Modelos Mixtos

"Definiciones básicas"

M.Sc. Henry Luis López García Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua Facultad de Ciencia e Ingeniería



"Los datos son el nuevo petróleo. Es valioso, pero si no está refinado, realmente no se puede usar. Tiene que cambiarse a gas, plástico, productos químicos, etc. para crear una entidad valiosa que impulse la actividad rentable; entonces los datos deben desglosarse, analizarse para que tengan valor ". Sin datos empíricos respecto de la situación actual, no es posible trazar con confianza nuestro camino hacia el cumplimiento de los Objetivos de Desarrollo Sostenible. Con ese propósito, el presente informe también refleja los desafíos enfrentados en la recopilación, el procesamiento, el análisis y la diseminación de la información suficientemente desglosada, accesible, oportuna y confiable y exige una mejor formulación de políticas basada en los datos. Las tecnologías de hoy en día posibilitan la recolección de los datos necesarios para cumplir con la promesa de no dejar a nadie atrás, pero es imprescindible el liderazgo político, los recursos y el compromiso de utilizar las herramientas disponibles én la actualidad (ONU, 2018).

Estadística

- •Objetivos bien definidos
- Presupuesto (\$)
- •Recursos (humanos materiales)
- Prueba Piloto
- •Variable de diseño
- •Tamaño de la muestra

Planificación



У

- Aplicación de los formularios a través de la técnica por encuesta
- •Extracción de datos (redes sociales, IoT)
- Registros vitales
- CENSO

Recolección



- Almacenamiento
- •Limpieza de datos
- Análisis Exploratorio (EDA)
- Aplicación estadística paramétrica o no paramétrica
- Modelización

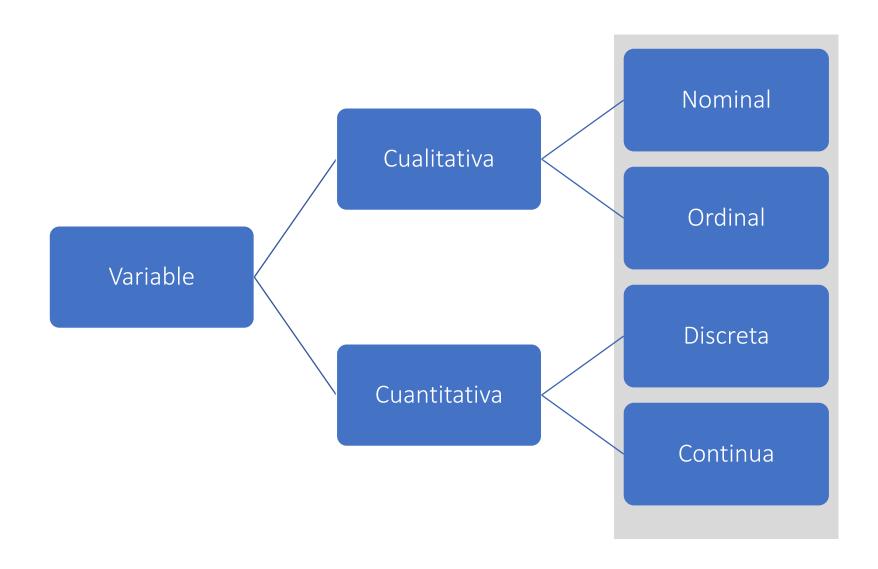
Procesamiento



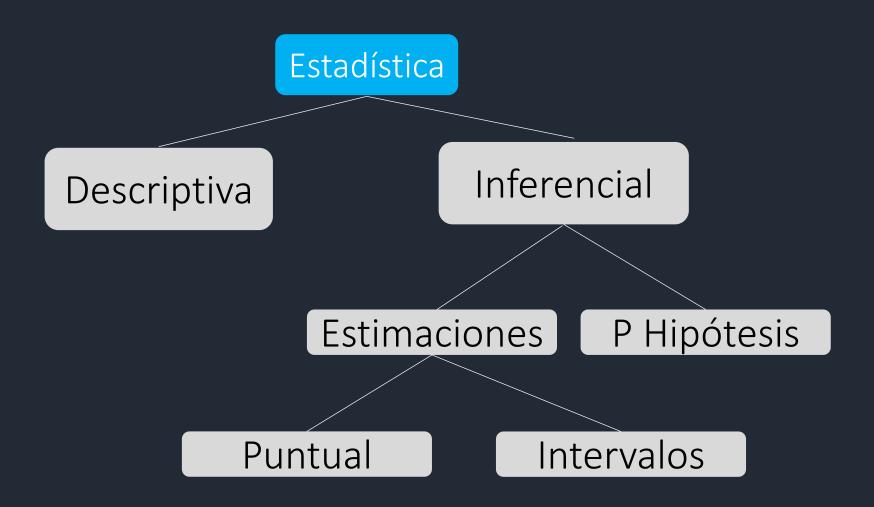
- •Análisis de los resultados
- Gobernanza
- •Line base
- •Medición de impacto
- •Mejora continua

