda
Frecuencias: Estadísticos
Valores percentiles
Cuartiles
Puntos de corte para: 10 grupos iguales
Percentiles:
Añadir
Cambiar
Eliminar
Tendencia central
Media
Mediana
Moda
Suma
Los valores son puntos medios
Dispersión
Desviación estándar
Mínimo
Varianza
Máximo
Rango
Error estándar media
Caracterizar distribución posterior
Asimetría
Curtosis
Continuar
Cancelar
Ayuda



proceder a seleccionar la sintaxis y dar en el botón

Solicitar el gasto promedio mensual para los alimentos de la canasta básica

Ejemplo

```
** Arroz en grano
USE ALL.
COMPUTE filter_$=(S6PROD = 9.0).
VARIABLE LABELS filter_$ 'S6PROD = 9.0 (FILTER)'.
VALUE LABELS filter_$ 0 'Not Selected' 1 'Selected'.
FORMATS filter_$ (f1.0).
FILTER BY filter_$.
EXECUTE.

FREQUENCIES VARIABLES=gastosm
  /FORMAT=NOTABLE
  /STATISTICS=VARIANCE MEAN
  /ORDER=ANALYSIS.
```

Modelos Mixtos

“Análisis de regresión lineal”

M.Sc. Henry Luis López García
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua
Facultad de Ciencia e Ingeniería

@Hen1985