

## 五：抽样方法（一）

### 1.反函数法

令 $u_1, \dots, u_k$  服从均匀分布, 让 $x_i = F^{-1}(u_i)$ ,  $x_k = F^{-1}(u_k)$ , 那么 $x_i$  服从分布 $F$ 。

```
import org.apache.log4j.{Level, Logger}
import org.apache.spark.{SparkConf, SparkContext}
import org.apache.spark.mllib.random.RandomRDDs._

val conf = new SparkConf().setAppName("run").setMaster("local[2]")
val sc = new SparkContext(conf)
val unif = uniformRDD(sc, 1000, 1).map(x => -math.log(x))
print(unif)
import java.util.concurrent.ThreadLocalRandom
val r = ThreadLocalRandom.current()
print(r)
val OurExprVs = (1 to 1000).map(x => r.nextDouble).map(x => -math.log(x)).toArray[Double]
```

### 2.拒绝接受法

- 找到 $c$ 与 $g(x)$ , 使得 $f(x) \leq cg(x)$  在二者的定义域内恒成立
- 产生密度函数是 $g_y$  的随机数 $y_i$ , 以及服从均匀分布的随机数 $u_i$
- 如果 $u_i \leq \frac{f(x)}{cg(x)}$  成立, 那么认为此 $y_i$  是来自 $f(x)$  的分布。
- 因为可以证明的是 $f(x|U \leq U(y)) = f(x)$
- $c$ 越小, 接受度越高
- $c_{optimal} = \min_{\theta} \max_x \frac{f(x)}{g_{\theta}(x)}$
- 拉普拉斯分布可以用来产生正态分布随机数

### 3.重要抽样法（SIR）

- $w(X^{(j)}) = \frac{f(X^{(j)})}{g(X^{(j)})}$ , 计算每个样本的权重, 以及对应概率 $w_j = \frac{w(X^{(j)})}{\sum_{i=1}^{100} w(X^{(i)})}$
- 生成i.i.d的备选样本 $x_1, \dots, x_n$  服从 $g(x)$
- 以概率 $w_j$  再从 $x_1, \dots, x_n$  抽出 $m$ 个样本
- 此时的 $x_i (i = 1, \dots, m)$ 近似服从 $f(x)$
- $j/m$ , 越大越好, 一般来说1要大于10或20