Análisis

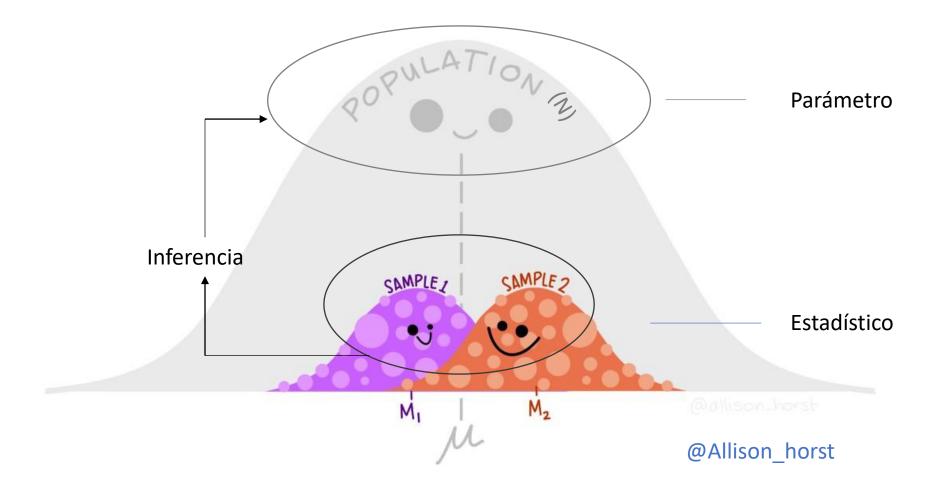
Variables



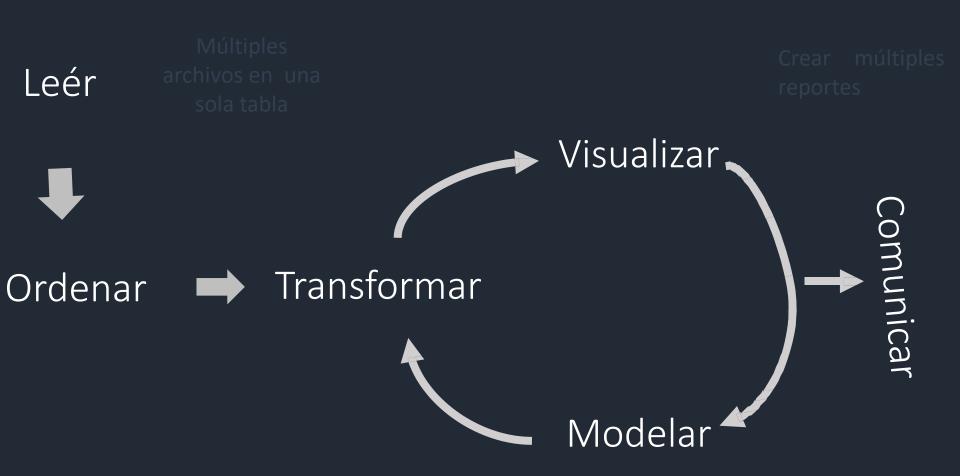
División clásica



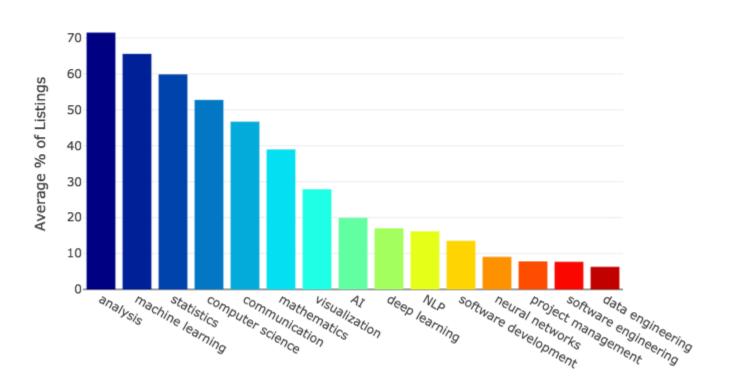
Población y muestra



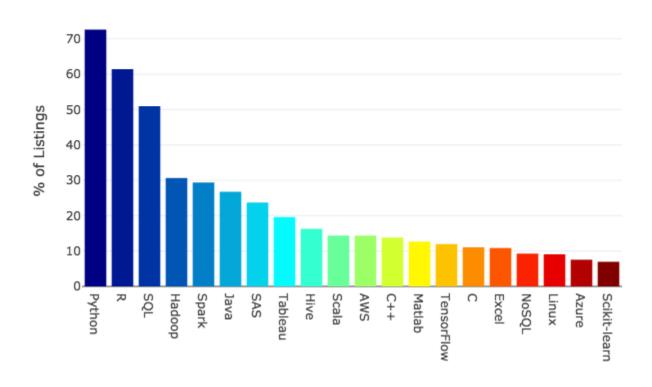
Ciencia de datos



General Skills in Data Scientist Job Listings



Top 20 Technology Skills in Data Scientist Job Listings



Modelos Mixtos "Análisis de regresión lineal"

M.Sc. Henry Luis López García Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua Facultad de Ciencia e Ingeniería



Contenidos

- Modelo de regresión lineal
- Estimación de lo (β_0, β_1)
- Propiedad de los estimadores por mínimos cuadrados
- Estimación de (σ^2)
- Prueba de significación del modelo de regresión
- Diagnósticos de los residuos
- Coeficiente de correlación
- Estimación de (ρ)
- Prueba de significancia del coeficiente de correlación muestral (ρ)

Regresión lineal

La regresión es una técnica estadística para investigar y modelar la relación entre variables.

