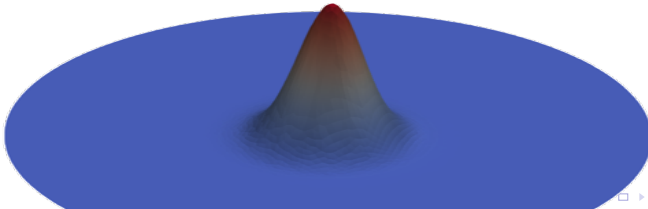


Navier-Stokes Gleichungen

University of Stuttgart IAG

Studentenvortrag
1. Februar, 2023



Presentation Overview

① Grundlagen

Navier-Stokes Gleichungen

Schwache Form

?

?

?

② Ergebnisse

A1

A2

A3

③ Lessons learned

Eulergleichungen sind Vereinfachung der Navier-Stokes Gleichungen für $Re \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}\rho_t + \nabla \cdot (\rho v) &= 0 \\ (\rho v)_t + \nabla \cdot ((\rho v) \circ v) + \nabla p &= \nabla \tau \\ e_t + \nabla \cdot (v(e + p)) &= \nabla \cdot (\tau \cdot v) - \nabla \cdot q\end{aligned}\tag{1}$$

Zusätzliche Terme:

Reibungstensor $\tau = \mu(\nabla v + (\nabla v)^T) - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot v)$

Wärmeleitung $q = -\frac{c_p \mu}{Pr} \nabla T$

Flussberechnung auf strukturierten Gittern

Flussberechnung auf unstrukturierten Gittern

SineWave Testcase

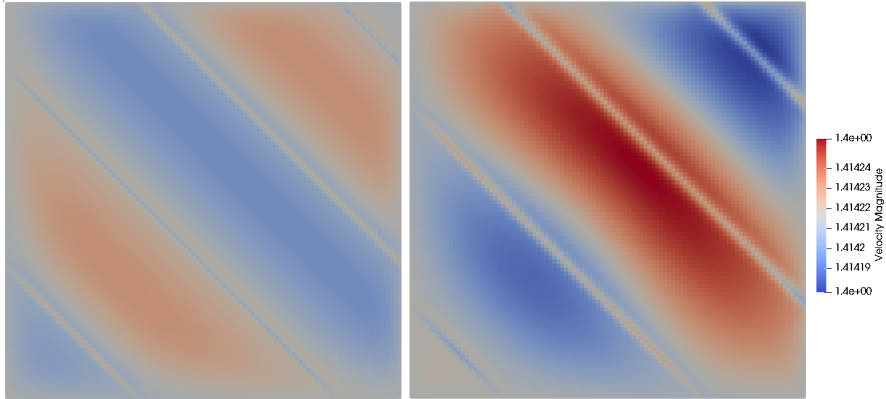


Abbildung: SineWave Testcase VelocityMagnitude für $\mu = 0.2$ und $t = 0.1\text{s}$, sowie $t = 2.5\text{s}$

SineWave Testcase

Konvergenzordnung

Raumordnung: 1, 2

μ : 0, 0.01, 0.05, 0.1

Gitterzahl: 100x100, 200x200, 400x400

Die empirische Konvergenzordnung des Verfahrens ergibt sich zu

$$n = \frac{\log(\frac{E_1}{E_2})}{\log(\frac{h_1}{h_2})},$$

wobei E die Diskretisierungsfehler und h den gemittelten Gitterabstand darstellen.

SineWave Testcase

Konvergenzordnung

| Ordnung | μ | $n_1 - \text{Ordnung}$ | $n_2 - \text{Ordnug}$ | $n_{inf} - \text{Ordnung}$ |
|---------|-------|------------------------|-----------------------|----------------------------|
| 1 | 0 | 0.980 | 0.980 | 0.968 |
| 2 | 0 | 1.80 | 1.85 | 1.81 |
| 1 | 0.01 | 0.964 | 0.979 | 0.752 |
| 2 | 0.01 | 2.03 | 2.02 | 1.71 |
| 1 | 0.05 | 0.965 | 0.962 | 0.866 |
| 2 | 0.05 | 1.97 | 1.87 | 1.51 |
| 1 | 0.1 | 0.969 | 0.972 | 0.911 |
| 2 | 0.1 | 1.96 | 1.81 | 1.45 |