Propósito de la regresión lineal:

- Describir la regresión lineal entre y & x
- Determinar cuanta variación en y puede ser explicada por la relación con x
- Predecir valores nuevos de y usando nuevos valores de x

Regresión lineal

Consideremos el modelo de regresión lineal simple un modelo con solo un regresor x que tiene una relación con una respuesta y, donde la relación es una línea recta.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \qquad (ecuación 1)$$

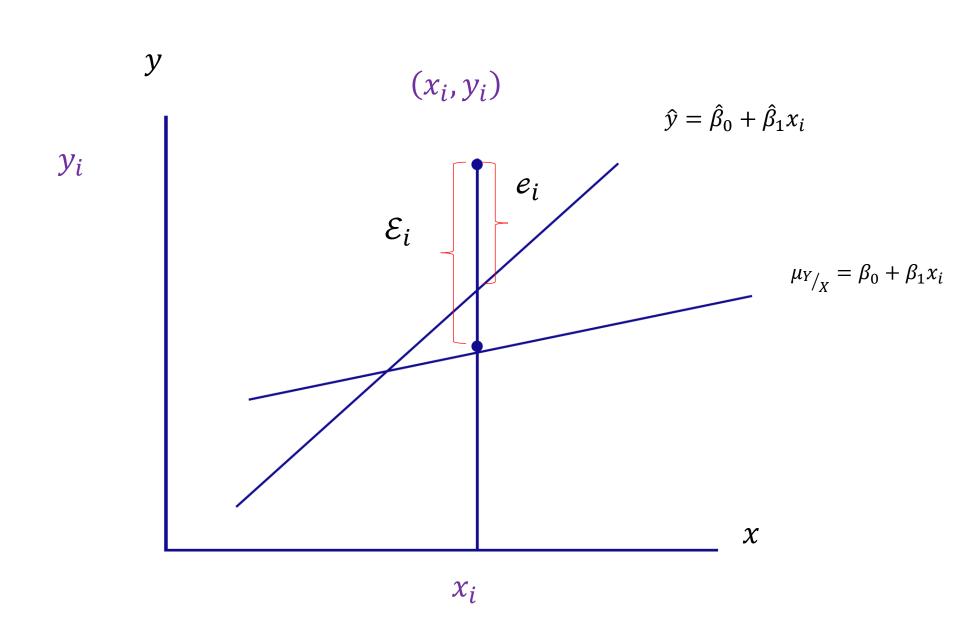
Por tanto observando el modelo:

- Necesitamos estimar dos parámetros \hat{eta}_0 y \hat{eta}_1 .
- $\hat{\beta}_0$ es el intercepto, la media de la distribución de probabilidad de y cuando x es 0.

Regresión lineal

• $\hat{\beta}_1$ es a menudo llamado la pendiente, mide la tasa de cambio en y por una unidad de cambio en x.

• La estimación de los parámetros es a través de los mínimos cuadrados, lo que resuelve este modelo por medio minimizar e_i realmente $\sum_{i:1}^n e_i^2$.



Estimación de $(\beta_0 y \beta_1)$

- Los parámetros $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ son desconocidos y se deben de estimar con los datos de la muestra, ahora supongamos que hay n pares de datos: $(y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots, (y_n, x_n)$.
- Entonces para estimar $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ se usa el método de mínimo cuadrados, esto es, estimar $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ tales que la suma de los cuadrados de las diferencias entre las observaciones y_i y la línea recta sea mínima, según la ecuación puede escribirse

Estimación de $(\beta_0 y \beta_1)$

• Considerando la $(y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon)$ es un modelo de regresión poblacional mientras que la ecuación 2, es un modelo muestral de regresión, escrito en términos de los n pares de datos (y_i, x_i) $i = 1, 2, \dots, n$

$$s(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$
 $\sum_{i=1}^{n} e^2_i$

• Los estimadores por mínimos cuadrados, de eta_0 y eta_1 , que se designarán por eta_0 y eta_1 , deben de satisfacer

Estimación de $(\beta_0 y \beta_1)$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0}\Big|_{\widehat{\beta}_0,\widehat{\beta}_1} = -2\sum_{i:1}^n (y_i - \widehat{\beta}_0 - \widehat{\beta}_1 x_i) = 0$$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta_1} \right|_{\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1} = -2 \sum_{i:1}^n (y_i - \widehat{\beta}_0 - \widehat{\beta}_1 x_i) x_i = 0$$

Se simplifican estas dos ecuaciones se obtiene

$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i:1}^n x_i = \sum_{i:1}^n y_i \qquad \hat{\beta}_0 \sum_{i:1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i:1}^n x_i^2 = \sum_{i:1}^n y_i x_i$$

Ecuaciones normales de mínimos cuadrados

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$
 (ecuación 3)

$$\hat{\beta}_{1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{i} x_{i} - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_{i})(\sum_{i=1}^{n} x_{i})}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x^{2}_{i} - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_{i})^{2}}{n}}$$
 (ecuación 4)

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

Ecuaciones normales por mínimos cuadrados

Una forma cómoda de escribir la ecuación 4

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

Suma corregida de los productos cruzados de las $x_i \& y_i$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)(\sum_{i=1}^{n} x_i)}{n} = \sum_{i=1}^{n} y_i (x_i - \bar{x})$$

Suma corregida de cuadrados de las x_i

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

Residual (e_i)

• La diferencia entre el valor observado y_i & el valor ajustado correspondiente \hat{y}_i se le llama residual, matemáticamente, el i — $\acute{e}simo$ residual es

$$e_i = y_i - \hat{y} = y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i), \quad i = 1, 2, \dots, n$$
(ecuación 5)

 Los residuales tienen un papel importante en la adecuación del modelo de regresión ajustado, y para detectar diferencias respecto a las hipótesis básicas.

Propiedad de los estimadores

• Los es estimadores por mínimos cuadrados $\hat{\beta}_0 y \hat{\beta}_1$ tienen algunas propiedades importantes, estas se describen:

• La suma de los residuales en cualquier modelo de regresión que contenga una ordenada al origen $\hat{\beta}_0$ siempre es igual a cero, esto es.

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i) = \sum_{i=1}^{n} e_i = 0$$

Propiedad de los estimadores

• La suma de los valores observados y_i es igual a la suma de los valores ajustados \hat{y}_i

$$\sum_{i:1}^{n} y_i = \sum_{i:1}^{n} \hat{y}_i$$

• La línea de regresión de mínimos cuadrados siempre pasa por el **centroide** de los datos, que es el punto (y_i, x_i) .

Propiedad de los estimadores

• La suma de los residuales, ponderados por el valor correspondiente de la variable regresora, siempre es igual a cero: n

$$\sum_{i=1}^{n} x_i e_i = 0$$

• La suma de los residuales, ponderados por el valor ajustado correspondiente, siempre es igual a cero:

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i e_i = 0$$

Estimación de σ^2

• Además de estimar $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$, se requiere un estimado se σ^2 para probar hipótesis y formar estimados de intervalos pertinentes al modelo de regresión, el estimado de σ^2 se obtiene de la suma cuadrado residuales, o suma cuadrado del error:

$$MSr_{Res} \sum_{i:1}^{n} e^{2}_{i} = \sum_{i:1}^{n} (y_{i} - \hat{y}_{i})^{2}$$

• Se puede deducir una formula fácil de MSr_{Res} sustituyendo

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

Estimación de σ^2

$$SS_{Res} = \sum_{i:1}^{n} y_{i}^{2} - n\bar{y}^{2} - \hat{\beta}_{1}S_{xy}$$

$$SS_T = \sum_{i:1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 = \sum_{i:1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Es justo la suma de cuadrado corregida, de las observaciones de las respuestas por lo que:

$$SS_{Res} = SS_T - \hat{\beta}_1 S_{xy}$$

Estimación de σ^2

• La suma de cuadrado de residuales tiene n-2 grados de libertad, porque dos grados de libertad se asocian con los estimados $\hat{\beta}_0 y \, \hat{\beta}_1$ que se usan para obtener \hat{y}_i , por lo que un estimador insesgado de σ^2 es

$$MS_{Res} = \frac{SS_{Res}}{n-2} = \hat{\sigma}^2$$

• La cantidad MS_{Res} se le llama cuadrado medio residual la raíz cuadrada de $\hat{\sigma}^2$, se llama el error estándar de la regresión y tiene la misma unidad que la variable de respuesta y.

Prueba de significancia de regresión

• La siguientes hipótesis se relacionan con la significancia de la regresión, el no rechazar la H_0 : $\beta_1 = 0$, implica que no hay relación lineal entre $x \ \& \ y$. Esto puede implicar que x tiene muy poco valor para explicar la variación de y y que el mejor estimador x es $\hat{y} = \overline{y}$, o que la verdadera relación entre $x \ \& y$ no es lineal.

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

Prueba de significancia de regresión

• El procedimiento de prueba para H_0 : $\beta_1 = 0$, se puede establecer, tan solo usando el estadístico t, en la siguiente ecuación:

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}_1}{se(\widehat{\beta}_1)}$$
, $donde \quad se(\widehat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{MS_{Res}}{S_{xx}}}$

• Rechazando H_0 : $\beta_1=0$ si, $|t_0|>t_{\left(\frac{\alpha}{2},n-2\right)}$

Prueba de significancia de regresión

• El procedimiento de prueba para H_0 : $\beta_0 = 0$, se puede establecer, tan solo usando el estadístico t, en la siguiente ecuación:

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}_0}{se(\widehat{\beta}_0)}$$
, $donde \quad se(\widehat{\beta}_0) = \sqrt{MS_{Res}(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}})}$

• Rechazando H_0 : $\beta_0 = 0$ si, $|t_0| > t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-2\right)}$

Las principales premisas que se han hecho hasta ahora al estudiar el análisis de regresión son las siguientes:

- 1. La relación entre la respuesta y y los regresores es lineal, al menos en forma aproximada.
- 2. El termino error ε tiene media cero.
- 3. El termino error ε tiene varianza σ^2 constante.
- 4. Los errores tienen distribución normal.

Como se pude considerar que un residual es la desviación entre los datos y el ajuste, también es una medida de variabilidad de la variable de respuesta que no explica el modelo de regresión. También conviene imaginar que los residuales que los residuales son los valores realizados, u observados de los errores del modelo, por la que toda desviación de las premisas de los errores se debe reflejar en los residuos.

• Residuales estandarizados, ya que la varianza aproximada de un residual se estima con MS_{Res} , el cuadrado medio de los residuales, un escalamiento lógico de los residuales sería el de los residuales estandarizados,

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}}}, \quad i = 1,2,3,...,n \quad MS_{Res} = \frac{\sum_{i:1}^n e^2_i}{n-p}$$

• Los residuales estandarizados tiene media cero y varianza aproximadamente unitaria, en consecuencia un residual estandarizado grande $(d_i > 3)$.