SineWave Testcase

Rechenzeit

| O | μ | Gitter | Rechenzeit [s] |
|---|-------|----------|----------------|
| 1 | 0 | 100x100 | 1.99 |
| 1 | 0.01 | 100x100 | 1.46 |
| 1 | 0.05 | 100x100 | 6.67 |
| 1 | 0.1 | 100x100 | 14.0 |
| 1 | 0 | 200x200 | 10.18 |
| 1 | 0.01 | 200x200 | 21.99 |
| 1 | 0.05 | 200x200 | 102.76 |
| 1 | 0.1 | 200x200 | 226.78 |
| 1 | 0 | 400x400 | 91.5 |
| 1 | 0.01 | 400x1400 | 387.41 |
| 1 | 0.05 | 1400x400 | 1906.77 |
| 1 | 0.1 | 400x1400 | 3263.09 |

| O | μ | Gitter | Rechenzeit [s] |
|---|-------|---------|----------------|
| 2 | 0 | 100x100 | 4.74 |
| 2 | 0.01 | 100x100 | 4.93 |
| 2 | 0.05 | 100x100 | 24.55 |
| 2 | 0.1 | 100x100 | 46.84 |
| 2 | 0 | 200x200 | 33.05 |
| 2 | 0.01 | 200x200 | 74.19 |
| 2 | 0.05 | 200x200 | 368.89 |
| 2 | 0.1 | 200x200 | 737.04 |
| 2 | 0 | 400s400 | 262.63 |
| 2 | 0 | 400s400 | 1205.84 |
| 2 | 0 | 400s400 | 6123.78 |
| 2 | 0 | 400s400 | 11998.56 |

Blasius Boundary Layer Testcase

Blasius Boundary Layer Testcase

Vergleich des Grenzschichtverlaufs

Cylinder Testcase

Überblick

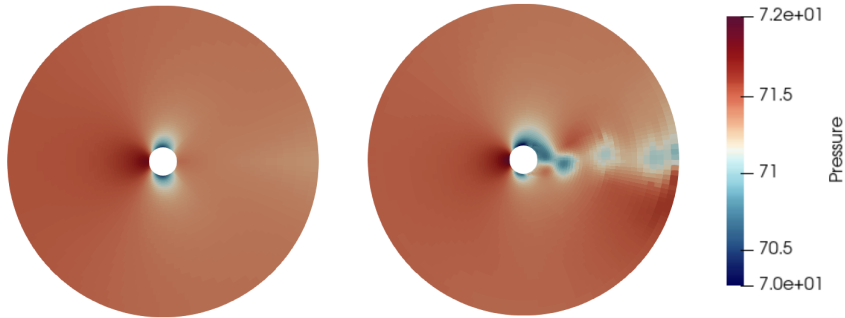


Abbildung: Cylinder Testcase ohne Reibungseinfluss (links) und mit Reibungseinfluss (rechts)

| Rechnung | Rechenzeit [s] | $c_l[-]$ | $c_d[-]$ |
|---------------|----------------|-------------|------------|
| $\mu = 0$ | 150.83 | 0.001063 | 0.323603 |
| $\mu = 0.001$ | 3229.61 | [-0.8; 0.8] | [0.8; 1.2] |

Reibungsbehaftete Rechnung

Ergebnisse ($\mu = 0.001, t = 100s$)