• Residuales estudentizados, Las violaciones de las premisas, del modelo, están con más probabilidad, en los puntos remotos, y pueden ser difíciles de detectar por inspecciones de los residuales ordinarios e_i por que en general sus residuales serán menores, entonces, un procedimiento lógico es examinar los residuales estudentizados,

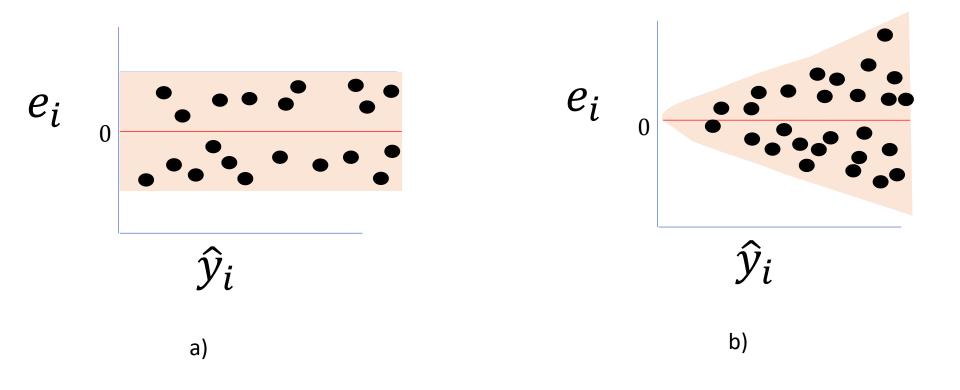
$$r_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_{Res}(1-h_{ii})}}, \quad i = 1,2,3,...,n \qquad h_{ii} = X(X^IX)^{-1}X^I$$

Agregar a X V = (1,1,1,...,1)

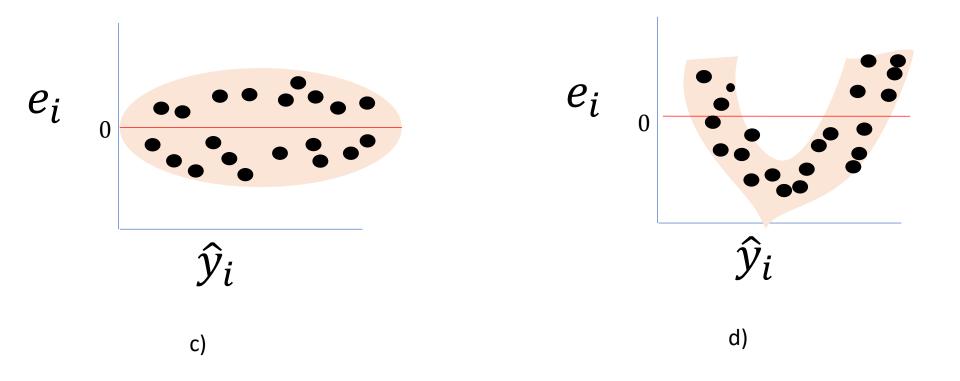
• Residuales PRESS, no es más que el residual ordinario ponderado por los elementos diagonal de la matriz de sombrero h_{ii} . Los residuales asociados con puntos para los h_{ii} es grande tendrán PRESS residuales grandes., estos serán por lo general puntos de gran influencia,

$$e_{(i)} = \frac{e_i}{1 - h_{ii}}, \quad i = 1, 2, 3, ..., n$$
 $h_{ii} = X(X^I X)^{-1} X^I$

Diagnósticos de los residuos



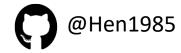
Diagnósticos de los residuos



Modelos Mixtos

"Clase práctica # 1"

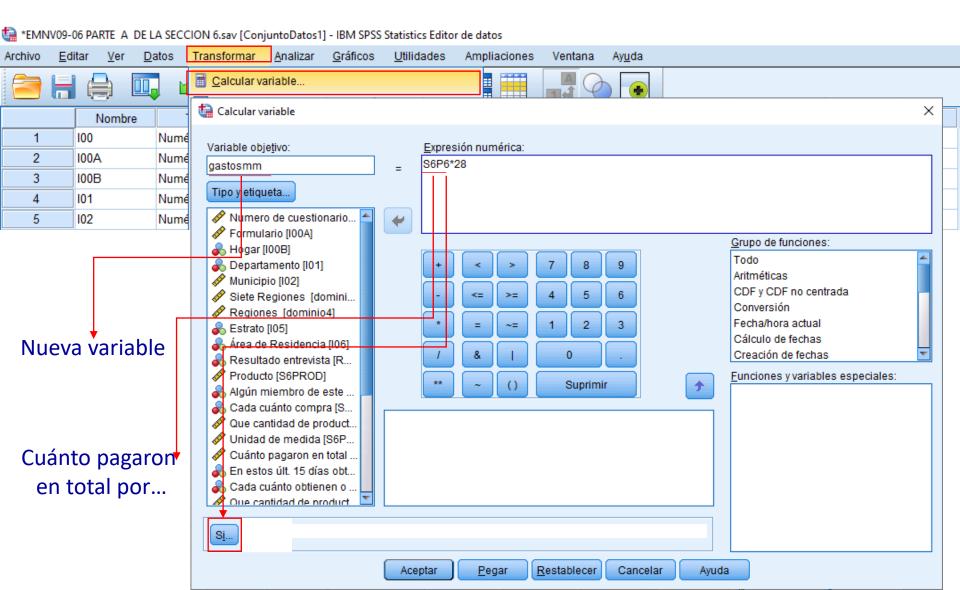
M.Sc. Henry Luis López García Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua Facultad de Ciencia e Ingeniería



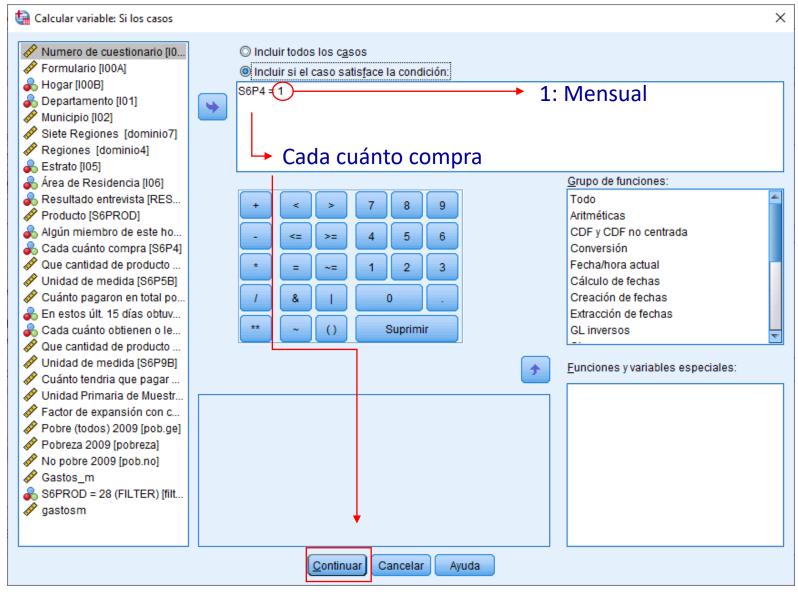
Información de las variables

| Data 2009 | | | Data 2014 | | |
|-----------|--------------|--|-----------|--------------|--|
| Nombre | Etiqueta | Valores | Nombres | Etiqueta | Valores |
| S6PROD | Producto | | S6PROD | Producto | |
| S6P9 | Cada | 1: Diario 2: Semanal 3: Quincenal 4: Mensual 5: Trimestral 6: Semestral 7: Anual 8:N/S 9: Ignorado | S7P4 | | 1: Diario 2: Semanal 3: Quincenal 4: Mensual 5: Trimestral 6: Semestral 7: Anual 8:N/S 9: Ignorado |
| S6P5A | Que cantidad | | S7P5A | Que cantidad | |
| S6P6 | Cuánto | | S7P6A | Cuánto | |