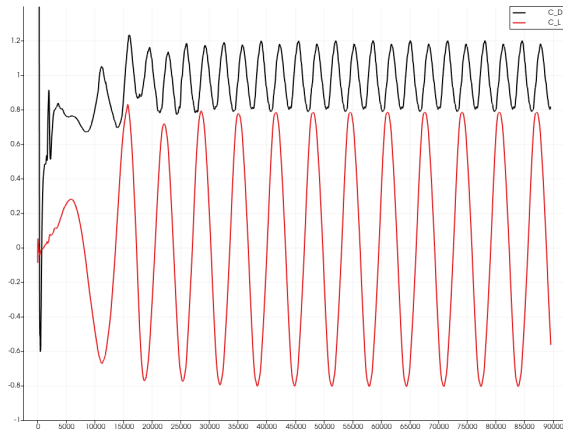
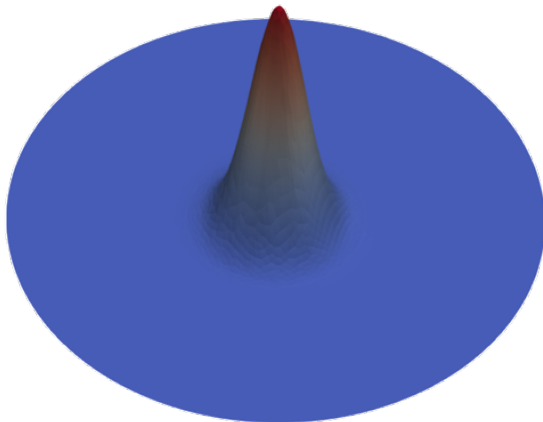


Abbildung: Verlauf des Auftriebs- und Widerstandbeiwertes über der Iteration

Lessons learned

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!



| Ordnung | μ | Gitter | L_1 – Fehler | L_2 – Fehler | L_{inf} – Fehler |
|---------|-------|---------|----------------|----------------|--------------------|
| 1 | 0 | 100x100 | 3.36E-3 | 4.26E-3 | 1.11E-2 |
| 1 | 0 | 200x200 | 1.71E-3 | 2.17E-3 | 5.73E-3 |
| 1 | 0 | 400x400 | 8.67E-4 | 1.10E-3 | 2.93E-3 |
| 2 | 0 | 100x100 | 7.97E-5 | 1.13E-4 | 5.16E-4 |
| 2 | 0 | 200x200 | 2.04E-5 | 2.80E- | 1.42E-4 |
| 2 | 0 | 400x400 | 5.86E-6 | 7.78E-6 | 4.05E-5 |
| 1 | 0.01 | 100x100 | 3.19E-3 | 4.06E-3 | 1.06E-2 |
| 1 | 0.01 | 200x200 | 1.59E-3 | 2.01E-3 | 6.55E-3 |
| 1 | 0.01 | 400x400 | 8.15E-4 | 1.02E-3 | 3.89E-3 |
| 2 | 0.01 | 100x100 | 5.26E-5 | 6.79E-5 | 2.61E-4 |
| 2 | 0.01 | 200x200 | 1.25E-5 | 1.62E-5 | 7.32E-5 |
| 2 | 0.01 | 400x400 | 3.06E-6 | 4.00E-6 | 2.23E-5 |

| Ordnung | μ | Gitter | L_1 – Fehler | L_2 – Fehler | L_{inf} – Fehler |
|---------|-------|---------|----------------|----------------|--------------------|
| 1 | 0.5 | 100x100 | 2.98E-3 | 3.72E-3 | 1.23E-2 |
| 1 | 0.5 | 200x200 | 1.55E-3 | 1.93E-3 | 7.00E-3 |
| 1 | 0.05 | 400x400 | 7.94E-4 | 9.91E-4 | 3.84E-3 |
| 2 | 0.05 | 100x100 | 5.08E-5 | 7.10E-5 | 3.32E-4 |
| 2 | 0.05 | 200x200 | 1.28E-5 | 1.90E-5 | 1.16E-4 |
| 2 | 0.05 | 400x400 | 3.27E-6 | 5.20E-6 | 4.07E-5 |
| 1 | 0.1 | 100x100 | 3.22E-3 | 3.90E-3 | 1.21E-2 |
| 1 | 0.1 | 200x200 | 1.67E-3 | 2.02E-3 | 6.73E-3 |
| 1 | 0.1 | 400x400 | 8.53E-4 | 1.03E-3 | 3.58E-3 |
| 2 | 0.1 | 100x100 | 5.58E-5 | 8.57E-5 | 4.18E-4 |
| 2 | 0.1 | 200x200 | 1.44E-5 | 2.42E-5 | 1.52E-4 |
| 2 | 0.1 | 400x400 | 3.70E-6 | 6.88E-6 | 5.56E-5 |