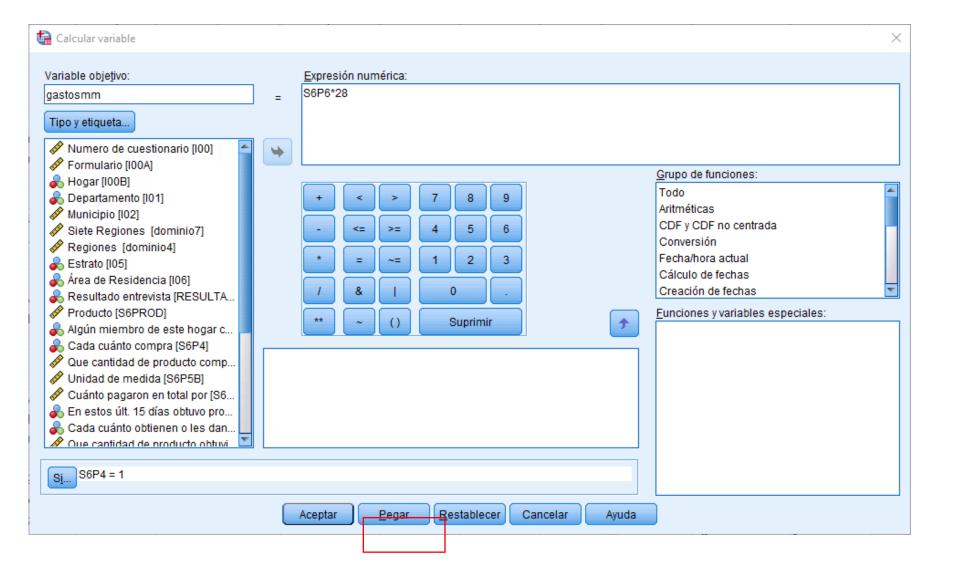
Procedimiento para construir gastosm



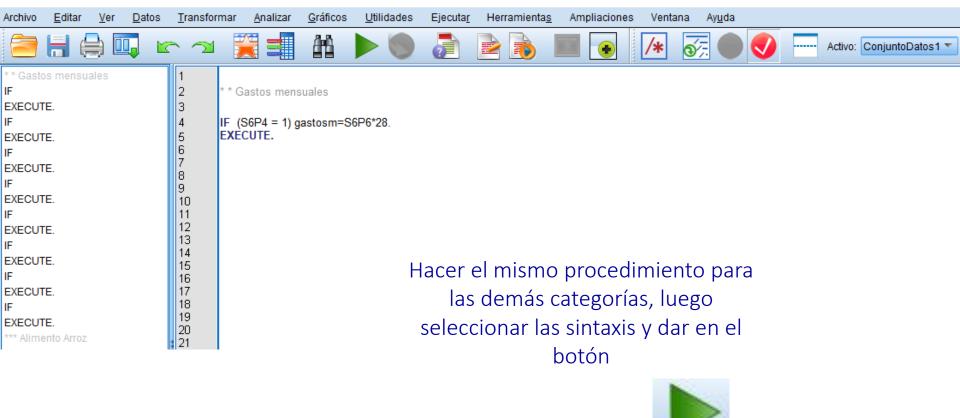
Procedimiento



Procedimiento



Procedimiento



Construir la variable gastosm data 2009 y 2014

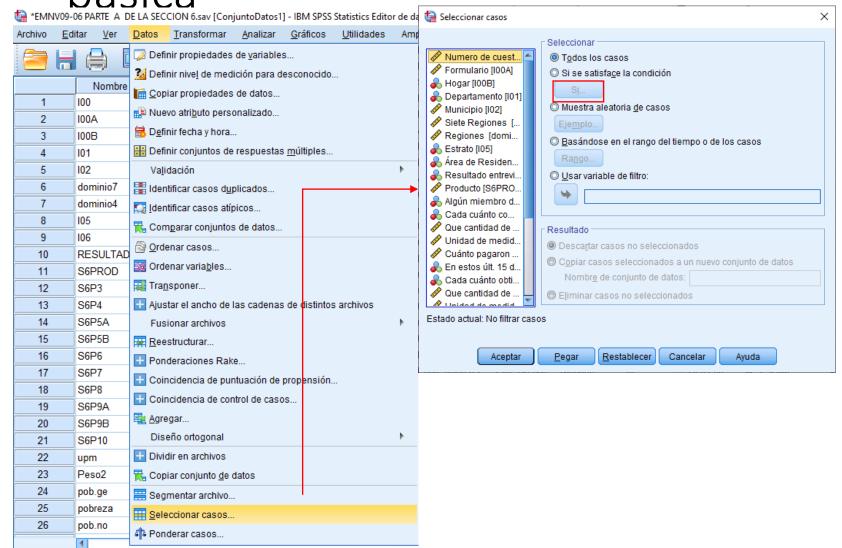
```
IF (S6P4 = 1) gastosm=S6P6*28.
EXECUTE.
IF (S6P4 = 2) gastosm=S6P6*4.
EXECUTE.
IF (S6P4 = 3) gastosm=S6P6*2.
EXECUTE.
IF (S6P4 = 4) gastosm=S6P6*1.
EXECUTE.
IF (S6P4 = 5) gastosm=S6P6/3.
EXECUTE.
IF (S6P4 = 6) gastosm=S6P6/6.
EXECUTE.
```

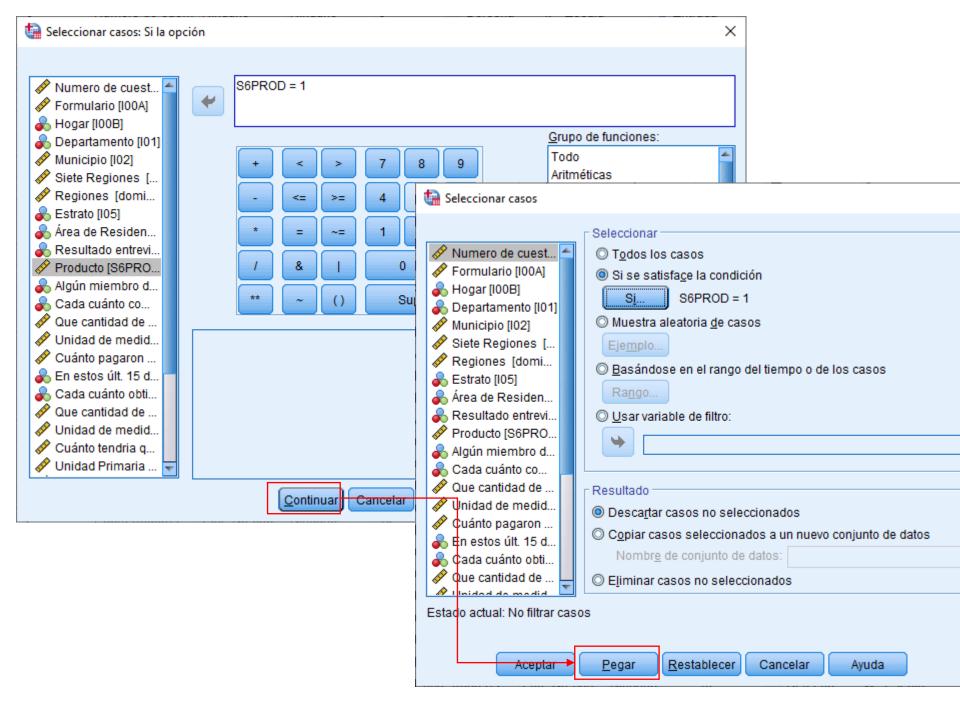
IF (S6P4 = 7) gastosm=S6P6/12. EXECUTE.

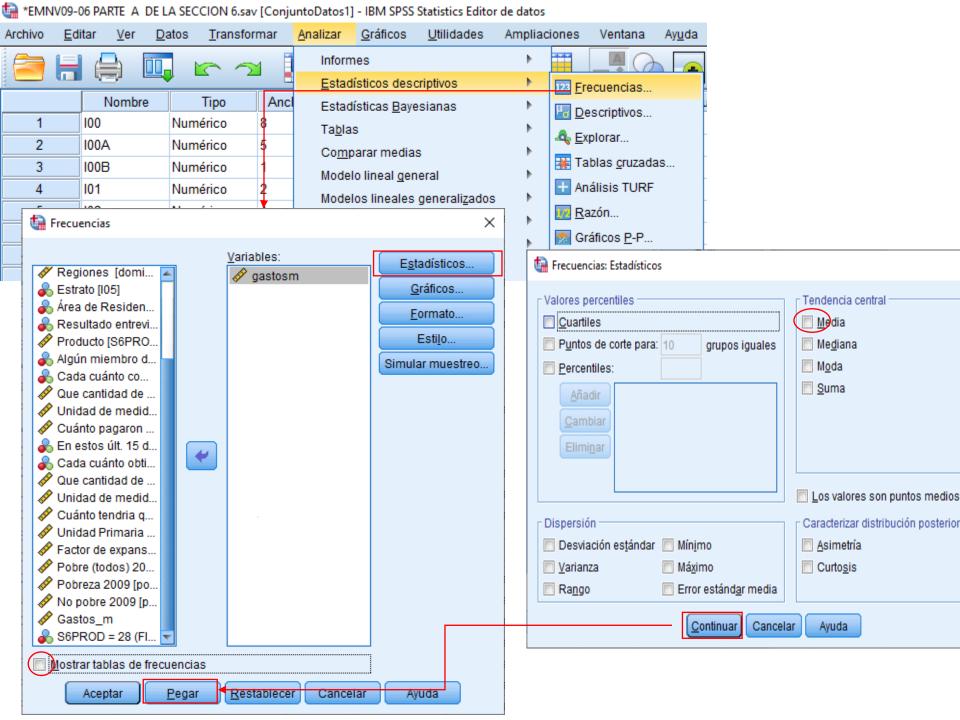
Verificar el archivo de trabajo para la variable

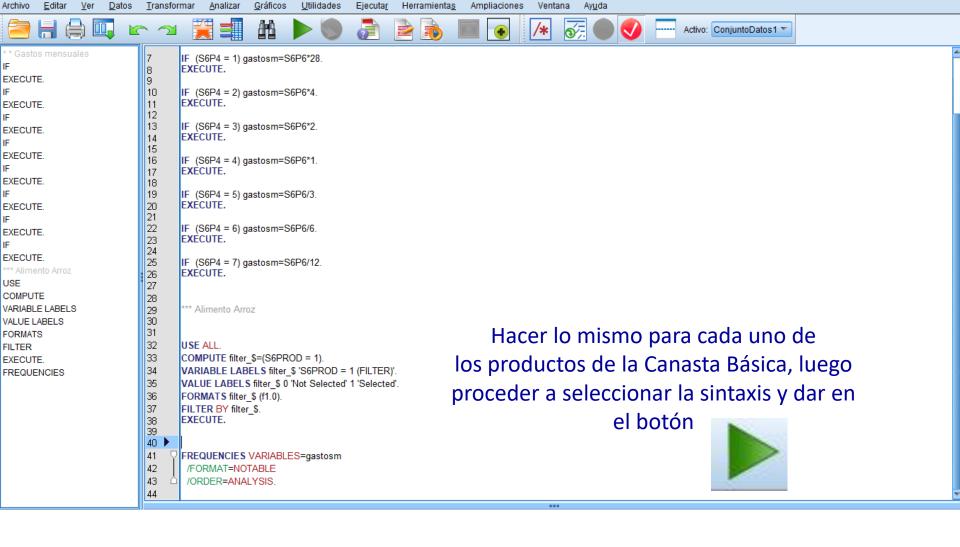
- S6PROD: Producto (emvn-2009)
- S6PROD: Producto (emvn-2014)

Solicitar el gasto promedio mensual para los alimentos de la canasta hásica









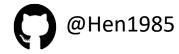
Solicitar el gasto promedio mensual para los alimentos de la canasta básica

```
Ejemplo
** Arroz en grano
USE ALL.
COMPUTE filter \$=(S6PROD = 9.0).
VARIABLE LABELS filter_$ 'S6PROD = 9.0 (FILTER)'.
VALUE LABELS filter_$ 0 'Not Selected' 1 'Selected'.
FORMATS filter $ (f1.0).
FILTER BY filter $.
EXECUTE.
FREQUENCIES VARIABLES=gastosm
 /FORMAT=NOTABLE
 /STATISTICS=VARIANCE MEAN
 /ORDER=ANALYSIS.
```

Modelos Mixtos

"R: Introducción"

M.Sc. Henry Luis López García Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua Facultad de Ciencia e Ingeniería



Qué es R?

- Leguaje para la computación estadística
- Variedad de técnicas estadísticas
- Similar al entorno de lenguaje S
- R fue escrito inicialmente por Robert Gentleman y Ross Ihaka, también conocido como " R & R " del Departamento de Estadísticas de la Universidad de Auckland. Desde mediados de 1997.
- Capacidad de visualización
- Altamente extensible

Ventajas?

- Código abierto! ¡Gratis!
- Master en gráficos
- Interfaz de línea de comando
- Reproducibilidad a través de scripts R
- Extensivo
- Comunidad (contribuciones de todo el mundo)

Desventajas?

- Fácil de aprender, difícil de dominar
- Interfaz de línea de comandos desalentadora al principio
- Código mal escrito difícil de leer / mantener

Descarga

R

https://www.r-project.org/

RStudio

https://rstudio.com/

Modelos Mixtos "Análisis de regresión lineal"

M.Sc. Henry Luis López García Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua Facultad de Ciencia e Ingeniería

